















VORLESUNGEN  
UBER  
WASSERKRAFTMASCHINEN

VON

DR. PHIL., DR. ING. R. CAMERIER

DIPLOM-ING., O. PROFESSOR DES MASCHINENBAUES AN DER  
KGL. TECHN. HOCHSCHULE MÜNCHEN

MIT 718 TEXTFIGUREN UND 55 TAFELN



LEIPZIG UND BERLIN  
VERLAG VON WILHELM ENGELMANN

1914

Alle Rechte, besonders das der Übersetzung, vorbehalten.

Copyright 1914 by Wilhelm Engelmann Leipzig and Berlin.

## Vorwort.

Die vorliegende Veröffentlichung habe ich in erster Linie meinen Studierenden gewidmet. Diesem Lehrzweck ist ihre Form und ihr Inhalt angepaßt.

Sie beginnt mit der Darlegung der allgemeinen Grundsätze für das Studium der Technik, und bringt dann, gegründet auf das Energiegesetz, dasjenige von der Hydraulik, was der Turbineningenieur wissen sollte; dabei war ich bemüht, auf den an unserer Hochschule vorangehenden Vorlesungen aufzubauen, sowie an diejenige Literatur anzuknüpfen, die unseren Studierenden zugänglich ist.

Hieran schließt sich eine Übersicht über die Wasserkraftmaschinen, die Gelegenheit gibt, die Turbinen in beschreibender Weise kennen zu lernen.

Im folgenden Teil wird zunächst die allgemeine Turbinentheorie entwickelt, die ich auf die Betrachtung der Funktionen beschränkte, die den Mittelwerten der Wasserströmungen und Wasserdrücke unter der Annahme unveränderlicher Reibungsverluste eigen sind. Dadurch bleibt sie auch dem Anfänger klar und verständlich. Ihr gegenüber zieht die besondere Theorie der Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen) die Zustände der einzelnen Wasserbahnen und die Veränderungen der Reibungsverluste in den Kreis der Untersuchungen und ist der damit verbundenen Schwierigkeiten wegen in einem eigenen Teil behandelt.

Im sechsten Teil wird die Berechnung und Konstruktion der Zentripetal-Vollturbinen aus den hydraulischen und maschinentechnischen Anforderungen entwickelt und an Beispielen durchgeführt.

Der siebente Teil ist der Berechnung und Konstruktion der Tangential-Teilturbinen (Becherturbinen, Peltonturbinen) unter besonderer Berücksichtigung der dabei anzuwendenden experimentellen Methoden gewidmet.

Neben meinen Studierenden hoffe ich aber auch dem in der Praxis stehenden Ingenieur an manchen Stellen meines Buches durch neue Anschauungen und Berechnungsweisen nützlich zu sein. Um ihn hierauf in möglichst leichter Weise aufmerksam zu machen, will ich die in Frage kommenden Punkte schon hier kurz hervorheben.

Dazu gehört wohl in erster Linie meine Stellungnahme zu den seit den Veröffentlichungen von PRASIL und LORENZ hervorgetretenen Versuchen, die Turbinenberechnung auf den Gesetzen der höheren Hydrodynamik aufzubauen, wozu ich in der Hydraulik auf die Seiten 25 ff. und 47 ff., in der Turbinentheorie auf die Seiten 230 ff. und 316 ff. verweise.

Außerdem darf die energetische Behandlung der Hydrodynamik auf S. 52 ff. und anschließend die Ableitung der Hauptgleichung der Turbinentheorie aus dem Flächensatz (S. 232) und aus dem Energiegesetz (S. 238) hervorgehoben werden, die hier in besonders allgemeiner und umfassender Weise durchgeführt ist. Dadurch bin ich auf einen als »Schwerkraftsglied« bezeichneten Ausdruck geführt worden (S. 236, 243, 247 und 253), der bei teilweise beaufschlagten Turbinen mit nicht vertikaler Achse zur sonst üblichen Form der Hauptgleichung hinzutritt.

Auch die Diskussion der Wasserreibung und ihrer Verluste wird vielleicht die Aufmerksamkeit des Fachmanns erwecken. Dazu gehört zunächst die Betrachtung der Schleppkraft (S. 147), über die man sich in der Literatur bekanntlich noch nicht einig ist, dann der sogenannte Stoßverlust (S. 165, 171 u. 367), dessen mathematische Behandlung besonders viel Unheil angerichtet hat, und schließlich der auf S. 365 u. f. wiedergegebene Versuch die Abhängigkeit der Reibungsverluste von den in der Hauptgleichung auftretenden Größen, sowie von den Abmessungen der Turbine darzustellen.

Dem Konstrukteur geben die in Tabelle A, S. 411 zusammengestellten Erfahrungszahlen Anhaltspunkte zum Neuentwurf von Francis-Turbinen. Außerdem dürften ihn meine Vorschläge interessieren, die Stärke der Schaufelbleche zu bestimmen (S. 436), sowie die Schaufelflächen ausgeführter Räder zur Prüfung abzutasten (S. 323 ff.).

Bei der Konstruktion der Pelton-Turbinen im siebenten Teil habe ich mich von den gebräuchlichen Berechnungsannahmen nicht weit entfernt. Hier mochte ich nur auf die Anleitung zur allgemeinen Bestimmung des Wasserweges hinweisen.

Außerdem habe ich aber bei geeigneter Gelegenheit auch gern auf einschlägige Arbeiten meiner Fachgenossen in zahlreichen Zitaten hingewiesen, sowohl um den Lehrinhalt des vorliegenden Buches möglichst umfassend zu gestalten, als auch um die Priorität der betreffenden Autoren gewahrt zu sehen. Dasselbe gilt für die Fälle, wo durch persönlichen Verkehr mit meinen Kollegen und Fachgenossen neue Anschauungen zutage gefördert worden sind.

Die Bezeichnungen schließen sich der Berliner Konferenz vom 10. Juni 1906 an, soweit sie dort vereinbart wurden.

Sie sind am Anfang des Buches eigens zusammengestellt.

Ebenso dient ein umfangreiches Sachregister dem Auffinden gewünschter Erläuterungen.

Bezüglich Überlassung und Herstellung der Abbildungen und Tafeln habe ich bei zahlreichen Firmen, deren Namen jeweils an Ort und Stelle bemerkt sind, großes Entgegenkommen gefunden.

Außerdem bin ich einer Reihe meiner früheren und jetzigen Assistenten, unter anderen den Herren REINDL, Dr. BÖHM und KIRCHBACH, vor allem aber den Herren PFEIFFER und WEISBROD für ihre mühe- und verständnisvolle Beihilfe bei der Ausführung von Rechnungen, bei der Herstellung und Auswahl der Abbildungen sowie bei der Durchsicht der Druckbogen zu besonderem Dank verpflichtet.

In Fragen der Physik habe ich mehrmals Herrn Prof. Dr. FISCHER, in Fragen der Mathematik und Mechanik Herrn Geh. Hofrat Prof. Dr. FINSTERWALDER um Rat angegangen. Beiden Kollegen spreche ich für ihre wertvolle Unterstützung, die sie mir stets in liebenswürdigster Weise zur Verfügung gestellt haben, meinen herzlichsten Dank aus.

Zum Schluß sei noch der Verlagsfirma, sowie den beteiligten technischen Anstalten für ihre bereitwillige und gediegene Arbeit meine aufrichtige Anerkennung zum Ausdruck gebracht.

München, im März 1914.

Rudolf Camerer.



## Abkürzungen.

- A. G. K. = Amme, Giesecke & Konegen, Braunschweig.  
 Andritz = Maschinenfabrik Andritz, Aktiengesellschaft, Andritz (Steiermark).  
 Bell = Theod. Bell & Cie., A.-G., Kriens (Schweiz).  
 Dingler = Dingers Polytechnisches Journal.  
 Ebert I = H. Ebert, Lehrbuch der Physik.  
 E. W. C. = Escher, Wyß & Co., Zürich (Schweiz).  
 Forschg. Arb. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens.  
 Foppl = Dr. August Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik.  
 Francis = Lowell Hydraulic Experiments by James B. Francis, New York 1868.  
 Hansenwerk = Briegleb, Hansen & Co., Gotha.  
 Hughes and Safford = A Treatise on Hydraulics by H. J. Hughes and A. T. Safford, New York 1911.  
 Hütte = Hütte, des Ingenieurs Taschenbuch 1911.  
 Koehn = Th. Koehn, Ausbau von Wasserkraften. 13. Band des III. Teils des Handbuchs der Ingenieurwissenschaften. 1908.  
 Kohlrausch = Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 1901.  
 Landolt = Landolt-Börnstein, Physikalisch-Chemische Tabellen. 1905.  
 Lorenz = Lorenz, Neue Theorie und Berechnung der Kreisräder. 1911.  
 M. A. N. = Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg.  
 Meissner = G. Meissner, Theorie und Bau der Turbinen und Wasserräder. 1880.  
 Phil. Trans. = Philosophical Transactions of the royal Society of London.  
 Piccard = Piccard, Pictet & Cie. Genf.  
 Poggendorf = Poggendorf, Annalen der Physik und Chemie.  
 Redtenbacher = F. Redtenbacher, Theorie und Bau der Turbinen. 1860.  
 Riva = Ing. A. Riva & C. Mailand.  
 Rühlmann = Dr. M. Rühlmann, Allgemeine Maschinenlehre. Braunschweig.  
 Rüschi = Vereinigte Maschinenfabriken Rühl-Ganahl, Aktiengesellschaft, Dornbirn (Vorarlberg).  
 Schw. Bztg. = Schweizerische Bauzeitung.  
 Starkstromtechnik = Starkstromtechnik, Taschenbuch für Elektrotechniker 1912.  
 Voith = J. M. Voith, Maschinenfabrik Heidenheim a./Brenz.  
 Warburg = Warburg, Experimentalphysik. 1905.  
 Weisbach = Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik. 1875.  
 Z. = Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.  
 Z. g. T. = Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen.  
 Z. o. J. A. V. = Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins.

## Bezeichnungen.

<i>A</i>	Arbeit, Arbeitshöhe.	<i>H<sub>i</sub></i>	ideelles Gefälle.
<i>A<sub>m</sub></i>	Arbeitshöhe des mechanischen Arbeitsvermögens.	<i>H<sub>n</sub></i>	Nettogefälle.
<i>A<sub>n</sub>S</i>	Achsnormalschnitt.	<i>H<sub>r</sub></i>	Radhöhe.
<i>A. P.</i>	Austrittsprofil.	<i>H<sub>s</sub></i>	Saughöhe.
<i>A. S.</i>	Axialschnitt.	<i>H<sub>x</sub></i>	Schwerkraftsglied.
<i>B</i>	Leitradbreite (»Turbinenbreite«).	$H_u = \int \frac{\omega^2 d(r)^2}{2g}$	} s. S. 244.
<i>D</i>	Durchmesser (allgemein).	$H_w = \int \frac{w_u du}{g}$	
<i>D = D<sub>1a</sub></i>	Laufraddurchmesser der Zentripetal-Vollturbine.	<i>J</i>	Inhalt, Trägheitsmoment.
<i>D<sub>0</sub></i>	Durchmesser des Kreises durch die Leitschaufelspitzen.	<i>K</i>	Konstante, Turbinenkammer.
<i>D<sub>1</sub></i>	Eintrittsdurchmesser (variabel).	<i>K<sub>k</sub></i>	Kanalkonstante = $\frac{lU}{F}$ .
<i>D<sub>1i</sub></i>	kleinster Durchmesser im Eintrittsbereich.	<i>K. S.</i>	Kranzspalt.
<i>D<sub>2</sub></i>	Austrittsdurchmesser des Laufrades.	<i>K. P.</i>	Kranzprofil.
<i>D<sub>2a</sub></i>	größter	<i>L</i>	Arbeitsleistung (allgemein), dem Laufrad gebotene Leistung.
<i>D<sub>2i</sub></i>	kleinster	<i>L<sub>e</sub></i>	effektive Leistung.
<i>D<sub>3</sub></i>	kleinster	<i>L<sub>h</sub></i>	hydraulische Leistung.
<i>D<sub>4</sub></i>	größter	<i>L<sub>g</sub></i>	Gesamtleistung.
<i>D = D<sub>m</sub></i>	Laufraddurchmesser der Tangential-Teilturbine.	<i>L<sub>l</sub></i>	Leistung der Lagerreibung.
<i>E</i>	Energie (allgemein), Elastizitätsmodul.	<i>L<sub>R</sub></i>	Leistung der Radseitenreibung.
<i>E<sub>a</sub></i>	nach außen abgegebene Energie.	<i>L<sub>s</sub></i>	Leistung der Stopfbuchsenreibung.
<i>E<sub>b</sub></i>	Bewegungsenergie.	<i>L<sub>v</sub></i>	Leistung des Spaltverlustes.
<i>E<sub>d</sub></i>	Druckenergie.	<i>L. D.</i>	Leitraddedeckel.
<i>E<sub>e</sub></i>	effektive Energie.	<i>L. L.</i>	Leitrادلager.
<i>E<sub>h</sub></i>	hydraulische Energie.	<i>L. U.</i>	Leitraduntersatz.
<i>E<sub>l</sub></i>	Lagenenergie.	<i>M</i>	Moment, Drehmoment, Biegemoment.
<i>E<sub>m</sub></i>	mechanische Energie.	<i>M<sub>i</sub></i>	ideelles Moment.
<i>E<sub>N</sub></i>	nützlich abgegebene Energie.	<i>M. R.</i>	Mauerring.
<i>E<sub>R</sub></i>	Reibungsenergie.	<i>N</i>	Nutzhöhe, Leistung in PS.
<i>E. K.</i>	Eintrittskante.	<i>N<sub>e</sub></i>	effektive Leistung.
<i>E. P.</i>	Eintrittsprofil.	<i>O</i>	benetzte Oberfläche.
<i>F</i>	Fläche, Querschnitt.	<i>P</i>	Druck, Kraft (allgemein).
<i>F. P.</i>	Flutprofil.	<i>P<sub>A</sub></i>	Axialschub.
<i>G</i>	Gewicht, Radgewicht, Gefäßgewicht.	<i>P<sub>b</sub></i>	Bolzendruck.
<i>H</i>	Höhe über einer Horizontalebene (Ortshöhe), (allgemein) Gefälle.	<i>P<sub>l</sub></i>	Lenkerkraft.
<i>H<sub>d</sub></i>	Druckhöhe.	<i>P<sub>R</sub></i>	Reibungskraft.
<i>H<sub>g</sub></i>	Gesamtgefälle (Bruttogefälle).	<i>P<sub>u</sub></i>	Umfangskraft.
		<i>P<sub>w</sub></i>	Wasserdruck auf eine Leitschaufel.
		<i>P<sub>z</sub></i>	Zusatzkraft.

Vgl. Abb. 516 S. 414.

$Q$	sekundliche Wassermenge (allgemein) vom Laufrad sekundlich verarbeitete Wassermenge.	$e$	Gesamtwirkungsgrad.
$Q_g$	Gesamtwassermenge.	$g$	Erdbeschleunigung.
$Q_m = Q_{max}$	der Höchstleistung einer Turbine entsprechende Wassermenge.	$h$	absolute Druckhöhe in $m$ Wassersäule (allgemein).
$Q_{min}$	Wassermenge bei Leerlauf mit normaler Drehzahl.	$h'$	Überdruckhöhe.
$Q_o$	Wassermenge beim besten Wirkungsgrad.	$h''$	Unterdruckhöhe.
$Q_{\perp}$	Wassermenge bei senkrechtem Austritt.	$h_{at}$	atmosphär. Druck.
$Q_{\triangleleft}$	Wassermenge bei gleichschenkligen Austritt.	$h_g$	Geschwindigkeitshöhe $= \frac{c^2}{2g}$ .
$Q^{1/2}, Q^{3/4}, \dots$	Wassermenge bei voller, $\frac{3}{4}$ .. Beaufschlagung.	$h_k$	kombinierte Druckhöhe $= h + \frac{c^2}{2g}$ .
$R$	Resultierende, Reibungshöhe (allgemein).	$h_w$	Widerstandshöhe.
$R_d$	Reibungshöhe im Druckbereich.	$h_{1,2}$	Reaktionsdruck, Laufradüberdruck.
$R_r$	Reibungshöhe im Radbereich.	$k$	Konstante (allgemein) zulässige Materialbeanspruchung.
$R_s$	Reibungshöhe im Saugbereich.	$k_d$	Koeffizient für die Reibung in Laufrad und Spalt.
$S$	Saugrohr, Schwerpunkt.	$k_u$	Koeffizient für den Umlenkungsverlust.
$S. S.$	Schaufelspalt.	$k_r$	Koeffizient für die Reibung im Laufrad.
$U$	benetzter Umfang.	$l$	Länge, Hebelarm insbesondere.
$V$	Volumen, Potential der Anziehung.	$l_a$	axiale Erstreckung der äußersten Flutbahn.
$V_1, V_2$	Eintritts-, Austrittsvertikale im Diagramm.	$l_s$	Saugrohrlänge.
$O. W. S.$	Oberwasserspiegel.	$m$	Masse.
$U. W. S.$	Unterwasserspiegel.	$n$	Drehzahl.
$X$	Kraft in $x$ -Richtung.	$n_s$	spezifische Drehzahl.
$Y$	Kraft in $y$ -Richtung.	$p$	absoluter Druck in Atmosphären.
$Z$	Kraft in $z$ -Richtung, Zentrifugalkraft.	$p'$	Überdruck.
		$p''$	Unterdruck.
$a$	lichte Weite.	$q$	Wassermenge pro Laufradzelle.
$b$	Beschleunigung, Kanalbreite, Öffnungsweite.	$r$	Abstand, Radius.
$Ab_1, Ab_2$	desgl. für eine Teilturbine.	$s$	Weg, Wandstärke.
$c$	absolute Geschwindigkeit (allgemein).	$t$	Eintauchtiefe, Zeit, Teilung.
$\bar{c}$	mittlere Geschwindigkeit.	$u$	Umfangsgeschwindigkeit.
$c_i$	ideelle Geschwindigkeit.	$w$	Relativgeschwindigkeit.
$c_k$	kritische Geschwindigkeit.	$z$	Anzahl (Schaufelzahl, Laufradzahl).
$c_n$	Umlenkungskomponente nach S. 368.	$\alpha$	Winkel zwischen Absolut- und Umfangsgeschwindigkeit, Zapfenreibungsarbeit pro Flächeneinheit.
$d$	Durchmesser, insbesondere Bolzendurchmesser, Zapfendurchmesser, Rohrdurchmesser.	$\beta$	Winkel zwischen Relativ- und Umfangsgeschwindigkeit.
$d_w$	Wellendurchmesser.	$\gamma$	spezifisches Gewicht, Winkel zwischen Meridiangeschwindigkeit und Kantenprofil.

$\delta$	Dichte, Neigung des Laufradkranz- und Saugrohrprofils zur Achse, Winkel der konischen Erweiterung und Verengung.	Winkel zwischen der Relativgeschwindigkeit und der Radialen (nach Abb. 365, S. 241). Drehwinkel der Relativbewegung.
$\epsilon$	hydraulischer Wirkungsgrad.	Verhältnis des mittleren Geschwindigkeitsquadrats zum Quadrat der mittleren Geschwindigkeit (S. 65).
$\zeta$	Koeffizient der Reibung nach S. 112.	
$\eta$	mechanischer Wirkungsgrad, Zähigkeit.	$\psi$ Koeffizient der Bielschen Reibungsgleichung.
$\eta_r$	Wirkungsgrad der rotierenden Teile.	Verhältnis von $c_3$ zu $c_2$ .
$\eta_v$	Wirkungsgrad der Spaltdichtigkeit.	Drehwinkel der Umfangsbewegung.
$z = \frac{c^2}{2gH}$	kinetische Energie bei 1 m Gefälle.	$\omega$ Winkelgeschwindigkeit.
$\lambda$	Weißbachsche Zahl für Rohrreibung S. 112.	$\mathfrak{D}$ Deviation.
$\mu$	Ausflußkoeffizient, Zapfenreibungskoeffizient, Winkel zwischen der Drehachse und der Vertikalen (nach Abb. 365, S. 241).	$\mathfrak{F}$ Rauheitsfaktor.
$\nu$	Winkel zwischen der Umfangsrichtung und einer Vertikalebene durch die Drehachse (nach Abb. 365, S. 241).	$\mathfrak{S}$ Lagendruck = Ortshöhe + Druckhöhe.
	Reibungskoeffizient für das Laufrad.	$\mathfrak{M}$ Drehmoment an der Turbinenwelle beim Gefälle $\frac{1}{2}$ g.
$\xi$	Winkel zwischen der Relativrichtung und der Vertikalen, Verlustkoeffizient im Saugbereich.	$\mathfrak{N}$ Leistung beim Gefälle $\frac{1}{2}$ g.
$\varrho$	Radius, Reibungskoeffizient nach S. 112. Reibungshöhe bei 1 m Gefälle $\left( \varrho = \frac{R}{H} \right)$ $\varrho_d, \varrho_r, \varrho_s$ Reibung entsprechend $R_d, R_r, R_s$ .	$\mathfrak{Q}$ Wassermenge beim Gefälle $\frac{1}{2}$ g.
$\sigma$	Reibungskraft auf die Einheit der benetzten Fläche = Schleppkraft, Spannung.	$\mathfrak{R}$ hydraulischer Radius, Stützreaktion.
$\tau$	Winkel zwischen Umfangsrichtung und der Vertikalen (nach Abbildung 365, S. 241). Zeit.	$c$ Absolutgeschwindigkeit
$\varphi$	Neigung der Relativgeschwindigkeit gegen die Drehachse (nach Abb. 365, S. 241). Verengungskoeffizient.	$u$ Umfangsgeschwindigkeit
$\varphi_g$	Geschwindigkeitskoeffizient	$w$ Relativgeschwindigkeit
$\varphi_k$	Kontraktionskoeffizient	
$\chi$	Winkel zwischen Flutprofil und Axialschnitttangente (nach Abb. 434, S. 321).	

## Indizes

a) für charakteristische Punkte der Turbine (vgl. S. 239):

- $z$  Punkt im Zulaufquerschnitt  $F_z$ .
- $e$  Punkt im Eintrittsquerschnitt  $F_e$ .
- $a$  Punkt im Austrittsquerschnitt  $F_a$ .
- $o$  im Leitradaustritt  $F_o$  bzw.  $f_o$ .
- $1$  im Laufradeintritt.
- $2$  im Laufradaustritt.
- $3$  im Saugrohrbeginn.
- $4$  im Saugrohrende.

b) außerdem:

- $d$  für den Druckbereich (S. 246), bei Drehbeanspruchung.
- $e$  für Effektivwerte.
- $i$  für ideelle Werte.
- $m$  für Meridianrichtung (S. 234).
- $r$  für radiale Richtung (S. 175).
- $s$  für den Saugbereich (S. 246).
- $t$  für tangentielle Richtung (S. 175 f.).
- $u$  für Umfangsrichtung (S. 234).
- $w$  für Relativrichtung (S. 176).
- $z$  für Zusatzwerte nach Coriolis (S. 175 f.).
- $\varrho$  für die Richtung eines Krümmungsradius (S. 176).

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>I. Teil. Einleitung</b> . . . . .	I
A. Die Stellung der Technik gegenüber den exakten Wissenschaften . . . . .	I
B. Die besondere Stellung der Wasserkraftmaschinen . . . . .	2
C. Beispiele unrichtig angewandter Größtwertbestimmungen . . . . .	3
D. Allgemeine Bemerkungen über das Studium . . . . .	10
E. Eigenschaften des Wassers . . . . .	11
I. Einleitendes und Maßsysteme . . . . .	11
II. Die von der Masse des Wassers herrührenden Eigenschaften . . . . .	12
1. Das Gewicht . . . . .	12
2. Die Dichte . . . . .	13
III. Die Zähigkeit . . . . .	17
IV. Die Spannung des Wasserdampfes . . . . .	19
V. Der Luftgehalt des Wassers . . . . .	19
VI. Elektrische Eigenschaften des Wassers . . . . .	21
VII. Chemische Eigenschaften des Wassers . . . . .	21
VIII. Physikalische Beimengungen des Wassers . . . . .	22
IX. Die Eisbildung . . . . .	24
<b>II. Teil. Hydraulik</b> . . . . .	25
A. Vorwort . . . . .	25
B. Hydrostatik . . . . .	26
I. Ruhendes Wasser in ruhenden Gefäßen . . . . .	26
1. Voraussetzung . . . . .	26
2. Gleichungen von Euler . . . . .	26
3. Potential und Kraftfeld . . . . .	27
4. Druck, Überdruck, Unterdruck . . . . .	29
5. Resultierender Wasserdruck auf ebene Flächen . . . . .	30
6. Wasserdruck auf unebene Flächen . . . . .	34
7. Druckwirkung auf Gefäßwände . . . . .	35
8. Druckwirkung auf eingetauchte Körper, Auftrieb . . . . .	35
9. Druckmessung in der Hydrostatik . . . . .	36
II. Relativ ruhendes Wasser in bewegten Gefäßen . . . . .	41
1. Geradlinig bewegte Gefäße . . . . .	41
2. Rotierende Gefäße . . . . .	41
a) Rotation um vertikale Achse . . . . .	41
b) Rotation um beliebig gerichtete Achse . . . . .	43
c) Praktische Anwendung . . . . .	45
C. Hydrodynamik . . . . .	47
I. Arten der Behandlung . . . . .	47
II. Gleichgewichtsbedingungen einer stromenden Flüssigkeit . . . . .	49
III. Energetische Behandlung der Hydraulik . . . . .	52
1. Das Energiesgesetz . . . . .	52
2. Die Energien . . . . .	53
a) Allgemeines . . . . .	53
b) Die Energie der Lage $E_l$ . . . . .	54
c) Die Energie des Drucks $E_d$ . . . . .	55
d) Die Energie der Bewegung $E_b$ . . . . .	55

	Seite
3. Zusammenfassung und Vereinfachung der Formel für die mechanische Energie . . . . .	57
4. Die Arbeitsgleichung . . . . .	59
5. Anwendung der Arbeitsgleichung auf gegebene Wasserströmungen	60
IV. Messungen in der Hydrodynamik . . . . .	68
1. Messung der Höhenlage fester Punkte . . . . .	68
2. Messung der Höhenlage von Wasserspiegeln . . . . .	69
3. Druckmessung . . . . .	71
a) Druckmessung an Gefäßwänden . . . . .	71
b) Druckmessung im Innern bewegten Wassers . . . . .	71
4. Messen der Wassergeschwindigkeit . . . . .	73
a) Durch Schwimmer . . . . .	73
b) Durch hydrometrische Flügel . . . . .	74
c) Durch dynamische Druckrohren . . . . .	76
d) Durch Rheometer . . . . .	80
e) Durch Schirme . . . . .	80
5. Messung der Stromrichtung . . . . .	81
a) Durch schwimmende Körper . . . . .	81
b) Durch Fahnen . . . . .	82
c) Durch Stäbchen . . . . .	82
d) Durch Pitotröhren . . . . .	83
e) Durch Leitkanäle . . . . .	83
6. Messung der Wassermenge . . . . .	83
a) Durch Meßgefäße . . . . .	83
b) Durch Wägung . . . . .	85
c) Durch Mischung . . . . .	86
d) Als Produkt aus Querschnitt und senkrechter Durchflußgeschwindigkeit . . . . .	86
e) Durch den Druckunterschied bei einem Durchflußquerschnitt	88
V. Gleichmäßiges Strömen in ruhenden Gefäßen . . . . .	89
1. Einfache Beispiele zur Einführung . . . . .	89
a) Ausstromen ins Freie aus einem Gefäß, das gleichmäßig nachgefüllt wird . . . . .	89
b) Überströmen zwischen zwei Wasserbehältern . . . . .	92
2. Erfahrungswerte für den gleichmäßigen Durchfluß durch Leitungen	93
a) Einleitendes . . . . .	93
b) Die kritische Geschwindigkeit . . . . .	94
c) Unterhalb der kritischen Geschwindigkeit geltende Reibungsgleichung . . . . .	98
d) Allgemeine, aus dem Ähnlichkeitsgesetz entwickelte Reibungsgleichung . . . . .	99
e) Empirische, oberhalb der kritischen Geschwindigkeit geltende Reibungsgleichungen . . . . .	104
$\alpha$ ) Ableitung der Bielschen Gleichung . . . . .	104
$\beta$ ) Diskussion der Bielschen Gleichung . . . . .	106
$\gamma$ ) Andere Erfahrungsformeln . . . . .	110
3. Erfahrungswerte bei Querschnitts- und Richtungsänderungen der Leitungen . . . . .	113
a) Allmähliche Beschleunigung und Verzögerung . . . . .	113
b) Plötzliche Erweiterung . . . . .	117
c) Kontraktion . . . . .	119
d) Plötzliche Verengung . . . . .	120
e) Knierohr . . . . .	120

f) Krümmer . . . . .	120
g) Zusammenfassung . . . . .	121
h) Größter Energiefluß durch eine Leitung . . . . .	123
4. Strömen in nicht gefüllten Gefäßen . . . . .	124
5. Erfahrungswerte für den Ausfluß aus Gefäßen . . . . .	125
a) Ausfluß aus Bodenöffnungen . . . . .	125
b) Ausfluß aus Seitenöffnungen . . . . .	128
c) Überfälle . . . . .	130
VI. Kraftwirkungen des Wassers auf das von ihm durchflossene Gefäß	136
1. Einleitung . . . . .	136
2. Trägheitswirkungen bewegten Wassers . . . . .	137
a) Die Größe des Reaktionsdrucks . . . . .	137
b) Die Lage des Reaktionsdrucks . . . . .	140
3. Die gesamten Kraftwirkungen . . . . .	142
4. Reibungskräfte im Innern der Flüssigkeit und an der Wand. Die Schleppkraft . . . . .	147
5. Schleppkraft rotierender Scheiben . . . . .	151
6. Abgelenkte Strahlen . . . . .	155
7. Druck- und Geschwindigkeitsverteilungen in gekrümmten Wasserströmungen . . . . .	157
8. Kraftwirkung bei wechselnder Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	163
9. Der sogenannte Wasserstoß . . . . .	165
VII. Arbeitswirkungen bewegten Wassers in geradlinig bewegten Gefäßen	167
1. Die zurückgelegten Wege . . . . .	167
2. Die Arbeitswirkung . . . . .	168
3. Stoßbetrachtung . . . . .	171
VIII. Kraft- und Arbeitswirkungen bewegten Wassers in beliebig bewegten Gefäßen . . . . .	172
1. Die zurückgelegten Wege . . . . .	172
2. Die Deviationen . . . . .	173
3. Die Trägheitskräfte aus gegebener Relativbewegung und Gefäßbewegung . . . . .	174
4. Die gesamten Kraftwirkungen . . . . .	176
5. Änderung des relativen Arbeitsvermögens in einem rotierenden Kanal . . . . .	178
6. Arbeitsabgabe an eine rotierende Ablenkungsfläche . . . . .	181
III. Teil. Überblick über die Wasserkraftmaschinen . . . . .	185
A. Allgemeine Bemerkungen über die Kraftmaschinen . . . . .	185
B. Einteilung und Benennung der Wasserkraftmaschinen . . . . .	188
I. Wasserkraftmaschinen der Lagenenergie. Wasserräder . . . . .	188
II. Wasserkraftmaschinen der Druckenergie . . . . .	191
1. Wassersäulenmaschinen . . . . .	191
2. Auftriebsmaschinen . . . . .	191
III. Wasserkraftmaschinen der Bewegungsenergie . . . . .	193
1. Turbinen . . . . .	193
a) Einteilung nach der Durchflußrichtung des Betriebswassers durch das Laufrad . . . . .	193
α) Axialturbinen . . . . .	193
β) Zentrifugalturbinen . . . . .	195
γ) Zentripetalturbinen . . . . .	197
δ) Tangentialturbinen . . . . .	199
e) Turbinen eigenartiger Durchflußrichtung . . . . .	200

	Seite
b) Einteilung nach den Druckverhältnissen im Laufrad . . .	200
$\alpha$ ) Gleichdruckturbinen . . . . .	200
$\beta$ ) Überdruckturbinen . . . . .	202
$\gamma$ ) Unterdruckturbinen . . . . .	203
$\delta$ ) Grenzturbinen . . . . .	204
c) Einteilung nach der Beaufschlagung des Laufrades . . .	205
$\alpha$ ) Vollturbinen . . . . .	205
$\beta$ ) Teilturbinen . . . . .	205
$\gamma$ ) Mehrfachturbinen . . . . .	205
d) Einteilung nach dem Einbau . . . . .	205
$\alpha$ ) Offene Turbinen . . . . .	205
$\beta$ ) Geschlossene Turbinen . . . . .	205
$\gamma$ ) Halboffene Turbinen . . . . .	207
e) Einteilung nach der Wellenlage . . . . .	207
$\alpha$ ) Vertikale Turbinen . . . . .	207
$\beta$ ) Horizontale Turbinen . . . . .	207
f) Einteilung nach der Schnellläufigkeit . . . . .	207
$\alpha$ ) Langsamläufer . . . . .	207
$\beta$ ) Normalläufer . . . . .	207
$\gamma$ ) Schnellläufer . . . . .	207
2. Stoßräder . . . . .	207
3. Reibungsräder . . . . .	207
4. Hydraulischer Widder und Hydropulsor . . . . .	208
5. Hydraulischer Luftkompressor . . . . .	209
C. Streiflichter aus der Geschichte der Wasserkraftmaschinen . . . .	209
<b>IV. Teil. Allgemeine Theorie der Turbinen . . . . .</b>	<b>230</b>
A. Arten der Behandlung . . . . .	230
B. Ableitung der Hauptgleichung aus dem Flächensatz . . . . .	232
I. Der Flächensatz . . . . .	232
II. Der Arbeitsvorgang . . . . .	233
III. Anwendung des Flächensatzes . . . . .	235
IV. Die Hauptgleichung . . . . .	238
C. Ableitung der Hauptgleichung aus dem Energiegesetz . . . . .	238
I. Die Energiegleichungen . . . . .	238
II. Das Gefälle . . . . .	248
III. Die Wassermengen und die Wirkungsgrade . . . . .	250
IV. Die Hauptgleichung . . . . .	251
D. Allgemeine Diskussion der Hauptgleichung . . . . .	253
E. Allgemeine rechnerische Behandlung der Hauptgleichung . . . . .	257
F. Allgemeine graphische Behandlung der Hauptgleichung . . . . .	260
I. Darstellung der Diagramme . . . . .	260
II. Einige wichtige Eigenschaften der Diagramme . . . . .	262
1. Die Umfangskomponenten $c_{u_1}$ und $c_{u_2}$ und die Vertikalen $V_1$ und $V_2$ . . . . .	262
2. Der »senkrechte« Austritt . . . . .	263
3. Der »gleichschenklige« Austritt für $w_2 = u_2$ . . . . .	264
4. Vertauschung einzelner Größen . . . . .	264
5. Gleichsetzen einzelner Größen der Hauptgleichung . . . . .	267
III. Anwendungsbeispiele der Diagramme . . . . .	268
1. Bestimmung der Winkel des Eintrittsdreiecks . . . . .	268
a) Mit senkrechtem Austritt $\alpha_2 = 90^\circ$ . . . . .	268
b) Mit gleichschenkligen Austritt $w_2 = u_2$ . . . . .	269
c) Mit beliebigem Austritt . . . . .	269



d) Dasselbe für eine außergewöhnlich hohe Umfangsgeschwindigkeit, wobei $u_1 > \sqrt{2gH\varepsilon + c_2^2}$ . . . . .	270
e) Dasselbe, wenn $w_2 > \overline{Uf}$ . . . . .	272
f) Dasselbe für $u_1 > \sqrt{2gH\varepsilon + c_2^2}$ und $w_2 > \overline{Uf}$ bzw. $w_1^2 > c_1^2$ mit Diagrammanwendung nach Pfeiffer . . . . .	273
2. Bestimmung der Umfangsgeschwindigkeiten . . . . .	273
3. Bremsdiskussion einer Turbine . . . . .	274
4. Änderung des Eintrittsdreiecks bei Drehschaufelregulierung . . . . .	276
a) Der hydraulische Wirkungsgrad sei konstant . . . . .	276
b) Der hydraulische Wirkungsgrad $\varepsilon$ einschließlich der spezifischen Austrittsenergie $\alpha_2 = \frac{c_2^2}{2gH}$ sei konstant . . . . .	278
c) Die Änderung des hydraulischen Wirkungsgrades wird einer erfahrungsmaßigen Bremskurve entnommen . . . . .	279
G. Die Druckverhältnisse in der Turbine . . . . .	280
I. Berechnungsformeln . . . . .	283
II. Graphische Darstellung des Energieverlaufs nach Pfarr . . . . .	283
III. Graphische Darstellung des Energieverlaufs nach Ancona . . . . .	284
H. Zur Theorie der Gleichdruckturbinen . . . . .	286
J. Verhalten geometrisch ähnlicher, in gleichem Betriebszustand befindlicher Turbinen beim Wechsel von Gefälle, Wasserwärme, Turbinengröße und Rauheit der Kanäle . . . . .	290
I. Einleitung . . . . .	290
II. Erste Annäherung: Die Reibungsverluste in geometrisch ähnlichen Turbinen konstant und dem Gefälle proportional . . . . .	291
1. Änderung des Gefälles . . . . .	291
2. Geometrisch ähnliche Veränderung der Turbinengröße . . . . .	293
3. Anwendungen . . . . .	294
4. Vergleich der Schnelläufigkeit; die spezifische Drehzahl . . . . .	295
III. Zweite Annäherung: Berücksichtigung der Reibungsverluste nach der Bielschen Gleichung . . . . .	299
<b>V. Teil. Theorie der Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen).</b> . . . . .	307
A. Einleitung . . . . .	307
B. Darstellung der Laufräder durch Axial- und Achsnormalschnitte . . . . .	308
C. Beschreibung der Zentripetal-Vollturbine . . . . .	312
D. Darstellung des Laufrades durch Abwicklungen (Flutbahnen) . . . . .	316
E. Nachrechnung der hydraulischen Eigenschaften eines ausgeführten Laufrades . . . . .	323
I. Abnahme der Schaufelfläche durch Achsnormalschnitte . . . . .	323
II. Einzeichnung der Flutprofile . . . . .	325
III. Darstellung der Flutbahnen . . . . .	325
IV. Darstellung von Zylinderschnitten . . . . .	326
V. Bestimmung der Durchmesser, Winkel und Querschnitte . . . . .	326
F. Experimentelle Untersuchung der Turbinen . . . . .	329
I. Leistungsversuche . . . . .	329
II. Bestimmung der Flutflächen im Laufrad . . . . .	337
III. Bestimmung des Axialschubes . . . . .	340
G. Lage der Ein- und Austrittspunkte der Turbinenlaufräder . . . . .	341
I. Allgemeines . . . . .	341
II. Experimentelle Untersuchung . . . . .	347
H. Verhältnisse im Laufradeintritt bei veränderlichem Eintrittsdurchmesser . . . . .	351

I. Verteilung der Wassermengen im Laufrad bei wechselnder Beaufschlagung	353
K. Mittlerer Austrittsdurchmesser . . . . .	360
L. Nachrechnung des Leitrades aus dem Eintrittsdreieck . . . . .	362
M. Anwendung der Turbinenberechnung auf Bremsergebnisse . . . . .	364
N. Funktion der Reibung in der Hauptgleichung . . . . .	365
I. Reibungsverluste im Leitrad . . . . .	366
II. Reibungsverluste im Spalt . . . . .	366
III. Reibungsverluste im Laufrad . . . . .	367
IV. Reibungsverluste im Saugbereich . . . . .	369
V. Bestimmung der Verlustkoeffizienten . . . . .	369
O. Berechnung der Schluckfähigkeit . . . . .	373
P. Mechanische Leistungsverluste . . . . .	376

<b>VI. Teil. Konstruktionslehre der Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen)</b> . . . . .	<b>377</b>
A. Übersicht über die Aufgaben der Konstruktion . . . . .	377
I. Gegebene Grundlagen mit vorläufiger Wahl der Maschinengattung	377
II. Vorbedingungen guten Wirkungsgrades . . . . .	381
1. Übersicht an Hand der Reibungsgleichung . . . . .	381
2. Beschaffenheit der Kanäle . . . . .	383
a) Die Kanaldimensionen und die Kanalkonstante . . . . .	383
b) Die Rauheit . . . . .	384
c) Die Umlenkungsverluste . . . . .	385
d) Die Wasserverzögerungen . . . . .	391
3. Die Wassergeschwindigkeiten . . . . .	392
4. Das Breitenverhältnis $B/D$ . . . . .	395
5. Das Durchmesser Verhältnis $D_z/D_r$ . . . . .	396
6. Einfluß des Wechsels der Beaufschlagung . . . . .	397
a) Einfluß der Beaufschlagung auf die Wasserverzögerungen . . . . .	397
b) Einfluß der Beaufschlagung auf die Umlenkungsverluste . . . . .	398
c) Einfluß der Beaufschlagung auf die Umfangskomponente der absoluten Austrittsgeschwindigkeit . . . . .	398
7. Zusammenfassung . . . . .	399
III. Allgemeine Bemerkungen zu den maschinentechnischen Anforderungen	399
IV. Vorzüge der Zentripetal-Vollturbinen . . . . .	401
B. Allgemeine Anlage der Rechnung . . . . .	402
I. Übersicht . . . . .	402
II. Berechnung der reinen Zentripetal-Vollturbinen . . . . .	404
III. Studie über die günstigsten Konstruktionsannahmen für reine Zentripetal-Vollturbinen . . . . .	406
IV. Erfahrungswerte für Zentripetal-Vollturbinen . . . . .	410
1. Einleitendes . . . . .	410
2. Aufbau der Erfahrungswerte . . . . .	411
C. Berechnung und Konstruktion der Laufräder . . . . .	416
I. Rechnungs- und Konstruktionsgang eines Normallaufers mit halblangen Schaufeln . . . . .	416
1. Vorbemerkungen . . . . .	416
2. Festlegen der Wassermenge des senkrechten Austritts $Q_{\perp}$ für ein Laufrad . . . . .	417
3. Bestimmung des Kranz- und Bodenprofils . . . . .	418
4. Flutprofile und Austrittskante . . . . .	421
5. Schaufelschnitte und Eintrittskante . . . . .	423
6. Schaufelfläche . . . . .	424

	Seite
7. Nachrechnung und Prüfung des Laufrades . . . . .	426
8. Zusammenfassung . . . . .	427
II. Rechnungs- und Konstruktionsgang eines Schnellläufers mit kurzen Schaufeln . . . . .	427
1. Kranz und Bodenprofil . . . . .	428
2. Flutprofile und Austrittskante . . . . .	429
3. Schaufelschnitte und Eintrittskante . . . . .	430
III. Rechnungs- und Konstruktionsgang eines Langsamläufers mit halb- langen Schaufeln . . . . .	430
IV. Festigkeitsberechnung und Herstellung der Laufräder . . . . .	432
1. Allgemeines . . . . .	432
2. Berechnung der Blechstärken . . . . .	432
3. Herstellung der Blechschaufeln . . . . .	438
4. Laufradboden und Laufradkranz . . . . .	439
5. Auswuchten der Laufräder . . . . .	442
D. Berechnung und Konstruktion der Leiträder . . . . .	443
I. Austrittswinkel $\alpha_0$ . . . . .	443
II. Schaufelform am Austritt . . . . .	445
III. Drehschaufelregulierung . . . . .	445
1. Austrittswinkel $\sigma_0$ . . . . .	445
2. Schaufelform . . . . .	446
3. Schaufel mit Bohrung . . . . .	447
4. Schaufel mit Zapfen . . . . .	450
5. Der Wasserdruck und sein Moment auf die Drehschaufel . . . . .	451
6. Beschreibung des Regulierantriebes . . . . .	457
a) Antrieb der Schaufeln . . . . .	457
b) Antrieb des Regulierendes . . . . .	463
7. Berechnung des Regulierantriebes . . . . .	467
8. Weitere Ausgestaltung der Leiträder . . . . .	474
IV. Andere Regulierungen . . . . .	476
E. Wegführung des Wassers vom Laufrad . . . . .	478
I. Das Saugrohr . . . . .	478
1. Allgemeines . . . . .	478
a) Aufstellung der Turbine über dem Unterwasser . . . . .	478
b) Verzögerung des Wassers vom Laufradaustritt zum Unterwasser . . . . .	480
2. Formgebung des Saugrohres . . . . .	481
a) Übergang vom Laufrad zum eigentlichen Saugrohr . . . . .	481
$\alpha$ ) Saugrohranschluß bei Schnellläufern . . . . .	482
$\beta$ ) Saugrohranschluß bei Normalläufern . . . . .	483
$\gamma$ ) Saugrohranschluß bei Langsamläufern . . . . .	483
b) Das eigentliche Saugrohr . . . . .	483
3. Herstellung des Saugrohres . . . . .	488
a) Das gerade Saugrohr . . . . .	488
b) Das gekrümmte Saugrohr . . . . .	490
II. Vorrichtungen zur Anpassung an das Hochwasser . . . . .	492
1. Hochwasserturbine . . . . .	492
2. Ejektor . . . . .	493
III. Der Untergraben . . . . .	495
F. Zuführung des Wassers zum Leiträd und Aufbau der Turbinen . . . . .	496
I. Offene und halboffene Turbinen . . . . .	496
1. Allgemeines . . . . .	496
2. Einbau in die Turbinenkammer . . . . .	502
a) Die einfache vertikale Turbine . . . . .	502

	Seite
b) Die mehrfache vertikale Turbine . . . . .	503
c) Die einfache horizontale Turbine . . . . .	504
d) Die mehrfache horizontale Turbine . . . . .	506
II. Geschlossene Turbinen . . . . .	507
1. Allgemeines . . . . .	507
2. Kesselturbinen . . . . .	508
3. Spiralturbinen . . . . .	509
a) Querschnittsermittlung des Spiralgehäuses . . . . .	509
b) Konstruktive Bemerkungen zur Spiralturbine . . . . .	515
4. Zuleitung des Wassers zu den geschlossenen Turbinen . . . . .	516
G. Die Turbinenwelle und ihre Lagerung . . . . .	517
I. Befestigung des Laufrades auf der Welle . . . . .	517
II. Drehmoment an der Turbinenwelle . . . . .	518
III. Axialbelastung der Turbinenwelle . . . . .	518
IV. Bieungsbeanspruchung der Turbinenwelle . . . . .	525
V. Zapfenlagerung der Turbinenwelle . . . . .	527
1. Allgemeines . . . . .	527
2. Der zulässige Auflagerdruck . . . . .	528
3. Die Reibungsarbeit . . . . .	535
4. Lagerkonstruktionen . . . . .	537
a) Traglager . . . . .	537
b) Halslager . . . . .	539
c) Spurlager . . . . .	539
H. Die Kegelräder und ihre Lagerung . . . . .	541
I. Die mechanischen Leistungsverluste . . . . .	542
I. Der Spaltverlust . . . . .	542
II. Die Radseitenreibung . . . . .	545
III. Die Lagerreibung . . . . .	546
IV. Die Stopfbüchsenreibung . . . . .	547
V. Zusammenfassung . . . . .	548
<b>VII. Teil. Die Tangential-Teilturbinen (Becher-Pelton-Freistrahlturbinen)</b> . . . . .	<b>550</b>
A. Allgemeines . . . . .	550
B. Berechnungsgang . . . . .	552
I. Bestimmung der Schaufelteilung . . . . .	553
II. Angenäherte Bestimmung des Wasserweges . . . . .	554
III. Richtung der Ein- und Austrittskanten . . . . .	555
IV. Genauere Bestimmung des Wasserweges . . . . .	557
1. Grundlagen . . . . .	557
2. Konstruktion . . . . .	559
C. Berichtigung der rechnungsmaßigen Ausführung durch den Versuch . . . . .	562
I. Experimentelle Bestimmung der besten Schaufelform . . . . .	562
II. Experimentelle Untersuchung der günstigsten Arbeitsweise der Schaufeln am Laufrad . . . . .	565
III. Zahl und Stellung der Düsen und der Abfluß des Betriebswassers . . . . .	566
D. Die Konstruktion der Tangential-Teilturbinen . . . . .	567
I. Zuführung des Wassers und Leitapparat . . . . .	567
II. Das Laufrad . . . . .	573
1. Form der Schaufeln oder Becher . . . . .	573
2. Zahl der Schaufeln und günstigster Raddurchmesser . . . . .	576
III. Das Saugrohr der Gleichdruckturbinen . . . . .	576

## Verzeichnis der Tafeln.

### Zentripetal-Vollturbinen.

- Taf. 1. Schaufelplan Laufrad „A“;  $n_s = 230$ ; kurze Schaufeln. M. 1 : 5 (s. S. 325 ff., 343 ff., 347 ff.).
- Taf. 2. Schaufelplan Laufrad „C“;  $n_s = 210$ ; halblange Schaufeln. M. 1 : 3 (s. S. 416 ff.).
- Taf. 3. Schaufelplan Laufrad „D“;  $n_s = 325$ ; kurze Schaufeln. M. 1 : 3 (s. S. 427 ff.).
- Taf. 4. Schaufelplan Laufrad „E“;  $n_s = 60$ ; halblange Schaufeln. M. 1 : 2 (s. S. 430 f.). Bestimmung des absoluten Wasserwegs bei einem Langsamläufer. M. 1 : 4 (s. S. 173).
- Taf. 5. Schaufelplan des Laufrades der Turbine Raabklamm (Taf. 35, Abb. 6). (Andritz.)  $n_s = 108$ . M. 1 : 5 (s. S. 323, 408, 432).
- Taf. 6—8. Studie an reiner Zentripetal-Vollturbine (s. S. 406 ff.).
- Taf. 9. Strömung konstanter Energie im Leitapparat einer offenen Turbine und Bestimmung des auf eine Leitschaufel wirkenden Wasserdrucks. M. 1 : 2 (s. S. 455 f.).
- Taf. 10. Zerlegung der Kräfte im Reguliergestänge für Öffnen und Schließen mit und ohne Reibung. M. 1 : 4 (s. S. 471 f.).
- Taf. 11. Versuche über Rohrreibung nach Saph und Schoder (s. S. 103). Strömung konstanter Energie im Leitapparat einer Spiralturbine und Bestimmung des auf eine Leitschaufel wirkenden Wasserdrucks. M. 1 : 3 (s. S. 457).
- Taf. 12. Leitapparat einer Turbine im Ringgehäuse. Innenregulierung (Andritz). M. 1 : 5 (s. S. 450).  
Leitapparat einer Spiralturbine (Raabklamm, Taf. 35, Abb. 6). Außenregulierung (Andritz). M. 1 : 5 (s. S. 447, 450).
- Taf. 13. Leitapparat mit langen Lenkern; (Sagan Abb. 611, S. 491). (Hansenwerk.) M. 1 : 5 (s. S. 458 f., 464).
- Taf. 14. Einbauarten offener Vertikalturbinen mit Kegelradübersetzung und Betonsaugrohr (Voith) (s. S. 490 ff., 499, 502, 539, 541 f.).
- Taf. 15. Schnitt durch offene Vertikalturbine (Riva). M. 1 : 15 (s. S. 441, 461 f., 539). Schnitt durch offene Vertikalturbine (Hansenwerk). M. 1 : 20 (s. S. 441, 476, 488, 539).
- Taf. 16. Reguliersäule (Riva) M. 1 : 15.  
Kegelräder mit Untergriff (Hansenwerk). M. 1 : 20 (s. S. 541 f.).  
Lagerbalken (Hansenwerk). M. 1 : 20.
- Taf. 17. Anlage „Burgau“ mit 3 offenen Vertikalturbinen und Kegelradübersetzung (A. G. K.). M. 1 : 300 und 1 : 20 (s. S. 499, 541).
- Taf. 18. Zwillingvertikalturbine „Lechbruck“ (M. A. N.). M. 1 : 200 (s. S. 503, 541).  
Zwillingvertikalturbine „Aue“ (E. W. C.) M. 1 : 200 (s. S. 499, 503 f.).
- Taf. 19. Zweikranzturbine Voith-Osterlen. M. 1 : 15 (s. S. 440, 461, 492 f.).
- Taf. 20. Einbauarten offener horizontaler Einfach- und Zwillingsturbinen (Voith) (s. S. 492, 499, 506).
- Taf. 21. Offene horizontale Turbine; Krümmer im Haus (Voith). M. 1 : 15 (s. S. 461, 483, 490, 506).
- Taf. 22. Offene horizontale Turbine; Krümmer im Schacht (Voith). M. 1 : 15 (s. S. 461, 483, 490, 506).
- Taf. 23. Horizontale Zwillingsturbine „Tubingen“ (Hansenwerk). M. 1 : 15 (s. S. 401, 441, 506).
- Taf. 24. Horizontale Dreifachturbine „St. Lorenzen“ (Rüsch). M. 1 : 40.
- Taf. 25. Aufnahmen von Laufrädern und Leitapparaten verschiedener Firmen (s. S. 432, 492).
- Taf. 26. Aufnahme einer vertikalen Zwillingsturbine (Voith), dreier einfacher Horizontal-turbinen (Hansenwerk und Leobersdorf) (s. S. 503, 506).

- Taf. 27. Aufnahme einer Zweifachturbine (Hansenwerk), dreier Zwillingturbinen (Hansenwerk, Riva, Leobersdorf) (s. S. 486).
- Taf. 28. Aufnahmen der Vierfachturbinen „Moosburg“ (Voith), „Alt Oels“ (Hansenwerk), „Augst“ (E. W. C.), „Amperwerke“ (E. W. C.) (s. S. 401, 501, 506).
- Taf. 29. Geschlossene Horizontalturbine mit Stirnzulauf „Ludinowo“ (Hansenwerk). M. 1 : 15 (s. S. 507 ff.).
- Taf. 30. Einbau der Stirnturbine „Ludinowo“ (Hansenwerk). M. 1 : 60 (s. S. 496, 507 ff.).
- Taf. 31. Einbauarten offener und geschlossener Zwillingturbinen (Hansenwerk und E. W. C.) (s. S. 506, 507).
- Taf. 32. Kesselturbine „El Molinar“ mit axialem Stirnzulauf (Voith). M. 1 : 40 (s. S. 401, 461, 507 ff.).  
Kesselturbine „Bolarque“ mit radialem Zulauf (Hansenwerk). M. 1 : 40 (s. S. 507 ff.).
- Taf. 33. Spiralturbinen verschiedener Gehäuseform (Voith) (s. S. 516).  
Doppelspiralturbine „Schaffhausen“ (E. W. C.). M. 1 : 30 (s. S. 516).
- Taf. 34. Spiralturbine im Blechgehäuse (A. G. K.). M. 1 : 15 (s. S. 465, 507, 515 f.).
- Taf. 35. Spiralturbine im Gußgehäuse (Hansenwerk). M. 1 : 20 (s. S. 447, 509, 515).  
Spiralturbine im Gußgehäuse „Raabklamm“ (Andritz). M. 1 : 25 (s. S. 447, 509, 515).  
Stufenturbine „Wiesberg“ (Kolben & Co., Prag). M. 1 : 60 (s. S. 379).
- Taf. 36. Doppelspiralturbine „Andelsbuch“ (Rüsch). M. 1 : 40 (s. S. 507, 516).
- Taf. 37. Zwillingspiralturbine „Tokyo“ (E. W. C.). M. 1 : 45 (s. S. 447, 507, 516).
- Taf. 38. Aufnahmen der Kugelturbine „Gottesgabe“ (Rüsch), Frontalturbine „Stave Lake“ und „Sao Paolo“ (E. W. C.) und einer Kesselturbine mit Außenregelung (Hansenwerk) (s. S. 507 ff.).
- Taf. 39. Aufnahmen von Spiralturbinen (Hansenwerk, Ganz, Riva) (s. S. 507).
- Taf. 40. Desgl. (Rüsch, Hansenwerk, E. W. C.) (s. S. 507).
- Taf. 41. Desgl. (Riva, Piccard, Voith) (s. S. 467, 507 u. 516).
- Taf. 42. Stehlager mit Ringschmierung. M. 1 : 5 (s. S. 537).  
Drehkammlager mit Ringschmierung und Wasserkühlung (Hansenwerk). M. 1 : 5 (s. S. 506, 537).
- Taf. 43. Halslager mit Ringspur für Obergriff (Hansenwerk). M. 1 : 5 und 1 : 10 (s. S. 539).
- Taf. 44. Halslager mit Ringspur für Untergriff (Hansenwerk). M. 1 : 5 (s. S. 539).
- Taf. 45. Aufgehängter Spurzapfen (Hansenwerk). M. 1 : 5 (s. S. 539).
- Taf. 46. Trag- und Drucklager für Spiralturbinen (Andritz). M. 1 : 5 (s. S. 538).
- Taf. 47. Ringschmierlager mit Kugelspur (Hansenwerk). M. 1 : 4.  
Geschlossenes Endlager (Voith). M. 1 : 4.  
Wasserkühlung eines Kammzapfens (Hansenwerk). M. 1 : 5 (s. S. 537 f.).

### Tangential-Teilturbinen.

- Taf. 48. Turbine „Besshi Mine“ mit Nadelregelung und Nebenauslaß (Voith). M. 1 : 25 und 1 : 10 (s. S. 568, 572 f.).
- Taf. 49. Zwillingturbine „Sillwerke“ mit Zungenregelung (Prager Maschinenbauaktiengesellschaft). M. 1 : 40 (s. S. 568).
- Taf. 50. Turbine „Adamello“ mit Schwenkdüse (E. W. C.). M. 1 : 50 (s. S. 573).
- Taf. 51. Turbine „Arniberg“ (Bell). M. 1 : 30 und 1 : 10 (s. S. 572 f.).
- Taf. 52. Zweidüsige Turbine „Tokyo“ (E. W. C.). M. 1 : 25.  
Turbine „Brusio“ (Campocologno) (E. W. C.).  
Vierdüsige Vertikalturbine „Biaschina“ (E. W. C.) (s. S. 567).
- Taf. 53. Aufnahmen von Becherturbinen (Voith, Hansenwerk, E. W. C., Riva) (s. S. 567, 572).
- Taf. 54. Aufnahmen von Becherturbinen (Riva, Breuer) (s. S. 573).
- Taf. 55. Ermittlung des auf dem Becher einer Tangentialteilturbine zurückgelegten Wasserwegs (s. S. 557 ff.).

## Sachverzeichnis.

Turbintentechnische Angaben ohne näheren Hinweis gelten für Zentripetal-Vollturbinen (Francisturbinen).

- Abgelenkter Strahl, Kraftwirkungen des — 155 f.
- Ablesungsfehler bei Flüssigkeitshohen durch Luftsack 38.  
durch Meniskus 36.  
durch Oberflächenspannung 36.  
durch Spiegelung 37.
- Abnützung der Eisenteile 20, 400.
- Abreißen des Wasserfadens 93.
- Absoluter Druck 29.
- Absolutes Maßsystem 12 ff.
- Absorption der Luft 20.
- Absperrschieber 516.
- Abwicklungen der Flutbahnen 322 f.
- Achsnormalschnitt 311 f., 323 f.
- Ahnlichkeitsgesetz 99 f.  
— Anwendung auf Turbinen 290 ff.
- Anconadiagramm 284 f.
- Anfressungen der Eisenteile, s. a. Abnützungen 21 f.
- Arbeit (allgemein) 54, 183.  
bei Wasserströmungen in Turbinen 242 ff.  
-abgabe an Ablenkungsfläche 181 ff.  
-sgleichung 59 f.  
  Anwendung derselben 60 ff.  
-leistung 61, 181 ff., 250.  
-sprozeß, s. Arbeitsgleichung.  
-sverlust, s. Leistungsverlust.  
-svermogen (allgemein) 53.  
  der Bewegung 55.  
  des Drucks 55.  
  der Lage 54.  
  mechanisches 57.  
  relatives 178 f., 241 ff.  
-swirkung, s. Arbeitsleistung.
- Atmosphäre (atmosphärischer Druck) 29.
- Auflagerdruck 527 f.
- Auftrieb 35, 143.  
-maschinen 192.
- Ausdehnung durch Wärme, s. Dichte.
- Ausfluß 88, 89.  
  aus Bodenöffnungen 89, 125 ff.  
  aus Dusen 125 ff.  
  aus Seitenöffnungen 128 ff.  
  -geschwindigkeit 125.  
  -koeffizient 125 f.  
  -querschnitt 125, 130.
- Ausfluß, Poncelet- 129 f.
- Ausgleich der Regulierkräfte 465 f.  
  -schacht 497.
- Außenregulierung 450, 462 f., 507.
- Austritt aus dem Laufrad (gemischter) 197 f., 222, 401.  
  gleichschenkliger 259, 264, 345 f.  
  senkrechter 259, 263, 345 f.  
  mit Parallelführung (Evolvente) 408, 481.  
  mit Verjüngung 481.  
  -sdreieck 9, 234, 258 ff.  
  -sdurchmesser 315.  
    mittlerer 360 f.  
  -senergie 5, 9, 259, 278, 289, 392.  
    der Becherturbine 289, 552, 574.  
  -geschwindigkeit 5, 8, 240, 259.  
  -skante 309, 341 f., 421 f.  
    der Becherturbine 555 f.  
  -smitte 341.  
  -sprofil A. P. (-kantenprofil) 310.  
    effektives 360 f.  
    Schwerpunkt desselben 360 f.  
  -spunkt 234.  
    Lage des Austrittspunktes 341 ff.  
  -squerschnitte 326 f., 343 f.  
  -sverlust, s. a. Austrittsenergie 249.  
  -svertikale  $V_2$  262.  
  -swinkel aus dem Leitrad 445.  
    der Becherturbine 552, 574.
- Auswuchten der Laufräder 442.
- Axialbelastung der Welle 518 ff., 546.  
  -schnitt 309, 311.  
  -schub, experimentelle Bestimmung 340 f.  
    rechnerische Bestimmung 518 ff.  
    Maßnahmen zur Verminderung 504, 523 f.
- turbine 193.
- Beanspruchung, zulässige, s. Materialbeanspruchung.
- Beaufschlagung 333 f.
- Wechsel der Beaufschlagung 353 ff., 396 ff.
- Becherturbine 550 ff.  
  -dimensionen 575.  
  -form (allgemein) 562 f., 573 f.  
    für vertikale Turbine 567.

- Becherschneide 551 ff., 563.  
   -teilung 553 f.  
   -zahl 576.  
 Beimengungen des Wassers 22.  
 Bernoullisches Gesetz (Gl. 65) 51, 64.  
 Beschleunigung, Coriolis-, s. Zusatzbeschleunigung.  
   Erd- 13.  
   Relativ- 175.  
   Tangential- 175.  
   Umfangs-, s. Tangentialbeschleunigung.  
   Winkel- 174.  
   Zentrifugal- 177.  
   Zusatz- 175.  
   Zusammensetzen der Beschleunigungen, s. Deviationen.  
   -sarbeit 242 f.  
   -skraft 136 f., 172 f.  
   -verlust 113 ff.  
 Betonsaugrohr 484, 492.  
 Bielsche Gleichung 104 ff.  
   —  $r$  Reibungskoeffizient 107.  
   — Tabelle dazu 111.  
 Blasius, Anwendung des Ähnlichkeitsgesetzes 100, 102.  
 Bodenkante 309.  
   -öffnung 125 f.  
   -profil 310, 418 ff.  
 Borda-Carnotscher Satz 117 f.  
 Boydenturbine 195 f., 216.  
 Breitenverhältnis 395 f.  
 Bremse, Pronysche 274, 330.  
   Wasser- 153 ff.  
 Bremsversuche 329 ff.  
   — Vergleich mit Turbinenberechnung 274, 364 f.  
 Bruchsicherung 400, 467.  
 Carnotscher Satz 117 ff.  
 C. G. S. System 12 ff.  
 Charakteristik, s. spez. Drehzahl  
 Chemische Eigenschaften des Wassers 21.  
 Chemische Energie 53.  
 Cipoletti-Überfall 134.  
 Corioliskraft, s. Zusatzkraft.  
 Dampfbildung 19.  
 Danaide 84 f.  
 Darcysche Reibungsformel 112.  
 Deckherr-Regulierung 218.  
 Deviationen 173 ff.  
 Diagrammdarstellung der Hauptgleichung s. a. S. XII, 260 ff.  
 Diagramm der Gleichdruckturbine 290.  
 Dichte des Wassers 13.  
 Dichtung am Saugrohr 488.  
   im Spalt 543.  
 Differentialmanometer 79.  
 Diffusor, s. a. Ejektor 216.  
   -wirkung 342.  
 Drehbolzen, allgemeine Berechnung 448 f.  
 — Beanspruchung durch besondere Belastung 474 f.  
 Drehlager 537 f.  
 Drehmoment an der Turbinenwelle 518.  
   größtes 400.  
 Drehschaufel, s. a. Leitschaufel 313.  
   -regulierung 313, 445.  
   Antrieb der — 475 ff.  
   Wasserdruck auf die — 448, 451 ff.  
 Drehzahl.  
   — Änderung mit Gefälle 291 f.  
     Turbinengröße 293.  
   Durchgeh-, s. Leerlaufdrehzahl.  
   Einheits- 293.  
   günstigste — der Turbine 8, 394 f., 398.  
     des Wasserrades 3 ff.  
   Leerlauf- 333, 400.  
   spezifische — 295 ff.  
   gesteigerte spezifische — 412.  
 Drehzapfen 450 f.  
 Drosselklappe 516.  
   Druck auf die — 32.  
 Druck (Wasser-) auf Flächen 30 ff.  
   auf Gefäßwände 35.  
   im Innern bewegten Wassers 71.  
   -höhe 280.  
   -energie 55.  
   Flächendruck-Auflagerdruck 527 ff.  
   -gefälle 248.  
   -lager 538.  
   -messung, s. S. IX, X.  
   Reaktionsdruck 142 f.  
   -regulierung, s. Nebenauslaß.  
   resultierender — 30 f.  
   -röhre, dynamische 75.  
   spezifischer — 527.  
   -verhältnisse in der Gleichdruckturbine 286.  
 — Überdruckturbine 280.  
   -verteilung in Wasserströmungen 157 ff.  
 Durchfluß durch Gefäße 89 ff., 136 ff.  
   bei gleichförmigen Querschnitten 93 ff.  
   bei wechselnden Querschnitten 113 ff.  
 — Widerstandszahlen 104 ff.  
 Durchmesser des Laufrades, s. Laufraddurchmesser.  
   -verhältnis 396.  
 Düse 126, 567 ff.  
   -nausfluß 127.



- Düsenneigung 128.  
   -nform 126, 569 ff.  
   -nquerschnitt 568.  
   -nwinkel 571.  
   -nwirkungsgrade 570.  
 — Zahl und Stellung der Düsen bei Becherturbinen 566.  
 Dynamischer Druck, s. Druck.  
 Dynamische Druckröhre 75.  
 Dyne 12.
- Effektive Leistung 250, 274.  
   -r Wirkungsgrad 250, 274.  
 Eigenschaften des Wassers, s. S. IX.  
 Einbau der Turbinen 496 ff.  
   geschlossen 507 ff.  
   halboffen 496.  
   horizontal 504 ff.  
   offen 496 ff., 504 ff.  
   vertikal 502 ff.  
 Einheitsdrehzahl 293, 411 ff.  
   -leistung 294.  
   -radius, hydraulischer 301.  
   -wassermenge 293, 411 f.
- Einsteigschacht 22, 506.  
 Eintritt glatt (umlenkungsfrei) 367 ff., 398.  
   mit Umlenkung 367 ff.  
   -sdreieck 234.  
     der Becherturbine 551.  
     bei wechselnder Beaufschlagung 276 f., 364, 374.  
   -sdurchmesser 315, 351.  
   -sgeschwindigkeit 281.  
     der Gleichdruckturbine 286 f., 550.  
   -skante 309, 341, 423.  
     beim Becher 555 f.  
   -smitte 341.  
   -sparabel 278, 364, 374, 398.  
   -sprofil 310, 351.  
   -spunkt 233, 341 ff.  
   -svertikale  $V_1$  262.  
   -swinkel 258 ff., 274.  
     bei Becherturbine 552, 574.  
   Anderung der — 430.
- Eis, Dichte des — 24.  
   -bildung und -verhütung 24, 400.
- Ejektor 493 ff.  
 Endlager 537.  
 Endzapfen 539.  
   mit Wasserkühlung 537.
- Energie, s. a. Arbeitsvermögen.  
   Bewegungs- 55 ff.  
   Druck- 55.  
   -fluß, größter durch eine Leitung 124.  
   Geschwindigkeits- 55 f.
- Energiegesetz 52.  
   -gefälle 248.  
   -gleichung 58, 238, 246.  
   kinetische 55 f.  
   -linie 90 f.  
   Lagen- 54 f.  
   mittlere 62, 65 f.  
   potentielle 54 f.  
   -verlauf nach Ancona 284.  
     nach Pfarr 283.  
   -verteilung 64 f.
- Entlüftung der Turbinenkammer 501.  
 Entwässerung der Turbinenkammer 499.  
   des Turbinengehäuses 516.
- Erdbeschleunigung 13.  
 Evolventenförmige Kanalbegrenzung 405, 408, 481.
- Eulersche Gleichungen, hydrostat. 26 ff.  
   hydrodynam. 49 ff.
- Fallbeschleunigung 13.  
 Fernrohrniveau 68.  
 Festigkeit, s. Materialbeanspruchung.  
 Finksche Drehschaufeln 313, 445 ff.  
   Geschichtl. 223.
- Flächendruck, s. Druck.  
 Flächensatz 141, 233 ff.  
 Flügel, hydrometrische 74 f.
- Flutbahn 316.  
   Abwicklung der — 322  
   Darstellung der — 325.  
   bei Wechsel der Beaufschlagung 353.
- Flutfläche 316 ff.  
   Experimentelle Bestimmung der — 337.
- Flutprofil 316 f., 321 ff.  
   äußeres ( $l_a$ ) 421.  
   bei Neuentwurf 421.  
   bei Wechsel der Beaufschlagung 353.  
   für reibungsfreie Strömung 316 ff.
- Flüssigkeitsdruck, s. Druck.  
   -messung, s. Messung.  
   -strömung, s. Strömung.
- Fourneyronturbine 215.  
 Francisturbine, Geschichtl. 222.  
   s. a. Zentripetal-Vollturbine S. XIII ff.
- Freihängen der Becherturbine 289, 576.
- Freilaufventil, s. Nebenauslaß.
- Freistrahlturbine, s. S. XVI.
- Fresesche Überfallversuche 133.
- Frontalturbine 507 f.
- Gefälle 248 f.  
   Druck- 248.  
   Energie- 248.  
   Geschwindigkeits- 248.

- Gefälle, Ideelles — 252.  
   Kanal- 124.  
   -smessung 70.  
   Netto- 249.  
   Unterteilung des — 296 f., 379.  
   -sverlust = Reibungshöhe 252.  
   -svermehrer, s. Ejektor.  
   und Wirkungsgrad 299 ff., 390 ff.  
 Gesamtdruck, s. kombinierte Druckhöhe.  
   -leistung 250.  
   -wassermenge 250.  
 Geschlossene Turbine 507 ff.  
 Geschwindigkeit, absolute — 4, 168.  
   Austritts- 5, 8, 240, 259.  
   charakteristische 292, 411 f.  
   Eintritts- 4, 281, 286.  
   Grenz-, s. kritische Geschwindigkeit.  
   ideelle 125.  
   kritische 94 ff., 154.  
   mittlere 64 ff.  
   Relativ- 167 ff.  
   spezifische, s. charakteristische.  
   -sdruck 77.  
   -senergie 55 f.  
   -sgefälle 248.  
   -shöhe 76 f.  
   -skoeffizient 125.  
   -spotential 50.  
   -sverteilung.  
     bei gekrümmter Strömung 160.  
     bei geradliniger Strömung 64, 66 f.  
   Umfangs-, s. Umfangsgeschwindigkeit.  
   Winkel-, s. Winkelgeschwindigkeit.  
     bzw. Drehzahl.  
 Gewicht, Änderung (Dichte) 13.  
   -seinheit (Gewichtskilogramm) 12.  
   spezifisches 12.  
 Gezeitenmotor 192.  
 Gleichdruckturbine, s. a. Tangential-  
   Teilturbine S. XVI, 200 ff., 286 ff.  
   Berechnungsformeln der — 286 f.  
   Diagramm der — 290.  
   Druckverhältnisse der — 286 f.  
   Saugrohr der — 288, 576.  
   Theorie der — 286.  
 Gleichgewicht der inneren Reibungs-  
   kräfte 148.  
   -sbedingungen einer strömenden Flüssig-  
   keit 49 ff.  
   -szustand ruhenden Wassers 26 ff., 41 ff.  
 Gravitationsgesetz 27.  
 Gregottiüberfall 135.  
 Grenzgeschwindigkeit, s. kritische Ge-  
   schwindigkeit.  
 Grenzturbine 204.
- Grundeis 24, 400.  
 Halboffener Turbineneinbau 496.  
 Halslager 539.  
 Handlochdeckel (s. a. Mannloch) 491.  
 Hänel turbine 204, 220.  
 Hängespur 539.  
 Hansensche Überfallwassermengen 131 ff.  
 Hauptgleichung 238, 251.  
   Ableitung der — aus Energiegesetz 238 ff.  
   Flächensatz 232 ff.  
   Diskussion der — 253.  
   Graphische Darstellung der — 260 ff.  
   Rechnerische Behandlung der — 257 ff.  
 Hauptströmung 62.  
 Heberturbine 501.  
 Henschel- (Jonval-) turbine 217.  
 Herkulesturbine 222, 312, 384.  
 Höchstgeschwindigkeit in einem Durchfluß-  
   querschnitt 91 f.  
 Hochwasserturbine 492.  
 Höhenmessung 68 ff.  
 Horizontale Turbine 207.  
   Einbau derselben 504 ff.  
 Howdturbine 221.  
 Hydraulischer Einheitsradius 301.  
   -e Leistung 250.  
   -er Luftkompressor 209.  
   -er Radius 73, 106.  
   -er Widder 208.  
   -er Wirkungsgrad, s. a. Wirkungsgrad 250.  
 Hydrodynamik, s. S. IX f.  
   höhere 25, 47 ff., 230 ff.  
   Bedeutung derselben für die Wasser-  
   kraftmaschinen 320.  
 Hydrometrie, s. Messung.  
 Hydrometrische Fahnen 82.  
   Flügel 74.  
 Hydropulsor 208.  
 Hydrostatik, s. S. IX.  
 Hydrovolve 190.  
 Ideelles Gefälle 252.  
   -e Geschwindigkeit 125.  
   -e Schaufelfläche 352.  
 Jonvalturbine 217.  
 Kammlager 527, 537.  
 Kammzapfen 527.  
 Kanalbeschaffenheit (Laufradkanal) 383 ff.  
   -dimensionen (Laufradkanal) 383.  
   -gefälle 124.  
   -konstante 106, 383.  
   -wage, s. Wasserwage.

- Kapillarität 36 f.  
 Kegelrad 525, 541.  
   -geräusch 541.  
 Keil 473, 517.  
 Kesselturbine 507 f.  
 Kinetische Energie, s. Bewegungsenergie.  
 Kniehebelwirkung beim Leitschaukelantrieb 460, 473.  
 Knierohr 120.  
 Knopturbine 204, 220.  
 Kohäsion des Wassers 19, 497.  
 Kombinierte Druckhohe 76.  
 Kompressibilitätskoeffizient 15.  
 Kontinuitätsbedingung 49, 403.  
 Kontraktion 119.  
   -skoeffizient 125.  
   -verluste 368, 389 f.  
 Korrosion 20 f.  
 Kraft, Beschleunigungs- 174, 176 ff.  
   Coriolis-, s. Zusatzkraft.  
   -feld 27 f.  
   Umfangs- 155 f., 181 ff.  
   -wirkungen bewegten Wassers 136, 142.  
     gesamte 176 f.  
     bei wechselnder Geschwindigkeit 164.  
   Zentrifugal- 42 ff.  
   Zusatz- 175.  
 Kranzkante 309.  
 Kranzprofil 310, 420.  
 Kranzspalt 440.  
 Kritische Geschwindigkeit in Rohren 94 ff.  
   zwischen parallelen Wänden 154.  
   Versuche von Reynolds 96 ff.  
 Kropfgerinne 190.  
 Krümmer 120 f., 157 ff.  
   Betonkrümmer 484, 490 ff.  
   Doppelkrümmer 486 f.  
   Krümmerform 487.  
   Saugrohr- 490 ff.  
   -verluste 120 f.  
 Kugellager 534 f., 538.  
 Kugelturbine 509.  
 Kulisseneinlauf 190.  
 Kurvenzeiger 322.  
  
 Labyrinthdichtung 543.  
 Lagendruck 47, 58.  
   -energie 53.  
   -gefälle 248.  
 Lager, Dreh- 537.  
   Druck- 538.  
   geschlossene 538.  
   Hals- 539.  
   Kugel- 534 f., 538.  
  
 Lager, Preßöl- 532 f.  
   -reibung 535.  
   -reibungsarbeit 546.  
   -koeffizient 529 f.  
 Spur- 539.  
 Traglager 537.  
   wassergekühlte 537.  
 Langsamläufer 296 f.  
   Laufprofil des —s 314.  
   Lauftraktionskonstruktion des —s 430.  
   Konstruktionsunterlagen 411 ff.  
   spezifische Drehzahl des Langsamläufers 296.  
 Langsche Reibungsformel 107.  
 Laufrad, Achsnormalschnitt 311, 323 f.  
   Austrittsenergie, s. Austrittsenergie.  
   Austrittskante, s. Austrittskante.  
   Auswuchten 442.  
   Axialschnitt 309, 311.  
   Befestigung auf der Welle 517 f.  
   Berechnung 416 f.  
     der Becherturbine 552 ff.  
   Bodenkante 309.  
   Bodenprofil 310, 418 ff.  
   Darstellung zeichnerisch 308 ff.  
     der Becherturbine 564, 575.  
   Durchmesser 315.  
     der Becherturbine 553.  
   Eintrittskante 309, 341, 423.  
     der Becherturbine 555 f.  
   Erfahrungswerte 410 f.  
     der Becherturbine 575 ff.  
   Festigkeit 432.  
   Herstellung 432, 438 f.  
   Kranzkante 309.  
   Kranzprofil 310, 324.  
   -modell 310 f.  
   -nabe 517.  
   -nachrechnung 347, 426.  
   -profil 309, 314.  
   -schaukel, s. Schaukel.  
   -taster 324.  
   -untersuchung experimentell 347.  
     der Becherturbine 565.  
   -verluste 369 ff.  
 Leerlaufdrehzahl 331, 400.  
 Leistung, s. a. Wirkungsgrad.  
   Anderung mit Drehzahl 170, 331 ff.  
   Gefälle 291, 336.  
   Turbinengröße 293.  
   Wirkungsgrad 299 ff.  
   effektive 250.  
   Einheits- 293.  
   gesamte 250.  
   hydraulische 250.

- Leistungsverlust durch Lagerreibung 250 f., 546 f.  
 Radseitenreibung 250 f., 545 ff.  
 Spaltverlust 250 f., 542 ff.  
 Stopfbüchsenreibung 250 f., 547 f.  
 -versuche 274, 329 ff.  
 Leitapparat, s. Leiträd.  
 der Becherturbine 567 ff.  
 Leiträd, s. a. Leitschaufel und Regulierung.  
 -deckel 476.  
 -lager 503.  
 -schaufelspitzendurchmesser 313, 444.  
 -untersatz 476.  
 -winkel  $\alpha$  362, 443 ff.  
 Leitschaufel.  
 Antrieb durch Lenker 458 ff.  
 Stein 457 f.  
 Festigkeit 448 f.  
 Formgebung 445 ff.  
 mit Bohrung 447 ff.  
 mit Zapfen 450 f.  
 Wasserdruck auf — 451 ff.  
 Drehmomentbestimmung experimentell 451 ff.  
 rechnerisch 456, 467 ff.  
 Libelle 69.  
 Lichte Weite 329.  
 Löffelrad 24, 200, 210.  
 Luftabsaugung 501.  
 Luftausscheidung 479 f.  
 Lufttrichterbildung 20, 500 f.  
 Mannloch 491.  
 Druck auf — 32.  
 Manometer 40 f.  
 Masse 12 f.  
 Maßeinheiten 12 ff.  
 Maßsysteme 11, 14, 29.  
 Materialbeanspruchung der Drehbolzen 448.  
 der Leitschaufeln 449, 451.  
 der Spannschaufeln 516.  
 der Welle 518.  
 Mechanisches Arbeitsvermögen 57.  
 -r Wirkungsgrad 251.  
 -e Verluste 376, 548.  
 Mehrfachturbine 205, 503, 506.  
 Meniskus 36 f.  
 Messung, s. S. X.  
 Mittelzapfen 539.  
 Nabe 517 f.  
 Nadeldüse 568.  
 Nebenauslaß 573.  
 Nettogefälle 90, 149, 249.  
 Niveaufläche 27 f., 62, 146.  
 Nivellierinstrument 68 f.  
 Normalbeaufschlagung 332 f.  
 -druck, s. Druck.  
 -gefälle 330.  
 -läufer 296.  
 Laufradkonstruktion 416.  
 Laufradprofil 314.  
 spezifische Drehzahl 296.  
 Nullfläche, s. a. ideale Schaufelfläche 386 f.  
 Oberfläche, benetzte 104.  
 -nbeschaffenheit, s. Rauheit.  
 -nswimmer 73.  
 -nspannung 36.  
 Oberschlächtiges Wasserrad 188 f.  
 Oberwasserspiegel 4, 240 f.  
 Offene Turbine 496 f.  
 Partialturbine, s. Teilturbine.  
 Paskalsches Gesetz 26.  
 Peltonrad, s. a. S. XVI, 210, 224.  
 Physikalische Beimengungen des Wassers 22.  
 Piezometer 36, 72.  
 Pitotröhre 76.  
 Pockholzlager 539.  
 Poisseuillesches Gesetz 17, 98.  
 Ponceletausfluß 129.  
 Ponceletrad 189, 215.  
 Potential 27 f.  
 Potentialströmung 48.  
 Potentielle Energie, s. Lagenenergie.  
 Preßölspurzapfen 532.  
 Pressung, s. Druck.  
 Profil, s. Kantenprofil, Laufradprofil.  
 Profilradius, s. Hydraulischer Radius.  
 Projektierung, s. gegebene Grundlagen 377.  
 Pronyscher Zaum 274, 330.  
 Querschnitte der Turbine 233, 239, 245.  
 Berechnung 326 ff.  
 Lage 341 ff.  
 in der Kante 328.  
 in Öffnungsmitte 328.  
 -serweiterung 117.  
 -sübergänge 133 ff.  
 -sverengung 120, 347.  
 Radhöhe  $H_r$  280, 283.  
 Radius, hydraulischer 73, 106.  
 Radseitenreibung 250, 376, 545 f.  
 Rauheit 105 f., 384 f.  
 -skoefizient 106.  
 Reaktionsdruck 137 f., 140, 280.  
 -grad 281.

- Reaktionsrad 214.  
 -turbine, s. Überdruckturbine.  
 Rechenstabquerschnitte 391.  
 -vereisung 24.  
 -verluste 391, 400.  
 -verstopfung 23.  
 Regulierantrieb, Ausgleich 464.  
 Berechnung 467.  
 der Drehschaufeln 457.  
 des Regulierings 463.  
 -diagramm 276 ff.  
 -ring 463.  
 Beanspruchung des — 473.  
 -rung, Allgemeines 312 f.  
 Drehschaufel- 313.  
 Gitterschieber 313, 478.  
 Ringschütze 312, 478.  
 Reibung 98 ff.  
 im Druckbereich 246.  
 Radbereich 246.  
 Saugbereich 246.  
 Lager- 535.  
 Radseiten- 250, 376, 545 f.  
 Rohr- 98 ff.  
 Stopfbüchsen- 547.  
 Zapfen- 529 ff.  
 -sfreie Stromung 25, 231, 316 ff.  
 -sgleichung unterhalb der kritischen Geschwindigkeit 98 f.  
 aus Ähnlichkeitsgesetz 99 ff.  
 empirische 104.  
 -shöhe 252.  
 -skoeffizient  
 der Rohrreibung 112.  
 der Zapfenreibung 531.  
 -skräfte im Innern einer Flüssigkeit 147.  
 -sräder 207, 210.  
 -verluste im Laufrad 365, 381 ff.  
 im Leitrads 366, 383 ff.  
 in Rohren 98 ff.  
 im Saugrohr 369.  
 im Spalt 366.  
 Relativbeschleunigung, wirksame 387.  
 -bewegung, s. Deviationen.  
 -gefälle 77, 112.  
 -geschwindigkeit 167 ff.  
 -verzögerung, wirksame 387.  
 Rheometer 80.  
 Ringschütze 312, 478.  
 Ringspurzapfen 531.  
 Rittingerturbine 204, 220.  
 Rohrbeanspruchung 35.  
 -krümmer 120 f., 157 ff.  
 -reibung, s. Reibung.  
 -turbine, s. Kesselturbine.  
 Rostbildung 22.  
 Rotationsflutflächen 325.  
 -sparaboloid 42 ff.  
 -sstromung 48.  
 -um geneigte Achse 43 ff.  
 -um vertikale Achse 41 ff.  
 Ruckführung, Geschichtliches 224 f.  
 Samsonturbine 222.  
 Saughöhe 280.  
 übliche 479.  
 Saugrohr 478 ff.  
 Anschluß des — 482.  
 Berechnung des — 488 f.  
 Beton- 484, 492.  
 -durchmesser 315.  
 Formgebung des — 480 ff.  
 Geschichtliches 217, 219 f.  
 gerades 480.  
 gekrümmtes 483, 490.  
 bei Gleichdruckturbine 288, 576.  
 konisches 480 f.  
 -länge 488 f.  
 -querschnitte 484, 488 ff.  
 Schaufel (Laufradschaufel)  
 Berechnung 416 ff.  
 der Becherturbine, s. Becher.  
 Darstellung 308 ff.  
 -fläche 309, 424.  
 Herstellung 438 f.  
 -kante 309 f.  
 -klotz 438 f.  
 -krümmung 274, 322, 389.  
 -rad 188, 190.  
 -rückwirkung 147, 390.  
 -schnitte 308, 317 ff., 423.  
 -spalt 351, 440.  
 -stärke, Berechnung 432.  
 experimentelle Bestimmung 435.  
 Erfahrungszahlen 437.  
 perspektivische Darstellung 327.  
 Querschnittsverengung durch 327.  
 -winkel 274, 322.  
 -zahl 424, 439.  
 -zuschärfung 439.  
 s. a. Leitschaufel.  
 Scheibenbremse 153.  
 -reibung 151 ff.  
 Schieber, s. Absperrschieber.  
 Schiffsmühle 213.  
 Schirmmessung 80.  
 Schleppkraft 147 ff.  
 Schluckfähigkeit 373 ff., 411.  
 Schmierung 400 f.  
 -mittel 527.

- Schneidenwinkel 552.  
 Schnellläufer.  
   Lauftradkonstruktion 427 ff.  
   Lauftradprofil 314.  
   spezifische Drehzahl 296.  
 Schnellaufigkeit 295, 305 f., 313 f.  
 Schottische Turbine 217.  
 Schwamkrugturbine 218 f.  
 Schwerkraft 13.  
   -sglied 180, 237, 244, 247, 253.  
 Schwimmer 70, 73.  
 Segnersches Wasserrad 213.  
 Seitenfläche, Druck auf — 30 ff.  
   -offnung, Ausfluß aus — 128 f.  
 Sekundärströmung 62.  
 Sicherung gegen Bruch 400, 467.  
 Spalt 250, 439.  
   -dichtigkeit, Wirkungsgrad der — 250,  
     376, 542 ff.  
   doppelter 441, 542 ff.  
   -druck (-überdruck) 281.  
   -verlust 250, 376, 542 ff.  
 Spannschaukel 515.  
 Spannschütze 190.  
 Spannung des Wasserdampfes 19.  
 Spezifisches Gewicht 12.  
   -e Drehzahl 295 f., 305, 313 f., 378.  
 Spiralgehäuse 507, 509 ff.  
   Berechnung 509 ff.  
   Material 498, 515.  
   Querschnittsformen 516.  
   -turbine 507, 509 ff.  
   -zulauf 498, 509.  
 Spurlager 539 f.  
   -reibung 536 f.  
   -ring 531 f.  
   -zapfen 527, 531 ff.  
 Standrohr, s. Ausgleichschacht.  
 Staugerät 72.  
 Stehbolzen 476.  
 Stopfbüchsenreibung 547.  
 Stoß des Wassers 165 f., 171 f.  
   -freier Eintritt 366 ff.  
   -heber, s. hydraulischer Widder.  
   -räder 207, 210 f.  
   -verlust 5, 118, 367.  
 Strahl, abgelenkter 155 f.  
   -ablenker 573.  
   -abschneider 568, 573.  
   -anschwellung 161 ff.  
   -durchmesser 553, 576.  
   -starke, s. Strahldurchmesser.  
 Stromrad 210 f.  
   -richtung 81 f.  
 Strömung.  
   Gleichgewichtsbedingungen der — 49 ff.  
   Haupt- 62.  
   konstanter Energie 158.  
   im Lauftrad 233 ff., 337 ff., 360.  
   im Leitrad 454.  
   Sekundär- 62.  
   reibungsbehaftete 48.  
   reibungsfreie 48, 158.  
     im Lauftrad 316 ff.  
   im Spalt 366 f.  
   im Saugrohr 369.  
   -senergie 64.  
 Stufenturbine 297.  
 Stützdruck 142 f., 178.  
   -reaktion, s. Stützdruck.  
 Swainturbine 222.  
 Tangentialrad 217.  
   -teilturbine, s. S. XVI.  
   -turbine 199.  
 Tauchdecke 501.  
 Technisches Maßsystem 12 ff.  
 Teichmannsches Wassermessverfahren 87.  
 Teillauftrad 316.  
   -turbine 205, 316, 353 ff.  
   -wassermesser 84, 116.  
 Thompsonüberfall 134.  
 Tiefenschwimmer 73.  
 Tourenzahl, s. Drehzahl.  
 Turbine (erstmalige Bezeichnung) 214.  
   -gehäuse 507 ff.  
   -nkammer 496.  
   -nkessel 507 f.  
 Überdruck 29, 283.  
   -turbine 202, 283.  
 Überfall 88.  
   Cipoletti- 134.  
   Frese- 131.  
   Gregotti- 135.  
   Hansen- 131.  
   -Tabellen 132.  
   Thompson- 134.  
   -wehr 134 f.  
   -wassermengen 132.  
 Umdrehungsparaboloid, s. Rotationspara-  
   boloid. [247.  
 Umfangsgeschwindigkeit 42, 237, 244,  
   Berechnung der — 258 ff., 273 f.  
   für Becherturbinen 286 f., 289.  
   Einfluß der — auf den Wirkungsgrad  
     392 ff., 406 ff., 411 f.  
   Einfluß von Gefälle und Turbinengroße,  
     s. Drehzahl.  
 Umlaufzahl, s. Drehzahl.

- Umlenkungsverluste 368, 385.  
 Unterdruck 29 ff.  
   -turbine 203, 389.  
 Untergraben 494.  
 Unterwasser 239 f.  
   -absauger, s. Ejektor.  
 Verbundturbine, s. Stufenturbine.  
 Venturiwassermesser 88, 116 f.  
 Verengung, allmählich 113 ff.  
   des Durchflußquerschnitts durch Schaufel-  
   stärke 343 f.  
   plotzlich 120 ff.  
   -skoeffizient 411 ff.  
 Verlusthöhe, s. Reibungshöhe.  
 Verlustkoeffizienten, vgl. auch Reibung 369 ff.  
 Vertikalturbine 207.  
   -er Einbau 502 ff.  
 Vertikale  $V_1$ ,  $V_2$  im Diagramm 262.  
 Verzerrung des Eintrittswinkels 322.  
 Verzögerung, allmähliche 115.  
   im Saugrohr 480.  
   plötzliche 117.  
   wirksame Relativ- 387 f.  
 Vierfachturbine 379, 506.  
 Vollturbine 205.  
**W**asserbeschleunigung, s. Beschleunigung.  
   -bremse 153 ff.  
   chemische Eigenschaften 21.  
   -dampf (Spannung) 19.  
   Dichte 13 ff.  
   -druck, s. Druck.  
   Eigenschaften des —s, s. S. IX.  
   elektrische Eigenschaften 21.  
   Kohäsion des —s 19.  
   -kühlung der Lager 537.  
   Luftgehalt des —s 19.  
   -menge, Änderung mit Gefälle 291.  
     Turbinengröße 293.  
     bei wechselnder Beaufschlagung 353.  
     charakteristische 333, 411 ff.  
     Einheits- 293.  
   -messer 88, 116.  
   -messung, s. S. XIV.  
   Physikalische Beimengung des Wassers 22.  
   -räder 188 ff.  
   -säulenmaschine 191.  
   -stoß, s. Stoß.  
   -strahl, s. Strahl.  
   -straße, s. Flutbahn.  
   -strömung, s. Strömung.  
   -verzögerung, s. Verzögerung.  
   -wage 69.  
   -wege 167, 172 f., 554 f., 557 ff.  
   -winkel 275, 322, 390.  
   Zähigkeit 17, 99.  
   Zugbeanspruchung 19.  
 Wehr 134 f.  
 Weisbachsche Reibungszahl 107.  
 Weite, lichte der Laufradkanäle 329.  
 Welle, Axialbelastung 518 ff.  
   Biegungsbeanspruchung 525.  
   Verdrehungsbeanspruchung 518.  
 Wellenmotor 192.  
 Widder, hydraulischer 208.  
 Widerstandshöhe, s. Reibung.  
 Winkeltreue Abbildung 323, 326.  
 Wirbel 62 f.  
   -freie Strömung, Bedeutung für die Kon-  
   struktion 320.  
 Wirkungsgrad bei wechselnder Beauf-  
 schlagung 331 ff., 411.  
   wechselndem Gefälle 291, 299.  
   wechselnder Turbinengröße 293, 299,  
   effektiver 250, 330. [415.  
   hydraulischer 250, 376.  
   mechanischer 250, 376.  
   der rotierenden Teile 250, 376, 545 ff.  
   der Spaltdichtigkeit 250, 376, 542 f.  
 Woltmannflügel 74.  
**Z**ähigkeit 17 ff., 99.  
   -sglied in der Bielschen Gleichung 105 ff.  
   -swiderstand 150.  
 Zahndruck 524 ff.  
 Zahnrad 524, 541.  
 Zapfen 527.  
   -druck 529.  
   Kamm- 527.  
   -reibung 529 ff.  
   Spur- 531.  
   Trag- 529.  
 Zellenrad 190.  
 Zentrifugalbeschleunigung 174 ff.  
   -kraft 42 ff., 177.  
   -turbine 195.  
 Zentripetal-turbine 197.  
   -vollturbine, s. S. XIII ff.  
 Zerstörungen an Turbinen 20 ff.  
 Zirkularprojektion des Laufrades 309.  
 Zulässige Belastung, s. Materialbean-  
 spruchung.  
 Zungenregelung 568.  
 Zuppingerad 189.  
   -s Tangentialrad 217.  
 Zusatz beschleunigung 176 ff.  
   -kraft 175 ff.  
 Zweischneidenturbine 200, 564.  
 Zwillingsturbine 496, 506.  
 Zylinderschnitt 323.





## Erster Teil.

# Einleitung.

---

### A. Die Stellung der Technik gegenüber den exakten Wissenschaften.

Die Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen werden an der hiesigen Technischen Hochschule zu Beginn des dritten Studienjahres abgehalten. Mit ihm treten die Studierenden aus dem in den ersten Jahren gepflegten Gebiet der exakten Wissenschaften, das im Vorexamen seinen Abschluß findet, in das Gebiet der Technik ein, das sie auf ganz neue Wege führen und mit ganz neuen Arbeitsmethoden bekannt machen soll.

Hatten sie früher, besonders in der Mathematik und Mechanik, mit genau bestimmten, in der Zahl meist beschränkten Größen und Funktionen zu rechnen, so treten sie nunmehr der Natur selbst gegenüber, die sie in ihrer Unergründlichkeit und maßlosen Vielseitigkeit von Schritt zu Schritt vor die Notwendigkeit stellt, mit nur angenähert bekannten und willkürlich ausgewählten Größen rechnen und die meisten der mit dem betrachteten Gegenstand verknüpften Veränderlichen unberücksichtigt lassen zu müssen. Gegenüber der früheren Gebundenheit ist daher nunmehr der freien Entschließung ein weites Feld vorbehalten. Und wie schon im bürgerlichen Leben mit dem Maß der Freiheit die Schwierigkeit wächst, sie richtig zu gebrauchen, so kann sich auch hier nur der wahrhaft gebildete Ingenieur in diesem Reiche der unbegrenzten Möglichkeiten mit sicherem Blicke zurechtfinden und glücklich fühlen.

Dabei besteht die erste und verhältnismäßig noch einfache Aufgabe des Ingenieurs in der gründlichen Betrachtung eines in der Natur vorliegenden Ereignisses, z. B. in der Beschreibung und Prüfung des Betriebs einer ausgeführten Wasserkraftanlage.

Ähnliches geschieht zwar auch in der Physik, doch stehen die den Techniker angehenden Vorgänge meist in viel weiterem Maß in der Welt der Wirklichkeit und im Volksleben, als es bei physikalischen Experimenten die Regel bildet.

Deshalb wird auch in diesem einfachen Fall schon die erwähnte praktische Auslese der zu beobachtenden Größen Platz greifen müssen, wodurch man genötigt ist, von den im allgemeinen unzähligen, den betrachteten Vorgang beeinflussenden Größen die wichtigsten auszuwählen, andere durch die Anordnung des Vorgangs auszuschneiden, wieder andere je nach dem erforderlichen Genauigkeitsgrad bewußt zu vernachlässigen; und man erkennt, in welchem Maß die alten

Lebensweisheiten: Wichtiges von Unwichtigem zu unterscheiden, bzw. von zwei Übeln das kleinere zu wählen, zu den unerläßlichen Eigenschaften des Ingenieurs gehören müssen, wenn er seiner Aufgabe gerecht werden soll.

Gegenüber der bestimmt formulierten Fragestellung, wie sie z. B. meistens in der Mathematik auftritt, bildet also hier die Stellung der Frage selbst einen wesentlichen Teil der Aufgabe.

In zweiter Linie muß aber der Ingenieur über die Betrachtung gegebener Vorgänge hinaus noch einen Schritt weiter gehen zur Schaffung bestimmt gewollter Naturvorgänge bzw. zur Konstruktion neuer Maschinen. Damit wächst die Zahl der seine Aufgabe beeinflussenden Größen ins Unermeßliche; denn jetzt sind nicht nur die das fertige Ergebnis berührenden, sondern streng genommen auch alle die Größen in Betracht zu ziehen, die mit den unzähligen Möglichkeiten der Lösung der Aufgabe in Beziehung stehen. Damit wird die Stellung der Aufgabe zu einem Problem, in dem nicht nur die reine Naturerkenntnis eine wichtige Rolle spielt, sondern in dem auch wirtschaftliche und soziale Gesichtspunkte entscheidend mitsprechen.

So ist das Arbeitsgebiet des Ingenieurs weit über den Rahmen hinausgerückt, in dem sich die exakten Wissenschaften abspielen. Daß deren Wertschätzung durch die Feststellung dieser Tatsache nicht herabgesetzt werden soll, ist selbstverständlich, bilden sie doch das sichere und gänzlich unersetzliche Fundament der Ingenieurwissenschaften.

Von den letzteren kann man dagegen wohl behaupten, daß mit ihrer raschen Erweiterung die Vertiefung und Gründlichkeit nicht immer Hand in Hand gegangen sind, die man notwendigerweise hätte verlangen müssen. Die übergroße Freiheit ist oft falsch gebraucht worden, ja sie hat gelegentlich ihren eigenen Jüngern bange gemacht, so daß man für nötig fand, Gesetze aufzustellen, die die freie Entwicklung einzelner Gebiete der Technik jahrzehntelang gehemmt haben.

## **B. Die besondere Stellung der Wasserkraftmaschinen.**

Betrachten wir nun noch kurz unser eigenes Fachgebiet, die Wasserkraftmaschinen, so darf gesagt werden, daß das für die Technik im allgemeinen Angeführte für sie in ganz besonderem Maße zutrifft.

Dadurch, daß die hier in Frage kommenden Energiequellen, die Wasserkräfte, durch die geologischen und klimatischen Verhältnisse eines Landes bedingt, und daher in ihrer Verwertung in hohem Maße an den Ort, an dem sie auftreten, und an zeitliche Schwankungen gebunden sind, stehen die Wasserkraftmaschinen in viel engerem Zusammenhang mit der Natur, als dies z. B. bei den Wasserkraftmaschinen der Fall ist.

Dieses Gebundensein der Wasserkräfte erfordert einerseits in hohem Maße eine individuelle Anpassung der einzelnen Maschine an die jeweiligen Eigenschaften der Naturenergie, andererseits aber auch ein besonderes Eingehen auf die Anpassungsfähigkeit der Industrie, d. h. auf die wirtschaftlichen und sozialen Eigenschaften des Landes, in dem die Wasserkraftanlagen errichtet werden sollen<sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Der Ausbau der Wasserkräfte. Starkstromtechnik 1912, S. 291.

Aber nicht nur diese äußeren Anforderungen gestalten das Gebiet der Wasserkraftmaschinen besonders eigenartig, sondern auch ihre Theorie und Konstruktion zeigt die Möglichkeit einer so weitgehenden Mannigfaltigkeit, wie sie bei verwandten Fachern kaum zu finden ist.

So enthält die Hauptgleichung der Turbinentheorie 5 Veränderliche <sup>1)</sup>, deren gegenseitige völlige Unabhängigkeit, abgesehen von der Hauptgleichung selbst, nur durch die mathematisch noch nicht befriedigend dargestellte Funktion der Reibungsverluste eingeschränkt wird. Beachtet man nun, welche Anwendungen z. B. das OHMSche Gesetz der Elektrizität mit nur 3 unabhängigen Veränderlichen gestattet, so versteht man, in wie bedeutender Weise hier das Maß der theoretischen Möglichkeiten, aber auch das der Unübersichtlichkeit, gesteigert ist. Neben dieser in der Theorie begründeten Mannigfaltigkeit der Wasserkraftmaschinen bietet dann auch ihre konstruktive Ausgestaltung die verschiedenartigsten Möglichkeiten, und es ist daher leicht erklärlich, daß eine so außergewöhnliche Freiheit für das Schaffen des Ingenieurs der Wasserkraftmaschinen in besonderem Maße Bedenken erregte, und daß man sich veranlaßt sah, schablonenhafte Gesetze für den Bau der Wasserkraftmaschinen mehr noch wie in anderen Fachgebieten aufzustellen.

Solche Gesetze erleichterten zwar das Konstruieren, standen aber jedem Fortschritt im Wege, und so zeigte sich, daß die Entwicklung gerade der modernsten Wasserkraftmaschinen nicht bei den theoretisch gebildeten Fachgelehrten, sondern im Kreise genialer Praktiker ihren Ursprung genommen hat <sup>2)</sup>.

Noch schlimmer als die bewußte Einschränkung der Freiheit mußte aber die Wirkung sein, wenn man die Vielseitigkeit der gestellten Aufgabe gar nicht erkannte und bei ihrer mathematischen Formulierung nur die Veränderlichen berücksichtigte, die der Zufall oder die Bequemlichkeit vor Augen führte.

## C. Beispiele unrichtig angewandter Größtwertbestimmungen.

Es ist lehrreich, wenn ich mich hier nicht nur allgemein ausdrücke, sondern an zwei in der Literatur wohlbekannten Beispielen das Fehlerhafte eines solchen Vorgehens zeige. Daß ich dabei mit Begriffen rechne, die zum Teil erst im Laufe der Vorlesungen genau erklärt und abgeleitet werden, möge den Anfänger nicht beunruhigen. Er wird, wenn ihm auch nicht alles klar erscheint, doch das Verfahren, das durch die Beispiele gezeigt werden soll, erkennen und beim weiteren Studium mit um so größerem Vergnügen die Abschnitte betrachten, die ihm früher gefühlte Mängel beheben sollen.

Der erste Fall betrifft die Bestimmung der günstigsten Umfangsgeschwindigkeit für ein neu zu entwerfendes Wasserrad. Man erkennt in der umstehenden Skizze eines überschlächtigen Rades (Abb. 1), wie das Wasser aus dem Zulaufgerinne in parabelförmigem Bogen, den Fallgesetzen folgend, in die Zellen des Rades eintritt und mit diesen dann Arbeit leistend herabsinkt, bis es durch die erfolgte Drehung der Zellen zum Ausguß gelangt.

<sup>1)</sup> Vgl. S. 238.

<sup>2)</sup> Vgl. S. 217. 222. 223.

Es tut der hier beabsichtigten Betrachtung keinen Eintrag, wenn wir uns an Stelle des in Wirklichkeit sehr verwickelten Vorganges mit einigen Annäherungen begnügen. So denken wir uns zunächst den Weg des gesamten Wassers durch den eines »mittleren« Wasserteilchens ersetzt, das im Abstand  $H_d$  vom Oberwasserspiegel auf das Rad bzw. das in ihm befindliche Wasser aufschlagen und im Abstand  $H_s$  vom Unterwasserspiegel ausgießen möge. Des weiteren legen wir

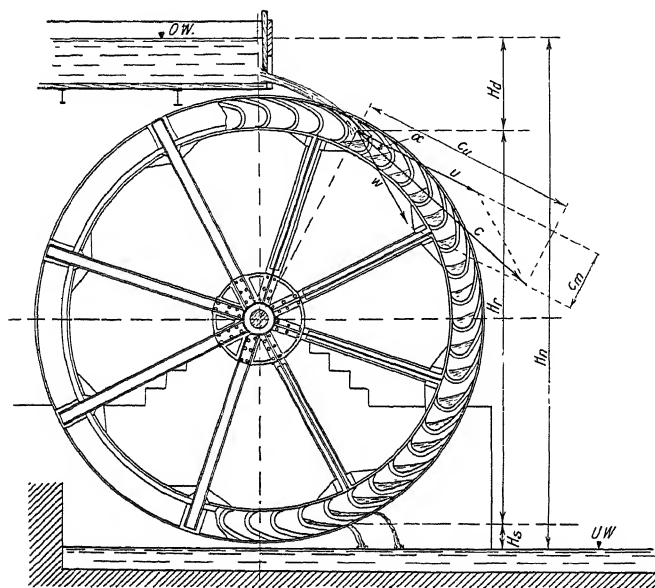


Abb. 1. Gefälls- und Geschwindigkeitszerlegung am überschlächtigen Wasserrad.

der Verlustberechnung für den Eintrittsvorgang ein zentrales Aufprallen des Wassers unter Beobachtung der Gesetze des unelastischen Stoßes zugrunde.

Als günstigste Umfangsgeschwindigkeit wollte man nun diejenige ansprechen, für die ein möglichst hoher Bruchteil der mit dem eintretenden Wasser verknüpften Energie der Bewegung als nützliche Energie an das Rad abgegeben wird.

Bezeichnen wir mit  $V$  das betrachtete Wasservolumen, mit  $\gamma$  sein spezifisches Gewicht, mit  $c$  seine Eintrittsgeschwindigkeit

und mit  $g$  die Erdbeschleunigung, so ergibt sich die Wassermasse zu  $\frac{V\gamma}{g}$  und ihre Energie der Bewegung (vgl. S. 56)  $E'$  beim Eintritt zu

$$E' = \frac{V\gamma}{g} \frac{c^2}{2} \quad (1)$$

Nach dem Eintritt wird das Wasser mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  des Rades weitergeführt und besitzt somit die Energie der Bewegung

$$E'' = \frac{V\gamma}{g} \frac{u^2}{2} \quad (2)$$

Die Differenz beider, vermindert noch um den beim Aufprall stattfindenden Stoßverlust, ergibt die beim Eintritt nützlich abgegebene Energie  $E_x$ .

Zur Berechnung des Stoßverlustes zerlegen wir die Eintrittsgeschwindigkeit  $c$  in ihre Umfangskomponente  $c_u = c \cdot \cos \alpha$  und in ihre Radial- oder Meridiankomponente  $c_m = c \cdot \sin \alpha$  (Abb. 1).

<sup>1)</sup> EBERT I, S. 205; FOPPEL I, 1911, S. 315.

Nach dem Gesetz des zentralen und unelastischen Stoßes <sup>1)</sup> folgen dann die Stoßverluste mit dem reduzierten Radgewicht  $G$  zu

$$\frac{V\gamma \cdot G}{V\gamma + G} \frac{(c_u - u)^2}{2g} \quad \text{und} \quad \frac{V\gamma \cdot G}{V\gamma + G} \frac{c_m^2}{2g}$$

oder, da die kontinuierliche Arbeitsabgabe, wie sie im Betrieb auftritt, als eine rasche Folge kleiner Stöße kleiner Wassermengen auf das verhältnismäßig große Radgewicht  $G$  aufgefaßt werden kann, unter Vernachlässigung von  $V\gamma$  gegen  $G$  zu

$$V\gamma \frac{(c_u - u)^2}{2g} \quad (3)$$

und

$$V\gamma \frac{c_m^2}{2g}. \quad (4)$$

Es bleibt somit als nützlich abgegebene Energie  $E_i$

$$E_i = \frac{V\gamma}{2g} (c^2 - u^2 - (c_u - u)^2 - c_m^2) = \frac{V\gamma}{g} (u c_u - u^2). \quad (5)$$

Ein Betrag, der die gesamte, von der kinetischen Eintrittsenergie  $\frac{V\gamma}{g} \frac{c^2}{2}$  verwertete Arbeit darstellt, da der Restbetrag nach dem Stoß, nämlich  $\frac{V\gamma}{g} \frac{u^2}{2}$  im Austritt auch noch verloren geht.

Entsprechend der Fragestellung nach der günstigsten Umfangsgeschwindigkeit hat man nun diesen Ausdruck nach  $u$  differenziert und dadurch das Maximum der Stoßarbeit in Abhängigkeit von der Umfangsgeschwindigkeit bestimmt für

$$\frac{\partial E_i}{\partial u} = c_u - 2u = 0, \quad \text{in dem} \quad \frac{\partial^2 E_i}{\partial u^2} \quad \text{negativ}$$

und wonach die günstigste Umfangsgeschwindigkeit gleich

$$u = \frac{c_u}{2}. \quad (6)$$

Diese Ableitung ist mathematisch vollständig richtig, wenn man fragt, welches die Umfangsgeschwindigkeit  $u$  sein muß, die den größtmöglichen Teil der Energie einer gegebenen Eintrittsgeschwindigkeit  $c$  in nützliche Stoßarbeit verwandelt.

<sup>1)</sup> EBERT I, S. 231; FOPPL I, 1911, S. 310ff (315).

<sup>2)</sup> Die Bestimmung von  $u$  für den Kleinstwert der verlorenen kinetischen Energie, die sich zusammensetzt aus:

$$\text{Stoßverlust} \quad E_{r_1} = \frac{V\gamma}{2g} ((c_u - u)^2 + c_m^2)$$

und

$$\text{Austrittsverlust} \quad E_{r_2} = \frac{V\gamma}{2g} u^2$$

führt mit

$$\frac{\partial (E_{r_1} + E_{r_2})}{\partial u} = \frac{V \cdot \gamma}{g} (-c_u + 2u) = 0$$

$$\left( \text{Minimum, da } \frac{\partial^2 (E_{r_1} + E_{r_2})}{\partial u^2} \text{ positiv} \right)$$

zum gleichen Ergebnis.

Gerade eine solche Fragestellung aber ist technisch verfehlt, denn es ist keineswegs die Eintrittsgeschwindigkeit  $c$ , die als gegebene Größe vorliegt. Vielmehr sind die gesamten äußeren Bedingungen als gegeben zu betrachten. Ihnen ist die Anlage des Wasserrades anzupassen, und es kann sich in letzter Linie nur darum handeln, den gesamten wirtschaftlichen Nutzen der Wasserkraft zu einem Größtwert zu machen. Betrachtungen, die sich nur auf einen Teil des Vorganges beziehen, werden stets Gefahr laufen irre zu führen. Das zeigt sich auch sehr deutlich, wenn man sich in zweiter Linie etwa damit begnügen wollte, dem Entwurf der Anlage eine Grenzbetrachtung für das Maximum der hydraulischen Energie  $E_h$  ohne Berücksichtigung der mechanischen Energieverluste zugrunde zu legen.

Die hydraulische Energie wird angenähert erhalten, wenn man von der Schwerkraftsenergie  $= V \cdot \gamma \cdot H_n$  (Abb. 1) die hauptsächlichsten hydraulischen Verluste:

Stoßverlust  $= \frac{V\gamma}{2g} ((c_n - u)^2 + c_m^2)$ , Austrittsenergie der Bewegung (vgl. S. 56)  $\frac{V\gamma}{2g} u^2$ , und Austrittsenergie der Lage (vgl. S. 54)  $V \cdot \gamma \cdot H_s$  abzieht, d. h.

$$E_h = V \cdot \gamma \left( H_n - \frac{(c_n - u)^2}{2g} - \frac{c_m^2}{2g} - \frac{u^2}{2g} - H_s \right). \quad (7)$$

Da die genannten Verluste um so mehr verschwinden, je kleiner  $u$  und  $c_n$  gewählt werden — denn auch  $H_s$  nimmt mit  $u$  ab, indem bei kleinerer Umfangsgeschwindigkeit das Wasser weniger rasch aus dem Rad geschleudert wird —, so zeigt die Gleichung für  $E_h$  den Größtwert der hydraulischen Energie für den praktisch sinnlosen Fall eines Wasserrades mit  $u = 0$ , d. h. von unendlich großer Radbreite.

Ein praktisch brauchbares Ergebnis erhält man erst durch weiteres Einführen der durch mechanische Reibung verlorenen Energiemenge  $E_{r_m}$  bzw. durch Betrachtung der effektiven Energie  $E_e$ , und ich kann die allgemeine und wichtige Bedeutung gerade dieser Tatsache, die in ähnlicher Form uns immer wieder begegnet, nicht eindringlich genug hervorheben. Die Reibungsverluste, diese lästigen und schwer zu fassenden Störenfriede, ist man zu leicht geneigt, in der Rechnung zu vernachlässigen, da sie unter normalen Betriebsbedingungen nur einen Bruchteil der Gesamtenergie ausmachen. Hier zeigt sich, zu welchen Unmöglichkeiten man geführt wird, wenn man mit der die Reibung außer acht lassenden Betrachtung, die in gewissen Bereichen berechtigt sein mag, zur Grenze übergeht.

Mit Berücksichtigung der Reibung ergibt sich

$$E_e = V \cdot \gamma \left( H_n - \frac{(c_n - u)^2}{2g} - \frac{c_m^2}{2g} - \frac{u^2}{2g} - H_s \right) - E_{r_m} \quad (8)$$

und man erhält den für die Energieverwendung nunmehr maßgebenden Größtwert von  $E_e$  dann, wenn die Summe aus den mit Verkleinerung von  $u$  abnehmenden hydraulischen Verlusten, die wir zusammenfassend mit  $E_{r_s}$  bezeichnen wollen, + den mit verkleinertem  $u$  wachsenden mechanischen Verlusten  $E_{r_m}$  (z. B. durch Gewichtsbelastung der Wasserradwelle) ein Minimum wird.

Um dies mathematisch festzustellen, müßte man die sämtlichen in Gleichung (8) auftretenden Größen als Funktionen von  $u$  darstellen und nach  $u$  differenzieren.

Praktisch einfacher wäre es, versuchsweise für einige Werte von  $u$  die Größen von  $E_{r_s}$  und  $E_{r_m}$  zu berechnen und durch graphische Auftragung das Minimum ihrer Summen für  $u_0$  nach Abb. 2 zu bestimmen. Dabei möchte ich aber nicht unterlassen, zu betonen, daß dabei noch mancherlei andere konstruktive Variationen, z. B. über das Verhältnis von  $c$  und  $u$  die Untersuchung komplizieren, so daß die genannten Funktionen von  $u$  nicht eindeutig sind, sowie daß auch die dem schließlichen Größtwert von  $E_e$  entsprechende Umfangsgeschwindigkeit  $u_0$  für den Ingenieur noch nicht ausschlaggebend sein kann. Er hat sich vielmehr noch weiter zu fragen, in welchem Maß die gefundene Umfangsgeschwindigkeit der für den Antrieb der Arbeitsmaschinen benötigten Drehzahl entspricht und hat endlich eine wirtschaftliche Überlegung darüber anzustellen, ob die durch eine Vergrößerung des Wasserrades entstehenden Mehrkosten im Verhältnis stehen zu dem Geldwert der durch verbesserten Wirkungsgrad hinzugewonnenen Arbeit<sup>1)</sup>.

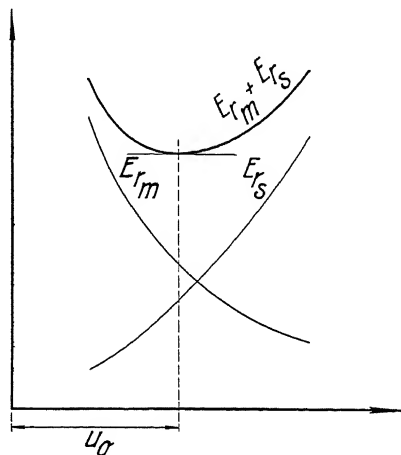


Abb. 2.

Ist nun aus solchen Betrachtungen die Umfangsgeschwindigkeit des Wasserrades vorläufig angenommen, dann lautet — und damit kehren wir zum Anfang unserer Betrachtungen zurück — die technisch richtige Fragestellung: Bei welcher absoluten Eintrittsgeschwindigkeit  $c$ , bzw. bei welcher Größe  $H_d$  wird für eine erwünschte Umfangsgeschwindigkeit die effektive Leistung am größten, wobei natürlich eine nachträgliche Korrektur von  $u$  nicht ausgeschlossen ist.

Die Antwort hierauf ergibt sich ohne weiteres aus Gleichung (8), wobei jetzt neben  $u$  noch  $H_s$  und  $E_{r_m}$  in erster Annäherung konstant gesetzt werden können, als die Bedingung  $c_u = u$  und  $c_m = 0$ <sup>2)</sup>.

Mit anderen Worten: Für einen vorgegebenen Wert von  $c_u$  erhält man zwar den Größtwert der Arbeit für  $u = \frac{c_u}{2}$ , der wirtschaftlich günstigste Wert von  $u$  folgt aber aus anderen Überlegungen, und wenn  $u$  einmal festliegt, dann erscheint es besser, den Wert von  $c_u$  gleich  $u$  zu wählen, weil dann nur ein kleinerer Teil ( $H_d$ ) des Gesamtgefälles ( $H_u$ ) in Bewegungsenergie umgesetzt wird, die ja doch nur unbefriedigend verwertet werden kann, und weil deshalb die Radhöhe  $H_r$  (Abb. 1) entsprechend wächst, die fast ohne Verlust ausgenutzt wird.

Frägt man schließlich noch, woher es kommen mag, daß die Regel  $u = \frac{c_u}{2}$  in der Praxis trotz ihrer verfehlten Begründung eine so große Bedeutung erlangt hat, so muß dafür in erster Linie wohl das Vertrauen auf die oben angeführte mathematische Größtwerbestimmung verantwortlich gemacht werden.

<sup>1)</sup> Vgl. Wirtschaftliche Gesichtspunkte beim Veranschlagen von Wasserkraftmaschinen. Z., 1908, S. 1901. — Die Bedeutung der Wasserkräfte für die chemische Industrie. DINGLER, 1910, S. 515.

<sup>2)</sup>  $c_u = u$  folgt auch aus  $dE_{r_x} / dc_u = 0$ , Fußnote 2, S. 5.

In zweiter Linie darf man aber nicht vergessen, daß alle Bremsungen an ausgeführten Rädern die Regel  $u = \frac{c_u}{2}$  bestätigen müssen, da hierbei ja  $H_d$  und damit  $c_u$  in Übereinstimmung mit der genannten mathematischen Entwicklung festliegt. Man übersah dabei nur, daß mit einem größeren Rad bei kleinerem  $H_d$  auch bei  $u > c_u/2$ , d. h. bei verhältnismäßig kleinerem Stoßverlust, bessere Gesamtleistungen hatten erwartet werden dürfen.

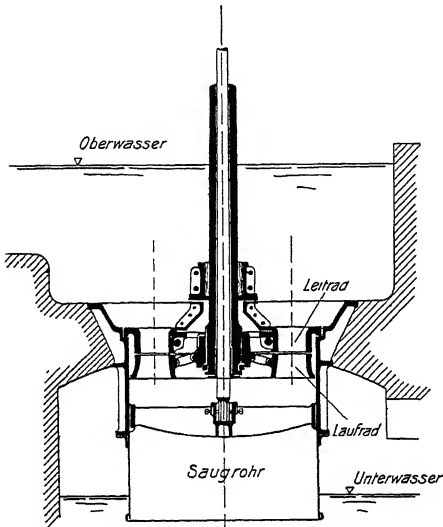


Abb. 3. Aufrißquerschnitt einer axialen Vollturbine.

Auch diese Tatsache ist typisch von höchstem Interesse, denn sie zeigt, daß selbst eine mit allen denkbaren Variationen ausgeführte Untersuchung einer fertigen Maschine noch nicht in der Lage ist, über die besten Konstruktionsregeln Aufschluß zu geben, solange die Untersuchung nicht auch in die Einzelheiten der auftretenden Verlustquellen eindringt.

Der maßgebende und bis zu einem gewissen Betrag auch stichhaltige Grund für die Beibehaltung der Regel  $u = \frac{c_u}{2}$

ist nämlich schließlich in der konstruktiven Ausbildung der Radzellen zu finden, die zur Vermeidung frühzeitigen Ausgießens stark zurückgebogen werden müssen (Abb. 1) und daher zum raschen Einstromen des Wassers beim Eintritt einer Relativgeschwindigkeit  $w$  bedürfen, die einigermassen mit der Zellenwand parallel läuft.

Das zweite Beispiel, welches ich aber nun etwas kürzer behandeln will, stammt aus dem Turbinenbau und betrifft die günstigste Ausflußrichtung des Wassers aus einem Turbinenlaufrad.

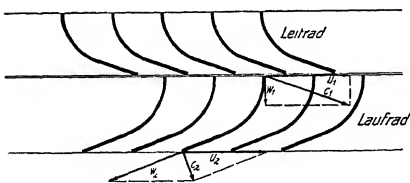


Abb. 4. Abwicklung eines zylindrischen Schnittes durch eine Axialturbine.

Ich denke dabei an eine axiale Vollturbine (Abb. 3), bei der die in der Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  (Abb. 4) enthaltene Bewegungsenergie  $\frac{c_2^2}{2g}$  infolge der plötzlichen

Querschnittserweiterung völlig verloren sein möge.

Um diesen Austrittsverlust klein zu machen, soll  $c_2$  klein sein, und da bei gegebenem Querschnitt und bei gegebener sekundlicher Wassermenge die Geschwindigkeit am kleinsten wird, wenn der Querschnitt senkrecht durchflossen wird, so hat man schlangweg den senkrechten Austritt als ein Grundgesetz des Turbinenbaues aufgestellt.

Gewiß hat der senkrechte Austritt, wie wir später sehen werden, mancherlei Vorzüge. Das hindert aber nicht, daß die obige Ableitung grundsätzlich verfehlt



ist, und zwar einfach deshalb, weil der Querschnitt nicht unveränderlich gegeben ist. Sie stellt daher wieder eine unrichtige Differentiation dar.

Am übersichtlichsten wird der wirkliche Vorgang, wenn wir einen abgewinkelten zylindrischen Schaufelschnitt mit dem Geschwindigkeitsdiagramm im Austritt (Abb. 4) ins Auge fassen und dabei statt des für Neukonstruktionen veränderlich anzunehmenden Querschnitts die Veränderung der Wassermenge bzw. der Relativgeschwindigkeit  $w_2$  und die der Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  studieren.

Setzen wir einen Augenblick  $u_2$  konstant, so wird der geringste Austrittsverlust augenscheinlich bei der Wassermenge auftreten, für die  $c_2$  senkrecht auf  $w_2$  zu stehen kommt (Abb. 5a).

Halten wir dagegen die Wassermenge, d. h.  $w_2 = \frac{\text{Wassermenge}}{\text{Kanalquerschnitt}}$  fest und wechseln die Umfangsgeschwindigkeit (Abb. 5b), so folgt der kleinste Austrittsverlust, wenn  $c_2$  senkrecht auf  $u_2$  steht.

Dieselbe Überlegung läßt sich beliebig oft wiederholen, und wir finden nach Abb. 5c das Endergebnis, daß der Austrittsverlust am kleinsten wird, wenn  $u_2$  und  $c_2$  unendlich klein werden, d. h. wenn die Turbine unendlich groß gemacht wird, was freilich auch von vornherein aus einer Bedingungs-  
gleichung:  $\frac{c_2^2}{2g} = 0$  hätte geschlossen

werden können. Also ein ganz ähnliches Ergebnis wie beim Wasserrad. Auch hier kann das notwendige Bindeglied für die rationelle Untersuchung nur durch Einführung der Reibungsverluste, wobei die Eigenart der Formgebung des Laufrades eine wesentliche Rolle spielt, und zuletzt aus wirtschaftlichen Erwägungen gewonnen werden.

Diese Beispiele sind in hohem Maße lehrreich. Sie zeigen, wie bedenklich es ist, Differentiationen mit Gleichungen auszuführen, die nicht den ganzen Abhängigkeitsbereich der fraglichen Größen darstellen, und wie sehr man sich davor hüten muß, die Reibung, die ja bei guten Ausführungen verhältnismäßig klein sein mag, bei solchen Betrachtungen außer acht zu lassen. Gerade die Reibung fortwährend zu beachten, wird im Gegenteil ein Grundgesetz aller unserer Konstruktionen sein müssen, und man darf wohl sagen, daß im Gegensatz zu dem früher zutage getretenen Bestreben, die Hauptgleichungen des Turbinenbaues ebenso wie die Turbinen selbst in möglichst einfache, der Rechnung bequeme Formen zu bringen, nunmehr in dem peinlichen Eingehen auf alle die Reibung

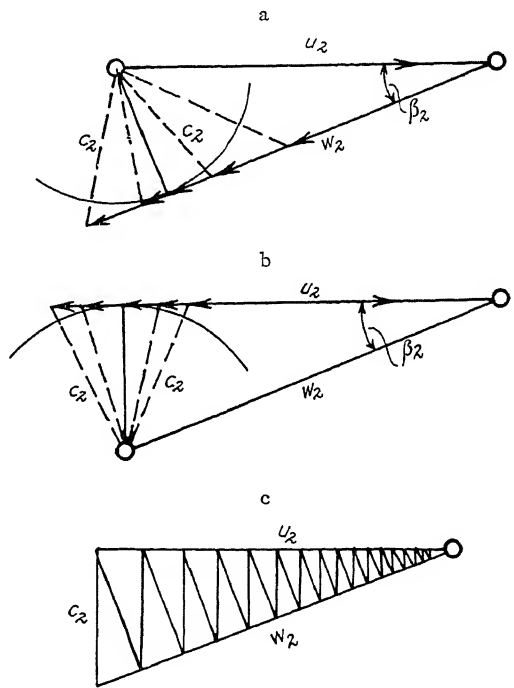


Abb. 5 a—c. Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradaustritt.

beeinflussenden Größen die Fortschritte des modernen Turbinenbaues im wesentlichen begründet sind.

Damit ist freilich der Konstrukteur ebenso wie der Mathematiker in eine schwierigere Lage gekommen wie früher, dafür hat das Wasser leichteres Spiel, und das ist die Hauptsache.

## D. Allgemeine Bemerkungen über das Studium.

Ich möchte diese einleitenden Worte nicht abschließen, ohne noch einige Bemerkungen über das Studium der Technik angeführt zu haben. Aus dem Vorangegangenen hat sich ergeben, daß die Aufgaben des Ingenieurs so mannigfaltige sind, daß sie durch vieles Wissen allein, und wäre es auch noch so groß, nicht gelöst werden können. Dementsprechend darf sich ein Studium, das Erfolg versprechen soll, nicht auf eine Anhäufung von Kenntnissen beschränken, und zwar gilt dies in gleichem Maße für das Vielwissen auf allen möglichen Gebieten der Technik, wie für das in einem Spezialfach. Der Ingenieur muß vielmehr lernen, in jedem ihm neu gegenüber tretenden Problem mit raschem und sicherem Blick das Wesentliche herauszufinden und das wissenschaftliche Rüstzeug in richtiger Weise darauf anzuwenden. Die Ausbildung solcher Fähigkeit, die wir als das technisch richtige Denken bezeichnen können, darf daher als die vornehmste Aufgabe des Studiums betrachtet werden. Es besteht sowohl in einem sicheren Beherrschen und Anwenden der Mathematik, Physik und Mechanik, verbunden mit einer klaren Raumvorstellung, als auch in einem praktischen Blick für die Anforderungen der Betriebe und ihre wirtschaftliche Bewertung.

Auch die Auswahl der Fächer des Fachstudiums an der technischen Hochschule hat in dem Sinne zu erfolgen, daß solche Fähigkeiten entwickelt werden. Gewiß wird man sich dabei nach Möglichkeit an die modernsten und aktuellsten Gebiete halten, um bei ihrer Behandlung gleichzeitig einen Schatz nützlicher Kenntnisse zu gewinnen. Wichtiger aber ist es, daß die Lehrgegenstände zu derjenigen richtigen Beobachtung, Messung und Bewertung der Naturereignisse anleiten, die eben die Grundlage des technisch richtigen Denkens bilden, und man darf wohl aussprechen, daß gerade die Wasserkraftmaschinen mit ihrem Fundament, der Hydraulik, in dieser Richtung eine außergewöhnliche Stellung einnehmen.

Durch die Trägheit des Wassers erfahren die hier zu betrachtenden Vorgänge z. B. gegenüber den schlechthin massenlosen Strömungen der Elektrizität und Wärme die wichtigste Erweiterung, die auf die Raumgestaltung der Arbeitsgefäße und damit auf die Entwicklung der Raumvorstellung der Studierenden von entscheidender Bedeutung ist.

Daß die Arbeitsweise des Wassers im allgemeinen nicht im Ruhezustand, sondern nur in der Bewegung studiert werden kann, erweitert die dynamische Anschauung z. B. über den bei Kolbenmaschinen zutreffenden Vorgang.

Von besonderer Lehrbedeutung ist aber bei den Wasserkraftmaschinen der durch die große Zahl der mitbestimmenden Größen fortwährend auftretende Zwang, Entscheidungen zu treffen, für die eine sorgfältige Bestimmung schwer faßbarer Verlust- und Fehlerquellen und ein stetes Abwägen mannigfaltiger Konstruktionsrücksichten unumgänglich nötig ist.

Somit ist die weitere Ausbildung des technisch richtigen Denkens auch nach dem Vorexamen als der Hauptzweck des Studiums und als die Grundlage späteren Erfolges anzusehen. Die Hochschule gehört auch dann noch in erster Linie der Theorie, die in der späteren Praxis nur schwer oder gar nicht nachgeholt werden kann. Der enge Anschluß an die Forderungen des praktischen Lebens wie auch die ausgesprochene Übung in der Erledigung rechnerischer, zeichnerischer oder betriebstechnischer Aufgaben soll und wird sich erst nach dem Eintritt in die Praxis einstellen. Wer versuchen wollte, das letztere vorwegzunehmen und nur die Früchte des Fachstudiums zu pflücken, etwa nur eine Schablone oder Regel zur modernsten Turbinenkonstruktion sich anzueignen, würde einer sicheren Enttäuschung entgegengehen, im besten Fall aber in der Mittelmäßigkeit stecken bleiben. Denn ob er später gerade einmal im Turbinenbau beschäftigt wird, ist immer zweifelhaft. Sicherlich gibt es aber, bis er an leitender Stelle steht, noch modernere Turbinen und jedenfalls viele neue Fragen und Aufgaben, denen eben nur der gewachsen ist, der seinen Stoff vom Grunde aus beherrscht.

Den Studierenden kann daher nur aufs dringendste geraten werden, den in Theorie und Konstruktion sich bietenden Schwierigkeiten in keinem Fall aus dem Wege zu gehen, denn gerade an ihnen können sie sich heranbilden. Solange das Studium glatt und rasch verläuft, lernt man erfahrungsgemäß wenig; Fortschritte treten vielmehr dann ein, wenn scheinbar nichts gelingen will, und der Kampf mit der Materie immer von neuem aufgenommen werden muß.

Nur in solcher steten, auf das innere Erkennen, nicht auf den augenblicklichen äußeren Erfolg gerichteten Arbeit im Studierzimmer wie am Konstruktionsbrett und im Laboratorium kann der Ingenieur gebildet werden, der seinem schwierigen Beruf gewachsen ist, der bei aller Vielseitigkeit der herantretenden Aufgaben den freien sicher prüfenden Blick behält, in der Durchführung der Aufgaben aber jene Zuverlässigkeit bis in die Richtigkeit der kleinsten Rechnung übt, die der schweren Verantwortung seines Berufes entspricht. Daß an solchen Ingenieuren kein Überfluß ist, bleibe nicht unerwähnt; nicht unerwähnt aber auch, daß die Entwicklung technisch richtigen Denkens so gut als nur irgend ein anderes Studium für die allgemeinen Anschauungen und Aufgaben des Lebens heranbildet und daß es im Interesse der Menschheit deshalb nur erwünscht sein kann, wenn der Ingenieur auch in der bürgerlichen Gesellschaft immer mehr die Anerkennung und Stellung findet, die seinen Leistungen und Fähigkeiten zukommt<sup>1)</sup>.

## E. Eigenschaften des Wassers.

### I. Einleitendes und Maßsysteme.

Zur richtigen Bewertung einer Naturerscheinung ist es, wie wir ausgeführt haben, notwendig, nach Möglichkeit die sämtlichen mitspielenden Faktoren ins Auge zu fassen, um entscheiden zu können, in welchem Grade die einzelnen von ihnen am Gesamtergebnis beteiligt sind. Von dieser Erkenntnis machen wir nun den ersten Gebrauch, indem wir die Eigenschaften des Wassers, wie es sich in

---

<sup>1)</sup> LYNEN, Die Ausbildung zum Konstrukteur und ihre Bedeutung für die Allgemeinheit. Bayr. Industrie- und Gewerbeblatt, 1911, S. 41 ff.

den Wasserkraftmaschinen als Träger der Naturenergie darbietet, studieren und uns von Fall zu Fall fragen, welchen Einfluß praktisch mögliche Änderungen dieser Eigenschaften auf den Betrieb der Maschinen ausüben können. Dabei wird es für unsere späteren Rechnungen von besonderem Vorteil sein, stets die Dimensionen der auftretenden Größen festzustellen und zu prüfen, ob die Gleichungen in den Dimensionen homogen sind<sup>1)</sup>. Solche Prüfung wird dadurch erschwert, daß in der Literatur zwei verschiedene Maßsysteme gebräuchlich sind, das technische, dem die Einheiten von Kraft, Länge und Zeit [kg (Gewicht), m, sek, seltener g (Gewicht), cm, sek] und das C.G.S.-System, dem die Einheiten der Masse, der Länge und der Zeit [g (Masse), cm, sek] zugrunde liegen<sup>2)</sup>. Beide sind verknüpft durch die dynamische Grundgleichung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}^3).$$

Auf diese wichtigen Beziehungen werde ich bei den folgenden Messungen der Eigenschaften des Wassers an geeigneter Stelle näher eingehen<sup>4)</sup>.

## II. Die von der Masse des Wassers herrührenden Eigenschaften.

### 1. Das Gewicht.

Das Gewicht ist die Folge der Anziehung zwischen der Masse des Wassers und der der Erde und stellt seine zur Arbeitsleistung in Wasserkraftmaschinen augenfälligste Eigenschaft dar.

Das Gewicht der Volumeneinheit ( $\gamma$ ) heißt spezifisches Gewicht. Es beträgt im technischen Maßsystem für 1 cbm reinen Wassers bei 4° C und 760 mm Barometerstand in 45° geographischer Breite am Meeresspiegel 1000 kg. Seine Dimension ist sonach  $\text{kg/m}^3$ .

Im C.G.S.-System ist die Einheit des Gewichts diejenige Kraft, die der Masse eines g, d. h. eines ccm Wassers von den obengenannten Eigenschaften, die Beschleunigung von 1 cm/sek<sup>2</sup> erteilt, und die man die Dyne (abgekürzt dyn) genannt hat. Ihre Dimensionen sind sonach = g (Masse) cm · sek<sup>-2</sup> und die Dimensionen des spezifischen Gewichts = g (Masse) cm<sup>-2</sup> · sek<sup>-2</sup>.

Da das Gewicht von 1 kg der Masse desselben eine Beschleunigung von 9,81 m/sek<sup>2</sup> erteilt, so erteilt es der Masse eines g Gewichts die Beschleunigung von 9810 m/sek<sup>2</sup> oder 981000 cm/sek<sup>2</sup> und ist sonach 981000 mal größer als eine Dyne. Das Maß für das spezifische Gewicht  $\gamma$  im technischen Maßsystem ist somit  $\frac{981000}{100^3} = 0,981$  mal so groß als das Maß für das spezifische Gewicht im C.G.S.-System, das wir zur Unterscheidung mit  $[\gamma]$  bezeichnen wollen. So ist für reines Wasser  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  und  $[\gamma] = 981 \text{ dyn/cm}^3 = 981 \frac{\text{g(Masse)}}{\text{cm}^2 \text{ sek}^2}$ .

<sup>1)</sup> FÖPPL I, 1911, S. 41.

<sup>2)</sup> EBERT I, S. 19 u. 215; FÖPPL I, 1911, S. 34.

<sup>3)</sup> EBERT I, S. 214; FÖPPL I, 1911, S. 29 u. 30.

<sup>4)</sup> Über die Möglichkeit, eine Einigung zwischen den beiden Maßsystemen herbeizuführen, oder doch wenigstens die Gefahr von Verwechslungen durch Unterscheidung der Bezeichnungen für die Kilogrammkraft und die Kilogrammasse auszuschalten, liegt eine Reihe von Veröffentlichungen vor. Eine Zusammenstellung von solchen findet sich Z. 1913, S. 386. Vgl. auch Z. 1913, S. 866 u. S. 1954.

Das Gewicht eines Körpers ändert sich mit seiner Entfernung vom Erdmittelpunkt. In gleichem Maß ändert sich auch die Beschleunigung, die das Gewicht frei fallenden Körpern erteilt und die man allgemein mit  $g$  bezeichnet. Sie kann nach HELMERT <sup>1)</sup> in folgende Abhängigkeit von dem Winkel  $\varphi$  der geographischen Breite und der Höhe  $h$  in m über dem Meeresspiegel gebracht werden:

$$g = 9,80632 - 0,02593 \cdot \cos 2\varphi + 0,00007 \cdot \cos^2 2\varphi - \frac{2h}{R} \cdot g, \quad (9)$$

wobei  $R$  den Erdradius bedeutet.

Z. B. würde sich in einer Erhebung von 3000 m am Äquator ( $\varphi = 0$ ) mit  $R = \frac{10 \cdot 10^6}{2\pi}$  ergeben:

$$g = 9,80632 - 0,02593 + 0,00007 - 0,000003086 \cdot 3000 = 9,78046 - 0,009258 = 9,771202 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2};$$

am Pol in Seehöhe dagegen mit  $\varphi = 90^\circ$ ;  $h = 0$ :

$$g = 9,80632 - 0,02593 \cdot (-1) + 0,00007 \cdot (-1)^2 = 9,83232 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}.$$

Man bemerkt daraus, daß die größte Änderung durch die Breite (9,78 gegen 9,83) nur rund  $\frac{1}{2}\%$  und die beträchtliche Bodenerhebung von 3000 m nur etwa  $1\%$  an der Schwerkraft ausmacht, daß derartige Änderungen im allgemeinen also ruhig vernachlässigt werden können.

## 2. Die Dichte.

Die Masse der Volumeinheit nennt man Dichte <sup>2)</sup>. Im technischen Maßsystem bezeichnen wir sie mit  $\delta$ , im C.G.S.-System mit  $[\delta]$ . Im letzteren ist ihre Einheit die Masse von 1 ccm reinen Wassers (das Massengramm). Dessen Dichte  $[\delta]$  ist somit = 1, und seine Dimensionen sind  $\frac{\text{g (Masse)}}{\text{cm}^3}$ . Im technischen Maßsystem wird die Masse durch die Kraft gemessen, die ihr eine gewisse Beschleunigung erteilt. Nach der Beziehung:  $\text{Masse} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Beschleunigung}}$  sind demnach die Dimensionen der Masse, wenn die Kraft in kg (Gewicht), die Beschleunigung in m durch  $\text{sek}^2$  ausgedrückt wird:  $\frac{\text{kg}}{\text{m/sek}^2}$ . Die Masseneinheit ist dann die Masse von 9,81 Gewichtskilogramm, d. h. die Masse, der 1 kg Gewicht in einer Sekunde die Beschleunigung von 1 m/sek<sup>2</sup> erteilt. Die Masse eines Kubikmeters oder die Dichte  $\delta$  ist daher im technischen Maßsystem  $\frac{1000}{9,81} = 102$  Masseneinheiten durch m<sup>3</sup>, somit

$$\delta = 102 \frac{\text{kg (Masse)}}{\text{m}^3} = 102 \frac{\text{kg}}{\text{m/sek}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}^3} = 102 \frac{\text{kg sek}^2}{\text{m}^4}.$$

Gelegentlich wird die Dichte  $\delta$  im technischen Maßsystem auch durch das Grammgewicht und den cm ausgedrückt. Dann lautet ihre gleichartige Dimension

<sup>1)</sup> LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 811.

<sup>2)</sup> EBERT I, S. 212.

$\frac{\text{g}}{\text{cm}^4}$ ; ihr Maß ist um das  $\frac{100^4}{1000} = 100000$ fache größer, d. h. ihr Zahlenwert erscheint um  $\frac{1}{100000}$  kleiner.

Vergleichsweise lassen die Abb. 6 a und b, die freilich wegen der sehr verschiedenen Größenordnung in verschiedenem Maßstab dargestellt werden mußten, diejenigen Volumina erkennen, die im technischen, bzw. im C.G.S.-System die spezifischen Gewichte und die spezifischen Massen enthalten.

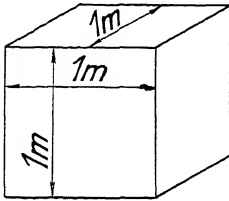


Abb. 6 a. Volumeinheit im technischen Maßsystem.  
Maßstab 1:50.

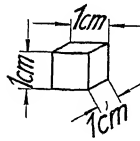


Abb. 6 b. Volumeinheit im C.G.S.-System.  
Maßstab 1:2.

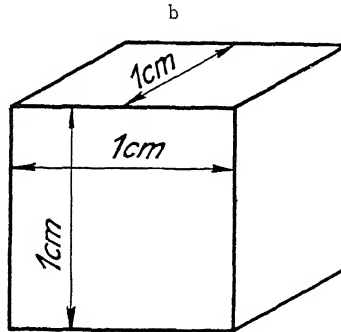
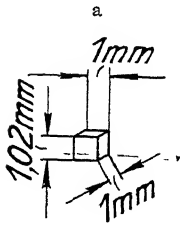


Abb. 8 a und b. Einheitsgewicht und Einheitsmasse im C.G.S.-System.  
Maßstab 3:1.

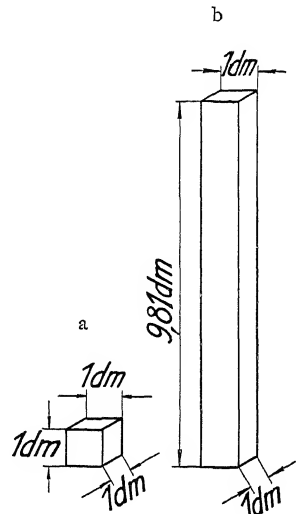


Abb. 7 a und b. Einheitsgewicht und Einheitsmasse im technischen Maßsystem. Maßstab 1:20.

Die Einheit des Gewichts ist für reines Wasser im technischen Maßsystem durch Abb. 7 a, die der Masse durch Abb. 7 b sichtbar gemacht, während die Abb. 8 a und b das Einheitsgewicht bzw. die Einheitsmasse im C.G.S.-System zeigen.

Man bemerkt daraus, daß die spezifischen Größen des Gewichts und der Masse im technischen System je um das  $100^3 = 1000000$ fache größer sind als im C.G.S.-System, daß die Gewichtseinheiten sich aber verhalten wie  $\frac{1 \text{ dm}^3}{1,02 \text{ mm}^3} = 981000$ , die Masseneinheiten wie  $\frac{9,81 \text{ dm}^3}{1 \text{ cm}^3} = 9810$ , so daß die Zahlenwerte von  $\gamma$  und  $[\gamma]$  sich verhalten wie  $\frac{1000000}{981000} = 1,02$ , die von  $\delta$  und  $[\delta]$  wie  $\frac{1000000}{9810} = 102$ .

Als Variationen der Dichte kommen in Betracht:

a) Die Änderung der Dichte mit dem Druck.

Sie wird durch den Kompressibilitätskoeffizienten  $\beta$  bestimmt, der die Volumabnahme ( $V_1 - V_2$ ), bezogen auf das Anfangsvolumen  $V_1$ , für eine Druckzunahme um eine Atmosphäre angibt.

$$\beta = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \cdot \frac{1}{p_2 - p_1} \quad (p = \text{Druck in Atmosphären}). \quad (10)$$

Er wechselt in geringem Maße mit der Temperatur und mit dem Anfangsdruck des Wassers.

AMAGAT <sup>1)</sup> fand für  $\beta$

zwischen	bei 0°	bei 10°	bei 20°
1—25 Atm.	0,0000525	0,0000500	0,0000491
25—50 „	0,0000516	0,0000492	0,0000476
50—75 „	0,0000509	0,0000473	0,0000456
75—100 „	0,0000502	0,0000470	0,0000453
1—100 „	0,0000511	0,0000483	0,0000468

Die Volumabnahme bzw. Dichtigkeitszunahme beträgt somit rund  $\frac{1}{2}\%$  bei 100 Atmosphären Druckzunahme, d. h. für eine Wasserkraftanlage von 1000 m Gefälle beträgt das mittlere spezifische Gewicht der Wassersäule im Druckrohr rund 1002,5, was nur in seltenen Fällen Berücksichtigung verdienen wird <sup>2)</sup>.

Anders liegen die Verhältnisse bei den in den Regulierproblemen auftretenden Stoß- und Schwingungserscheinungen, wo die Elastizität des Wassers neben der der Rohre eine wichtige Rolle spielt <sup>3)</sup>.

b) Die Änderung der Dichte mit der Temperatur

hat technisch und volkswirtschaftlich mit Rücksicht auf die Vereisung der Flüsse und Seen eine ganz hervorragende Bedeutung.

Nach THIESEN, SCHEEL und DIESSELHORST <sup>4)</sup> ist unter Atmosphärendruck (760 mm Hg) (im C.G.S.-System)

bei ° C	die Dichte	das spezifische Volumen
0	0,99987	1,00013
1	0,99993	1,00007
4	1,0	1,0
10	0,99973	1,00027
20	0,99823	1,00177
30	0,99567	1,00435
35	0,99406	1,00598

<sup>1)</sup> LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 60.

<sup>2)</sup> Wasserkraftanlagen mit ähnlich hohem Gefälle sind in der Tat schon ausgeführt worden, z. B. Anlage Vouvy am Genfer See mit 950 m. KOEHN, S. 468. Wasserkraftwerk Adamello mit 910 m. Schw. Bztg., 1911, S. 1.

<sup>3)</sup> ALLIÈVE, Théorie générale du mouvement varié de l'eau. Revue de Mécanique, 1904, janvier et mars. Eine deutsche Bearbeitung dieses bedeutenden Werkes von DUBS und BATAILLARD als Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen. Berlin, Springer, 1909

<sup>4)</sup> LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 37 u. 38.

Die hieraus ersichtliche eigentümliche Eigenschaft des Wassers, bei  $4^{\circ}$  seine größte Dichte zu besitzen, zeitigt die wichtige Folgerung, daß Wasser, welches unter diesen Betrag abgekühlt wird, nicht untersinkt, bzw. daß das Wasser in der Tiefe längere Zeit  $4^{\circ}$  C beibehält, wodurch die Gefahr des Vereisens der Flüsse und Seen wesentlich vermindert bleibt.

Nur durch starkes mechanisches Durcheinandermengen der Wasserströmung, wobei immer neue Teile mit der kalten Luft in Berührung kommen, wie es etwa durch Wasserfälle geschieht, wird die ganze Wassermasse gleichmäßig auf  $0^{\circ}$  abgekühlt und führt dann auf das sehr unerwünschte Grundeis, das oft in wenigen Minuten eine Wasserkraftanlage außer Betrieb setzen kann (Abb. 9).

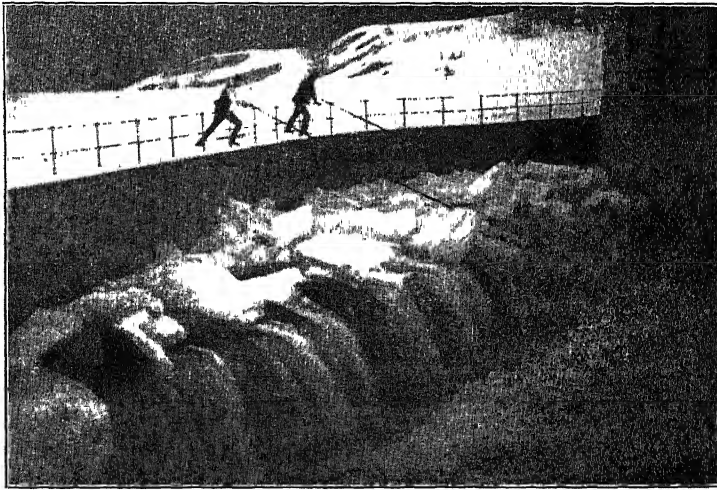


Abb. 9. Eisanhäufung am Leerlauf einer Wasserkraftanlage nach WINKLER.  
Die Turbine, 1909/10, S. 34.

Für die Abnahme der Turbinenleistung durch Verminderung der Dichte, z. B. in einem heißen Klima ( $\frac{1}{2}\%$  bei  $30^{\circ}$ ), sind die obigen Änderungen dagegen meist unerheblich.

Aus den angeführten Gewichtsänderungen erkennt man aber auch die physikalische Überlegenheit des absoluten Maßsystems, das die Kräfte durch das Trägheitsgesetz auf die unveränderliche Masseneinheit (ein Massengramm) zurückführt, über das technische Maßsystem, in dem die Kräfte durch die nur unter bestimmten Voraussetzungen auftretende Anziehungskraft der Erde auf ein gewisses, gleichfalls besonders definiertes, Wasservolumen gemessen werden.

### c) Die Dichte des nicht reinen Wassers.

Die vorstehenden Bemerkungen galten für reines Wasser. Befinden sich im Wasser noch andere Körper beigemengt oder gelöst, und das bildet in der Natur die Regel, so ergeben sich neue Zahlen für die Dichte der Mischung.



1. Der Unterschied der Dichte des mit Luft gesättigten gegenüber der des luftfreien Wassers beträgt nach MAREK <sup>1)</sup> bei verschiedenen Temperaturen, wobei  $[\delta']$  die Dichte des lufthaltigen,  $[\delta]$  die des luftfreien Wassers darstellt:

$$\begin{aligned} 10^7 \cdot ([\delta'] - [\delta]) \text{ bei } 0^\circ &= -25 \\ &» \quad 5^\circ = -33 \\ &» \quad 10^\circ = -32 \\ &» \quad 15^\circ = -22 \\ &» \quad 20^\circ = -4, \end{aligned}$$

wonach  $[\delta]$ , wie zu erwarten, etwas größer erscheint als  $[\delta']$ .

2. Meerwasser hat eine um rund  $2\frac{1}{2}\%$ , Salzsole eine um rund  $20\%$  <sup>2)</sup> größere Dichte als reines Wasser.

3. Durch Schlammgehalt erfährt Wasser (Gossenwasser) gleichfalls eine Vermehrung der Dichte von  $\frac{1}{2}-1\%$  <sup>3)</sup>.

### III. Die Zähigkeit.

Nimmt man an, daß der Widerstand, der sich einer gegenseitigen Verschiebung einzelner Wasserteilchen entgegensetzt, der Größe der bewegten Schichten und ihrer gegenseitigen Verschiebungsgeschwindigkeit proportional, dem senkrechten Abstand der beiden Schichten aber umgekehrt proportional sei (POISEUILLESches Gesetz), so läßt sich eine mathematische Abhängigkeit zwischen dem Druckgefälle in einer Rohrleitung und der mittleren Wassergeschwindigkeit unschwer berechnen (S. 98). Diese Abhängigkeit wird für verhältnismäßig kleine, unter der sogenannten kritischen Geschwindigkeit liegende Wassergeschwindigkeiten durch den Versuch bestätigt (S. 94), und man hat deshalb den nach obigen Annahmen definierten Einheitswiderstand als einen inneren Reibungskoeffizienten des Wassers festgesetzt und mit dem Ausdruck »Zähigkeit« ( $\eta$ ) bezeichnet (Abb. 10). Der Widerstand  $W$  ist sonach

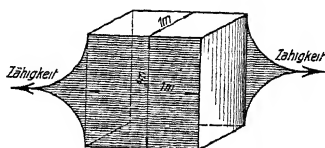


Abb. 10. Schematische Darstellung der Zähigkeit.

$$W = \eta \cdot \frac{\text{Fläche} \cdot \text{Verschiebungsgeschwindigkeit}}{\text{Abstand}}, \quad (11)$$

und umgekehrt sind die Dimensionen der Zähigkeit nach obiger Definition =

$$\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche} \cdot \text{Geschwindigkeit} \cdot \frac{1}{\text{Abstand}}}.$$

Die Zähigkeit wird ebenso wie  $\gamma$  und  $\delta$  sowohl im technischen als im absoluten Maßsystem angegeben.

Im technischen Maßsystem messen wir

$$\eta \text{ in } \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sek}} \cdot \frac{1}{\text{m}}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2}. \quad (12)$$

<sup>1)</sup> LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 39.

<sup>2)</sup> RÜHLMANN, I, 1875, S. 437.

<sup>3)</sup> HUGHES und SAFFORD, 1911, S. 5.

Zum Übergang auf das C.G.S.-System beachten wir, daß nach S. 12 ein kg-Gewicht 981000mal größer ist als eine Dyne, während statt m jetzt cm einzusetzen sind. Somit wird im C.G.S.-System

$$[\eta] \text{ in } \frac{\text{dyn} \cdot \text{sek}}{\text{cm}^2} \left( = \frac{\text{g}(\text{Masse}) \text{ cm sek}}{\text{sek}^2 \text{ cm}^2} = \frac{\text{g}(\text{Masse})}{\text{cm sek}} \right)$$

um  $\frac{981000}{10000} = 98,1$  mal größer ausfallen als  $\eta$ .

Im technischen Maßsystem mißt man die Zähigkeit  $\eta$  statt in  $\frac{\text{kg}(\text{Gewicht})\text{sek}}{\text{m}^2}$  gelegentlich auch in  $\frac{\text{g}(\text{Gewicht}) \cdot \text{sek}}{\text{cm}^2}$ , wodurch die Zahlenwerte um  $\frac{1000}{100^2} = \frac{1}{10}$  kleiner werden als im ersten Falle.

In der Literatur erscheinen die Dimensionen der Zähigkeit, sowie die des spezifischen Gewichts, der Dichte und des Quotienten  $\frac{\eta}{\gamma}$  und  $\frac{\eta}{\delta}$  in den verschiedensten Anschreibungen, wodurch ein Vergleich der einzelnen Beobachtungswerte in unliebsamer Weise erschwert wird.

Erfahrungswerte der Zähigkeit von reinem Wasser bei verschiedenen Temperaturen gibt die folgende Tabelle:

#### Änderung der Zähigkeit mit der Temperatur <sup>1)</sup>.

Temperatur ° C.	Zähigkeit im technischen Maßsystem		Zähigkeit im C.G.S.-System
	$\eta \left( \frac{\text{kg} \cdot \text{sek}}{\text{m}^2} \right)$	$\eta \left( \frac{\text{g} \cdot \text{sek}}{\text{cm}^2} \right)$	$[\eta] \left( \frac{\text{dyn} \cdot \text{sek}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{g}(\text{Masse})}{\text{cm sek}} \right)$
0	0,0001832	0,00001832	0,01797
5	0,0001547	0,00001547	0,01518
10	0,0001332	0,00001332	0,01307
15	0,0001162	0,00001162	0,01140
20	0,0001023	0,00001023	0,01004
25	0,0000912	0,00000912	0,00895
30	0,0000818	0,00000818	0,00803

Man bemerkt hiernach eine ganz erhebliche Abnahme der Zähigkeit mit zunehmender Temperatur. Die später angeführten Erfahrungsformeln für die in Wasserbewegungen auftretenden Reibungsverluste (S. 104) werden aber zeigen, daß bei den technisch in Frage kommenden Geschwindigkeiten die Zähigkeit nur eine verhältnismäßig untergeordnete Rolle spielt.

Die Änderung der Zähigkeit mit dem Druck ist viel geringer als die mit der Temperatur. Nach WARBURG und SACHS <sup>2)</sup> ist

$$\eta = \eta_0 (1 - 0,00017 \cdot p), \quad (13)$$

wobei

$$p = \text{Überdruck in Atmosphären,} \\ \eta_0 = \text{Zähigkeit bei Überdruck 0.}$$

Danach nimmt die Zähigkeit mit wachsendem Druck nur in ganz unbedeutendem Maße (auf 60 Atmosphären um etwa 1%) ab.

<sup>1)</sup> KOHLRAUSCH, 1901, S. 586, Taf. 20a; vgl. auch LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 77.

<sup>2)</sup> POGGENDORFF, 1884, Bd. XXII, S. 520 u. 521.

#### IV. Die Spannung des Wasserdampfes.

Die Spannung des Wasserdampfes ist an den Stellen der Turbinen in Berücksichtigung zu ziehen, an denen durch die Konstruktionsanordnungen und die Strömungsvorgänge sehr geringe Pressungen auftreten, infolge deren der gleichmäßige Zusammenhang der Flüssigkeit unterbrochen werden kann. Als eine solche Stelle kommt in erster Linie der Beginn des Saugrohrs  $S$  (Abb. 11) in Frage, wo sich eine Druckverminderung unter den barometrischen Atmosphärendruck einstellt, die, in  $m$  Wassersäule gemessen, annähernd gleich der Saugrohrlänge  $l_s$  ist.

Bei völlig luftfreiem Wasser hält freilich die Kohäsion die einzelnen Teilchen auch gegenüber einer Zugbeanspruchung zusammen, konnte man doch in solchem Fall negative Drucke bis ungefähr 30 Atmosphären beobachten<sup>1)</sup>. Dieser Fall tritt aber in der Technik nicht ein. Vielmehr geben die hier stets im Wasser vorhandenen Luftbläschen Gelegenheit zur Verdampfung, die eingeleitet wird, sobald die Pressung der Flüssigkeit die entsprechende Spannung des Wasserdampfes unterschreitet.

Die Größe des letzteren hängt in hohem Maße von der Temperatur ab.

Als Mittelwert aus einer großen Zahl von Beobachtungen<sup>2)</sup> ist die Spannung

bei 0° C	4,579 mm Quecksilbersäule.
» 5° »	6,528 » »
» 10° »	9,179 » »
» 15° »	12,728 » »
» 20° »	17,406 » »
» 25° »	23,546 » »
» 30° »	31,555 » »

Das bedeutet bei 20°, was an heißen Sommertagen leicht eintritt, eine Wassersäule von fast  $\frac{1}{4}$  m Höhe, die bei langen Saugrohren eine Berücksichtigung wohl verlangt.

#### V. Der Luftgehalt des Wassers.

Mehr noch als durch die Spannung des Wasserdampfes wird der Zusammenhang der Wasserströmung durch die im Wasser befindliche Luft gefährdet, dabei ist die im Wasser gelöste Luft von der zu unterscheiden, die dem Wasser in Form kleiner Bläschen mechanisch beigemischt ist.

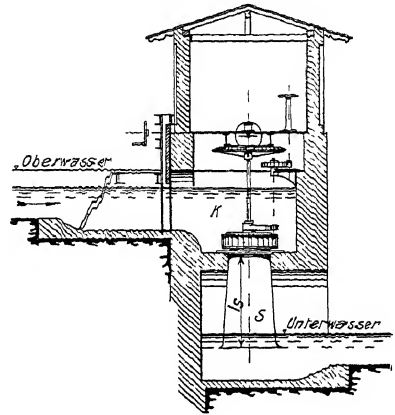


Abb. 11. Offene Zentripetal-Vollturbine mit geradem Saugrohr.

<sup>1)</sup> Fortschritte der Physik, 1911, I, S. 201 (Julius Meyer).

<sup>2)</sup> LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 119.

Letztere tritt nach Wasserfallen und starken, von Lufttrichtern begleiteten Wirbelbildungen in größeren Mengen auf und gewinnt besondere Bedeutung, wenn das Gemisch beim Durchströmen durch die Turbine einer Druckverminderung ausgesetzt wird, weil dabei das Luftvolumen entsprechend expandiert.

Auch für die im Wasser gelöste Luft ist ein Druckabfall bedenklich, weil sie im Sättigungszustand nach dem HENRY-DALTONSchen Gesetz für bestimmte Temperatur stets das gleiche, dem vorhandenen Druck entsprechende Volumen besitzt. Es folgt hieraus, daß die lösbare Luftmenge dem Druck proportional ist, und daß bei Druckverminderung der Sättigungspunkt leicht unterschritten wird. So tritt die Luft häufig im oberen Teil des Saugrohres (S Abb. 11) in Form kleiner Bläschen aus, die im weiteren Durchströmen des Saugrohres auch in höherem Druckbereich in der Kürze der Zeit nicht wieder absorbiert werden können, sondern im Unterwasser, wie häufig zu beobachten, zutage treten.

Welches Luftvolumen das Wasser aber zu lösen vermag, bestimmt die folgende Tabelle:

Von 1000 Teilen Wasser werden gelöst<sup>1)</sup>:

bei 0° C	29,18 Teile Luft.
» 5° »	25,68 » »
» 10° »	22,84 » »
» 15° »	20,55 » »
» 20° »	18,68 » »
» 25° »	17,08 » »
» 30° »	15,64 » »

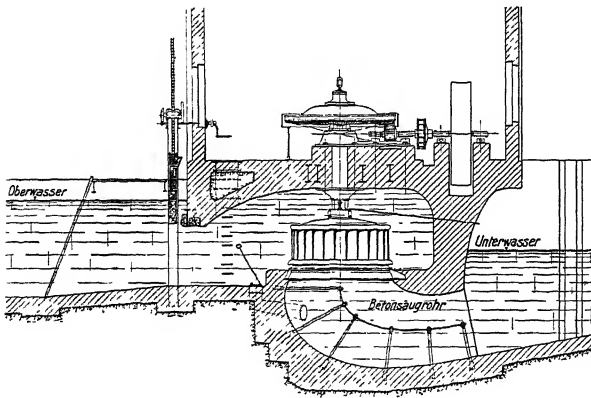


Abb. 12. Halboffene vertikale Zentripetal-Vollturbine mit gekrümmtem Saugrohr.

Neben den Störungen der Kontinuität, die nur bei starker Druckabnahme in Frage kommen, vermindert die ausgeschiedene Luft aber auch in jedem Fall das spezifische Gewicht der Gesamtflüssigkeit und damit die Leistung der Maschine. (S. auch S. 479 u. 501).

Außer der in fein verteiltem Zustand auftretenden Luft können schließlich, wenn die Einlaßöffnungen der Turbine nahe unter dem Oberwasserspiegel liegen, auch durch Wirbelbildung Lufttrichter eingesaugt werden, die den Wirkungsgrad der Anlage stark beeinträchtigen und durch ihr lautes Heulen unangenehm auffallen. Sie treten am ehesten bei großen offenen Turbinenkammern (K Abb. 11) mit langsamzufließendem Wasser auf, lassen sich aber einfach und sicher durch Einbau einer Decke nach Abb. 12 aus der Welt schaffen (vgl. S. 500).

Eine ganz andere, gleichfalls unerwünschte Nebenwirkung zeitigt die gelöste bzw. ausgeschiedene Luft durch ihren reichen Sauerstoffgehalt<sup>2)</sup>, der zu einem Angreifen der metallischen Maschinenteile führt und bei den Anfressungen der Eisenteile, den sogenannten Korrosionserscheinungen mitbeteiligt sein kann.

<sup>1)</sup> LANDOLT, Tabellen, 1905, S. 605.

<sup>2)</sup> WARBURG, 1905, S. 104.

## VI. Elektrische Eigenschaften des Wassers.

Neben der erwähnten Einwirkung des Sauerstoffes spielen aber bei den Korrosionen auch elektrische Spannungsdifferenzen eine Rolle, wie sie sich beim Aufprallen von Wasser auf feste Körper im luftgefüllten Raum bemerklich machen.

Nach LENARD<sup>1)</sup> wird bei Wasserfällen das Wasser positiv, die Luft negativ geladen.

Der gegebene Boden für solche Erscheinungen ist der Übergang zwischen Leit- und Laufrad bei Turbinen, die mit geringem Überdruck im Laufrad und mit langem Saugrohr arbeiten. Da tritt infolge der starken Druckverminderung Luft aus dem Wasser aus, die neben ihrem Sauerstoffgehalt den Nachteil hat, ein gewisses Aufprallen des Wassers auf die Laufradschaufeln und damit eine Entwicklung elektrischer Spannungsdifferenzen bzw. Wirbelströme hervorzurufen. Und daß wirklich elektrische Ströme bei dieser Zerstörung der Laufräder eine Rolle spielen, zeigt sich darin, daß nicht nur Anfressungen an einigen Stellen, sondern daß auch Niederschläge des Eisens an anderen, benachbarten Stellen beobachtet werden können (Abb. 13).

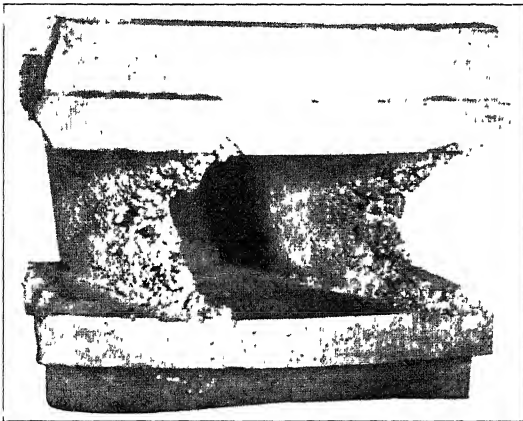


Abb. 13. Ausschnitt aus einem korrodierten Leitrad  
nach WAGENBACH.

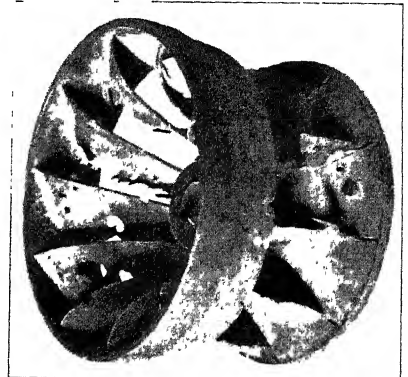


Abb. 14. Durch Säuren zerfressenes Laufrad  
einer Zentripetal-Vollturbine. (Hansenwerk.)

## VII. Chemische Eigenschaften des Wassers.

Wasser ist ein eminentes Lösungsmittel. Es enthält daher in der Natur allerlei Stoffe gelöst, die entweder durch Niederschläge, z.B. Verkalkungen, die Oberflächenbeschaffenheit der Turbinen verändern und die Beweglichkeit ihrer einzelnen Teile hemmen oder sie auch wie z. B. durch Säuren zerstören können (Abb. 14).

Man ist dadurch gezwungen, gelegentlich die Laufräder aus Bronze oder anderen Materialien statt aus Eisen herzustellen. Grundsätzlich aber sollten alle im Wasser befindlichen Maschinenteile nicht nach den Regeln der Feinmechanik, sondern in solchen Abmessungen hergestellt werden, daß sie den genannten Ablagerungen bzw. Angriffen gegenüber Spielraum und Widerstandsfähigkeit besitzen.

<sup>1)</sup> POGGENDORFF, 1892, Bd. XLVI, S. 584 und 1902, Bd. IX, S. 224.

Das gilt vor allem auch gegenüber dem Rosten des Eisens bzw. seiner Verwandlung in Eisenoxydhydrat, die in sauerstoffhaltigem Wasser besonders bei Walzeisen, weniger rasch bei Schmiede- und noch weniger bei Gußeisen auftritt, und einerseits die Festigkeit der betreffenden Teile untergräbt, andererseits aber auch ihre Beweglichkeit dadurch hemmt, daß beim Verrosten eine Volumenvermehrung auf etwa  $\frac{7}{4}$  des Eisenvolumens eintritt.

Zwangsläufig und häufig bewegte Teile sollten daher — und dies gilt besonders für die Hauptwelle und die Regulierorgane — mit Metallbuchsen ausgerüstet und womöglich vom Wasser isoliert werden.

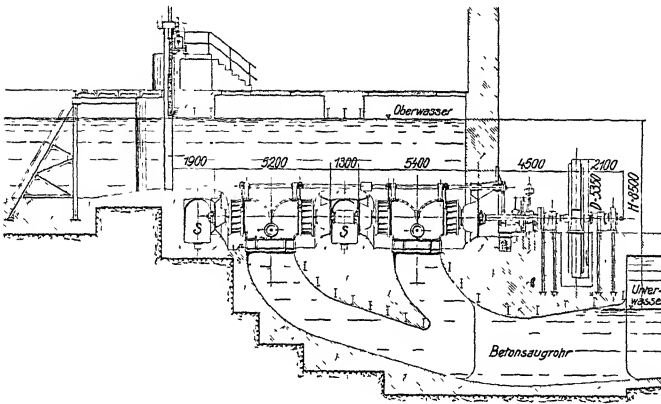


Abb. 15. Vierfache Zentripetal-Vollturbine des Elektrizitätswerkes Moosburg bei München (VORTH).

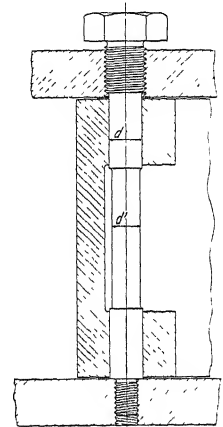


Abb. 16. Leitschaufel-Drehbolzen der amerikanischen Samsonturbine.

Abb. 15 zeigt z. B. bei einer modernen 4fach-Turbine die Einsteigschächte  $S$ , von denen aus die Hauptlager frei bedient werden können.

Andererseits müssen vom Wasser benetzte Teile, die gelegentlich entfernt werden sollen, so dimensioniert werden, daß ein Rostüberzug bzw. ein den Rost verhütender Anstrich nicht hinderlich ist. Ein Beispiel hierfür gibt in Abb. 16 die Differenz der Durchmesser  $d$  und  $d'$ .

## VIII. Physikalische Beimengungen des Wassers.

Die physikalischen Beimengungen des Wassers müssen an dieser Stelle gleichfalls erwähnt werden, spielen sie doch im wirklichen Betrieb eine oft ausschlaggebende Rolle.

Wasser von Gebirgsbächen, die Geröll, Kies und Sand, gelegentlich auch Äste und Blätter führen, ist lange nicht so ungestört zu verwerten als Wasser, welches klar aus einem großen See austritt; denn Fremdkörper, wie z. B. Sand oder suspensierter Lehm, beschleunigen die Abnutzung der Turbinenteile. Als Beispiel diene ein in Abb. 17 wiedergegebenes Leitrad der Etschwerke.

Solche Abnutzung ist aber hauptsächlich an Stellen gefährlich, wo stehende Wasserwirbel auftreten, die nach Art der Wind- oder Wasserhosen die Fremdkörper zusammenführen und eine eigentümliche, bohrende Wirkung ausüben können.

Abb. 18 zeigt solche ziemlich regelmäßige Bohrlöcher von 20–30 mm Durchmesser am Leitrad einer Jonval-Turbine nach ISAACHSEN<sup>1)</sup>.

Der Abnutzung sind aber auch die im Wasser befindlichen Wellenlager besonders dann ausgesetzt, wenn sie unter einseitigem Wasserdruck stehen, und ferner die durch Verstellen der Durchflußquerschnitte der Turbine wirkenden Teile der Wasserregulierungen (Abb. 19), wenn sie automatisch betätigt werden. Man ergreift daher bei unreinem Wasser bezüglich der letzteren wohl den Ausweg, die überschüssige Turbinenleistung außerhalb der Turbine durch sogenannte Bremsregler zu vernichten, um das fortwährende Bewegen der im Wasser befindlichen Teile zu vermeiden.

Bestehen die Fremdkörper aus größeren Stücken, so können sie Brüche der Leit- und Laufradschaufeln herbeiführen. Laub verstopft oft in kurzer Zeit den Turbinenrechen und bewirkt dadurch eine erhebliche Verminderung des nützlichen Gefälles.

Die Vorrichtungen zur Klärung des Wassers, wie Rechen, Schützen, Klär-

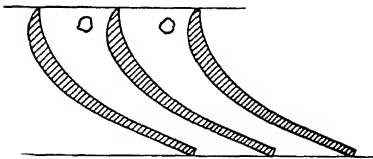


Abb. 18. Anfressungen nach ISAACHSEN.

teiche u. dgl. verteuern die Anlage und die fortlaufenden Reinigungsarbeiten vermehren die Kosten des Betriebes nicht unerheblich.

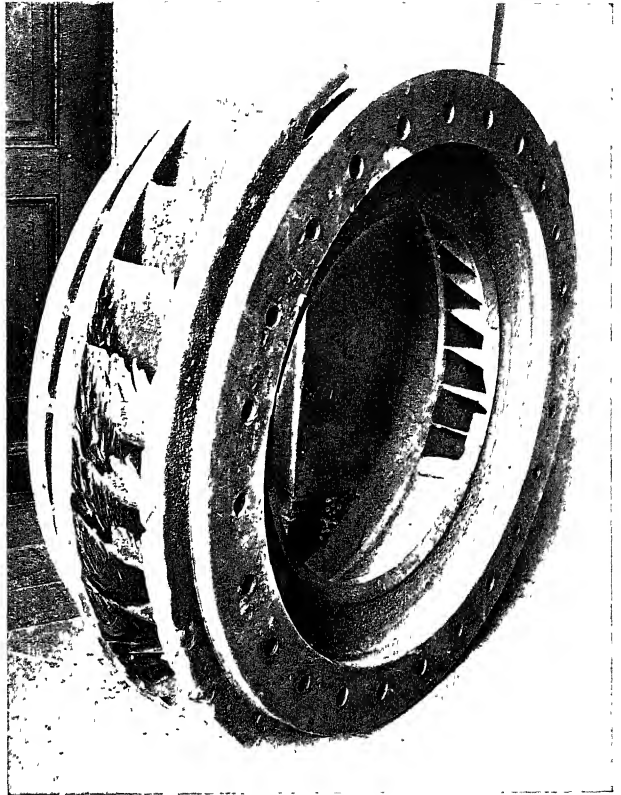


Abb. 17. Ausgewaschenes Leitrad der Etschwerke.

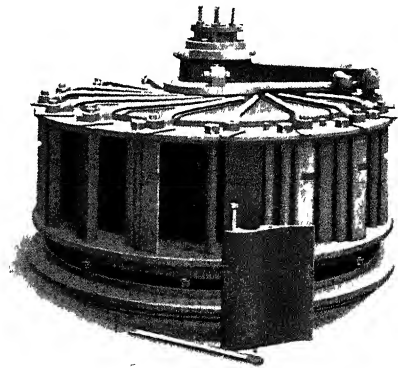


Abb. 19. Leitrad mit Drehschaufelregulierung für eine Zentripetal-Vollturbine. Eine Leitschaufel ist herausgenommen. (Hansenwerk.)

<sup>1)</sup> Zivilingenieur, 1896, S. 362.

Bei kleinen Anlagen mit geringer Wartung sind diese Gründe oft genügend, dem alten, aber gegen Verunreinigungen unempfindlichen Wasserrad vor der modernen, aber empfindlichen Turbine den Vorzug einzuräumen.

## IX. Die Eisbildung.

In Ländern der gemäßigten und kalten Zone hat man mit der Eisbildung zu rechnen. Sie bildet in mehrfacher Hinsicht eine Gefährdung des Betriebs<sup>1)</sup>.

Zunächst spielt das Eis die Rolle eines Fremdkörpers, der die Durchlaßöffnungen verstopfen und die Maschinenteile besonders bei gleichzeitiger automatischer Wasserregulierung zerstören kann.

Das Mitführen von Eis (Grundeis) im Wasser wird dadurch möglichst verhindert, daß man die Bildung einer Eisdecke beim Obergraben begünstigt (Wassergeschwindigkeit unter 1 m!), da das Wasser unter diesem schlechten Wärmeleiter verhältnismäßig gut vor Abkühlung geschützt ist<sup>2)</sup>.

In zweiter Linie bildet sich das Eis an den Maschinenteilen selbst, und besonders an solchen, die, wie z. B. Schützen und Rechen, mit der kalten Luft in Berührung stehen. Es hemmt dadurch ihre Beweglichkeit und verringert ihre freien Querschnitte.

Dagegen hilft überraschend gut eine Bespülung der betreffenden Eisenteile mit wärmerem Wasser (Abb. 20)<sup>3)</sup>, da die spezifische Wärme des Wassers sehr hoch ist. Sie wird bekanntlich = 1 gesetzt, wogegen z. B. die spezifische Wärme des Eisens nur 0,11 beträgt.

Unterstützt wird diese Wirkung noch durch die erhebliche Wärmemenge von 80 Kalorien, die beim Gefrieren von 1 kg Wasser frei wird<sup>4)</sup>.

In dritter Linie gefährdet die Eisbildung hohle Maschinenteile, indem die beim Gefrieren auftretende Volumvergrößerung ihr Zersprengen herbeiführen kann.

[Entwässerungsöffnungen (a Abb. 21) vorsehen!]

Nach NICHOLD<sup>5)</sup> ist die Dichte des Eises bei  $0^{\circ} = 0,918$ . Das Volumen des Wassers nimmt somit beim Gefrieren um etwa 9% zu.

Bei größerer Kälte zieht sich das Eis wieder zusammen, und zwar ist der Ausdehnungskoeffizient für einen Grad Temperaturerhöhung zwischen  $-10$  und  $0^{\circ}$  nach PLÜCKER und GEISSLER<sup>6)</sup> 0,0001585.

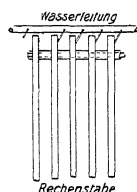


Abb. 20. Spülvorrichtung.

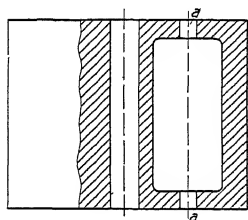


Abb. 21. Drehschaufel mit Hohlguß.

<sup>1)</sup> WINKLER, Betrieb einer Wasserkraftanlage im Winter. Die Turbine, 1909/10, S. 12.

<sup>2)</sup> Vgl. LÜSCHER, Das Grundeis und daherige Störungen in Wasserläufen und Wasserwerken. E. WIRTZ, Aarau 1906; Auszug in KOEHN, S. 835.

<sup>3)</sup> Unter ungünstigen Verhältnissen müssen eigene Heizanlagen zur Erwärmung des Berieselungswassers vorgesehen werden, z. B. an der Wehranlage der Sillwerke Innsbruck (vgl. Z., 1906, S. 758).

<sup>4)</sup> Eisstörungen schweizerischer Wasserkraftwerke, Z. g. T., 1907, S. 175.

<sup>5)</sup> CHVOLSON, Physik, 1905, III, S. 595.

<sup>6)</sup> POGGENDORFF, 1852, Bd. LXXXVI, S. 276.



## Zweiter Teil.

# Hydraulik.

---

### A. Vorwort.

Von dem großen und umfangreichen Kapitel der Hydraulik beschränke ich mich hier im großen und ganzen darauf, diejenigen elementaren Grundlagen anzuführen, die für die Berechnung der Wasserkraftmaschinen in erster Linie in Frage kommen. Auf die Gesetze der höheren Hydraulik bzw. Hydrodynamik, die in neuerer Zeit häufiger nicht nur zur Untersuchung von Strömungsvorgängen, sondern sogar zur Ableitung von Konstruktionsgesetzen herangezogen werden, gehe ich nur in verhältnismäßig kurzer und bescheidener Weise ein, da sie trotz ihrer großen wissenschaftlichen Bedeutung doch noch nicht in dem Maße fruchtbringend für den praktischen Bau der Wasserkraftmaschinen geworden sind, um die verhältnismäßig starke räumliche und zeitliche Belastung zu rechtfertigen, die ihre Behandlung im Rahmen dieser Vorlesungen mit sich brächte.

Begründet ist dies darin, daß die höhere Hydrodynamik, insoweit sie als Grundlage für die Theorie und Konstruktion der Turbinen benutzt wird, reibungsfreie und geordnete Strömungsvorgänge zur Voraussetzung hat, die in der technischen Wirklichkeit nicht auftreten; denn auch die einigermaßen geordnete, unterhalb der kritischen Geschwindigkeit vorhandene Wasserströmung kommt bei den im Bau der Wasserkraftmaschinen üblichen Gefäßdimensionen tatsächlich nicht vor. So sind wir nicht einmal in der Lage, die inneren Zustände einer Wasserströmung auch nur in dem denkbar einfachsten Gefäß, d. h. in einer geraden Röhre, mathematisch genau zu verfolgen, geschweige denn in den vielgestalteten Turbinenkanälen.

Unter der obengenannten Voraussetzung reibungsfreier Strömung ist es freilich gelungen, Gesetze für die Wasserbewegung festzulegen und Gefäßdimensionen zu berechnen, die ihnen entsprechen. Diese Ableitungen sind aber praktisch nur in dem Maße wertvoll, als man annehmen darf, daß in so berechneten Gefäßen auch die mit der Wirklichkeit übereinstimmende, nicht geordnete Wasserströmung besonders geringe Reibungsverluste erfahren wird. Das ist aber weder durch die Theorie noch durch den Versuch erwiesen.

Es muß daher im Gegenteil als eine Gefahr für die Entwicklung des konstruktiven Gefühls bezeichnet werden, wenn zuviel mit Außerachtlassung der Reibung gerechnet wird, die für die Praxis des Turbinenbaues nicht eingehend genug berücksichtigt werden kann.

In einigen Fällen freilich, wo es sich in erster Linie um die Verteilung der Wassergeschwindigkeiten in einem Gefäß handelt, können und werden wir von den in der höheren Hydrodynamik beliebten Methoden mit Vorteil Gebrauch machen.

Grundsätzlich darf aber betont werden, daß eine möglichst genaue Beobachtung der Natur, verbunden mit der Weckung des Gefühls für Ursache und Wirkung der in den Strömungsvorgängen auftretenden Erscheinungen, auch hier die nützlichste Förderung erwarten läßt, selbst wenn die mathematische Form, in die wir unsere Erfahrungen einkleiden können, bisher noch wenig elegant ist. Am strengsten wissenschaftlich ist eben nicht das, was die schönste mathematische Form besitzt, sondern das, was sich der Wirklichkeit am engsten anschließt und gerade im Turbinenbau sind, wie wir sehen werden, die Fälle nicht selten, wo das Bestreben nach Eleganz des Ausdrucks zu offenbaren Unrichtigkeiten geführt hat.

Dies sind im ganzen die Grundsätze, nach denen wir nun zunächst die Hydrostatik und dann die Hydrodynamik unserer Betrachtung unterziehen wollen.

## B. Hydrostatik.

### I. Ruhendes Wasser in ruhenden Gefäßen.

#### 1. Voraussetzung.

In der Hydrostatik kann das Wasser ohne merkliche Vernachlässigung gegenüber der Wirklichkeit als nicht zusammendrückbare und reibungslose Flüssigkeit angenommen werden, da Wasserreibung und rasche Druckänderungen nur bei fließendem Wasser auftreten. Darin ist eingeschlossen, daß die spezifische Dichte des Wassers konstant ist und daß sich jeder Druck gleichmäßig nach allen Richtungen fortpflanzt<sup>1)</sup>.

In den zunächst behandelten Abschnitten sei nicht nur das Wasser, sondern auch das Gefäß, in dem es sich befindet, im Ruhezustand, oder höchstens in geradlinig-gleichförmiger Bewegung angenommen.

#### 2. Gleichungen von Euler.

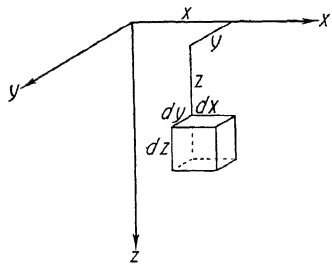


Abb. 22.

Die Gleichungen von EULER bilden auch heute noch die Grundlage für die Berechnung des Gleichgewichts im Innern einer Flüssigkeit.

Für die ruhende Flüssigkeit gilt danach in Kürze das Folgende<sup>2)</sup>:

Mit dem Volumenelement der Flüssigkeit  $= dx dy dz$  (Abb. 22) wirkt eine Kraft  $dP$ , deren Komponenten nach den Koordinaten mit  $dX$ ,  $dY$  und  $dZ$  bezeichnet seien.

Nach der Beziehung:  $\text{Druck} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$  bewirken sie

<sup>1)</sup> Gesetz von PASKAL. Vgl. FÖPPL, I, 1905, S. 351 ff.

<sup>2)</sup> Ausführlicher bei FÖPPL, IV, 1909, S. 370.

Drucksteigerungen in den betreffenden Richtungen, z. B. in  $x$ :  $\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx = \frac{dX}{dy \cdot dz}$   
( $p$  = Druck auf die Flächeneinheit).

Wenn nun unter  $X$  die Kraft pro Volumeinheit verstanden wird, wonach

$$dX = X \cdot dx dy dz,$$

so folgen die Grundgleichungen

$$\frac{\partial p}{\partial x} = X; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = Y; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = Z. \quad (14)$$

Häufig führt man nicht die Kräfte pro Volumeinheit ein, die für die Erdanziehung dem spezifischen Gewicht entsprechen, sondern die Kräfte pro Masseneinheit, die im gleichen Fall mit der Erdbeschleunigung identisch sind. Bezeichnen wir sie mit  $q_x, q_y, q_z$ ), wonach

$$X \cdot dx dy dz = q_x \frac{\gamma}{g} \cdot dx dy dz,$$

so ergeben sich die Grundgleichungen in der Form

$$q_x = \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad q_y = \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad q_z = \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (15)$$

Das vollständige Differential der Drucksteigerung  $dp$  folgt als Summe der partiellen Differentiale zu

$$dp = Xdx + Ydy + Zdz = \frac{\gamma}{g} (q_x dx + q_y dy + q_z dz) \quad (16)$$

und Flächen gleichen Druckes (Niveauflächen) werden dadurch charakterisiert, daß auf ihnen  $dp = 0$  ist.

Zu ihrer Berechnung muß die Änderung der Kräfte im Raum gegeben sein.

Sehr einfach wird für das Gewicht des Wassers, wenn  $z$  mit der Vertikalen zusammenfällt, mit  $q_z = g$

$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot q_z \cdot dz = \gamma \cdot dz = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m} = 1000 \text{ kg/m}^2$$

d. h. 1000 kg/m<sup>2</sup> Druckzunahme auf 1 m Gefälle.

Bezüglich allgemeinerer Kräftefunktionen führt schon hier eine kurze an das Gravitationsgesetz anschließende Überlegung auf einige für die höhere Hydraulik wichtige Begriffe.

### 3. Potential und Kraftfeld.

Auf ruhende Teilchen einer Flüssigkeit wirkt als einzige Kraft die Anziehung der Massen nach dem NEWTONschen Gravitationsgesetz:

$$P = k \cdot \frac{m \cdot m_z}{r^2}. \quad (17)$$

Dabei sind  $m$  und  $m_z$  punktförmig gedachte Massen im Abstand  $r$ , und  $k$  ist eine Maßkonstante. Denkt man sich nun die eine Masse, etwa  $m_z$ , festgehalten,  $m$  dagegen beliebig bewegt, so wird  $m$  jeweils mit einer Verkleinerung von  $r$  um  $dr$  eine Arbeit geleistet haben

$$dA = P(-dr) = k \frac{m \cdot m_z}{r^2} (-dr), \quad (18)$$

<sup>1)</sup> LORENZ, Neue Theorie und Berechnung der Kreiselräder, 1911, S. 2.

zwischen den Entfernungen  $r_0$  bis  $r$  aber

$$A = k \cdot m \cdot m_1 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right). \quad (19)$$

Für den Fall, daß  $m$  aus unendlich großer Entfernung herbei gekommen ist, wird  $r_0 = \infty$  und die Arbeit

$$A = k \cdot \frac{m \cdot m_1}{r} \quad (20)$$

heißt das Potential der Anziehung.

Es hat die wichtige Eigenschaft, daß sein nach beliebiger Richtung genommener Differentialquotient die entsprechende Kraftkomponente liefert.

Setzt man die bewegte Masse  $m = 1$ , so heißt

$$A = k \frac{m_1}{r} = V \quad (21)$$

in besonderem Sinn das Potential der von  $m_1$  herrührenden Anziehung.

Auf Kreisen, bzw. auf Kugeln um  $m_1$  herrscht das gleiche Potential. Es wächst mit Annäherung an  $m_1$  nach einer Hyperbel (Abb. 23), und man sieht, wie durch Abschneiden gleicher  $\Delta V$  bzw.  $\Delta A$  die Kugeln gleicher Potentialdifferenz gefunden werden.

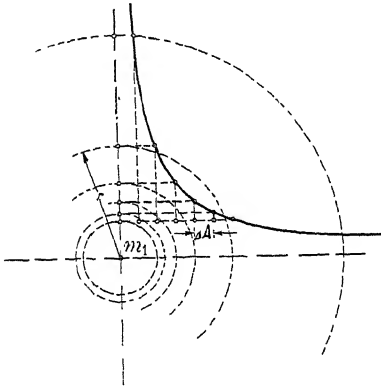


Abb. 23. Kugeln gleicher Potentialdifferenz.

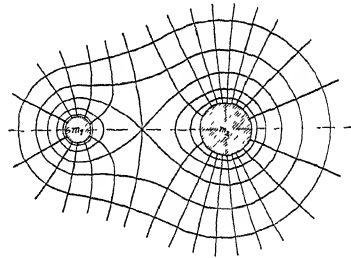


Abb. 24. Anziehung zweier Massen.

Senkrecht zu den Flächen gleichen Potentials (Niveauflächen) ist jeweils die Kraft gerichtet. Die Gesamtheit der aus dem Potential abzuleitenden Kräfte bildet das Kraftfeld. Die Linien, die jeweils in Richtung der Kraft verlaufen, heißen die Kraftlinien. In unserem Fall bilden sie ein Radienbündel durch  $m_1$  (Kraftlinienfeld).

Jedem Ort des Feldes entspricht somit ein bestimmter Wert des Potentials, der durch obige Potentialfunktion oder Kräftefunktion (Potential der Anziehung) dargestellt wird.

Wird die Anziehung von zwei getrennten und verschieden großen Massen auf eine dritte ausgeübt, so verwickelt sich die Untersuchung schon etwas und man erhält ein Bild der Niveauflächen und der Kraftlinien nach Abb. 24<sup>1)</sup>.

Bei der Berechnung des Verlaufs der reibungsfreien Strömungen werden wir ähnliche Bilder wiederfinden (S. 158 u. 317).

<sup>1)</sup> Die Abb. 23 und 24 aus BUDAU, Der gegenwärtige Stand der Hydraulik. Z. ö. I. A. V., 1912, S. 193. Vgl. auch HOLZMULLER, Z. 1897, S. 218; 1898, S. 869 und 1146.

#### 4. Druck, Überdruck, Unterdruck.

Das Einheitsmaß für den Druck ist im technischen Maßsystem die Druckkraft von 1 cbm Wasser auf 1 qm, d. h. 1000 kg/m<sup>2</sup>.

Häufiger verwendet man die technische Atmosphäre (atmos [griech.] = Dampf, sphaira [griech.] = Kugel), das ist 1 kg/cm<sup>2</sup> oder 10000 kg/m<sup>2</sup>, die 735,51 mm Quecksilbersäule bei 0° oder einem mittleren Barometerstand in etwa 300 m über dem Meer entspricht <sup>1)</sup>.

In der Hydraulik liegt es nahe, den Druck auch durch die Höhe einer Wassersäule zu messen. Die auf die Fläche  $f$  in Höhe  $H_2$  (Abb. 25) durch das Gewicht der darüberstehenden prismatischen Wassersäule ausgeübte Kraft ist gleich deren Gewicht

$$G = f \cdot (H_1 - H_2) \cdot \gamma,$$

somit die Kraft pro Flächeneinheit, oder der Druck

$$p = \frac{G}{f} = (H_1 - H_2) \gamma = h \cdot \gamma. \quad (22)$$

Hieraus folgt, daß 1 m Wassersäule einem Druck von 1000 kg/m<sup>2</sup>, d. h. dem Einheitsdruck, oder, da eine Atmosphäre = 10000 kg/m<sup>2</sup>, dem Druck von  $\frac{1}{10}$  Atmosphäre entspricht, wie sich auch aus der EULERSchen Gleichung S. 27 unmittelbar ergeben hatte. Umgekehrt bedeutet der Druck von 10 m Wassersäule soviel wie eine technische Atmosphäre.

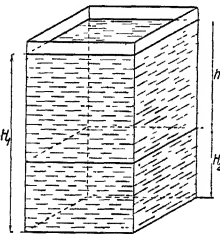


Abb. 25. Prismatische Wassersäule.

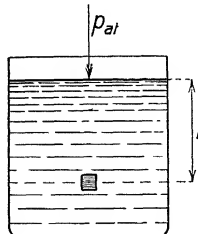


Abb. 26. Gefäß unter Atmosphärendruck.

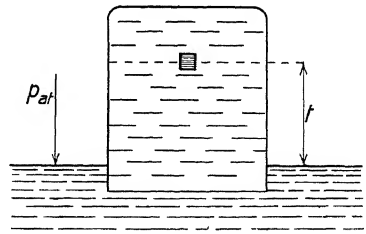


Abb. 27. Gefäß mit »Unterdruck«.

Im Gegensatz zu andern Verfassern habe ich hier zur Bezeichnung der Druckhöhe den besonderen Buchstaben  $h$  eingeführt, während  $H$  nur die Höhenlage (Ortshöhe) selbst bezeichnen soll, da sich später in der Hydrodynamik diese beiden Höhen im allgemeinen nicht decken werden <sup>2)</sup>.

Dazu soll in dem Druck  $p$ , bzw. in der Druckhöhe  $h$  für die Zukunft stets der Atmosphärendruck mit eingeschlossen sein, ohne den viele Eigenschaften der Wasserkraftmaschinen nicht erklärbar wären. Es wird sonach mit Abb. 26

$$p = t \cdot \gamma + p_{at} = (t + h_{at}) \gamma = h \cdot \gamma, \quad (23)$$

wenn mit  $t$  die Tauchtiefe, mit  $p_{at}$  der barometrische Druck und mit  $h_{at}$  die ihm entsprechende Wassersäule bezeichnet wird.

<sup>1)</sup> Bezüglich ausländischer Maße im allgemeinen sei verwiesen auf FREYTAG, Hilfsbuch für den Maschinenbau, 1904, S. 975, und HUGHES und SAFFORD, S. 2; im besonderen für englische Maße im Turbinenbau auf ZOWSKI, Engineering News, 1909, S. 102.

<sup>2)</sup> Einheitliche Bezeichnungen im Turbinenbau. Z. g. T., 1906, S. 393 und Z. 1906, S. 1993.

Wenn wir dann den Überschuß über den Atmosphärendruck besonders kennzeichnen wollen, der in unserem Beispiel mit  $t \cdot \gamma$  gemessen wird, so sprechen wir vom »Überdruck« und bezeichnen ihn mit Strich:

$$p' = t \cdot \gamma; \quad h' = \frac{p'}{\gamma} = t. \quad (24)$$

Manchmal wird der Druck  $p$  auch kleiner als der Atmosphärendruck, z. B. in Abb. 27, wo  $t$  von  $h_{at}$  abzuziehen ist

$$p = p_{at} - t \cdot \gamma = (h_{at} - t) \gamma. \quad (25)$$

Hier stellt  $t \cdot \gamma$  den Unterschuß unter den Atmosphärendruck dar, den wir mit »Unterdruck« und Doppelstrich bezeichnen wollen,

$$p'' = t \cdot \gamma; \quad h'' = \frac{p''}{\gamma} = t. \quad (26)$$

## 5. Resultierender Wasserdruck auf ebene Flächen.

Abb. 28 zeigt eine unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Vertikale geneigte ebene Wand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes. Es möge Größe, Richtung und Angriffspunkt des auf eine in der Umklappung sichtbare Fläche  $f$  resultierenden Wasserdrucks berechnet werden.

Der Wasserdruck steht senkrecht zur Fläche und ist für einen horizontalen, unendlich schmalen Flächenstreifen  $df$  konstant, so daß der Druck auf den Streifen

$$dP = df \cdot h \cdot \gamma = df(t + h_{at}) \cdot \gamma.$$

Die Gesamtkraft folgt aus dem Integral dieser parallelen Kräfte zu

$$P = \gamma \int df \cdot (t + h_{at}) = \gamma \int df \cdot t + \gamma \int df \cdot h_{at}.$$

Nun ist  $\int df \cdot t$  das statische Moment der

Fläche bezogen auf den Oberwasserspiegel und daher nach der Lehre vom Schwerpunkt

auch  $= f \cdot t_s$ , wenn  $t_s$  den vertikalen Abstand des Flächenschwerpunkts vom Oberwasserspiegel bedeutet, während

$$\int df \cdot h_{at} = f \cdot h_{at}.$$

Somit ist die Größe des resultierenden Wasserdrucks

$$P = f \cdot (t_s + h_{at}) \cdot \gamma = f \cdot h_s \cdot \gamma \quad (27)$$

unabhängig von Lage und Richtung der Fläche und nur durch ihre Größe, den Abstand ihres Schwerpunkts vom Flüssigkeitsspiegel und das spezifische Gewicht der Flüssigkeit sowie den Atmosphärendruck bestimmt. Die Resultierende steht, der Richtung des Wasserdrucks entsprechend, senkrecht auf der Fläche.

Der Angriffspunkt der Resultierenden ergibt sich durch Gleichsetzen ihres Drehmoments um eine beliebig gewählte Momentenachse z. B. die Horizontale

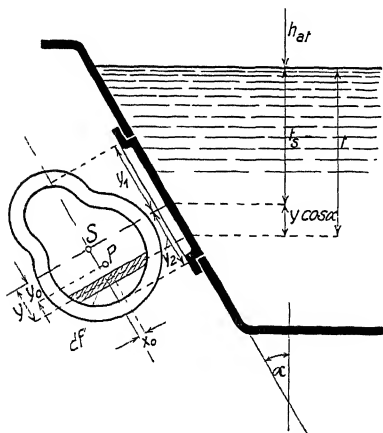


Abb. 28. Wasserdruck auf Seitenfläche.

durch den Schwerpunkt mit der Summe der entsprechenden Drehmomente der einzelnen  $dP$ .

Zur Bestimmung der Höhenlage des Angriffspunktes bezeichnen wir mit  $y_0$  seinen in der schrägen Wand auf einem Vertikalschnitt gemessenen Abstand vom Schwerpunkte  $S$ , mit  $y$  den jeweiligen Abstand der einzelnen  $dP$  (Abb. 28), dann ist

$$P \cdot y_0 = \int_{-y_2}^{+y_1} dP \cdot y$$

und mit Einsetzen der vorigen Werte von  $P$  und  $dP$

$$y_0 = \frac{\int df \cdot h \cdot y}{f \cdot (t_s + h_{at})}.$$

Nun ist  $h = y \cos \alpha + t_s + h_{at}$ , somit auch

$$y_0 = \frac{\int_{-y_2}^{+y_1} df \cdot y^2 \cos \alpha}{f(t_s + h_{at})} + \frac{\int_{-y_2}^{+y_1} df \cdot t_s \cdot y}{f(t_s + h_{at})} + \frac{\int_{-y_2}^{+y_1} df \cdot h_{at} \cdot y}{f(t_s + h_{at})}.$$

In den zwei letzten Summanden wird  $\int_{-y_2}^{+y_1} df \cdot y$ , das statische Moment der Fläche

um den Schwerpunkt gleich Null;  $\int_{-y_2}^{+y_1} df \cdot y^2$  aber ist das auf den Schwerpunkt

bezogene Trägheitsmoment der Fläche und sei mit  $J_s$  bezeichnet; wonach sich ergibt

$$y_0 = \frac{J_s}{f(t_s + h_{at})} \cdot \cos \alpha = \frac{J_s}{f \cdot h_s} \cos \alpha. \quad (28)$$

Es zeigt sich hier das eigentümliche Ergebnis, daß  $y_0$  bzw. die Lage der Resultierenden von der absoluten Höhe des Druckes abhängt und daher unrichtig angenommen wird, wenn man den Atmosphärendruck außer acht lassen zu können glaubt.

Steht die Rückseite der Fläche gleichfalls unter Atmosphärendruck, so folgt ganz entsprechend obiger Ableitung für die Lage des Überdrucks

$$y_0 = \frac{J_s}{f \cdot t_s} \cdot \cos \alpha. \quad (29)$$

Herrscht dagegen auf der Rückseite gleichfalls ein beliebiger Wasserdruck mit den Tiefen  $t_1$ , so bemerkt man, daß für jede Stelle  $t - t_1$  konstant ausfällt, so daß

$$y_0 = 0$$

wird.

Für den Horizontalabstand  $x_0$  des resultierenden Wasserdrucks vom Flächenschwerpunkt  $S$  wird entsprechend, wobei  $x$  nach Abb. 28 den Horizontalabstand des Schwerpunkts der Flächenelemente von  $S$  darstellt:

$$x_0 = \frac{\gamma \int df \cdot h \cdot x}{P} = \frac{\int df \cdot y \cdot \cos \alpha \cdot x}{f(t_s + h_{at})} + \frac{\int df \cdot t_s \cdot x}{f(t_s + h_{at})} + \frac{\int df \cdot h_{at} \cdot x}{f(t_s + h_{at})},$$

und da die beiden letzten Summanden wieder verschwinden

$$x_o = \frac{\int df \cdot y \cdot x}{f(t_s + h_{at})} \cos \alpha = \frac{J_{xy}}{f \cdot h} \cos \alpha, \quad (30)$$

wenn  $J_{xy}$  das Zentrifugalmoment von  $f$  für die durch  $S$  gelegte  $x$ - und  $y$ -Achse bedeutet.

Häufig haben die betrachteten Flächen vertikale Symmetrieachsen, dann wird  $x_o = 0$ .

Dasselbe tritt auch ein, und zwar für  $y$  und  $x$ , wenn die Fläche horizontal liegt, d. h. für  $\alpha = 90^\circ$ . Es fällt dann, wie sich aus den Gleichungen ergibt, der Angriffspunkt des resultierenden Wasserdrucks mit dem Schwerpunkt der Fläche zusammen.

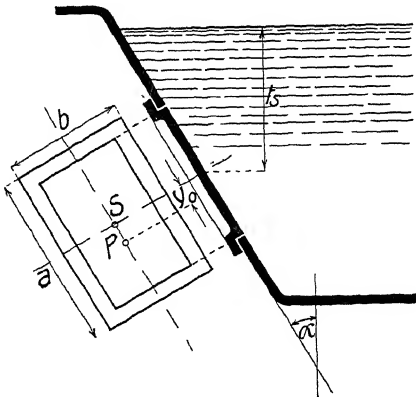


Abb. 29. Rechteckige Seitenöffnung.

Beispiele:

1. Für einen rechteckigen Verschlussdeckel nach Abb. 29 mit äußerem Atmosphärendruck ist

$$J_s = \frac{a^3 b}{12}; \quad f = ab,$$

somit

$$y_o = \frac{J_s}{f \cdot t_s} \cdot \cos \alpha = \frac{a^2}{12 \cdot t_s} \cdot \cos \alpha.$$

2. Für eine Schütze nach Abb. 30, wobei  $\alpha = 0^\circ$  und  $t_s = \frac{a}{2}$ , wird bei äußerem Atmosphärendruck

$$y_o = \frac{a}{6}.$$

Die Resultierende greift in  $\frac{1}{3}$  der Wassertiefe vom Boden gemessen an.

3. Eine Drosselklappe mit horizontaler Drehachse nach Abb. 31, die ein Rohr vom Durchmesser  $d$  abschließt, wird, wenn der untere Teil des Rohres unter Atmosphärendruck steht, ein Drehmoment

$$M = P \cdot y_o$$

erfahren, wobei

$$y_o = \frac{J_s}{f \cdot t_s} \cdot \cos \alpha = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{1}{\frac{d^2 \pi}{4} \cdot t_s} \cdot \cos \alpha = \frac{d^2}{16 \cdot t_s} \cdot \cos \alpha.$$

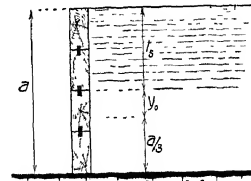


Abb. 30. Schützentafel.

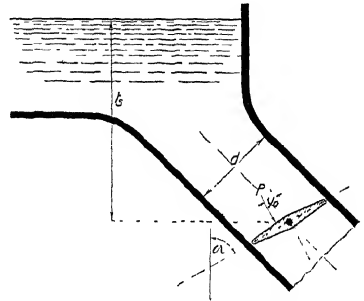


Abb. 31. Drosselklappe.



Da nun  $P = f \cdot t_s \cdot \gamma$ , so wird auffallenderweise ihr Drehmoment

$$M = f \cdot t_s \cdot \gamma \frac{J_s}{f \cdot t_s} \cdot \cos \alpha = \gamma \cdot J_s \cdot \cos \alpha = \frac{1000 \cdot \pi d^4}{64} \cdot \cos \alpha,$$

d. h. unabhängig vom Abstand des Oberwasserspiegels!

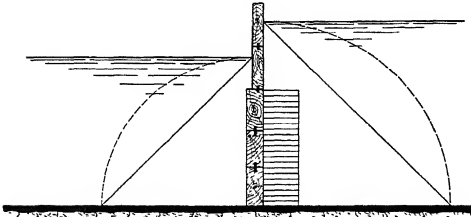


Abb. 32. Schutztafel mit beiderseitigem Wasserdruck.

4. Für rechteckige Schützentafeln von der Breite  $b$  läßt sich Vorstehen des leicht auf graphischem Wege veranschaulichen. Hier wächst der Druck nach einer Geraden unter  $45^\circ$  (Abb. 32). Die Resultierende liegt im Schwerpunkt des Dreiecks, d. h. in  $\frac{1}{3}$  der Wassertiefe vom Boden. Für eine auf beiden Seiten benetzte Fläche, z. B. die drei untersten Bretter in Abb. 32, bildet

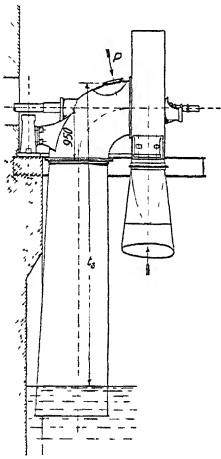


Abb. 33. Spiralturbine mit Mannlochdeckel am Saugrohrkrümmer.

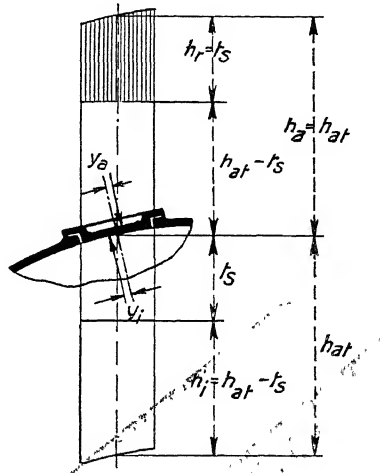


Abb. 34. Mannlochdeckel zu Abb. 33 mit in verkleinertem Maßstab aufzeichneten Druckhöhen.

die Druckverteilung dagegen, wie leicht zu konstruieren, das schraffierte Rechteck, dessen Schwerpunkt in der Mitte liegt.

5. Auch für den inneren Druck auf den Deckel des Saugrohrs einer abgeschlossenen Turbine (Abb. 33 u. 34) gilt nach Gl. 27 und 28

$$P_i = f \cdot h_s \cdot \gamma \quad \text{und} \quad y_i = \frac{J_s}{f \cdot h_s} \cdot \cos \alpha.$$

Aber hier ist  $h_s$  kleiner als der Atmosphärendruck, nämlich

$$h_s = h_{at} - t_s = h_i.$$

Somit

$$y_i = \frac{d^2}{16} \cdot \frac{\cos \alpha}{h_{at} - t_s},$$

z. B. für  
wird

$$\alpha = 77^\circ, \quad d = 0,3 \text{ m}, \quad h_{at} = 10 \text{ m}, \quad t_s = 5,6 \text{ m},$$

$$y_i = \frac{0,3^2}{16} \cdot \frac{0,225}{10 - 5,6} = 0,00029 \text{ m} = 0,29 \text{ mm}.$$

Von außen wirkt der Atmosphärendruck mit  $P_a = f \cdot h_{at} \cdot \gamma$  im Schwerpunkt der Fläche.

Der resultierende Druck

$$P_r = P_a - P_i = f(h_{at} - h_s) \gamma = f \cdot h_r \cdot \gamma = f \cdot t_s \cdot \gamma$$

wirkt gleichfalls von außen im umgekehrten Abstand  $y_a$ , der nach dem Gleichgewichtsansatz

$$y_a = y_i \frac{h_{at} - t_s}{-t_s} = 0,29 \cdot \frac{4,4}{-5,6} = -0,23 \text{ mm}$$

oder auch unmittelbar nach Gl. (29) als

$$y_a = \frac{d^2}{16} \frac{\cos \alpha}{-t_s} = \frac{0,3^2}{16} \cdot \frac{0,225}{-5,6} = -0,00023 \text{ m}$$

zu berechnen ist.

## 6. Wasserdruck auf unebene Flächen.

Der Wasserdruck steht auf jedem Flächenelement senkrecht. Zerlegt man ihn in beliebige Richtungen, z. B. vertikal nach  $y$  und horizontal nach  $x$ , so folgt (Abb. 35)

$$\begin{aligned} dP_x &= dP \cdot \cos \alpha = df \cdot h \cdot \gamma \cdot \cos \alpha \\ dP_y &= dP \cdot \sin \alpha = df \cdot h \cdot \gamma \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (31)$$

Durch andere Zusammensetzung ergibt sich

$$\begin{aligned} dP_x &= h \cdot \gamma \cdot (df \cdot \cos \alpha) \\ dP_y &= h \cdot \gamma \cdot (df \cdot \sin \alpha) \end{aligned} \quad (32)$$

und damit der wichtige Satz: Der Druck in einer bestimmten Richtung ist gleich  $h \cdot \gamma$  mal der Projektion des Flächenelements senkrecht zur betreffenden Richtung.

Der Gesamtdruck  $P$  in bestimmter Richtung auf eine größere unebene Fläche ist dann gleich der Summe der auf die einzelnen projizierten Flächenelemente  $df$  entfallenden Kräfte.

Auch hier kann  $P = f' \cdot h_s \cdot \gamma$  gesetzt werden, wenn  $f'$  der Gesamtprojektion, senkrecht zur Krafrichtung,  $h_s$  aber dem Schwerpunktsabstand der einzelnen projizierten Flächenelemente  $df'$  nach der Beziehung

$$h_s = \frac{\int df' \cdot h}{f'} \text{ entspricht.}$$

Bei nebenstehender Abb. 36 würde z. B. für die horizontale Krafrichtung der fragliche Schwerpunkt in  $S_H$ , für die vertikale in  $S_V$  zu liegen kommen.

Man bemerkt daraus, daß die in verschiedenen Richtungen auftretenden Kräfte im allgemeinen nicht durch einen Punkt gehen und dann nur durch eine Resultierende mit Kräftepaar bzw. durch ein Kraftkreuz im Gleichgewicht gehalten werden können<sup>2)</sup>.

<sup>2)</sup> FOPPL, II, 1912, S. 116.

## 7. Druckwirkung auf Gefäßwände.

Jedes Gefäß sucht unter dem inneren Überdruck die Kugelgestalt anzunehmen. Bei einem dünnwandigen Rohr ist die Längsspannung  $\sigma_z$  nur halb so groß wie

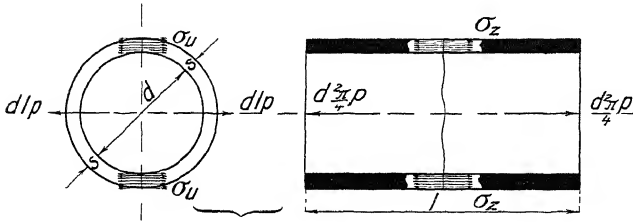


Abb. 37. Spannungen in einer Rohre mit innerem Überdruck.

die Umfangsspannung  $\sigma_u$ , indem nach Abb. 37

$$\sigma_z \cdot d \pi s = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot p; \quad \sigma_z = \frac{d}{4s} \cdot p; \quad (33)$$

$$\sigma_u \cdot 2 \cdot s \cdot l = d \cdot l \cdot p; \quad \sigma_u = \frac{d}{2s} \cdot p. \quad (34)$$

Vorsicht ist bei Anwendung ebener Platten geboten (vgl. BACH, Elastizität und Festigkeit, 1911, S. 537), aber auch bei Rohrkrümmern, die auf der inneren Seite stärker gespannt werden wie gerade Rohre (vgl. FOPPL, III, 1905, S. 208), was auch aus der Betrachtung des Rohrringes (Wulstes) (Abb. 38) leicht verständlich wird, wenn man die beiden Kreise immer mehr zusammenführt.

Bewegliche Wände, z. B. Stopfbüchsen, übertragen den Druck nach außen (Abb. 39), der dann durch entsprechend kräftige Lagerung aufgefangen werden muß. Die hierbei sonst noch mitspielenden Kräfte sind auf S. 142 ff. besprochen.

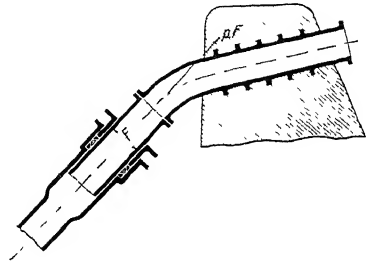


Abb. 39. Rohrleitung mit Expansionsstopfbuchse.

## 8. Druckwirkung auf eingetauchte Körper. Auftrieb.

Betrachtet man die Überdrucke auf die einzelnen Elemente der Oberfläche eines eingetauchten Körpers (Abb. 40) und zerlegt sie je in Vertikal- und Horizontalkomponenten, so bemerkt man, daß die ersteren gleich

$$df \cdot t \cdot \gamma \cdot \sin \alpha$$

gesetzt werden können, und daß ihre Summe, der sogenannte Auftrieb,

$$\int t \cdot \gamma \cdot df \cdot \sin \alpha$$

gleich dem Gewicht der verdrängten Wassermenge ist, während die letzteren sich das Gleichgewicht halten, so daß

$$\int t \cdot \gamma \cdot df \cdot \cos \alpha = 0$$

wird.

Da auch die Kräfteverteilung im ersten Fall genau der des Wassergewichts entspricht, folgt weiter, daß die resultierende Auftriebskraft durch den Schwerpunkt der verdrängten Wassermenge geht.

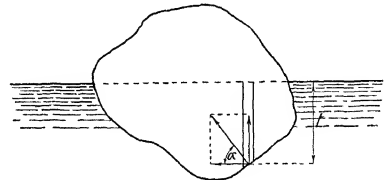


Abb. 40. Eingetauchter Körper.

## 9. Druckmessung in der Hydrostatik.

Der absolute Druck ist die Summe aus Überdruck bzw. Unterdruck und Atmosphärendruck.

Die Messung des Überdrucks erfolgt am einfachsten durch eine in einer Glasröhre nach Abb. 41 gebildete Wassersäule, Piezometer (von piezein [griechisch] = drücken) als

$$p' = h' \cdot \gamma.$$

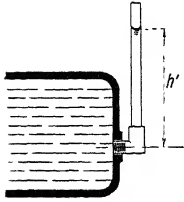


Abb. 41. Messung des Überdrucks durch Piezometer

Eine besondere Vorsicht braucht beim ruhenden Wasser auf die Anschlußstelle nicht gelegt zu werden. Zur Einstellung des Druckes genügt schon die kleinste Öffnung. Wohl können aber leicht an der Ablesestelle Fehler durch die Oberflächenspannungen<sup>1)</sup> der Flüssigkeit (Kapillarität) eintreten. Ihre Folge ist zunächst der Meniskus ( $\mathfrak{M}$  in Abb. 42) (Meningx [griechisch] = Stirnhaut), unter dem man die Krümmung der Oberfläche an der Gefäßwand versteht und der bei netzenden Flüssigkeiten (Wasser) nach aufwärts, bei nicht netzenden (Quecksilber) nach abwärts gekrümmt ist. Die Ablesung des Druckes erfolgt nicht am Meniskus, sondern am horizontalen Teil des Flüssigkeitsspiegels. Ihre Genauigkeit wird sehr erhöht, wenn man einen die Glasröhre umschließenden Schieber ( $Sch$  Abb. 42)

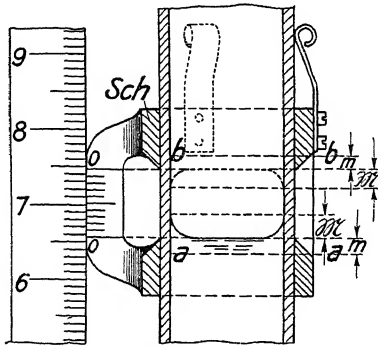


Abb. 42. Druckmessung mit Schieber.

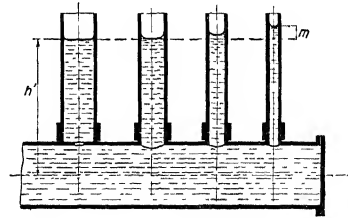


Abb. 43. Spiegeldifferenzen bei verschiedenen Rohrweiten.

der konvexen Seite des Spiegels so weit nähert, daß das zwischen beiden durchscheinende Licht gerade verschwindet. Bei netzenden Flüssigkeiten ist dabei die Spiegelung nach Abb. 44 zu berücksichtigen.

Von besonderer Wichtigkeit ist aber noch in zweiter Linie der Umstand, daß bei netzenden Flüssigkeiten die wahre Druckhöhe ( $\overline{aa}$  Abb. 42) unter, bei nicht netzenden ( $\overline{bb}$  Abb. 42) über den Spiegel zu liegen kommt (vgl. auch Abb. 43). Diese Abweichung — in Abb. 42 und 43 mit  $m$  bezeichnet — berechnet sich aus der Hubarbeit der Oberflächenspannung zu

$$m = \frac{4K}{\gamma} \cdot \frac{1}{d} \quad (35)$$

<sup>1)</sup> EBERT, I, S. 120

<sup>2)</sup> EBERT, I, S. 135.

und ist somit einer Kapillaritätskonstanten  $K$  direkt, dem spezifischen Gewicht und dem Abstand der gegenüberliegenden Wände (Rohrdurchmesser)  $d$  aber umgekehrt proportional.

Für Wasser wechselt  $K$ , wenn  $\gamma = 1$ ,  $m$  und  $d$  in mm, zwischen 7,2 und 8,3 mg/mm, für Quecksilber zwischen — 44 und — 56 mg/mm<sup>1)</sup> je nach dem Grad der Benetzung der Wände bzw. der Gestalt des Meniskus.

Danach wird für Wasser bei

$d =$	0,1	0,5	1,0	5,0	10	15	20	25	30 mm
$m$ (Wasser) =	288	57,6	28,8	5,76	2,88	1,92	1,44	1,15	0,96 »
bis	332	66,4	33,2	6,64	3,22	2,21	1,66	1,33	1,11 » .

Diese Werte besitzen indes nur solange einige Genauigkeit<sup>2)</sup>, als  $m$  groß ist gegen  $d$ , deshalb werden sie besser unmittelbar in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser und der Höhe des Meniskus angegeben. Das ist für Quecksilber in folgender Tabelle<sup>3)</sup> geschehen.

Kapillardepression von Quecksilber in Glasröhren.

$d$ mm	$m$ mm = 0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
4	$m$ mm = 0,83	1,22	1,54	1,98	2,37	—	—	—
5	0,47	0,65	0,86	1,19	1,45	1,80	—	—
6	0,27	0,41	0,56	0,78	0,98	1,21	1,43	—
7	0,18	0,28	0,40	0,53	0,67	0,82	0,97	1,13
8	—	0,20	0,29	0,38	0,46	0,56	0,65	0,77
9	—	0,15	0,21	0,28	0,33	0,40	0,46	0,52
10	—	—	0,15	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37
11	—	—	0,10	0,14	0,18	0,21	0,24	0,27
12	—	—	0,07	0,10	0,13	0,15	0,18	0,19
13	—	—	0,04	0,07	0,10	0,12	0,13	0,14

Im allgemeinen kann bei Rohrweiten über 15 mm bei Quecksilber und über 20 mm bei Wasser der Einfluß der Kapillarität auf die Ablesung vernachlässigt werden.

Bei Beobachtung eines Wasserspiegels durch ein Glasfenster (Abb. 44) treten durch die Spiegelung des Meniskus leicht Ablesungsfehler ein. Bei den Versuchen von HANSEN<sup>4)</sup> zeigte sich eine der Ablesung günstige Schattenlinie in 0,55 mm unterhalb der wahren Spiegelhöhe.

Die wichtigste Fehlerquelle für Druckablesungen ist aber dann gegeben, wenn man nicht genau darüber unterrichtet ist, welche Flüssigkeit das von der Meßstelle zur Ablesungsstelle führende Druckrohr erfüllt.



Abb. 44. Meniskus am Glasfenster nach HANSEN.

1) KOHLRAUSCH, 1901, S. 220.

2) KOHLRAUSCH, 1901, S. 218.

3) KOHLRAUSCH, 1901, Tabelle X.

4) Z., 1892, S. 1065.

Das tritt besonders leicht bei  $\Pi$ -förmigen Röhren ein, in denen ein Luftsack hängen bleibt (Abb. 45), wobei, wie leicht zu sehen, die Ablesung um den Fehler  $f$

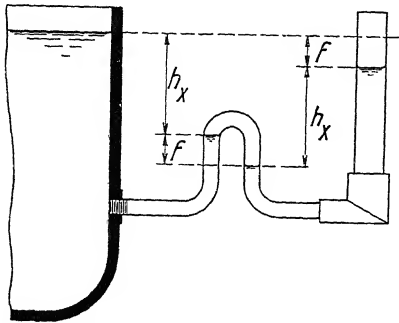


Abb. 45. Durch Luftsack verfehlte Druckablesung.

zu niedrig ausfällt. Diese Gefahr vermeidet man dadurch, daß man bei dem Linienzug der Rohrführung sorgfältig jedes mathematische Maximum der Höhenlage ausschaltet, bzw. daß man, wenn solche Maxima nicht zu umgehen sind, die im betreffenden Kniestück enthaltene Luft an der höchsten Stelle entweichen läßt<sup>1)</sup>.

Eine besonders zweckmäßige Einrichtung, die nicht nur die genannten Fehler vermeidet und eine Verwendung verschiedener Druckflüssigkeiten erleichtert, sondern auch den Ort der Ablesung in weiten Grenzen unserem Belieben überläßt, besteht in der Einschaltung einer Luftstrecke nach Abb. 46 und 47.

Das Röhrchen  $a$  wird in das erste Meßgefäß horizontal eingeführt, damit die Messung nicht dadurch beeinflusst wird, ob sich Luft oder Wasser im Röhrchen befindet. Der Druck wird dann durch ein mit Luft gefülltes zweites Röhrchen

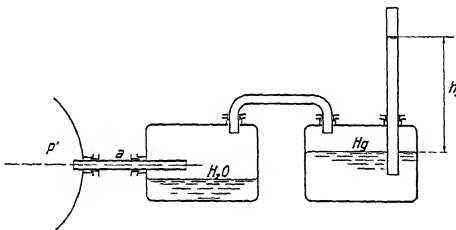


Abb. 46. Messung des Überdrucks mit getrennten Flüssigkeiten.

auf das zweite Meßgefäß übergeleitet, in dem sich eine beliebige Flüssigkeit befindet. Das erste Gefäß füllt sich soweit mit Wasser, bis die darin befindliche Luft auf den entsprechenden Druck zusammengedrückt ist. Um weiteres Eindringen von Wasser zu verhüten, muß der Inhalt des Röhrchens  $a$  größer bemessen werden als die Volumenänderungen der im Meßapparat befindlichen Luft, die sich infolge von Druckschwankungen während der Meßdauer einstellen. Es tut bei dem geringen spezifischen Gewicht der Luft der Genauigkeit technischer Messungen auch keinen Eintrag, wenn das zweite Gefäß nach Abb. 47 in einer etwas andern Höhenlage eingestellt wird. Jeweils ist der Überdruck  $p'$

$$p' = h'_2 \cdot \gamma_2,$$

wozu allerdings die Ablesungen von zwei Spiegelhöhen benötigt sind.

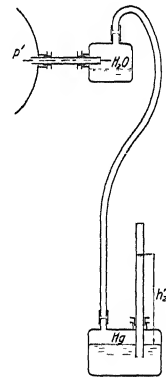


Abb. 47. Messen des Überdrucks mit getrennten Flüssigkeiten.

<sup>1)</sup> REICHEL, Z. g. T., 1908, S. 101.

Dasselbe Verfahren eignet sich auch besonders zur Messung eines Unterdrucks  $p''$ <sup>1)</sup>, der nach Abb. 48

$$p'' = h'' \cdot \gamma,$$

wonach der absolute Druck  $p$

$$p = (h_{at} - h'') \gamma.$$

Bei hohen Drucken verwendet man zur Ablesung gern schwere Flüssigkeiten (Quecksilber), bei kleinen Drucken leichte (Petroleum). Zur Messung kleinster Druckdifferenzen empfiehlt es sich, die Meßröhre schräg zu stellen<sup>2)</sup>, die dann aber enger als 5 mm sein muß (Abb. 49).

Einen ebenso handlichen wie genauen Meßapparat hat K. PRESSEL auf Anregung von SIEGERT<sup>3)</sup> konstruiert und bei den Luftdruckmessungen im Simplontunnel

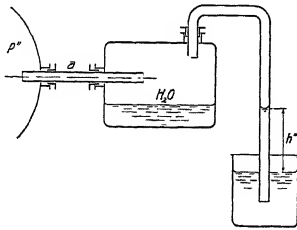


Abb. 48. Messung des Unterdrucks mit getrennten Flüssigkeiten.

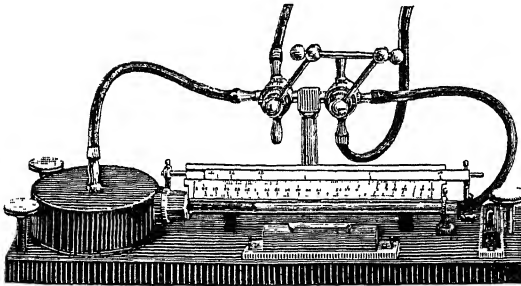


Abb. 49. Druckmikrometer nach KRELL sen.

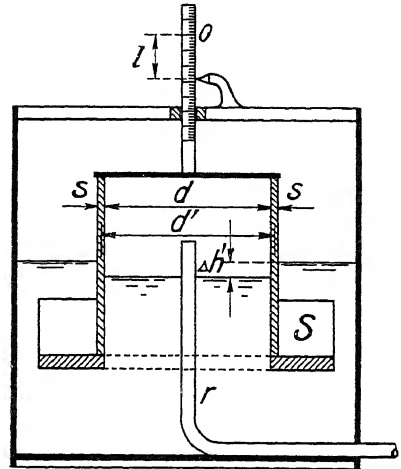


Abb. 50. Messung kleinster Drucke nach PRESSEL.

mit Erfolg angewendet. Abb. 50 zeigt danach schematisch eine zylindrische Glocke, die durch den Schwimmer  $S$  in einem Wasserbehälter schwimmend erhalten wird. Beim Atmosphärendruck bringt man den Nullpunkt der Skala durch Einfüllen von Wasser zum Einspielen. Der zu messende Druck wird dann durch Luftübertragung vermittelt des Röhrchens  $r$  unter die Glocke eingeführt und bringt sie zum Steigen oder Sinken. Gleichgewicht tritt ein, wenn die Druckkraft nach oben

$$\Delta h' \cdot \gamma \cdot d^2 \frac{\pi}{4}$$

gleich der Abnahme des Auftriebs

$$d' \cdot \pi \cdot s \cdot l \cdot \gamma,$$

so daß der Überdruck

$$\Delta h = \frac{4 d' s}{d^2} \cdot l. \quad (36)$$

<sup>1)</sup> Was ich bei PFARR angetroffen habe.

<sup>2)</sup> KRELL sen., Hydrostatische Meßinstrumente, 1897, S. 8. Desgl. Mikrometer von BRABBÉE und BERLOWITZ. Z., 1910, S. 1261.

<sup>3)</sup> Seinerzeit Direktor des Münchener Revisionsvereins.

Man sieht hieraus, daß es bei passender Wahl von  $s$  und  $d$  leicht ist, noch Hundertstel eines Millimeter Wassersäule abzulesen! Als eine besondere Feinheit dieses Meßverfahrens muß noch hervorgehoben werden, daß bei ungeändertem

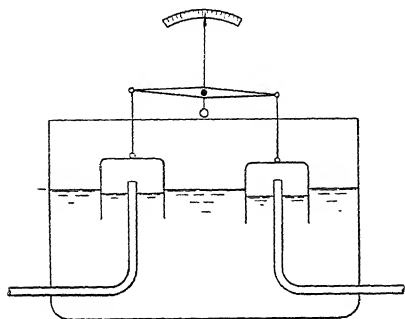


Abb. 51. Messung kleinster Druckdifferenzen nach PRESSEL.

Meniskus, der durch Auf- und Abbewegen der Glocke erzielt werden kann, infolge der

Gleichheit der Volumina  $\Delta h' \cdot d^2 \frac{\pi}{4}$  und

$d' \pi \cdot s \cdot l$  der äußere Wasserspiegel, auf dem der Meßvergleich beruht, bei Einführung der Druckluft ungeändert bleibt. Dabei kann durch Wahl großer Durchmesser die bewegende Kraft zu fortlaufender Registrierung beliebig gesteigert werden. Zur Eichung von  $d' \cdot s$  belastet man die Glocke bei beiderseitigem Atmosphärendruck durch ein Gewicht  $G$ . Sinkt sie dabei um  $l$ , während der Wasserspiegel um  $\Delta l$  steigt, so gilt

$$G = d' \cdot s \cdot \pi (l + \Delta l) \gamma.$$

Zum Vergleich kleiner Unterschiede beliebiger Drucke hat PRESSEL sinngemäß noch den Apparat Abb. 51 mit zwei Druckglocken vorgeschlagen, deren Tauchtiefe nach der Höhe des absoluten Druckes, sowie nach dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit zu bemessen ist.

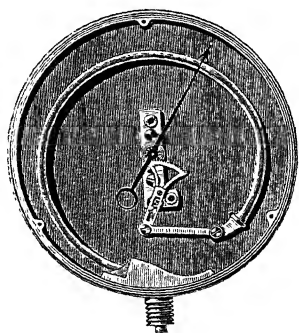


Abb. 52. Röhrenmanometer

nach DREYER, ROSENKRANZ und DROOP (Hannover).

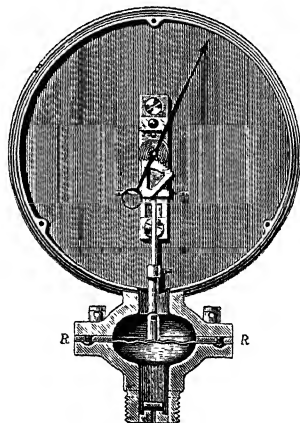


Abb. 53. Plattenmanometer

Am einfachsten in der Handhabung sind bei höheren Drucken die auf elastischer Formveränderung beruhenden Manometer (Manus [lat.] = Hand), Röhrenmanometer (Abb. 52)<sup>1)</sup> oder Plattenmanometer (Abb. 53). Sie sind aber nicht so genau (Spiegelablesung besser als mechanische Zeigerübertragung! Elastische Nachwirkung!<sup>2)</sup>) und müssen öfters mit Flüssigkeitssäulen geeicht werden. Dazu

<sup>1)</sup> LORENZ, Theorie der Röhrenmanometer. Z., 1910, S. 1865.

<sup>2)</sup> G. KLEIN, Die Genauigkeit der Federmanometer. Z., 1901, S. 1283. R. MARTENS, Über die Brauchbarkeit des Federmanometers Z. 1914, S. 201.



ist stets das spezifische Gewicht der in der Zuleitungsröhre befindlichen Flüssigkeit in Rechnung zu setzen.

Die Messung des Atmosphärendrucks<sup>1)</sup> erfolgt durch das Barometer, wird aber für technische Untersuchungen, bei denen es meist nur auf Druckdifferenzen ankommt, in der Regel nicht benötigt.

Eine unmittelbare Messung des absoluten Druckes kann mit einer den früher gebräuchlichen Barometern verwandten Vorrichtung nach Abb. 46 oder 47 ausgeführt werden, wenn die Steigröhre des Quecksilbers oben zugeschmolzen ist und keine Luft enthält. Als kleines Korrekturglied muß man dann nur noch die Spannung des Quecksilberdampfes im oberen Ende der Glasröhre zum abgelesenen Druck  $p = h'_2 \cdot \gamma_2$  hinzurechnen<sup>2)</sup>.

Weitere Bemerkungen zur Druckmessung finden sich auf S. 71 f.

## II. Relativ ruhendes Wasser in bewegten Gefäßen.

Durch die Bewegung eines Gefäßes kann dem darin befindlichen Wasser eine Beschleunigung erteilt werden. Beschleunigungskraft und Schwerkraft addieren sich dann geometrisch zu einer Resultierenden, auf der die Niveauflächen senkrecht stehen.

### 1. Geradlinig bewegte Gefäße.

Bei geradlinig gleichmäßiger Bewegung wirken keine Beschleunigungskräfte. Hier unterliegt das Wasser gleich wie im Ruhezustand nur der Schwere.

Erfährt das Gefäß aber z. B. eine Beschleunigung  $b$  in Richtung  $\varphi$  gegen die Horizontale, so ergibt das auf jedes Wassermassenteilchen  $dM$  eine Kraft  $dM \cdot b$ , die sich nach Abb. 54 mit der Schwerkraft  $dM \cdot g$  zu einer Resultierenden  $dR$  zusammensetzt, deren Neigung  $\chi$  gegen die Vertikale sich aus dem Ansatz

$$\frac{dM \cdot g}{dM \cdot b} = \frac{\sin(90 - (\varphi + \chi))}{\sin \chi}$$

zu

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{\cos \varphi}{\frac{g}{b} + \sin \varphi} \quad (37)$$

und für  $\varphi = 0$  zu

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{b}{g} \quad (38)$$

berechnet.

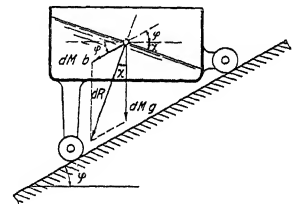


Abb. 54. Beschleunigtes Gefäß.

### 2. Rotierende Gefäße.

#### a) Rotation um vertikale Achse.

Wir betrachten zunächst nach Abb. 55 ein zylindrisches, oben offenes Gefäß, das um seine vertikal gestellte Achse rotiert.

<sup>1)</sup> Über die Schwankungen des Barometerdrucks siehe SCHÖNBERGER, Saughöhe und Ansaugen der Kolbenpumpen. Z., 1910, S. 363.

<sup>2)</sup> KOHLRAUSCH, Über Korrekturen an Barometern, 1901, S. 132.

Jedes darin mitgeführte Wasserteilchen unterliegt neben seinem Gewicht  $dG$  einer Zentrifugalkraft  $dZ$ . Auf  $dR$ , der Resultierenden beider, steht die Niveaulfläche senkrecht.

Für einen Punkt der Oberfläche ergibt sich aus ähnlichen Dreiecken (Abb. 55)

$$\frac{dh'}{dr} = \frac{dZ}{dG}, \quad (39)$$

und mit Einsetzen von

$$\begin{aligned} dG &= g \cdot dM \\ dZ &= r \cdot \omega^2 dM, \end{aligned}$$

wobei  $r$  den Achsenabstand,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit bedeuten,

$$dh' = \frac{\omega^2}{g} \cdot r dr. \quad (40)$$

Integriert zwischen 1 und 2

$$h'_2 - h'_1 = \frac{\omega^2}{2g} (r_2^2 - r_1^2) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad (41)$$

( $u = \omega \cdot r =$  Umfangsgeschwindigkeit).

Die Oberfläche wird sonach durch ein Rotationsparaboloid gebildet, und man erkennt, daß die Niveaulflächen im Innern aus kongruenten Paraboloiden bestehen, da auf einem Zylinder mit  $r$  jeweils die  $dG$  und  $dZ$  konstant sind.

Das spezifische Gewicht der Flüssigkeit spielt dabei keine Rolle.

Rechnet man den Überdruck vom Scheitel aus, so wird  $h'_1$  und  $r_1$  gleich Null, und man erhält allgemein

$$h' = \frac{u^2}{2g}, \quad (42)$$

eine Beziehung, die wir später bei Aufstellung der Arbeitsgleichungen in allgemeinerer Bedeutung wieder finden werden.

Durch Einführen der minutlichen Drehzahl  $n$  mit

$$u = \frac{2 r \pi n}{60}$$

ergibt sich

$$h' = \frac{4 r^2 \pi^2 n^2}{60^2 \cdot 2g}$$

und mit Gleichsetzen von  $\pi^2 \cong g = 9,81$

$$h' = \frac{r^2 n^2}{1800}. \quad (43)$$

Ich habe auch die letztere Formel angegeben, um auf das Gefährliche ihrer Verwendung hinzuweisen. Durch das Streichen der absoluten Zahl  $\pi^2$  gegen  $g$  entsteht eine Unstimmigkeit der Dimensionen links und rechts vom Gleichheitszeichen. Daher erhält man hier richtige Werte nur beim Messen in m und sek, da nur dann  $g = 9,81$ .

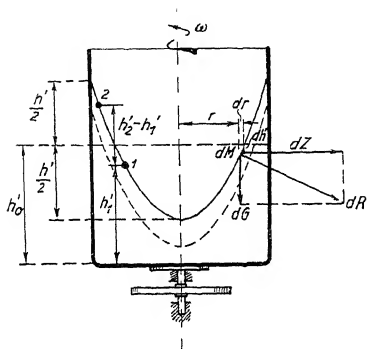


Abb. 55. Wasserspiegel in vertikalem Rotationsgefäß.

Demgegenüber liefert die Formel (42) stets richtige Werte, einerlei welches Maßsystem man anwendet. Sie ist in den Dimensionen richtig, z. B.

$$\frac{\left(\frac{\text{m}}{\text{sek}}\right)^2}{\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}} = \text{m} \quad \text{oder} \quad \frac{\left(\frac{\text{cm}}{\text{sek}}\right)^2}{\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}} = \text{cm},$$

und solche Formeln sollte man grundsätzlich bevorzugen.

Um zu beurteilen, welche Lage das Paraboloid bei gegebener Flüssigkeitsmenge einnehmen wird, erinnere man sich, daß sein Inhalt gleich  $\frac{1}{2} \pi r^2 \cdot h'$ , d. h. gleich dem halben Zylinderinhalt der Höhe  $h'$  ist.

Man sieht daraus, daß sich der Scheitel um  $\frac{h'}{2}$  gegenüber dem Spiegel der ruhenden Flüssigkeit ( $h_0$ , Abb. 55) senkt, der Parabelast um ebensoviel hebt.

Praktisch schlimme Folgen kann dies z. B. bei einem rotierenden Schmiergefäß nach Abb. 56 verursachen. Nicht nur kann ein Teil des Öles durch die Rotation hinausgeschleudert werden, sondern es kann auch durch die gleichzeitige Senkung im Innern der Flüssigkeitsspiegel unter den zum Ansaugen bestimmten Docht heruntersinken und damit die Schmierung unterbrechen. Dies ist um so gefährlicher, wenn bei einer während des Stillstandes der Maschine ausgeführten Kontrolle der ruhende Flüssigkeitsspiegel den Docht wieder berührt. Das kann leicht vorkommen, denn bei nur 2 m/sek Umfangsgeschwindigkeit wird  $\frac{h'}{2}$  schon

$$\frac{2^2}{2g} \cong 0,20 \text{ m},$$

d. h. die Absenkung unter die ruhende Flüssigkeit erreicht bereits 10 cm.

Ist das Gefäß geschlossen, so stellen sich die gleichen Niveauflächen ein. Ihre absolute Höhe, bzw. die Integrationsgrenzen sind dabei dadurch zu bestimmen, daß die Verbindung eines Punktes mit der Außenwelt hergestellt wird, durch den eine Druckmessung erfolgen kann. In Abb. 57 ist das z. B. durch die Achse geschehen und die Überdruckhöhe der Mitte  $h_m'$  wird an dem weiten äußeren Standrohr abgelesen. Die inneren Drucke (in  $r_1$  und  $r_2$ ) stellen sich so ein, wie die mitrotierenden Piezometer angeben.

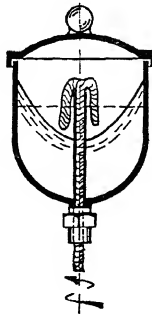


Abb. 56. Rotierendes Schmiergefäß.

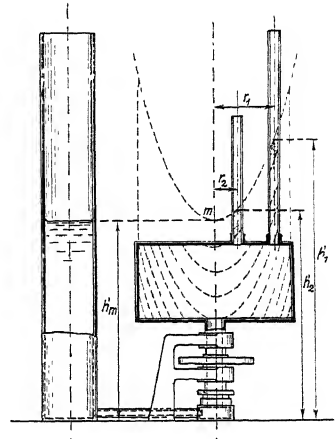


Abb. 57. Wasserdrucke in vertikalem, abgedecktem Rotationsgefäß.

#### b) Rotation um beliebig gerichtete Achse.

Hier bleiben bei freier Oberfläche die einzelnen Wasserteilchen nicht mehr in relativer Ruhe zum Gefäß, da sie von der Reibung an den Gefäßwänden zwar mitgenommen werden, aber stets wieder an die tieferliegenden Stellen zurückfließen.

Wir beschränken uns daher darauf, die Niveauflächen und die Druckverteilung in einem rotierenden, geschlossenen und gänzlich gefüllten Gefäß, z. B. in einer rotierenden Trommel ähnlich Abb. 57, zu untersuchen.

Auf das um Achse  $oo$  (Abb. 58) rotierende Massenteilchen  $dM$  wirken die Kräfte  $dZ$  und  $dG$  wie früher, und man bemerkt, daß die Resultierende  $dR$  die Vertikale durch den Mittelpunkt  $C$  in dem Punkte  $A$  in einer Entfernung  $l$  schneidet, so daß

$$\frac{dZ}{dG} = \frac{\omega^2 r dM}{g dM} = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{r}{l}, \quad (44)$$

d. h.  $l = \frac{g}{\omega^2}$  ist bei gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit konstant.

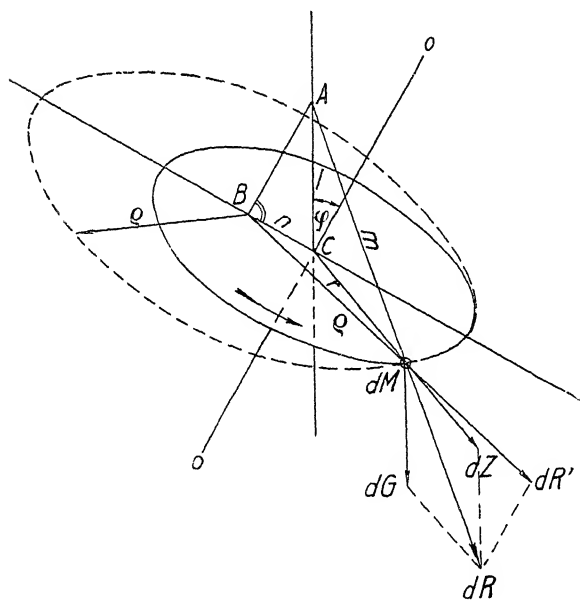


Abb. 58. Rotation um schräge Achse.

Mit andern Worten: Die resultierende Massenkraft  $dR$  geht für jedes Massenteilchen der Scheibe durch den Punkt  $A$ , und ist, da  $dR = dG \cdot \frac{m}{l}$ , für  $m = \text{konstant}$ , d. h. jeweils auf Kreisen um  $B$ , das Lot von  $A$ , konstant.

Somit muß sich die Druckzunahme auf der Scheibe auf jedem Radius durch  $B$  in gleicher Weise abspielen.

Bezeichnen wir nach dieser Feststellung die Kraftkomponente im Radius  $\varrho$  von  $B$  aus für das Massenelement mit  $dR'$ , so ist nach der Abbildung

$$\frac{dR'}{dR} = \frac{\varrho}{m}.$$

Da

$$\frac{dR}{dM \cdot g} = \frac{m}{l} \quad \text{und} \quad l = \frac{g}{\omega^2},$$

so wird

$$dR = \frac{dM \cdot g \cdot m}{g \omega^2} = dM \cdot m \omega^2 \quad (45)$$

und

$$dR' = dM \cdot m \omega^2 \frac{\varrho}{m} = dM \cdot \omega^2 \varrho. \quad (46)$$

Bezeichnet dann noch  $df$  die senkrecht zu  $\varrho$  gerichtete Querschnittsfläche des Massenteilchens, so ist der in die gleiche Richtung fallende Druckzuwachs

$$dp = \frac{dR'}{df} = \frac{dM \cdot \omega^2 \varrho}{df} = \frac{\frac{\gamma}{g} df \cdot d\varrho \cdot \omega^2 \varrho}{df} = \frac{\gamma}{g} \omega^2 \varrho \cdot d\varrho \quad (47)$$

und

$$p_2 - p_1 = \frac{\gamma}{g} \omega^2 \frac{\varrho_2^2 - \varrho_1^2}{2}. \quad (48)$$

Wir finden also, daß bei schräger Lage der Drehachse die Druckzunahme auf einer Scheibe wiederum nach einem Paraboloid erfolgt, das dieselben Konstanten hat wie das für die vertikale Drehachse gefundene, dessen Achse aber gegen die Drehachse parallel verschoben erscheint<sup>1)</sup>.

Für eine Nachbarscheibe gilt, da die Schwer- und Zentrifugalkräfte dieselben sind, genau das gleiche; nur ist die absolute Druckhöhe um den Höhenabstand der beiden Scheiben verschieden.

Je mehr die Drehachse sich der Vertikalen nähert, um so mehr fällt  $B$  mit  $C$  zusammen und man hat schließlich das zuerst erwähnte Paraboloid, wo  $r$  mit  $\varrho$  identisch ist (Abb. 59).

Wird die Drehachse horizontal (Abb. 60), so fällt  $B$  auf  $A$ . Die Nachbarscheiben haben identische Drucke. Die Niveauflächen konstanten Druckes sind

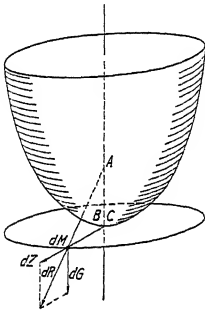


Abb. 59. Druckparaboloid bei vertikaler Achse.

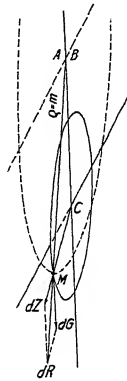


Abb. 60. Niveaukurven bei horizontaler Drehachse.

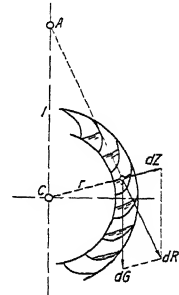


Abb. 61. Niveauflächen beim Wasserrad.

für den ganzen Wasserkörper Zylinder mit derselben horizontalen Rotationsachse durch  $A$ . Auf jeder Scheibe wächst der Druck aber wiederum nach dem Paraboloid, wobei  $\varrho = m$ .

Das hat außer bei den Turbinen, was später behandelt werden soll, auch Bedeutung für den Austrittsverlust der Wasserräder.

Man erkennt aus Abb. 61, wie mit gesteigerter Winkelgeschwindigkeit

$$\overline{AC} = l = \frac{g}{\omega^2} \quad (49)$$

kleiner wird, der Punkt  $A$  heruntersinkt und damit das vorzeitige Ausgießen aus den Radzellen zunimmt.

### c) Praktische Anwendung.

Es hat sich somit gezeigt, daß sich die Wasserdrucke einer um ihre Achse rotierenden Wasserscheibe entsprechend den Ordinaten eines Rotationsparaboloids von gleicher Achse ändern, wenn die Rotationsachse vertikal gerichtet ist.

<sup>1)</sup> LORENZ kommt, wie ich während obiger Niederschrift erfahren habe, in seiner Hydromechanik, 1910, S. 377, auf anderem Wege zu demselben Ergebnis.

Bei Neigung der Achse gegen die Vertikale macht die Achse des Paraboloids, dessen Parameter ungeändert bleibt, diese Neigung mit, erfährt dabei aber gleichzeitig eine Parallelverschiebung, die, in einem senkrechten Schnitt auf der Scheibe gemessen, den Betrag

$$n = l \cdot \sin \varphi = \frac{g}{\omega^2} \cdot \sin \varphi$$

annimmt.

Die absolute Druckhöhe bzw. die Scheitellage oder Integrationskonstante des Paraboloids kann nur dann festgestellt werden, wenn an irgendeiner Stelle der Scheibe durch eine Verbindung mit einem bekannten äußeren Druck eine Ordinatenhöhe gegeben ist (Abb. 57).

Sehr erleichtert wird die praktische Anwendung aber dadurch, daß man nachweisen kann, daß das wirkliche Druckparaboloid auch dadurch erhalten wird, daß man zu dem mit der Drehachse zusammenfallenden Paraboloid die jeweiligen, der wechselnden Höhenlage der Scheibe entsprechenden Druckhöhen addiert.

Denn die Gleichung des Paraboloids, dessen Achse mit der Drehachse des Gefäßes zusammenfällt, bezogen auf Koordinaten durch die Drehachse, heißt (vgl. Schnittfigur Abb. 62)

$$h' = (x^2 + y^2) \frac{\omega^2}{2g} + h'_0. \quad (50)$$

Addieren wir nun zu ihm die durch den jeweiligen Vertikalabstand auf der schrägen Scheibe hervorgerufenen Druckunterschiede, die gleich  $-x \cdot \sin \varphi$  (negativ, da sie mit wachsender Höhe abnehmen), so folgt (Abb. 58 u. 62) mit

$$\sin \varphi = \frac{n}{l} = n \cdot \frac{\omega^2}{g}$$

$$h = (x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot n) \frac{\omega^2}{2g} + h'_0.$$

Bedenkt man weiter, daß der Scheitel des wirklichen Paraboloids um

$$\frac{n \sin \varphi}{2} = \frac{n^2 \omega^2}{2g}$$

unter dem Scheitel des obigen Paraboloids liegen muß, so daß

$$h_0 = h'_0 - \frac{n^2 \omega^2}{2g},$$

so folgt durch Einsetzen und Zusammenziehen leicht die Gleichung des den wirklichen Drucken entsprechenden Paraboloids

$$h = ((x^2 - 2xn + n^2) + y^2) \frac{\omega^2}{2g} + h_0$$

$$h = ((x - n)^2 + y^2) \frac{\omega^2}{2g} + h_0. \quad (51)$$

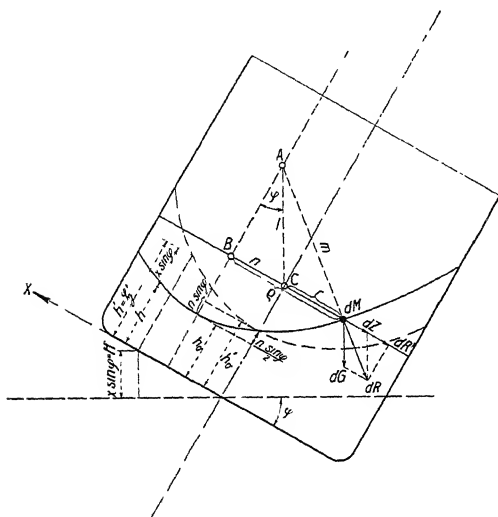


Abb. 62.

Für einen praktischen Fall wird man daher nur nötig haben, das mit der Drehachse gleichachsige Paraboloid einzuzeichnen, um durch Addition der natürlichen Gefällsdifferenzen die wirklichen Drucke zu erhalten.

Man bemerkt daraus aber weiter, daß die Summe aus Höhenlage  $H$  und Druck  $\frac{1}{2}$  sich auf der Scheibe stets nach einem Paraboloid ändert, dessen Achse mit der Drehachse zusammenfällt. Diese Summe, die für praktische Messungen besondere Bedeutung hat, werden wir im folgenden (vgl. S. 58) mit einem einzigen Ausdruck als »Lagendruck =  $\mathfrak{H}$ « bezeichnen (Abb. 62).

Schließlich folgt hieraus noch die weitere wichtige Beziehung, daß sich der Überdruck auf dem Boden der Scheibe von dem mit ihrer Drehachse gleichachsigen Paraboloid dann überhaupt nicht unterscheidet, wenn die Rückseite des Bodens gleichfalls einem dem natürlichen Gefälle entsprechend wechselnden Wasserdruck unterliegt.

Dieser Fall tritt bei den Laufrädern der Überdruckturbinen ein, die am sogenannten Laufradboden dem Druck einer rotierenden Wassermasse ausgesetzt und dabei auf allen Seiten von Wasser umgeben sind, wobei dann allerdings infolge der Bewegung dieses Wassers noch besondere Massenkräfte berücksichtigt werden müssen.

## C. Hydrodynamik.

### I. Arten der Behandlung.

In dem Vorwort zur Hydraulik habe ich kurz auf die Schwierigkeiten hingewiesen, die ihrer wissenschaftlichen Behandlung im Wege stehen. Sie treten in die Erscheinung, wenn es sich um die Betrachtung von Wasser handelt, das relativ zu seinem Gefäß nicht mehr in Ruhe ist, d. h. bei Wasserströmungen.

Die hier auftretenden Fragen sind verschiedenster Art, von der Betrachtung einer einfachen und gleichförmigen Wasserströmung an bis zu den Schwingungsproblemen in Rohrleitungen und bis zu den Aufgaben neuer Turbinenkonstruktionen, und mannigfaltig sind auch die Wege, auf denen man versucht hat, ihrer Lösung näher zu kommen.

Man kann dabei vielleicht drei Behandlungsarten hervorheben, die ich hier als

1. die energetische Behandlung,
2. die Behandlung reibungsfreier Strömungen und
3. die Behandlung reibungsbehafteter Strömungen

unterscheiden will<sup>1)</sup>.

Die erste Behandlungsart setzt die Wasserströmung als gegeben voraus und begnügt sich damit, ihre Energiewerte an verschiedenen räumlich unterschiedenen Stellen zu vergleichen. Diese Methode hat sich als besonders fruchtbar erwiesen und wird uns sowohl in der Hydrodynamik als in der Theorie der Turbinen die wertvollsten Dienste leisten. Sie gibt aber keinen Aufschluß über den inneren Zustand der Flüssigkeit.

Um auch über den letzteren etwas aussagen zu können, stellt die zweite Me-

<sup>1)</sup> PRANDTL bezeichnet die eindimensionale Behandlung von Strömungen als Hydraulik, die mehrdimensionale als Hydrodynamik. Abriß der Lehre von der Flüssigkeits- und Gasbewegung in Bd. 4 des Handwörterbuchs der Naturwissenschaften 1913.

thode Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Wasserelemente auf und sucht aus ihrer Integration die Strömungsgesetze für den ganzen Raum zu entwickeln. Ist man hierbei gezwungen, schon im Ansatz der Differentialgleichung gewisse Voraussetzungen zu machen, so gelingt ihre allgemeine Integration zurzeit auch nur unter der vereinfachenden Annahme, daß die Wasserbewegung reibungsfrei verlaufe. Es versteht sich von selbst, daß die Berechtigung solcher Unterstellung der ununterbrochenen Prüfung durch das Experiment bedarf.

Diese Behandlung werden wir in zwei Betätigungen kennen lernen. Nach der einen setzt man einfache Kanalförmigkeiten voraus und bestimmt nach Annahme der Strömung in zwei beliebigen Querschnitten (im allgemeinen am Anfang und am Ende des Kanals) die Strömungslinien einer wirbelfreien (Potential-)Strömung annäherungsweise nach einem graphischen Verfahren: »Graphische Behandlung der reibungsfreien Strömung«. Diese Behandlungsart werden wir bei der Bestimmung des Wasserdrucks auf Drehschaufeln (S. 455 ff.) anwenden.

Nach der andern stellt man den mathematischen Ausdruck der reibungsfreien Strömung in einem Rotationshohlraum auf, wählt dessen Leitlinien beliebig und zeichnet die in einem Axialschnitt auftretende »Axial-Radial-Strömung« entsprechend dem vorigen als wirbelfreie (Potential-)Strömung ein. Daran schließt sich die Entwicklung der »Rotationsströmung«, die bei einer Energieabgabe an ein Laufrad unendlich viele, unendlich dünne und reibungsfreie Schaufeln voraussetzt, deren Flächen nach Annahme einer Flutbahn so berechnet werden, daß die Bedingung wirbelfreier Strömung im Axialschnitt gewahrt bleibt. Diese »rechnerische Methode der reibungsfreien Strömung« und ihre praktische Bedeutung für den Bau der Wasserkraftmaschinen werde ich im Kapitel der Turbinentheorie, S. 316 ff., noch einer kurzen Prüfung unterziehen.

Die Behandlung der reibungsbehafteten Strömung schließlich sucht der Wirklichkeit durch genaue Beobachtung des tatsächlichen Vorgangs noch näher zu kommen, als es durch die Einführung der reibungsfreien Strömung der Fall war. Solche Untersuchungen sind von besonderer Bedeutung da, wo die gleichmäßige Strömung augenfällige Störungen erfährt.

Sie sind bisher, da ihre praktische Durchführung schwer in mathematische Form gekleidet werden kann, nur recht spärlich unternommen worden. Meiner Meinung nach liegt aber in ihrer Weiterentwicklung eine der wichtigsten Aufgaben für die Zukunft des Turbinenbaues.

Auch bei ihr können wir zwei Arten der Untersuchung unterscheiden.

Bei der einen herrscht das Experiment vor. Nach dieser »experimentellen Behandlung reibungsbehafteter Strömungen« sucht man allerlei Strömungsvorgänge durch unmittelbare Beobachtung und Messung, sowie durch einfache mechanische Hilfsvorstellungen (Sekundärströmungen) dem allgemeinen Verständnis näher zu bringen. (S. 61 ff., sowie S. 71—83.)

Nach der andern, der »mathematischen Behandlung reibungsbehafteter Strömungen«, dagegen führt man in die im allgemeinen als reibungsfrei gedachte Wasserbewegung im Grenzgebiet der Störungsstellen Reibungskräfte und Wirbel ein, und hat dabei in der Tat erreicht, einige Störungserscheinungen bei Wasserströmungen der mathematischen Behandlung, und damit auch dem theoretischen Verständnis, zugänglich zu machen.



Ich werde im folgenden die angeführten Behandlungsarten hydraulischer Probleme an den Stellen des Textes bringen, wo ihre Verwertung und Anwendung unmittelbar stattfindet, und dabei der energetischen Methode, die die Grundlage unserer Entwicklungen bildet, den breitesten Raum zuweisen.

Zur Einleitung sollen aber die für das Innere einer Flüssigkeitsströmung von EULER aufgestellten Gleichgewichtsbedingungen kurz angeführt werden, da sie in der Folgezeit verschiedentlich gebraucht werden.

## II. Gleichgewichtsbedingungen einer strömenden Flüssigkeit.

Man kann zur Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen entweder ein im Raum festliegendes Volumelement ins Auge fassen und die Kontinuitätsbedingung der Flüssigkeit sowie ihre Kraftwirkungen an ihm und beim Übergang auf Nachbar- teilchen studieren (EULER) oder auch ein bestimmtes Wasserelement auf seiner Bahn im Raum verfolgen (EULER und LAGRANGE)<sup>1)</sup>. Wir begnügen uns hier mit der ersten Methode und betrachten zu diesem Zweck ein Raumteilchen von den Seitenlängen  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (Abb. 63). Dabei wird nach der Kontinuitätsbedingung der Überschuß an eintretender Flüssigkeitsmasse über die austretende gleich dem Betrag sein, um den die eingeschlossene Masse komprimiert wurde.

Sei in der  $X$ -Richtung

$$\text{eingetreten: } \frac{1}{g} c_x \cdot \gamma \cdot dy \cdot dz,$$

$$\text{ausgetreten: } \frac{1}{g} \left( c_x \gamma + \frac{\partial(c_x \gamma)}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz, \quad \text{Abb. 63. Gleichgewicht am Volumenelement.}$$

so ist der Überschuß

$$\frac{1}{g} \frac{\partial(c_x \gamma)}{\partial x} dx dy dz \quad (52)$$

und die Summe der Überschüsse in den drei Richtungen gleich der gleichzeitigen Massenabnahme

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial \gamma}{\partial t} dt \cdot dx dy dz; \quad (53)$$

somit nach Einsetzen und Kürzen

$$\frac{\partial(c_x \gamma)}{\partial x} + \frac{\partial(c_y \gamma)}{\partial y} + \frac{\partial(c_z \gamma)}{\partial z} = - \frac{\partial \gamma}{\partial t} \quad (54)$$

und für nicht kompressible Flüssigkeiten mit  $\gamma = \text{konstant}$

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0. \quad (55)$$

In zweiter Linie wenden wir das dynamische Grundgesetz: Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung auf die bewegte Flüssigkeit an.

In der Hydrostatik (S. 27) war die Drucksteigerung z. B. in der  $x$ -Richtung nur durch die entsprechende Massenkraft (Schwerkraft) hervorgerufen, die wir pro Volumeinheit mit  $X$ , pro Masseneinheit mit  $q_x$  bezeichnet hatten.

<sup>1)</sup> FÖPPL, IV, 1909, S. 363.

Jetzt tritt noch die Trägheitswirkung der mit  $\frac{dc_x}{dt}$  beschleunigten Masse  $\frac{\gamma}{g} dx dy dz$  hinzu, so daß

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = X dx dy dz + \frac{\gamma}{g} dx dy dz \frac{dc_x}{dt},$$

d. h.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = X + \frac{\gamma}{g} \frac{dc_x}{dt}, \quad (56)$$

oder wenn wieder  $X$  durch die Beschleunigung  $q_x$  ersetzt wird

$$q_x - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dc_x}{dt}. \quad (57)$$

Dabei ist nur zu beachten, daß das vollständige Differential der Geschwindigkeit  $c_x$  nach der Zeit  $t$  die Summe ist aus der am gleichen Ort erfolgenden und den mit dem Wechsel des Ortes in der betreffenden Zeit stattfindenden Änderungen, d. h.

$$\frac{dc_x}{dt} = \frac{\partial c_x}{\partial t} + \frac{\partial c_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial c_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial c_x}{\partial z} \frac{dz}{dt};$$

somit in allgemeiner Anschreibung für  $x$ , wobei die Änderungen des Ortes durch die Geschwindigkeiten gegeben sind, so daß

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= c_x, \quad \frac{dy}{dt} = c_y, \quad \frac{dz}{dt} = c_z, \\ q_x - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial c_x}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z}. \end{aligned} \quad (58)$$

Unter  $q_x$  wird dabei im allgemeinen nur die Schwerkraft pro Masseneinheit, d. h. die Erdbeschleunigung, verstanden. Man hat sich aber auch z. B. die Schaufeldrucke bei Turbinen als einzelne Kräfte an den Volumelementen gedacht und als entsprechende »Zwangsbeschleunigungen« eingeführt<sup>1)</sup>.

Auch hier hat sich der Begriff des Potentials, den wir in der Einleitung zur Hydrostatik für das Kraftfeld kennen gelernt hatten, als sehr nützlich erwiesen.

Die allgemeine Integration der Bewegungsgleichungen gelingt nämlich vor allem dann, wenn für alle Punkte der Strömung eine gleichbleibende Funktion angenommen werden darf, deren partielle Differentiation nach irgend einer Richtung die betreffende Geschwindigkeit liefert.

Eine solche Funktion bezeichnet man in Anlehnung an die gleichen Eigenschaften des Potentials  $V$  im Kraftfeld als das Geschwindigkeitspotential  $\Phi$ . Für sie gilt dann

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad c_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (59)$$

und durch weitere Differentiation folgt unmittelbar

$$\frac{\partial c_x}{\partial y} = \frac{\partial c_y}{\partial x}; \quad \frac{\partial c_x}{\partial z} = \frac{\partial c_z}{\partial x}; \quad \frac{\partial c_y}{\partial z} = \frac{\partial c_z}{\partial y}. \quad (60)$$

LAGRANGE bzw. LORD KELVIN<sup>2)</sup> haben nachgewiesen, daß die Anwesenheit eines solchen Geschwindigkeitspotentials mit dem Zustand wirbelfreier Strömung

<sup>1)</sup> LORENZ, 1911, S. 2.

<sup>2)</sup> FÖPPL, IV, 1909, S. 383.

identisch ist, deren mathematische Bedingung dadurch gegeben wird, daß das Linienintegral (in Vektoren)  $\int \mathbf{v} d\mathbf{s}$  über jeden geschlossenen Linienzug innerhalb der Flüssigkeit  $= 0$  ist<sup>1)</sup>.

Durch Einführung der Potentialfunktion vereinfachen sich die oben abgeleiteten EULERSchen Gleichungen erheblich.

Die Kontinuitätsgleichung der nicht kompressiblen Flüssigkeit (55) wird

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad (61)$$

während sich die dynamischen Grundgleichungen (58) z. B. für die  $x$ -Richtung ergeben als

$$\begin{aligned} q_x - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z}, \\ &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right), \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} c^2 \right). \end{aligned} \quad (62)$$

Entspricht nun auch  $q_x$  einer Potentialfunktion  $V$  (vgl. S. 28), derart, daß

$$q_x = - \frac{g}{\gamma} \cdot \frac{\partial V}{\partial x}, \quad (63)$$

so folgt für die stationäre wirbelfreie Strömung mit  $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$  die einfache Beziehung, daß

$$- \frac{g}{\gamma} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial (c^2)}{\partial x} \quad (64)$$

oder

$$V + p + \frac{\gamma}{g} \frac{c^2}{2} = \text{konstant}, \quad (65)$$

d. h. die konstante Summe aus Potential-, Druck- und Bewegungsenergie für jede Stelle der Flüssigkeit. (Ausführlicher im nächsten Abschnitt!)

Immerhin ist die Lösung der Differentialgleichungen, von einigen wenigen Ansätzen abgesehen<sup>2)</sup>, bisher nur bei zweidimensionalen Problemen gelungen, d. h. für Wasserströmungen zwischen ebenen Wänden oder für Rotationsströmungen.

Im ersteren Falle vereinfachen sich die allgemeinen Gleichungen für nicht kompressible Flüssigkeiten und für den Beharrungszustand auf

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} = 0 \quad (66)$$

und

$$\begin{aligned} q_x - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} &= c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y}, \\ q_y - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial y} &= c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y}. \end{aligned} \quad (67)$$

<sup>1)</sup> FOPPL, IV, 1909, S. 375.

<sup>2)</sup> FOPPL, IV, 1909, S. 382.

<sup>3)</sup> DIRICHLETSche Kugel. FOPPL, IV, 1909, S. 390.

Bei Rotationsströmungen gelingt die Reduktion auf zwei Dimensionen nach dem Vorgang PRASILS durch Einführen von Zylinderkoordinaten <sup>1)</sup>).

Eine hübsche Darstellung dieser Vorgänge gibt HOLZMULLER in verschiedenen Abhandlungen der Z. d. V. d. I.<sup>2)</sup>

BAUDISCH zeigt die graphische Aufzeichnung zweidimensionaler Strömungen <sup>3)</sup> und BUDAU gibt in neuester Zeit eine kurze Übersicht über dieselben Fragen <sup>4)</sup>. Auch die neueste Auflage der Hütte enthält eine Zusammenstellung der genannten Gesetze im Abschnitt der Dynamik luftförmiger Körper <sup>5)</sup>.

Ich verlasse aber nunmehr diese Betrachtungsweisen, um mich um so eingehender derjenigen Behandlungsart hydraulischer Probleme zuzuwenden, die auch in Zukunft die Grundlage unserer Theorien und Konstruktionen bilden soll.

### III. Energetische Behandlung der Hydraulik.

Wenn wir beim ersten Ansatz gleich eine endliche Wassermenge ins Auge fassen und auf sie das Energiegesetz anwenden, so haben wir den großen Vorteil, keinerlei unrichtige oder auch nur einschränkende Annahmen damit verbinden zu müssen.

Die betrachtete Wassermenge besitzt in jedem Augenblick eine ganz bestimmte Energiemenge, und in zwei verschiedenen Zeiten kann sich dieselbe nur um eine von außen hinzugefügte Energie vergrößert bzw. verkleinert haben.

Damit ist es möglich, die hydrodynamischen Gleichungen in mathematisch genauer Übereinstimmung mit der Wirklichkeit auszusprechen. Die Ungenauigkeiten treten erst viel später in die Untersuchung ein, da nämlich, wo es nötig wird, die mathematischen Ergebnisse durch das zahlenmäßige Experiment praktisch zu verwirklichen.

Diese energetische Behandlungsart der Hydraulik verbindet aber mit der mathematischen Genauigkeit des ersten Ansatzes noch die weiteren Vorteile, sehr einfach und leicht verständlich zu sein, und deshalb auch für komplizierte Probleme Führerdienste leisten zu können. Zu ihrer Einführung betrachten wir zunächst das Energiegesetz und die Energien.

#### 1. Das Energiegesetz.

Das Gesetz von der Erhaltung der Energie sagt aus, daß jedes geschlossene System von einer ganz bestimmten Energiemenge erfüllt ist, die weder vermehrt noch vermindert werden kann. Weiter lehrt aber die Erfahrung, daß diese Energie, die stets an den Stoff gebunden erscheint, sowohl von einem Körper auf andere Körper übertragen, als auch aus einer Erscheinungsform in andere Formen verwandelt werden kann. Und es darf daran erinnert werden, daß ein großer Teil

<sup>1)</sup> PRASIL, Über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen. Schwz. Bztg., 1903, I, S. 203 ff. — LORENZ, 1911, S. 8. — FÖPPL, VI, 1910, S. 423.

<sup>2)</sup> Z., 1897, S. 218; 1898, S. 869, 1146.

<sup>3)</sup> BAUDISCH, Z. ö. I. A. V., 1910, S. 85—87.

<sup>4)</sup> BUDAU, Der gegenwärtige Stand der Hydraulik. Z. ö. I. A. V., 1912, S. 193 ff.

<sup>5)</sup> HUTTE, 1911, I, S. 349 f.

unserer praktischen Lebenstätigkeit, vor allem aber die Arbeit in und durch unsere Maschinen eine solche, zu bestimmten Zwecken gewollte Energieübertragung und -verwandlung bedeutet.

## 2. Die Energien.

### a) Allgemeines.

Wenn ein Körper, mit dem gewisse Energiemengen verkettet sind, Energie an andere Körper abgibt, so sagt man, er leistet Arbeit, und man nennt daher auch seine gesamte Energie sein gesamtes Arbeitsvermögen: es ist dies die Arbeit die nach außen frei würde, wenn er aus dem betrachteten Zustand in den absolut energielosen überginge <sup>1)</sup>).

Es gibt in der Natur eine große Zahl von bekannten und sicherlich auch von noch unbekannten Arten von Energien.

Von den ersteren seien hier zunächst diejenigen erwähnt, die als mechanische zusammengefaßt und als Energien der Lage, des Drucks und der Bewegung unterschieden werden können. Sie sollen anschließend eingehend besprochen werden. Daneben sind anzuführen die Energie der Wärme, die chemische und die elektrische Energie.

Jeder Körper wird im allgemeinen alle Arten von Energien oder von Arbeitsvermögen gleichzeitig besitzen. Der Bleistift in unserer Hand z. B. kann auf den Boden fallen (Energie der Lage). Er steht unter dem Auftrieb der Luft (Energie des Drucks) und wird mit uns und mit der Erde in einer großen, absolut freilich unbekannten Geschwindigkeit dahingeführt (Energie der Bewegung). Somit besitzt er die drei Arten der mechanischen Energie. Er hat ferner eine gewisse Temperatur (Energie der Wärme), ein elektrisches Potential (elektrische Energie) und kann beim Verbrennen Energie abgeben (chemische Energie). Dazu besitzt er gewiß noch manche andre weniger bekannte oder unbekannte Energien, z. B. Radioaktivität u. dgl.

Es ist aber weiter einleuchtend, daß wir das absolute Arbeitsvermögen eines Körpers niemals zur völligen Auswirkung kommen sehen, denn um nur zwei Energieformen zu erwähnen, wir können weder den Zustand absoluter Kälte noch absoluter Ruhe jemals erreichen.

Wir sind daher genötigt, die verschiedenen Energiegrößen auf praktisch gewählte Nullpunkte zu beziehen. Das genügt auch vollkommen, da es sich bei den Maschinen doch nur um die Änderungen der Energie der arbeitenden Körper handeln kann.

Dadurch scheiden für uns in einfachster Weise auch all' die Energieformen aus, die im Arbeitsvorgang der Wasserkraftmaschinen eine praktisch bedeutende Änderung nicht erfahren, und es bleiben unserer Untersuchung zunächst nur drei Formen der Energie oder des Arbeitsvermögens vorbehalten, nämlich: die Energie der Lage, des Drucks und der Bewegung, die wir mit  $E_l$ ,  $E_d$  und  $E_b$  bezeichnen wollen.

---

<sup>1)</sup> Das Arbeitsvermögen ist somit für das auf S. 28 gegebene Beispiel der Massenanziehung die Ergänzung zum Potential. Die Summe beider stellt die Gesamtenergie dar, die eine Masse durch ein bestimmtes Kraftfeld aufnehmen kann.

Alle drei können in einfacher Weise auf die bekannte Beziehung zurückgeführt werden, nach der eine Arbeitsgröße durch das Produkt aus Kraft und Weg gemessen wird.

Ein Körper, der einen Weg  $s$  zurücklegt und dabei eine in die Wegrichtung fallende Kraft  $P$  überwindet, gibt eine Energie  $E$  ab, die dem Produkt aus dem Weg und der Kraft  $= P \cdot s$ , oder wenn die Kraft veränderlich war, der Summe aus den Produkten von Kraft und Weg

$$E = \int P \cdot ds \quad (68)$$

gleichgesetzt werden kann.

Fällt die Krafrichtung nicht mit dem Weg zusammen, so kommt nur ihre Komponente  $P \cdot \cos \alpha$

$$E = \int P \cdot \cos \alpha \cdot ds, \quad (69)$$

bzw. nur die Wegkomponente in die Krafrichtung  $ds \cdot \cos \alpha$

$$E = \int P \cdot ds \cdot \cos \alpha,$$

in Betracht.

Mit Vektoren schreibt sich die Energie als das innere geometrische Produkt der gerichteten Größen  $\mathfrak{P}$  und  $\mathfrak{s}$  und im allgemeinsten Fall als das Linien-Integral der Kraft

$$E = \int \mathfrak{P} d\mathfrak{s}. \quad (70)$$

Betrachten wir nun im einzelnen

#### b) Die Energie der Lage: $E_L$ .

Sie kommt dadurch zur völligen Auswirkung, daß der unter einer gewissen Anziehungskraft stehende Körper sich dem Zentrum der Anziehungskraft soweit als möglich nähert.

Im weitesten Sinne wäre das erreicht, wenn alle denkbaren Massen des Weltalls aufs engste zusammengeschlossen würden, und zwar so, daß die schwersten dem Zentrum am nächsten liegen.

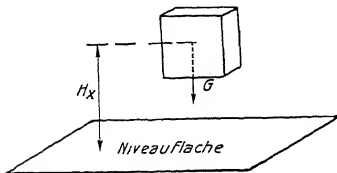


Abb. 64. Schematische Darstellung der Energie der Lage.

Für unsern Planeten könnten wir uns theoretisch eine Bewegung bis zum Erdmittelpunkte denken. Praktisch scheidet das aus — ähnlich wie bei der Wärmeenergie der absolute Nullpunkt der Temperatur für eine praktisch ausnutzbare Wärme-strömung unerreichbar ist — und es wird die Meereshöhe den im allgemeinen tiefsten Nullpunkt darstellen.

Bei technischen Berechnungen geht man aber auch nicht so weit, sondern bezieht das Arbeitsvermögen der Lage auf eine in mäßiger, bequem festzulegender Entfernung unterhalb der Wasserkraftanlage beliebig gewählte Niveaufläche, ähnlich wie dies bei den Höhenkoten der Bauwerke geschieht.

Dadurch erhalten wir gleichzeitig die wertvolle Vereinfachung, daß auf dem dabei in Frage kommenden verhältnismäßig kurzen Weg die Anziehungskraft der Erde als konstant angesehen werden kann. Sie ist einfach gleich dem Gewicht

des Körpers, sei mit  $G$  bezeichnet und wird in Kilogramm  $kg$  gemessen. Den Abstand zwischen dem betrachteten Punkt ( $x$ ), und dem angenommenen Niveau bezeichnen wir mit  $H_x$  und messen ihn in Meter  $m$ . Darnach würde (Abb. 64)

$$G \cdot H_x = E_l \quad (71)$$

die Energie der Lage  $E_l$  einer Wassermenge vom Gewicht  $G$   $kg$ , bezogen auf die um  $H_x$   $m$  entfernte Niveauläche, darstellen.

### c) Die Energie des Drucks: $E_d$ .

Die Energie des Drucks kommt dann zur Auswirkung, wenn eine Volumänderung unter einem gewissen Überdruck stattfindet; praktisch etwa dadurch, daß ein bestimmtes Wasservolumen in ein Gefäß unter gegebenem Druck hineingepreßt wird oder aus ihm herausfließt.

Für veränderlichen Druck schreibt sich

$$E_d = \int p \cdot dV. \quad (72)$$

Für gleichbleibenden Druck

$$E_d = p \cdot V. \quad (73)$$

Die Rückführung der Druckenergie auf die Arbeitsdefinition von Kraft  $\times$  Weg kann jederzeit durch Auflösen von  $dV$  bzw. von  $V$  in eine Fläche  $\times$  Weglänge

$$V = f \cdot l$$

erfolgen, wodurch

$$E_d = p \cdot V = p \cdot f \cdot l = P \cdot l$$

und kann unmittelbar z.B. für den Ausfluß aus einem Gefäß durch die Vorschiebung eines Kolbens (Abb. 65) in einer Röhre vom Querschnitt  $f$  dargestellt werden. Die Kolbenkraft  $P = p \cdot f$  leistet dann auf der Wegstrecke  $l$  die Arbeit  $P \cdot l$ .

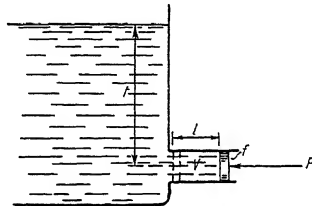


Abb. 65. Kolben unter konstantem Wasserdruck.

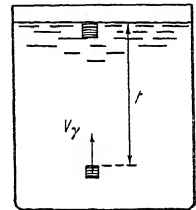


Abb. 66. Energie des Auftriebs.

Auch die Kraft des Auftriebs  $V \cdot \gamma$  kann bei freier Oberfläche multipliziert mit ihrem Weg = Eintauchtiefe  $t$  den Arbeitsvorgang versinnlichen, (Abb. 66) indem

$$E_d = p \cdot V = t \cdot \gamma \cdot V = t \cdot P. \quad (74)$$

Dazu sei, da es gelegentlich übersehen wird, hervorgehoben, daß — in Übereinstimmung mit obiger Definition — ein unter Druck  $p$  stehender Körper vom Volumen  $V$  die Energie des Drucks  $E_d = p \cdot V$  nur dann besitzt, wenn die Volumänderung  $V$  unter ungeändertem Druck  $p$  vor sich gehen kann.

### d) Die Energie der Bewegung: $E_b$ .

Die Energie der Bewegung läßt sich dadurch auf das Produkt: Kraft  $\cdot$  Weg zurückführen, daß man betrachtet, welchen Weg ein mit der Geschwindigkeit  $c$  sich bewegendes Körper entgegen einer widerstehenden Kraft zurücklegen kann, bis er zur Ruhe kommt.

Um dies elementar nachzuweisen, nehme ich eine gleichmäßige Kraft  $P$  an, die den bisher mit der Geschwindigkeit  $c$  fortschreitenden Körper von der Masse  $m$  in  $t$  Sekunden zur Ruhe bringen möge. Dabei kann ich nach Definition die verzögernde Kraft negativ gleich der Geschwindigkeitsänderung in der Sekunde, d. h.  $= -\frac{c}{t}$ , mal der Masse setzen, somit

$$P = -m \cdot \frac{c}{t}. \quad (75)$$

Der Weg wird nicht mit gleicher Geschwindigkeit zurückgelegt, sondern zu Anfang schneller, dann immer langsamer, da ja entsprechend obiger Gleichung die Abnahme der Geschwindigkeit proportional der Zeit erfolgt und somit nach  $\frac{t}{2}$  Sekunden nur noch  $\frac{c}{2}$ , nach  $\frac{3}{4}t$  nur noch  $\frac{c}{4}$  usw. an Geschwindigkeit vorhanden ist. Trage ich die jeweiligen Geschwindigkeiten nach der Zeit geordnet in Abb. 67 auf, so erhalte ich eine schräge Gerade, und da in jedem Zeiteilchen der Weg gleich Geschwindigkeit mal dem Zeiteilchen ist, so ergibt sich der Gesamtweg  $s$  als Inhalt des Dreiecks oder als

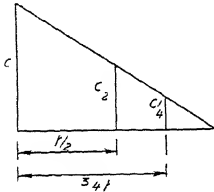


Abb. 67. Wegdiagramm einer gleichmäßigen Verzögerung.

$$s = t \cdot \frac{c}{2}. \quad (76)$$

Die Arbeit wird sonach als Kraft · Weg =

$$E_b = P \cdot s = m \cdot \frac{c}{t} \cdot t \cdot \frac{c}{2} = m \cdot \frac{c^2}{2}. \quad (77)$$

Man bemerkt, daß  $t$  hinausfällt, daß somit der Ausdruck von der Größe der Zeit bzw. der Kraft unabhängig und somit auch nicht an eine gleichförmige Verzögerung gebunden ist.

Umgekehrt können wir uns unter dem Ausdruck  $m \frac{c^2}{2}$  sofort etwas physikalisch Greifbares vorstellen, wenn wir durch Einfügen einer beliebigen Zeit  $t$  ihn in obiger Weise in zwei Faktoren

$$\left(m \cdot \frac{c}{t}\right) \quad \text{und} \quad \left(\frac{c}{2} \cdot t\right)$$

zerlegen; denn wenn dann der erste eine Kraft darstellt, die die Masse  $m$  in der Zeit  $t$  zur Ruhe bringt, so ist der zweite dem Wege gleich, den die Masse in derselben Zeit noch zurücklegt.

Mit Anwendung der höheren Mathematik erscheint die Aufgabe allgemeiner und einfacher, die Kraft ist

$$P = m \cdot \frac{dc}{dt},$$

der Weg

$$ds = c \cdot dt,$$

die Arbeit im Zeitelement

$$dE_b = P \cdot ds = m \cdot \frac{dc}{dt} \cdot c \cdot dt = m \cdot c \cdot dc.$$

Integriert zwischen  $c = c$  und  $c = 0$ :

$$E_b = m \cdot \frac{c^2}{2}.$$



Betrachten wir auch hier zur Übung die Dimensionen der gefundenen Größen und zwar zunächst nach dem technischen Maßsystem, so ergibt die Dimension der Arbeit als Kraft · Weg = kg · m. Rechts steht  $m \cdot \frac{c^2}{2}$ . Die Dimension der Masse folgt aus der Überlegung, daß eine Kraft von einem Kilogramm die Masseneinheit in einer Sekunde um einen Meter in der Sekunde beschleunigt, als Masse =  $\frac{\text{Kraft}}{\text{Beschleunigung}} = \frac{\text{kg}}{\text{m/sek}^2}$ . Multipliziert mit dem Quadrat der Geschwindigkeit =  $\left(\frac{\text{m}}{\text{sek}}\right)^2$  führt das wieder auf kg · m = Arbeit.

Im C.G.S. System messen wir die Kraft  $P$  als Masse mal Beschleunigung in g (Masse)  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , somit die Arbeit als  $P \cdot s$  in g  $\frac{\text{cm}^2}{\text{sek}^2}$  und dieselben Dimensionen besitzt natürlich auch der Ausdruck  $m \frac{c^2}{2}$ .

### 3. Zusammenfassung und Vereinfachung der Formel für die mechanische Energie.

Die 3 besprochenen Energiearten nennen wir die mechanischen. Im allgemeinen wird sie ein Körper gleichzeitig besitzen.

Betrachtet man der Eindeutigkeit wegen zunächst eine sehr kleine Menge vom Gewicht  $dG$ , Volumen  $dV$  und Masse  $dm$ , so kann man ohne weiteres ihr für unsere Betrachtungen zunächst in Frage kommendes relatives mechanisches Arbeitsvermögen  $E_m$  angeben als

$$dE_{m_x} = dG \cdot H_x + dV \cdot p_x + dm \cdot \frac{c_x^2}{2}, \quad (78)$$

wenn das Wasserteilchen im Punkte  $x$  sich in Höhe  $H_x$  über einem gewissen Nullpunkt befindet, unter einem absoluten Druck  $p_x$  steht und sich relativ zur Erdoberfläche mit der Geschwindigkeit  $c_x$  bewegt <sup>1)</sup>.

Man erkennt, wie die drei Eigenschaften der Materie: Gewicht, Volumen und Masse je mit den drei Beziehungen zur Außenwelt: Lage, Druck und Bewegung in Verbindung treten.

Was hier für ein Wasserteilchen gilt, kann unter Einführung der Mittelwerte der Lage, des Drucks und der Bewegungsenergie auch jederzeit für eine endliche Wassermenge angeschrieben werden als

$$E_{m_x} = G \cdot H_x + V \cdot p_x + m \cdot \frac{c_x^2}{2}. \quad (79)$$

Freilich ist die praktische Integration dieser Mittelwerte  $H$ ,  $p$  und  $c^2$  nicht mehr so einfach wie beim Wasserelement, ja sie ist häufig gar nicht oder nur mit gewissen Voraussetzungen durchführbar.

<sup>1)</sup> Streng genommen ist die Bewegung der Erdoberfläche keine geradlinige und kann deshalb eigentlich nicht als Nullpunkt für die Angabe des Arbeitsvermögens der Bewegung benutzt werden. Die Drehung der Erde um die Sonne spielt freilich wegen ihres großen Krümmungsradius nur eine verschwindende Rolle, dagegen sind die durch die Eigendrehung der Erde hervorgerufenen Beschleunigungskräfte, die nach den am Ende dieses Teiles angegebenen Methoden berücksichtigt werden könnten, wohl meßbar und wurden in Pendel-(FOUCAULT) und Kreiselversuchen (FÖPPL) häufig zum Beweis der Erddrehung herangezogen. In technischen Rechnungen dürfen sie aber mit gutem Recht vernachlässigt werden.

Immer aber bleibt die Anschreibung selbst in obiger Form äußerst bequem. Sie kann ohne nähere Kenntnis der Wasserwege, der Stromungen, der Verluste usw. jederzeit ausgeführt werden und gibt eine mathematisch einwandfreie Basis für die weiteren Untersuchungen. Hierin liegt auch der Grund, warum wir uns mit der Veranschaulichung der drei Energieformen solange beschäftigt haben. Derjenige, dem diese Dinge geläufig sind, wird ohne Zeitverlust darüber wegeilen, während dem Ungeübten nichts nützlicher sein kann, als diese Grundgedanken der späteren Entwicklung so tief als nur irgend möglich zu erfassen.

Die Anschreibung für die mechanische Energie eines Körpers läßt sich nun noch wesentlich vereinfachen, ohne daß die allgemeine Gültigkeit der Formel beeinträchtigt würde.

Drückt man nämlich Gewicht und Masse im Volumen, den Druck in Wassersäule aus, d. h. setzt man:

$$G = V \cdot \gamma; \quad m = \frac{V \cdot \gamma}{g}; \quad p = h \cdot \gamma,$$

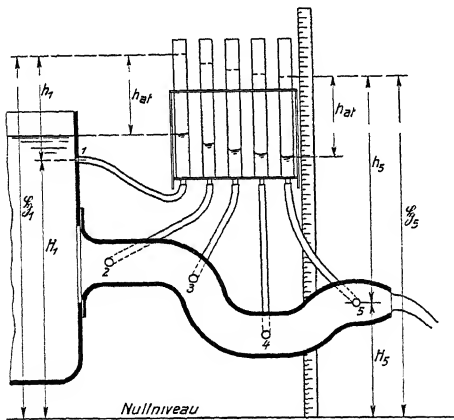
so folgt

$$E_{m_x} = V \cdot \gamma \left( H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g} \right). \quad (80)$$

Noch einfacher wird die Arbeitsgleichung durch Einführung einer eigenen Bezeichnung für die Summe aus  $H_x + h_x$ , wofür ich den Ausdruck »Lagendruck«

$\mathfrak{S}_x$  in Vorschlag bringen möchte, und worauf man durch hydraulische Messungen unmittelbar geführt wird, weil dadurch die relativen Höhenlagen der untersuchten Druckstellen hinausfallen.

Abb. 68 veranschaulicht dies, wobei in den Piezometerröhrchen zur Versinnbildlichung des absoluten Drucks noch eine dem Luftdruck entsprechende Wassersäule  $h_{at}$  ( $\cong 10$  m) eingezeichnet erscheint, und wo, wie man leicht sieht, eine Bestimmung der Höhen  $H_x$  nur Schwierigkeit und Ungenauigkeit hervorrufen würde, während die  $\mathfrak{S}_x$  ohne weiteres an ein und demselben Maßstab abgelesen werden können.



#### 4. Die Arbeitsgleichung.

Das Gesetz von der Erhaltung der Energie sagt aus, daß die Energie  $E_x$  eines Körpers im Punkte  $x$  gleich der Energie  $E_y$  desselben Körpers im Punkte  $y$  sein muß, plus der auf der Zwischenstrecke nach außen abgegebenen Energie  $E_a$

$$E_x = E_y + E_a. \quad (84)$$

$E_x$  wird dabei sowohl aus der mechanischen Energie bestehen, die wir soeben eingehend besprochen haben, als auch aus allerlei andern, nicht mechanischen Energieformen, die auch auf beliebige Nullpunkte bezogen sein mögen und unter der Bezeichnung »unmechanische Energien«  $E_u$  zusammengefaßt werden sollen. Danach schreibt sich, wenn wir gleichzeitig  $E_a$  in  $E'_a$  und  $E''_a$  spalten, auch

$$E_{m_x} + E_{u_x} = E_{m_y} + E_{u_y} + E'_a + E''_a \quad (85)$$

oder

$$E_{m_x} = E_{m_y} + (E_{u_y} - E_{u_x}) + E'_a + E''_a. \quad (86)$$

Die hier auftretende Differenz der unmechanischen Energien wird bei hydraulischen Vorgängen stets positiv, da hier, wo in erster Linie die Umsetzung in Wärme in Frage kommt, die mechanischen Arten von Energie nach dem zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie wohl in die unmechanischen, aber nicht umgekehrt umgesetzt werden. Diese erstere Umsetzung, d. h. den Zuwachs an Wasserrwärme u. dgl., setzen wir in seiner ganzen Größe als Verlust in die Rechnung ein, da er von dem mechanischen Arbeitsvermögen in Abzug kommt, wenngleich einige unbedeutende Nebenwirkungen der Erwärmung des Wassers, die in Verringerung der Wasserreibung und Einfriergefahr bestehen, der Anlage von Nutzen werden können.

Die nach außen abgegebene Energie  $E_a$  besteht dagegen bei bewegten Gefäßen aus zwei wirtschaftlich sehr verschiedenen Teilen. Der erste  $E'_a$  soll die durch das Drehmoment der Maschinenwelle nützlich abgegebene mechanische Energie darstellen, dann bezeichnet der zweite Teil  $E''_a$  den nach außen abgegebenen Betrag unmechanischer Energie, der hier unmittelbar ebenso wie  $E_{u_y} - E_{u_x}$  als Verlust auftritt, wenngleich mit ihm auch mancherlei Vorteile für die Anlage, z. B. durch Erwärmen der Eisenteile und Lager, mittelbar verbunden sein können.

Fassen wir danach die Verlustgrößen, die vor allem in der Wasserreibung bedingt sind, als Reibungsenergie  $E_R$  zusammen, so daß

$$E_{u_y} - E_{u_x} + E''_a = E_R, \quad (87)$$

während die nützliche Energie  $E'_a$  mit  $E_N$  bezeichnet werde, so zeigt sich die Anwendung des Energiegesetzes in der Form

$$E_{m_x} = E_{m_y} + E_R + E_N, \quad (88)$$

oder eingesetzt

$$V \cdot \gamma \left( H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g} \right) = V \cdot \gamma \left( H_y + h_y + \frac{c_y^2}{2g} \right) + E_R + E_N. \quad (89)$$

Die einfache Anschreibung dieser Gleichung für zwei zu vergleichende Orte eines Wasserlaufs wird uns in der Hydraulik und später auch in der Turbinentheorie unmittelbar die wichtigen Arbeitsgleichungen liefern.

Führt man dabei noch eine Verlust- oder Reibungshöhe  $R$  und eine Nutzhöhe  $N$  ein, derart, daß

$$E_R = V \cdot \gamma \cdot R \quad \text{und} \quad E_N = V \cdot \gamma \cdot N,$$

so fällt  $V \cdot \gamma$  wiederum aus der Gleichung und wir behalten

$$H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g} = H_y + h_y + \frac{c_y^2}{2g} + R + N, \quad (90)$$

ein Ausdruck, den wir als »Arbeitsgleichung« (zwischen  $x$  und  $y$ ) bezeichnen wollen.

Mit dieser Anschreibung sind wir aber, und das möge besonders hervorgehoben werden, über das Energiegesetz, welches unsere Gleichung

$$E_x = E_y + E_a$$

verkörpert hatte, hinausgegangen, und wir haben mit der Voraussetzung, daß nichtmechanische Energie in unserem Arbeitsvorgang in mechanische nicht verwandelt wird, ein neues Gesetz in den Bereich unserer Untersuchungen gezogen, das für die Wärmeenergie im zweiten Hauptsatz der Warmtheorie seinen Ausdruck findet.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß das, was wir bei der Ableitung unserer Arbeitsgleichung als äußere Energie  $E_a$  bezeichnet hatten, ein Begriff ist, der mit der Wassermenge wechselt, auf die wir unsere Betrachtung ausdehnen.

Für die gesamte Wassermenge der Turbine liegt die Anschauung klar. Wenden wir dagegen die Arbeitsgleichung auf ein einzelnes Wasserelement an, so erscheinen ihm gegenüber die Nachbarelemente als Außenwelt, mit denen es in einen Energieaustausch treten wird. Die Wasserelemente können, wie leicht verständlich, Lage, Druck und Geschwindigkeit miteinander auswechseln, auch durch Reibung ihre eigene unmechanische Energie, sowie die des Nachbarn vermehren. Die Zusammenfassung beider Verlustgrößen in  $E_r$  läßt aber die Unterschiede zwischen innerem und äußerem Verlust verschwinden und macht uns daher in erwünschter Weise von der Größe der jeweils betrachteten Wassermenge unabhängig.

## 5. Anwendung der Arbeitsgleichung auf gegebene Wasserströmungen.

Wir hatten bisher vorausgesetzt, daß wir eine bestimmte Wassermenge in ihrem Energieinhalt an einem Orte  $x$  mit dem an einem Orte  $y$  vergleichen.

Dabei wird es selten möglich sein, die Wassermenge aus den Gefäßdimensionen zu berechnen, die sie in dem fraglichen Zeitpunkt ausfüllt. Sie wird vielmehr meistens durch einen Querschnitt und die mittlere Durchflußgeschwindigkeit gegeben sein, derart, daß

$$V_x = F_x \cdot c_x \cdot t_x = V_y = F_y \cdot c_y \cdot t_y,$$

wobei  $F$  den Querschnitt,  $c$  die Geschwindigkeit und  $t$  die Zeit des Durchflusses angibt.

Sehr viele hydraulische Vorgänge werden im Beharrungszustand studiert. Das bringt die wertvollsten Vereinfachungen mit sich. Da dann durch jeden Querschnitt in der gleichen Zeit die gleiche Wassermenge fließt, ist  $t_x = t_y$  und

$$F_x \cdot c_x = F_y \cdot c_y = \frac{V_x}{t} = Q \quad \text{heißt nun die sekundliche Wassermenge.}$$

Man unterdrückt dann meistens die Zeit und schreibt die Arbeitsgleichungen nicht mit  $V \cdot \gamma$ , sondern mit  $Q \cdot \gamma$  an, wonach sie nicht mehr eine Arbeit schlechthin, sondern eine Arbeit pro Sekunde, d. h. eine Arbeitsleistung  $L$  darstellen, z. B.

$$L_{m_x} = Q \cdot \gamma \left( H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g} \right). \quad (91)$$

Dabei gilt entsprechend obigem wieder

$$L_{m_x} = A_{m_x} \cdot Q \cdot \gamma, \quad (92)$$

woraus der praktische Wert der Form

$$A_{m_x} = H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g}$$

sich durch seine allgemeine Gültigkeit von neuem erweist.

Ein Beharrungszustand bringt aber noch den weiteren Vorteil, daß man nicht mehr gezwungen ist, ein und dieselbe Wassermenge in zwei verschiedenen Augenblicken zu betrachten, sondern daß man zwei gleichgroße Wassermengen in den verschiedenen Orten gleichzeitig ins Auge fassen kann.

Was nun die praktische Bestimmung der übrigen Größen des mechanischen Arbeitsvermögens angeht, so macht die des Mittelwerts der Höhenlage  $H_x$  die geringsten Schwierigkeiten. Sie entspricht einfach dem Schwerpunktsabstand des betrachteten Wasservolumens von der gewählten Nullage.

Schwieriger ist es mit  $h_x$  und vor allem mit  $\frac{c_x^2}{2g}$ . Man müßte eigentlich den Druck und die Geschwindigkeit eines jeden einzelnen Wasserteilchens kennen, um die Summen

$$\gamma \int h_x dV \quad \text{und} \quad \frac{\gamma}{2g} \int c_x^2 dV$$

und aus ihnen die mittleren Größen von  $h_x$  und  $c_x^2$  als

$$\overline{h_x} = \frac{\int h_x dV}{V} \quad ) \quad (93)$$

und

$$\overline{c_x^2} = \frac{\int c_x^2 dV}{V} \quad ) \quad (94)$$

zu berechnen.

Dabei können allerdings zwei Anschauungsweisen die Untersuchung wesentlich erleichtern. Die erste besteht darin, daß wir in der Annahme der Durchflußzeiten  $t_x$  und  $t_y$  im allgemeinen nicht beschränkt sind. Machen wir sie unendlich klein, so wird der betrachtete Ort für  $x$  bzw. für  $y$  auf den Querschnitt selbst reduziert. Die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung braucht nicht mehr in einem Volumen, sondern sie muß jetzt nur noch in einem Querschnitt studiert werden.

Die zweite Erleichterung tritt für den Fall ein, daß wir den betrachteten Querschnitt als eine Fläche gleicher Energie auffassen dürfen. Für solche Quer-

) Die Bezeichnung als »Mittelwert« durch den aufgesetzten Strich wollen wir im allgemeinen nur da anwenden, wo sie zur besonderen Unterscheidung nötig scheint.

schnitte könnte augenscheinlich die mittlere Energie oder auch die Gesamtenergie ohne weiteres angegeben werden, wenn die Energie an irgend einem beliebigen Punkte durch Messen der betreffenden  $H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g}$  gegeben wäre. Leider entspricht eine solche Anschauung aber nur einer Annäherung, über die uns Rechenschaft zu geben hier der Ort ist.

Ersetzen wir die wirkliche Strömung durch eine wirbelfreie Potentialströmung, für die eine Vernachlässigung der Reibungsverluste die Grundbedingung war, so ist im ganzen Bereich der Strömung die Energie konstant (S. 51) und wir können daher von besonderen Flächen gleicher Energie nicht sprechen. Niveauflächen nennt man hier im allgemeinen die Flächen gleichen Geschwindigkeitspotentials (S. 28), die dadurch gekennzeichnet sind, daß sie jeweils auf der Strömung senkrecht stehen ( $\frac{\partial \Phi}{\partial s} = c = 0$ ) (S. 50). Taf. 9 Abb. 1 gibt ein Bild solcher Strömung zwischen zwei Leitradschaukeln.

Fügt man aber diesem Bild der wirbelfreien Strömung, insofern sie in einem geschlossenen Kanal verläuft, als Korrektur einen Reibungsabfall längs der Strömungslinien bei, so liegt es nahe, je zwischen den genannten Flächen gleichen Geschwindigkeitspotentials gleiche Reibungsverluste  $\Delta R$  für die einzelnen Stromfäden anzunehmen und sinngemäß diese Flächen als Niveauflächen gleicher Energie anzusprechen.

Eine genaue Betrachtung zeigt uns jedoch, daß auch eine solche Anschauung von der Wirklichkeit nur in unbefriedigender Weise erfüllt wird. Wir können

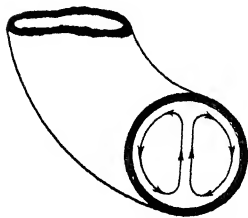


Abb. 69. Sekundärströmung  
im Rohrkrümmer nach  
ISAACHSEN.

nämlich schon in einem einfachen Rohr oder Kanal dreierlei Arten von Bewegung unterscheiden. Die erste, die in die Kanalachse bzw. mit den Richtungen der wirbelfreien Strömung zusammenfällt, sei als Hauptströmung bezeichnet, eine zweite tritt dadurch auf, daß die einzelnen Wasserfäden infolge der Reibung, wie Abb. 77, S. 67 zeigt, verschiedene Geschwindigkeit besitzen und daher bei jedem Richtungswechsel durch die Zentrifugalkräfte verschieden stark nach außen gedrängt werden. ISAACHSEN hat diese Bewegungen, die wir, insofern sie senkrecht zur Rohrachse verlaufen, nach seinem

Vorgang als »Sekundärströmungen« (Abb. 69) bezeichnen, eingehend behandelt und LELL hat sie experimentell untersucht<sup>2)</sup>.

Schließlich weist die Wasserbewegung, sobald die mittlere Geschwindigkeit einen gewissen Betrag (kritische Geschwindigkeit) überschreitet, Querschwingungen und Wirbel auf, die von verschiedenen Forschern (HAGEN, HELE, SHAW, REYNOLDS) festgestellt und in neuester Zeit auch einer mathematischen Behandlung auf Grundlage der EULERSchen Gleichgewichtsansätze zugänglich gemacht wurden.

Von letzterem erwähne ich eine Abhandlung, in der es PRANDTL<sup>3)</sup> für das

<sup>1)</sup> ISAACHSEN, Über einige Wirkungen von Zentrifugalkräften. Ziviling., 1896, S. 353. — Innere Vorgänge in strömenden Flüssigkeiten und Gasen. Z., 1911, S. 215 f.

<sup>2)</sup> LELL, Beitrag z. Kenntnis d. Sekundärströmungen in gekrümmten Kanälen. Dissert. Darmstadt 1913.

<sup>3)</sup> PRANDTL, Verhdlgen. III. internat. Mathematikerkongr. Heidelberg, 1904, S. 484.

zweidimensionale Problem gelungen ist, unter Einführung der Reibung in der Randschicht einer im übrigen als reibungslos und wirbelfrei angenommenen Strömung die Ablösung dieser Randschicht und die Entstehung des Wirbels rechnerisch für den Ort eines Hindernisses zu bestimmen, wo sie infolge ihrer Reibungsverzögerung nicht mehr imstande ist, gegen den Verzögerungsdruck anzugehen, der sich hinter dem Hindernis in der wirbelfreien Strömung bilden würde. Abb. 70 zeigt die Ablösung solcher Wirbel nach der Rechnung, Abb. 71 nach dem Experiment.

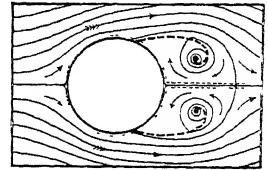


Abb. 70. Wirbelablösung nach PRANDTL.

Noch einen Schritt weiter ist KARMAN<sup>1)</sup> gegangen, der unter ähnlichen Voraussetzungen die auch durch den Versuch bestätigte Tatsache, daß sich an einem zweidimensionalen Hindernis (z. B. an senkrechtem Zylinder in rechteckigem Gerinne) alternierende Wirbel an beiden Seiten ablösen (Abb. 72), rechnerisch bis zu einem hohen Grad der Übereinstimmung mit dem Experiment nachweisen konnte. Es zeigte sich dabei, daß sich die Wasserfäden hinter dem

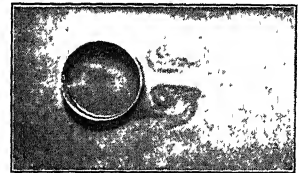
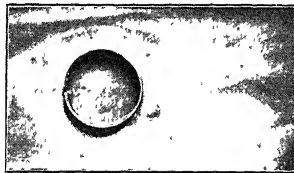
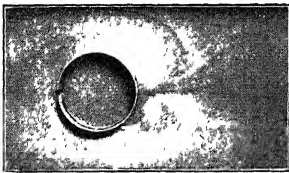


Abb 71. Ablösung von Wirbeln hinter einem Stromhindernis in drei aufeinander folgenden Zeiten (PRANDTL).

Hindernis nicht allmählich zusammenschließen, wie man wohl geneigt war anzunehmen, sondern daß ein zwischen den Wirbeln flatterndes Band relativ ruhigen Wassers in annähernd konstanter Breite bestehen bleibt, bis es schließlich da verschwindet, wo die Wasserwirbel infolge der Reibungsarbeit aufgezehrt sind (vgl. Abb. 73).

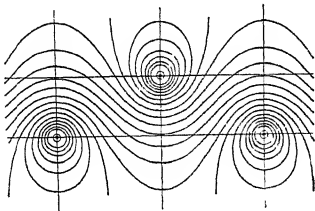


Abb. 72. Wirbelbildung hinter einem zweidimensionalen Hindernis nach KARMAN.

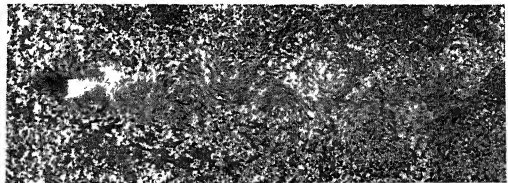


Fig. 73. Wirbelbildung hinter zweidimensionalem Hindernis nach Versuchen von KARMAN.

Hinter einer ebenen Platte im Wasserstrom tritt eine Druckverminderung ein, die von der Form der Platte und ihren Kanten wesentlich abhängt, nach innen zunimmt und etwa 20% des Gesamtwiderstandes ausmacht<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> KARMAN, Göttinger Nachrichten, 1911, Okt./Nov.; Physik. Zeitschrift, 1912, Jan./Febr.

<sup>2)</sup> GUNTHER-KEMPF, Über Saugwirkungen. Die Turbine, 1910/11, S. 393.

Eine hübsche Zusammenfassung dieser Betrachtungen geben zwei Habilitationsvorträge von F. PFEIFFER <sup>1)</sup>.

Aus all diesen Abhandlungen folgt, daß die genaue Bestimmung der Bewegungsenergie in einem Kanalquerschnitt auf ganz bedeutende Schwierigkeiten stößt.

Im allgemeinen werden ja freilich die Sekundär- und Schwingungsbewegungen, so wesentlich sie auch für die Energieverluste sein mögen, nur geringe absolute Energiemengen aufweisen, da ihre Geschwindigkeiten verhältnismäßig gering und im Quadrat oft verschwindend klein sind.

Selbst wenn wir uns aber nur mit den Hauptströmungen befassen, bietet die Aufstellung der mittleren Energie erhebliche Schwierigkeiten. Betrachten wir etwa die Hauptströmungen in einer Horizontalen  $AA$  durch einen offenen Kanal im Aufriß und Grundriß nach Abb. 74. Die Lagenenergie  $H_x$  ist hier konstant, auch die Druckenergie  $h_x$ , die durch die Eintauchtiefe  $t_x$  bestimmt wird, kann im allgemeinen annähernd konstant gesetzt werden.

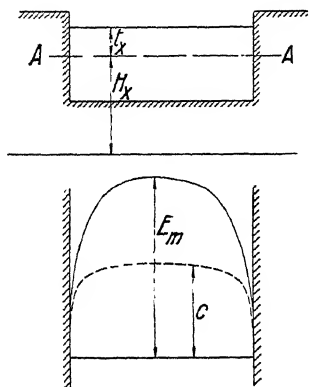


Abb. 74. Energieverteilung in rechteckigem Gerinne.

Die Geschwindigkeit ( $c$ ) aber ist erfahrungsgemäß etwa in der Mitte des Querschnitts am größten und nimmt erst langsam, zuletzt aber rasch gegen die Kanalwände nach Abb. 74 ab. Die Energiegrößen ( $E_b$ ) der Bewegung ändern sich dabei natürlich in quadratischer Potenz. ( $E_{b_{\max}}$  in Abb. 74 mit  $E_m$  bezeichnet!)

Das BERNOULLISCHE Gesetz von der Gleichheit der mechanischen Energie

$$H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g},$$

das bei gleichmäßiger reibungsfreier Bewegung nach Gl. 90, S. 60 für jeden einzelnen Wasserfaden und bei wirbelfreier Bewegung nach Gl. 65, S. 51 für den ganzen Raum erfüllt war, wird somit durch die Erfahrung für unsere Horizontale nicht be-

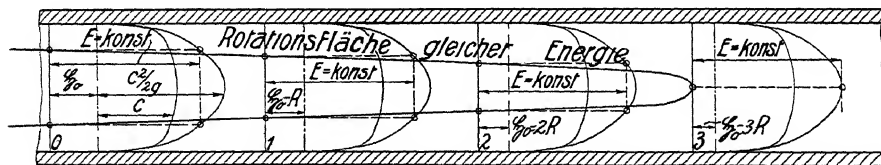


Abb. 75. Konstruktion einer Fläche gleicher Energie.

stätigt <sup>2)</sup>. Wir treffen vielmehr auf einen Zustand, der in der von HELMHOLTZ aufgestellten Lehre von den Flüssigkeitsstrahlen <sup>3)</sup> seine mathematische Behandlung erfahren hat und dadurch charakterisiert ist, daß einzelne Strahlen gleicher Lagen- und Druckenergie, oder nach unserer vereinfachten Bezeichnung: gleichen Lagen-

<sup>1)</sup> Theorien des Flüssigkeitswiderstandes, Z. g. T., 1912, S. 245 u. 277. — Das Turbulenzproblem. Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle a. S., 1912.

<sup>2)</sup> Es kann sogar beobachtet werden, daß der Wasserspiegel eines Flußlaufs im mittleren Stromstrich etwas höher steht als an den Ufern (beim Inn sind einige Zentimeter gemessen worden), wodurch die Ungleichheit der Energie in der betrachteten Horizontalen noch vermehrt wird.

<sup>3)</sup> FOPPL, VI, 1910, S. 377.



drucks, aber verschiedener Bewegungsenergie, nebeneinander bestehen. Die Übergänge zwischen den einzelnen Strahlen sind in der Theorie sprunghaft, weshalb es in ihr überhaupt keine Fläche konstanter Energie gibt. In der Wirklichkeit, die bekanntlich keine sprunghaften Übergänge kennt, sind Flächen gleicher Energie natürlich vorhanden, sie dehnen sich aber im allgemeinen so weit in der Richtung der Kanalachse aus (etwa nach Fig. 75), daß von einer Querschnittsfläche keine Rede mehr sein kann.

Es wird somit nur als eine Annäherung ersten Grades zu bezeichnen sein, wenn man zur Bestimmung der Energie in einem Querschnitt die Lagen-, Druck- und Bewegungsenergie an beliebiger Stelle addiert und mit der entsprechenden Wassermenge multipliziert. Eine bessere Genauigkeit erzielt man schon, wenn man zu der an beliebiger Stelle genommenen Summe der Lagen- und Druckenergie diejenige Bewegungsenergie addiert, die sich aus der »mittleren« Geschwindigkeit mit  $\bar{c} = \frac{Q}{f}$  als  $\frac{\bar{c}^2}{2g}$  berechnet.

Diese zurzeit allgemein übliche Berechnungsweise habe ich bisher auch angewendet<sup>1)</sup>. Wenn ich nunmehr in Fällen, wo die Bewegungsenergie eine wesentliche Rolle spielt, wie z. B. in den Turbinen, einen Schritt weitergehe, so geschieht dies einmal, weil meines Erachtens Unstimmigkeiten zwischen Theorie und Experiment häufig in erster Linie in dem Unterschied begründet sind, der zwischen dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{c}^2$  und dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat  $\overline{c^2}$  besteht und weil dieser Unterschied nicht mit wechselndem Vorzeichen, sondern stets in dem Sinne auftritt, daß das Quadrat der mittleren Geschwindigkeit kleiner ausfällt als das mittlere Geschwindigkeitsquadrat<sup>2)</sup>. Es erscheint deshalb nur zweckmäßig, die aus der mittleren Geschwindigkeit berechnete Energie mit einem Faktor  $\gamma$ , der stets größer als die Einheit ist, zu multiplizieren, um die wirkliche Bewegungsenergie zu erhalten, so daß

$$E_b = \frac{\overline{c^2}}{2g} = \gamma \frac{\bar{c}^2}{2g}. \quad (95)$$

Die rechnerische Bestimmung von  $\gamma$  geschieht nach folgender Überlegung:

In einem Flächenelement  $df$  (Abb. 76) mit Geschwindigkeit  $c$  fließt die Wassermenge  $dQ = c \cdot df$  mit der Bewegungsenergie

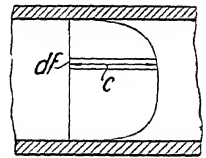


Abb. 76.

$$\frac{dQ \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{c^2}{2} = \frac{df \cdot \gamma}{2g} c^3. \quad (96)$$

Somit ist die Energie der Bewegung

$$E_b = \frac{\gamma}{2g} \int c^3 df.$$

<sup>1)</sup> Die Bestimmung der Energie eines Wasserstrahls durch Messen der Energien in einzelnen Ringflächen des Querschnitts ist in neuester Zeit von WILLIAM R. ECKART zu Leistungsversuchen an Freistrahlturbinen mit Hilfe der Pitotschen Rohre vorgenommen worden (Z. g. T., 1912, S. 49 u. 69), wobei ein graphisches Rechnungsverfahren von Prof. BURNHAM (Engineering News, 21. Dez. 1905) zur Anwendung kam.

<sup>2)</sup> Ich hatte diese Unstimmigkeit zwar stets in meinen Vorlesungen betont, aber nie den Versuch einer zahlenmäßigen Berichtigung gemacht.

Aus der mittleren Geschwindigkeit  $\frac{\int c df}{f}$  folgt die zu kleine Energie

$$E_b' = \frac{Q\gamma}{2g} \left( \frac{\int c df}{f} \right)^2 = \frac{\int c df \gamma}{2g} \cdot \left( \frac{\int c df}{f} \right)^2.$$

Somit ist

$$\chi = \frac{E_b}{E_b'} = \frac{\int c^3 df}{\int c df \cdot \left( \frac{\int c df}{f} \right)^2} = \frac{f^2 \cdot \int c^3 df}{\left( \int c df \right)^3}. \quad (97)$$

Zur Ausführung der Integration ist notwendig, daß die Geschwindigkeitsverteilung über den Querschnitt bekannt ist. Sie müßte im einzelnen Fall durch unmittelbare Messung (S. 73 ff.) bestimmt werden. Da aber viele Querschnitte sich hierin ähnlich verhalten, wird man der Wirklichkeit schon näher kommen, wenn  $\chi$  auch nur für ein typisches Beispiel festgestellt wurde. Auch wird es umgekehrt möglich sein, aus einer Unstimmigkeit zwischen Versuch und Rechnung auf die Größe von  $\chi$  und damit auf die Art der Geschwindigkeitsverteilung im betrachteten Querschnitt Schlüsse zu ziehen.

Häufig kann die betreffende Abhängigkeit durch eine Parabel oder durch ein Paraboloid zweiter oder höherer Ordnung ersetzt werden, wobei

$$c = b - \frac{x^n}{p^{n-1}}.$$

In dem einfachsten Fall, in dem die Geschwindigkeitsverteilung in einem Rohr dem gemeinen Paraboloid entspricht, erhalten wir mit

$$\begin{aligned} c_{\max} = b, \quad \frac{d}{2} = a, \quad c = b - \frac{br^2}{a^2} \quad \text{und} \quad df = 2r\pi dr \\ \chi = \frac{f^2 \int_0^a 2r\pi dr \left( b^3 - 3b^3 \frac{r^2}{a^2} + 3b^3 \frac{r^4}{a^4} - b^3 \frac{r^6}{a^6} \right)}{\left( \int_0^a 2r\pi dr \left( b - b \frac{r^2}{a^2} \right) \right)^3} \\ = \frac{f^2 \cdot 2\pi \left( \frac{1}{2} a^2 - \frac{3}{4} a^2 + \frac{3}{6} a^2 - \frac{1}{8} a^2 \right)}{8\pi^3 \left( \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{4} a^2 \right)^3} = 2, \end{aligned} \quad (98)$$

d. h. die mittlere Energie doppelt so groß als die Energie der mittleren Geschwindigkeit.

Eine solche Geschwindigkeitsverteilung tritt freilich nur unterhalb der sogenannten kritischen Geschwindigkeit auf, was in der Technik nur selten vorkommt (vgl. S. 98).

Um technisch gebräuchliche Werte von  $\chi$  kennen zu lernen, habe ich drei tatsächliche Geschwindigkeitsverteilungen nach den Untersuchungen von BURR,

HERING und FREEMAN<sup>1)</sup> an einem alten Rohrstrang von 48" der Rechnung zugrunde gelegt und die Ausrechnung der  $\chi$  punktweise nach der Anschreibung

$$\chi = \frac{f^2 \Sigma c^3 \Delta f}{(\Sigma c \Delta f)^3} \quad (99)$$

vorgenommen. Abb. 77 zeigt in I die Pitotablesung (vgl. S. 79), in II die danach berechneten Geschwindigkeiten, in III die mittlere Geschwindigkeit im Gesamtquerschnitt. Als  $\Delta f$  wurden die eingezeichneten Ringflächen, als  $c$  die in ihnen vorhandenen mittleren Geschwindigkeiten eingesetzt.

Danach ergab sich in drei Fällen  $\chi = 1,046, 1,047$  und  $1,14$ .

Dementsprechend werde ich bis auf weiteres die mittlere kinetische Energie in einer Rohrleitung um 5% höher veranschlagen ( $\chi = 1,05$ ), als sie sich aus der Energie der mittleren Geschwindigkeit berechnet, und glaube damit der Wirklichkeit näher zu kommen, als wenn, wie bisher,  $\chi$  einfach = 1 gesetzt wird.

Bei kurzen Ausflußdüsen dagegen wird, wie S. 127 nachgewiesen,  $\chi$  nach wie vor annähernd = 1 zu setzen sein.

Bei rechteckigen Querschnitten von großem Breitenverhältnis wird sich die Geschwindigkeitsverteilung mehr einer Parabel statt einem Paraboloid nähern.

Damit erhält man ganz ähnlich wie oben für die gemeine Parabel mit

$$c = b - \frac{bx^2}{a^2}, \quad \chi = 1,54$$

und für Parabeln höherer Ordnung (Abb. 78) mit

$$c = b - \frac{bx^4}{a^4}, \quad \chi = 1,28,$$

$$c = b - \frac{bx^6}{a^6}, \quad \chi = 1,19,$$

$$c = b - \frac{bx^{10}}{a^{10}}, \quad \chi = 1,11,$$

$$c = b - \frac{bx^{20}}{a^{20}}, \quad \chi = 1,06.$$

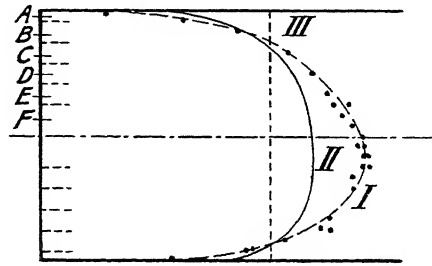


Abb. 77. Geschwindigkeitsverteilung in 48'' Gußrohr.

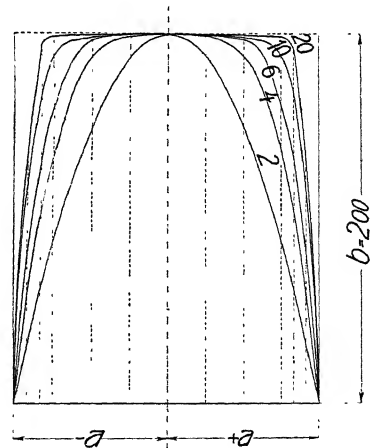


Abb. 78.

<sup>1)</sup> Report of the Commission on Additional Water Supply for the City of New York. New York, Martin B. Brown, 1909.

#### IV. Messungen in der Hydrodynamik.

Die zahlenmäßige Bestimmung der in dem vorangegangenen Kapitel ausgeführten Arbeitsgrößen verlangt die Messung der Höhenlage, des Drucks, der Richtung und Größe der Geschwindigkeit, sowie der Menge des Wassers.

##### 1. Messung der Höhenlage fester Punkte.

Sie geschieht dadurch, daß man den vertikalen Abstand des in Betracht kommenden Punktes  $P$  von einem festen Nullpunkt  $O$  angibt.

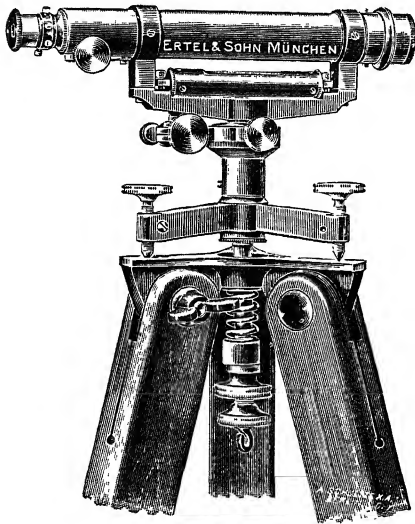


Abb. 80. Fernrohrniveau von Ertel & Sohn.

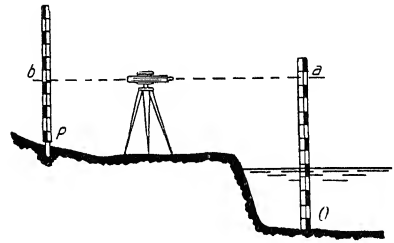


Abb. 79. Nivellieren mit Fernrohrniveau.

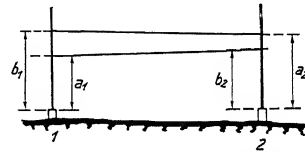


Abb. 81. Berichtigung des Fernrohrniveaus.

Man stellt zu diesem Zweck auf den beiden zu vergleichenden Punkten eine Nivellierlatte (Abb. 79) oder einen andern Maßstab vertikal auf und liest mit dem horizontal gestellten Nivellierinstrument in beliebiger Höhenlage zwei Punkte gleicher Höhe,  $a$  und  $b$ , ab (Vorsicht, da umgekehrte Bilder!).

Der Vertikalabstand  $H$  zwischen  $P$  und  $O$  ist dann

$$H = \overline{Oa} - \overline{Pb}.$$

Können die Meßplatten in  $O$  und  $P$  nicht vom gleichen Punkt aus anvisiert werden, so sind entsprechende Zwischenpunkte zu benutzen.

Das wichtigste Nivellierinstrument ist das Fernrohrniveau (Abb. 80).

Zu richtiger Ablesung muß die optische Achse des Fernrohrs für die Nullage der Libelle auch wirklich horizontal gerichtet sein. Dies kann allgemein dadurch geprüft werden, daß man das Instrument erst in einer beliebigen Höhe  $a_1$  (Abb. 81) über einem Punkt 1 aufstellt und die Höhe  $b_2$  über einem Punkt 2 abliest, dann das Instrument über 2 in Höhe  $a_2$  aufstellt und die Höhe  $b_1$  über 1 abliest. Bei horizontaler Einstellung wird  $b_1 + b_2 = a_1 + a_2$ . Ein etwaiger Fehler, der gleich  $\frac{b_1 + b_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}$  ist, wird entweder an der Libelle oder am Fadenkreuz korrigiert.

Über anderweitige Prüfung und Berichtigung der verschiedenen Instrumente sei auf Hütte, 1911, Bd. III, S. 30, sowie W. MILLER, Vermessungskunde, Bibl. d. ges. Technik, 12. Bd., 1906, verwiesen. Hier möge nur noch hervorgehoben werden, daß es sich empfiehlt, die Drehachse des Instruments vor der Ablesung annähernd vertikal zu stellen, sowie daß sich die Fehler des Instruments aus der Rechnung heben, wenn es gleichen Abstand von den verglichenen Meßplatten hat.

Statt des Nivellierinstruments (Fernrohrniveaus) verwendet man bei kleinen Entfernungen zum Anreißen horizontaler Geraden ein mit Hilfe einer Libelle oder einer Pendelwage durch Mikrometerschraube oder untergelegte Keile horizontal gerichtetes Lineal<sup>1)</sup> (Abb. 82) oder auch die Wasserwage (Abb. 83), die aus zwei

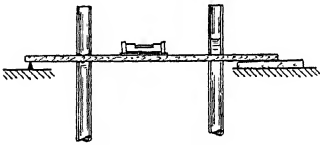


Abb. 82. Nivellieren mit Lineal.

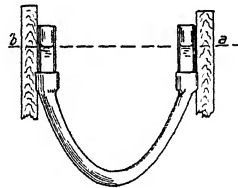


Abb. 83. Nivellieren mit Wasserwage.

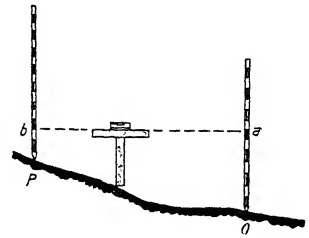


Abb. 84. Nivellieren mit Richtscheit.

kommunizierenden Glasröhren besteht, welche durch einen Gummischlauch oder auch starr miteinander verbunden und mit einer (gefärbten) Flüssigkeit gefüllt sind. Letzteres Mittel ist besonders zur Bestimmung der Nullpunkte verschiedener Skalen an Apparaten oder Versuchseinrichtungen brauchbar<sup>2)</sup>. Als Ersatz des Nivellierinstruments kann bei weniger genauen Messungen mit Vorteil auch das Einvisieren mit dem Richtscheit (Setzlatte) oder der Libelle nach Abb. 84 dienen.

## 2. Messung der Höhenlage von Wasserspiegeln.

Die Messung der Höhenlage von Wasserspiegeln erfordert neben dem genannten Einnivellieren vor allem die Beobachtung der Wasserfläche.

Man mißt die Höhenlage des im allgemeinen wogenden Wasserspiegels am einfachsten mittelst Maßstabs von einem Fixpunkt, z. B. einer an einem Steg angebrachten Marke (Abb. 85), indem man den Maßstab so einzustellen sucht, daß er sich die gleiche Zeit über wie unter dem Wasserspiegel befindet.

Bequemerer Ablesen gestattet der Schwimmer.

Bei bewegtem Wasserspiegel empfiehlt es sich, ihn in einem künstlich abgegrenzten Bezirk anzubringen, dessen

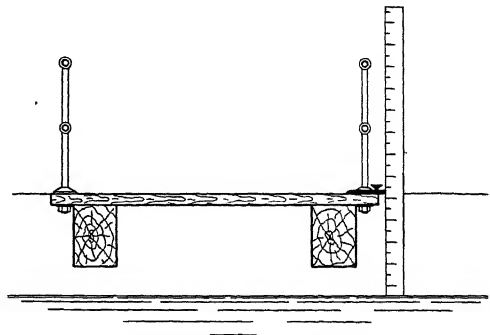


Abb. 85. Messung eines Oberwasserspiegels.

<sup>1)</sup> HANSEN, Z., 1892, S. 1066.

Verbindung mit dem fließenden Wasser soweit abgedrosselt werden kann, daß ein ruhender Mittelwert zur Ablesung kommt. Dabei ist darauf zu achten, daß durch den Einbau des Beruhigungsbehälters in den Strom keine Anstauungen entstehen, die den Druck im Behälter erhöhen.

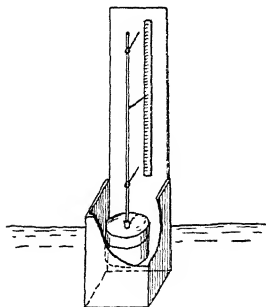


Abb. 86. Schwimmer mit Beruhigungskasten.

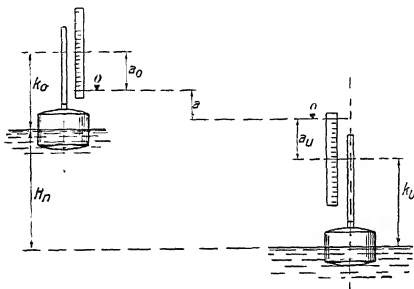


Abb. 87. Gefällsmessung mit Schwimmer.

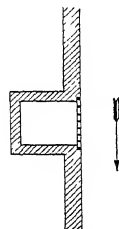


Abb. 88. Beruhigungsraum nach FRANCIS.

Für einfache Messungen genügt ein Holzkasten (Abb. 86), der im Boden kleine Löcher erhält und zugleich zur Führung des Schwimmers und zur Anbringung des Maßstabs dienen kann.

Hat man Gefällsmessungen auszuführen, so empfiehlt es sich, den Nullpunkt des Maßstabs für das Unterwasser nach aufwärts zu legen, damit sich das Nutzgefälle  $H_n$  aus positiven Ablesungen ergibt, z. B.  $H_n = a_o + a_u + k$ , wobei  $k = a + k_u - k_o$  (Abb. 87).

Vor und nach jedem Meßtag müssen die Schwimmerkonstanten  $k_o$  bzw.  $k_u$  im ruhenden Wasser geeicht werden.

Zur Vermeidung der Anstauungen hat HANSEN<sup>1)</sup> die Ablesung der Oberfläche durch ein Fenster angeordnet. Genaue Mittelwerte erhält man dabei durch öftere Ablesungen in genau gleichen Zeiten nach dem Schlag eines Metronoms. Diese Ablesung erfordert aber einige Übung, zumal die Einwirkung des Meniskus auf die Ablesung leicht zu Störungen Anlaß gibt (vgl. S. 37).

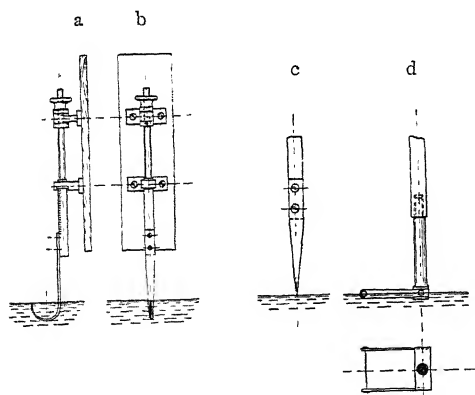


Abb. 89. Spiegelablesung durch Spitzen und Fäden.

FRANCIS suchte die Anstauung durch Hinauslegen des Beruhigungsbehälters aus dem Wasserstrom (Grundriß Abb. 88) zu vermeiden, wobei eine Wand mit kleinen Löchern gute Dienste tut. Dort las er nach BOYDENS Vorgang mittelst geeichten Maßstabs mit umgekehrter Spitze<sup>2)</sup> (Abb. 89a u. b) ab, welche die Berührung der Oberfläche sehr scharf erkennen läßt. Andere Forscher bedienen sich der

<sup>1)</sup> HANSEN, Bestimmung der Wassermengen mittelst Überfällen. Z., 1892, S. 1057.

<sup>2)</sup> FRANCIS, S. 18; Taf. IV.

abwärts gerichteten Spitze (Abb. 89c), wieder andere (HANSEN)<sup>1)</sup> eines gespannten Fadens (Abb. 89d).

Mit der Anordnung einer seitlichen Beruhigungsfläche haben wir aber die Messung der Höhe eines freien Wasserspiegels eigentlich schon verlassen und sind übergegangen zur

### 3. Druckmessung.

#### a) Druckmessung an Gefäßwänden.

Die Druckmessung erfolgt hier nach denselben Methoden wie in der Hydrostatik (S. 36ff.), jedoch ist besondere Vorsicht darauf zu verwenden, daß kein Anprall und keine Saugwirkung vonseiten des vorbeifließenden Wassers stattfindet.

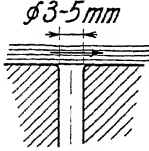


Abb. 90. Richtige Piezometerbohrung.

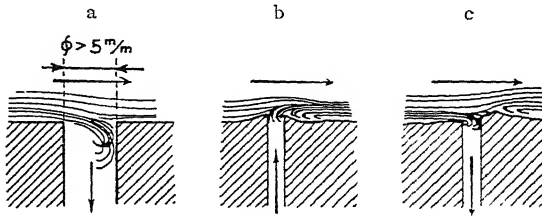


Abb. 91. Fehlerhafte Piezometerbohrungen.

Nach Versuchen von JUST, JÄGER und SCHUSTER<sup>2)</sup> muß die Bohrung senkrecht zur ebenen Wand stehen, nach JUST etwa 3—5 mm Durchmesser und zweckmäßigerweise noch eine kleine Abrundung besitzen (Abb. 90).

Stärkere Bohrungen (Abb. 91a) ergaben zu große, scharfkantige kleine Bohrungen zu kleine Werte.

Kanten nach Abb. 91b verkleinern, solche nach Abb. 91c vergrößern, wie leicht verständlich, das richtige Meßergebnis.

Am besten prüft man die Meßgenauigkeit dadurch, daß man in kinematischer Umkehrung die Wand mit ihrer Bohrung in konstanter Geschwindigkeit durch ruhendes Wasser führt. Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß in dem Meßkanal leicht Schwingungen auftreten.

#### b) Druckmessung im Innern bewegten Wassers.

Hier sucht man Störungen der Ablesung durch die Bewegungsenergie des Wassers gewöhnlich dadurch fernzuhalten, daß man in Übereinstimmung mit den Messungen an der ebenen Wand Meßapparate in den Strom einführt, die an den Beobachtungspunkten mit Flächen parallel zur Stromrichtung ausgerüstet sind, derart, daß die maßgebenden Bohrungen senkrecht zu den Flächen bzw. zur Stromrichtung stehen.

Solchen Überlegungen entsprechen die in Abb. 92 a—d wiedergegebenen Vorrichtungen<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Z., 1892, S. 1065.

<sup>2)</sup> JUST, Diplomarbeit. Darmstadt 1906. — JÄGER, Über Messungen an Turbinenkanälen. Z. g. T., 1909, S. 341. — SCHUSTER, Experimentelle Untersuchung der Strömungsvorgänge in einer Schnelläufer-Francis turbine. Dissertation. Dresden 1909.

<sup>3)</sup> Eine Zusammenstellung siehe bei JÄGER, Z. g. T., 1909, S. 380. Desgl. bei PRANDTL, Handwörterbuch der Naturwissenschaften Bd. 4.

Das richtige Einführen derselben in den Wasserstrom verlangt aber ein Bekanntsein seiner Richtung, das im allgemeinen nur angenähert vorhanden ist.

Die selbsttätige Einstellung nach einer Bewegungsrichtung kann durch ein Steuer nach Abb. 92 d geschehen, wonach das Wasser ohne Richtungswechsel an der Meßstelle vorbeigeführt wird.

Statt die Einwirkung der Wassergeschwindigkeit dadurch zu vermeiden, daß man die Piezometerbohrungen senkrecht zu ihr zu richten sucht, hat man auch versucht, die lebendige Energie des Wassers durch angebrachte Hindernisse vor der Meßstelle völlig zu vernichten.

KRELL<sup>1)</sup> verwandte dazu eine durchlochte, mit Lametta gefüllte Kugel, in deren Mittelpunkt das Druckröhrchen beginnt (Abb. 92 e). NIPHIER benutzt in ähnlicher Absicht ein Drahtgewebe zwischen zwei Scheiben (Abb. 92 f).

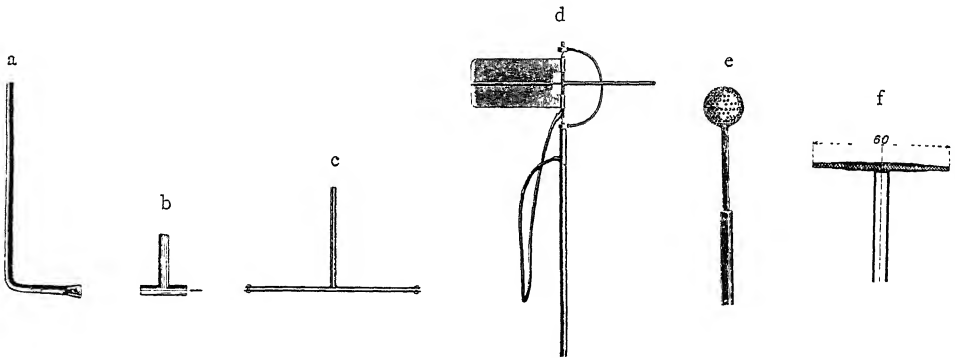


Abb. 92. Apparate zur Druckmessung.

Solche Apparate geben aber keine absoluten Resultate, sondern müssen von Fall zu Fall geeicht werden.

Die ideale Lösung des Problems würde verlangen, daß die Messung im Innern einer Strömung vorgenommen werde, ohne an der Strömung selbst etwas zu ändern, und das ist bisher noch nicht gelungen, da eben die Einführung selbst des kleinsten Meßapparats die Strömung gerade an dem Punkt beeinflusst, wo sie unbeeinflusst bleiben sollte. Man muß sich eben damit begnügen, die Strömungslinien möglichst nur parallel zu verschieben und dafür Sorge zu tragen, daß, wenn wirklich Geschwindigkeitsänderungen vorkommen, deren Kraftäußerungen nicht auf die Messung Einfluß gewinnen. Man erkennt daraus aber auch, in welchem Maß die Druckmessung an den Gefäßwänden genauere Resultate verspricht als die im Innern bewegten Wassers<sup>2)</sup>. Eine der besten Meßmethoden für Düsen stammt von STODOLA und ist in Abb. 154 (S. 115) wiedergegeben.

<sup>1)</sup> OTTO KRELL jr., Über Messungen von statischem und dynamischem Druck bewegter Luft. 1904, S. 38.

<sup>2)</sup> HUGHES und SAFFORD erwähnen in ihrem Treatise on Hydraulics, daß die Methode der Druckmessung durch eingelegte Röhren sich als sehr bedenklich erwiesen habe.



#### 4. Messen der Wassergeschwindigkeit.

##### a) Durch Schwimmer.

Schwimmende Körper nehmen nach kurzer Zeit angenähert die Geschwindigkeit des sie umgebenden Wassers an. Beobachtet man dann die Zeit  $t$ , in der sie eine bestimmte Wegstrecke  $l$  zurücklegen, so ist die mittlere Geschwindigkeit für diese Zeit  $c = \frac{l}{t}$  gewesen.

Man unterscheidet hierbei Oberflächenschwimmer (Abb. 93), die nicht tief eintauchen und nur die Geschwindigkeit an der Oberfläche des Wassers messen, und Tiefenschwimmer, z. B. unten geschlossene Messingröhren, die so weit mit Schrot gefüllt werden, daß sie bis nahe an die Sohle des Kanals herabreichen (Abb. 94). Sie verlangen naturgemäß Kanäle von genau gleichbleibendem Querschnitt und sind in Lowell, Mass., auf Grund der mustergültigen Versuche von FRANCIS<sup>1)</sup> seit etwa 70 Jahren mit steigendem Genauigkeitsgrad in Gebrauch<sup>2)</sup>.

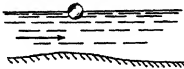


Abb. 93. Oberflächenschwimmer.

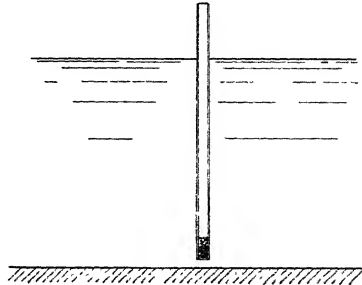


Abb. 94. Tiefenschwimmer.

Mit welcher Art von Mittelwerten der im bestrichenen Stromlauf auftretenden Geschwindigkeiten sie sich bewegen, ist theoretisch schwer anzugeben. Nach obigen Versuchen aber soll das arithmetische Mittel mit großer Genauigkeit erzielt werden.

Oberflächenschwimmer können wegen ihrer leichten Beschaffung und Benutzung zu überschlägigen Wassermessungen in ziemlich regelmäßig profilierten Wasserläufen immerhin ganz gute Dienste tun. Mittelst eines in den Stromstrich eingebrachten Schwimmers, etwa einer teilweise gefüllten Flasche, die nur bis höchstens  $\frac{2}{3}$  der Wassertiefe eintauchen darf, wird die Geschwindigkeit auf einer 20–30 m langen Meßstrecke mehrmals bestimmt. Das Mittel hieraus muß nun mit einem von der Rauigkeit und dem hydraulischen Radius  $R$ , d. i. dem Verhältnis des Flächeninhalt des Profils  $F$  zum benetzten Umfang  $U$ , abhängigen Koeffizienten, kleiner als 1, reduziert werden, um die mittlere Geschwindigkeit  $c_m$  und hieraus nach der Beziehung  $Q = F \cdot c_m$  die Wassermenge zu erhalten.

Für den genannten Koeffizienten geben BRIEGLEB, HANSEN & Co., Gotha, folgende von Geheimrat HANSEN aufgestellten Erfahrungswerte (auszugsweise)<sup>3)</sup>:

<sup>1)</sup> FRANCIS, Taf. XV, XVII und XIX.

<sup>2)</sup> HUGHES and SAFFORD, S. 241 u. 242.

<sup>3)</sup> MÜLLER, Hydrometrie. 1903. S. 44.

$\Re = \frac{F}{L}$	Beschaffenheit des Gerinnes:			
	Glatte Zement, gehobelter Holz	Rauher Zement, behauene Steine, ungehobelter Holz	Bruchstein- mauerwerk	Erde
0,1	0,88	0,84	0,75	0,56
0,2	0,89	0,86	0,79	0,64
0,4	0,89	0,87	0,82	0,71
0,6	0,89	0,87	0,83	0,74
0,8	0,89	0,87	0,84	0,76
1,0	0,89	0,88	0,84	0,78
1,2	0,89	0,88	0,85	0,79
1,4	0,89	0,88	0,85	0,79

Ähnliche, um durchschnittlich 5 % kleinere Werte, gibt auch BAZIN an<sup>1)</sup>, doch sollen HANSENS Werte nicht hierauf, sondern auf älteren Grundlagen aufgebaut sein.

#### b) Durch hydrometrische Flügel.

Auf einer leicht drehbaren Welle sind Metallflügel von solcher Form angeordnet, daß beim Eintauchen des Apparats in eine Wasserströmung die Umdrehung der Welle erfolgt. Die Zahl der Umdrehungen ist dann ein Maß der Wassergeschwindigkeit, das in kinematischer Umkehrung dadurch geeicht wird, daß man den Flügel auf einem Wagen befestigt und mit bekannten Geschwindigkeiten durch ruhendes Wasser führt.

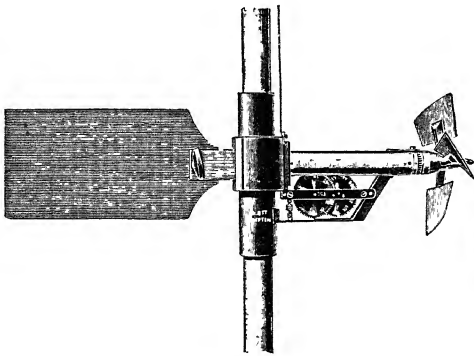


Abb. 95. Hydrometrischer Flügel von OTT.

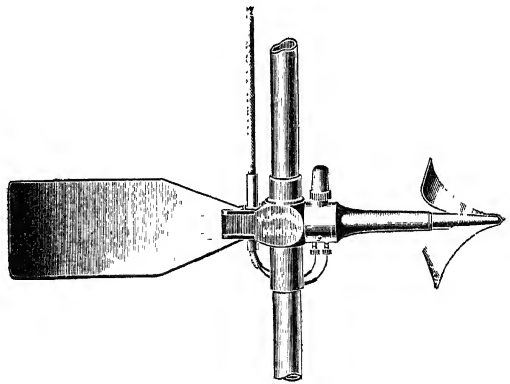


Abb. 96. Hydrometrischer Flügel von SENDTNER.

Es gibt eine große Zahl von Flügelkonstruktionen<sup>2)</sup>. Meist soll die Wellenachse in die Wasserströmung zu liegen kommen (Abb. 95 u. 96). Gelegentlich steht sie auch senkrecht dazu. Im ersten Fall sind die Flügelflächen mehr oder weniger schraubenförmig, im zweiten Fall sind sie becherförmig ausgebildet.

Bei genauen Schraubenflächen entspricht der Wasserweg für eine Umdrehung sehr genau der Ganghöhe<sup>3)</sup>. In jedem Fall ist die Wassergeschwindigkeit  $c$  der

<sup>1)</sup> MATTERN, Ausnutzung der Wasserkräfte. 1908. S. 48.

<sup>2)</sup> MÜLLER, Hydrometrie. 1903. S. 54.

<sup>3)</sup> SENDTNER weicht von der Schraubenform aus konstruktiven Gründen ab (Abb. 96), wodurch ein besonders ruhiges Laufen des Flügels, vielleicht infolge der dadurch hervorgerufenen Überdruckstellen, erzielt werden soll.

sekundlichen Umdrehzahl proportional. Nur bei ganz kleinen Geschwindigkeiten fällt die Eichkurve (Abb. 97) ab und schneidet die Abszisse bei der Wassergeschwindigkeit, die nicht mehr ausreicht, um die innern Widerstände des Apparats zu überwinden.

Die Umdrehzahl wurde früher durch ein Zahlwerk bestimmt (Abb. 95). Handlicher ist es, wenn je nach einer bestimmten Zahl von Umdrehungen ein elektrisches Läutwerk in Tätigkeit gesetzt wird, wobei die verflossene Zeit durch eine Stechuhr zu messen ist.

Moderne elektrische Flügel haben die elektrische Kontaktstelle zur Vermeidung von Störungen wasserdicht eingebaut. Die Verbindung nach außen geschieht dann entweder durch eine kleine Stopfbüchse oder auf magnetischem <sup>1)</sup> Wege.

Da manchmal die Bewegungsrichtung des Wassers umkehrt, besitzen einige elektrische Flügel <sup>2)</sup> die Möglichkeit, mit Hilfe eines Telefons die Drehrichtung des Flügels erkennen zu lassen.

Die Flügelmessungen haben zwei besondere Schwierigkeiten.

Die eine ist, daß durch die Einführung des Apparats in den Wasserstrom eine Beeinflussung der Strömung unvermeidlich ist. Man wird daher stets Flügel verwenden, deren Querschnitt im Verhältnis zu dem des Wasserlaufs klein ist.

Die zweite Schwierigkeit besteht darin, daß richtige Ergebnisse sich nur erzielen lassen, wenn die Flügelachse genau parallel zur Strömungsrichtung gestellt wird, oder wenn letztere wenigstens bekannt ist.

Die naheliegende Annahme, daß bei schräger Wasserrichtung einfach die zur Achse parallele Geschwindigkeitskomponente gemessen werde, ist nicht streng zutreffend.

Schleppversuche, die ich mit einem kleinen mit Schutzring versehenen Flügel in Schrägstellung von 10 und 20° in ruhendem Wasser ausführen ließ, zeigten die in Abb. 97 eingetragenen Ablesungen, die freilich vom  $\cos$  nicht sehr abweichen.

Man sollte aber versuchen, Flügel zu konstruieren, die mit noch größerer Annäherung die in ihre Achse fallende Geschwindigkeit angeben, dann würde man durch Senkrechtstellen ihrer Achse zum Meßquerschnitt unmittelbar die gewünschte senkrechte Durchflußkomponente erhalten.

Ein anderer umständlicherer Weg wäre der, dem Flügel durch ein Steuer selbsttätige Einstellung zu gestatten und nach Ablesung einer »Deklation«  $\alpha$  und einer »Inklination«  $\beta$  die senkrechte Durchflußkomponente als  $c \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta$  zu berechnen.

Die Messung der Wassergeschwindigkeit durch Flügel verlangt eine längere Zeit und gestattet daher nur einen Mittelwert der während der Meßzeit aufgetretenen Geschwindigkeit festzustellen.

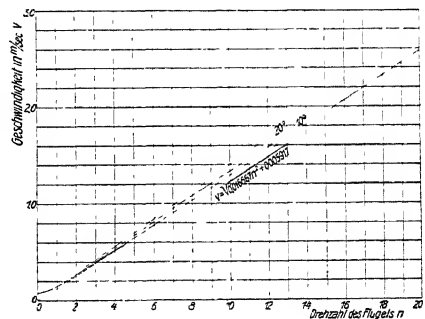


Abb. 97. Eichkurve eines hydrometrischen Flügels.

<sup>1)</sup> »Magnetflügel«, D.R.P. System Meusing-Ott, Kempten.

<sup>2)</sup> Z. B. Flügel mit Rücklaufkontakt nach Dr. EPPER.

Diese Einschränkung besteht nicht für Geschwindigkeitsmessungen

### c) Durch dynamische Druckröhren,

bei denen die Trägheitswirkung des bewegten Wassers die Einstellung hervorruft.

Versuche von KRELL jr.<sup>1)</sup> haben gezeigt, daß die Druckhöhe  $h$ , die nach dem reinen Fallgesetz benötigt wird, um eine Geschwindigkeit  $c$  zu erzeugen, nämlich

$$h = \frac{c^2}{2g},$$

sich mit außerordentlicher Genauigkeit in einem Röhrchen einstellt, auf dessen zugespitzte Öffnung man einen Wasserstrom von der Geschwindigkeit  $c$  senkrecht auftreffen läßt.

Es gelingt nämlich beim Einführen eines solchen Röhrchens in die Mitte eines ausfließenden Strahls (Abb. 98), wo die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit sehr genau zu erwarten ist, eine Druckhöhe  $A$  zu erzielen, die mit großer Genauigkeit der im Druckgefäß vorhandenen Höhe  $B$  gleichkommt.

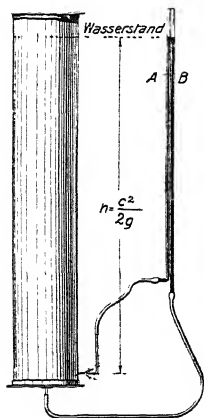


Abb. 98. Pitotversuch von KRELL.

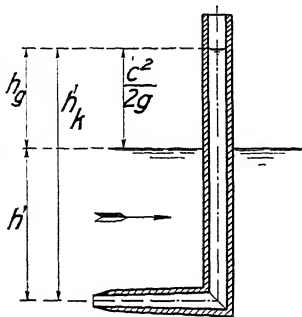


Abb. 99.

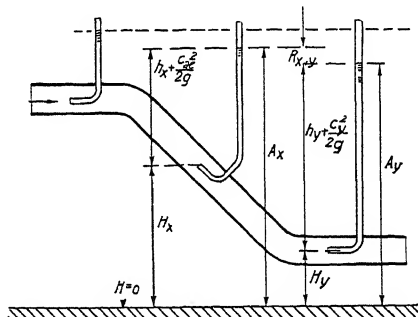


Abb. 100. Pitothöhe als Maß des Arbeitsvermögens.

Diese unter dem Namen Pitotröhrchen bekannten dynamischen Druckröhren<sup>2)</sup> geben somit ein wertvolles Mittel zur Geschwindigkeitsbestimmung und sind da unersetzlich, wo enge Meßquerschnitte die verengende Einführung des hydrometrischen Flügels nicht gestatten.

Die im Pitotröhrchen auftretende Flüssigkeitssäule (Abb. 99) stellt eine kombinierte Überdruckhöhe  $h_k$  dar, bestehend aus dem Überdruck des Wassers  $h'$  plus der betreffenden Geschwindigkeitshöhe  $h_g = \frac{c^2}{2g}$

$$h_k = h' + h_g = h' + \frac{c^2}{2g}. \quad (100)$$

Durch Hinzufügen des Atmosphärendrucks ergibt sich der absolute kombinierte Druck

$$h_k = h' + h_{at} + \frac{c^2}{2g} = h + \frac{c^2}{2g}. \quad (101)$$

<sup>1)</sup> KRELL jr., Über Messungen von dynamischem und statischem Druck bewegter Luft. 1904.

<sup>2)</sup> Sie wurden 1730 zuerst von PITOT angewendet. Mémoires de l'Académie. 1732.

Bezieht man aber weiter die Ablesung im Punkt  $x$  auf eine Niveaufläche, bzw. addiert man  $H_x$  (Abb. 100), so erhält man die gesamte auf Null bezogene Arbeitshöhe  $A_x$  als

$$A_x = h_k + H_x = H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g}. \quad (102)$$

(In Abb. 100 ist der Atmosphärendruck weggelassen.)

Die Differenz zweier Ablesungen  $A_x$  und  $A_y$  zeigt somit, insofern  $x$  und  $y$  als im gleichen Stromfaden liegend angesehen werden können, einfach die Reibungshöhe  $R_{xy}$  zwischen diesen Punkten.

Denkt man sich Pitotröhrchen Punkt für Punkt eingebracht und die Ablesungen mit Hinzufügung des Atmosphärendrucks verbunden, so erhält man die »Energielinie  $E$ « des mechanischen Arbeitsvermögens (Abb. 197, S. 149), die nach S. 59 und dem zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie entsprechend stets nach abwärts geneigt ist. Die Tangente ihres Winkels nennt man das Relativgefälle.

Zur Bestimmung der Wassergeschwindigkeit ist es nötig, den Wasserdruck  $h$  vom Geschwindigkeitsdruck  $h_g$  zu trennen, indem man  $h$  von  $h_k$  oder einfacher gleich den Lagendruck  $\zeta_x = H_x + h_x$  von  $A_x$  abzieht.

Zu dem Zweck muß auch eine reine Druckmessung nach obigem Abschnitt vorgenommen werden. Meist ist daher nach Abb. 101 das Röhrchen zur Ablesung des Wasserüberdrucks mit dem Pitotröhrchen, das den kombinierten Überdruck angibt, an einem Apparat vereinigt, der unmittelbar die Differenz beider als  $\frac{c^2}{2g}$  erkennen läßt<sup>1)</sup>.

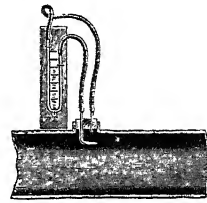


Abb. 101. Differentialablesung mit Pitotröhre.

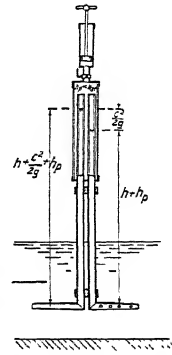


Abb. 102. Anordnung der Pitotröhren bei offenem Wasserlauf.

Wenn die Ablesungen an einer dem Beobachter unbequemen Stelle stattfinden, wie es z. B. in einem offenen Wasserlauf leicht eintreten kann, hebt man durch teilweises Absaugen der über den beiden vereinigten Röhren befindlichen Luft auf den Druck  $h_p$  die Wasserspiegel gleichmäßig in die Höhe (Abb. 102), wodurch ihre Differenz  $= \frac{c^2}{2g}$  offenbar nicht geändert wird.

Bei hohen Geschwindigkeiten haben die Meßröhren beträchtlichen Druckkräften zu widerstehen. Abb. 103 zeigt eine Konstruktion nach ECKARD<sup>2)</sup>, Abb. 104 eine solche nach REICHEL und WAGENBACH<sup>3)</sup> für die Geschwindigkeitsmessung an den Düsen von Gleichdruckturbinen.

Die wesentliche Schwierigkeit in der Anwendung der Pitotröhre besteht ähnlich wie beim hydrometrischen Flügel darin, daß der Druckzuwachs  $h_g$  die Geschwindigkeitsenergie  $\frac{c^2}{2g}$  nur dann unmittelbar darstellt, wenn die Achse des Röhrchens

<sup>1)</sup> Vgl. BLASIUS, Über verschiedene Formen der Pitot-Röhren. Die Turbine. Jahrg. VI, 1909, S. 156; desgl. Staugerät von PRANDTL, Handwörterbuch der Naturwissenschaften Bd. 4.

<sup>2)</sup> Z. g. T., 1912, S. 49 u. f.

<sup>3)</sup> Z., 1913, S. 441 u. f.

mit der Bewegungsrichtung des Wassers zusammenfällt. Ist dies nicht der Fall, so entspricht auch hier die Ablesung keineswegs der in die Röhrchenachse fallenden Geschwindigkeitskomponente.

Während nämlich die konstruktive Gestaltung der Mündungsstelle der Pitotröhre bei senkrechtem Auftreffen der Wasserströmung verhältnismäßig gleichgültig ist, ruft die Ablenkung des Wassers

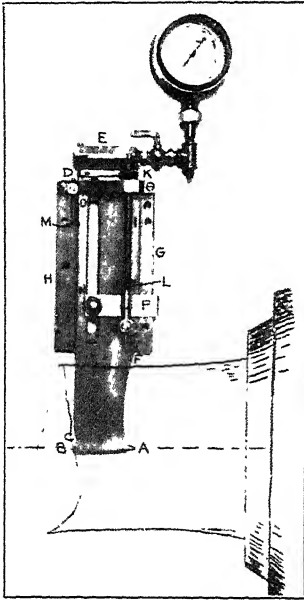


Abb. 103. Geschwindigkeitsmessung nach ECKARD (aus Z. g. T., 1912).

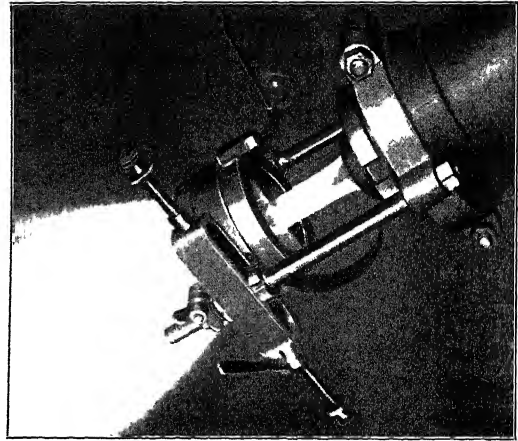


Abb. 104. Geschwindigkeitsmessung nach REICHEL (aus Z., 1913).

durch das schräg zur Stromrichtung eingeführte Pitotröhrchen eigenartige Trägheitswirkungen hervor, die eine Eichung jeder besonderen Röhrchenform für die verschiedenen Winkel zur Stromrichtung nötig macht.

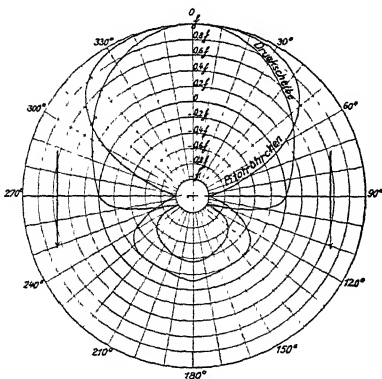


Abb. 105. Polares Druckdiagramm für Pitotröhre und Druckscheibe nach JÄGER.

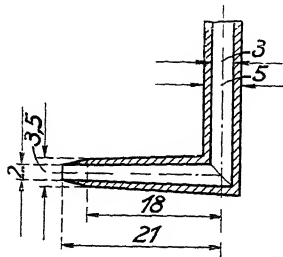


Abb. 106. Pitotröhre von JÄGER.

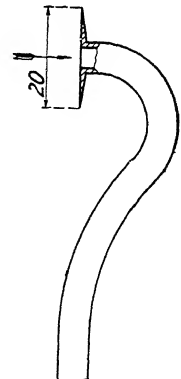


Abb. 107. Druckscheibe nach JÄGER.

Derartige Versuche sind u. a. von OTTO KRELL jr. für Luftströme, von SCHUSTER, JÄGER und ELLON für Wasserströme<sup>1)</sup> ausgeführt. Trägt man die für

<sup>1)</sup> KRELL jr., a. a. O. S. 7; SCHUSTER, Z., 1911, S. 771; JÄGER, Z. g. T., 1909, S. 341; ELLON, Forsch.-Arb., Heft 102.

eine bestimmte Wassergeschwindigkeit bei verschiedenen Richtungswinkeln gefundenen Geschwindigkeitshöhen bzw. die aus ihnen berechneten Geschwindigkeiten auf den betreffenden Winkeln auf, so erhält man ein Bild (Abb. 105), wie es z. B. JAGER für ein Röhrchen nach Abb. 106 und Druckscheiben nach Abb. 107 erhalten hatte.

Zur fortlaufenden Registrierung hat man auch »Photopitometer« ausgeführt, bei denen durch periodische Belichtung der jeweilige Stand der Wassersäulen auf einem lichtempfindlichen, vorbeibewegten Film festgehalten wird <sup>1)</sup>.

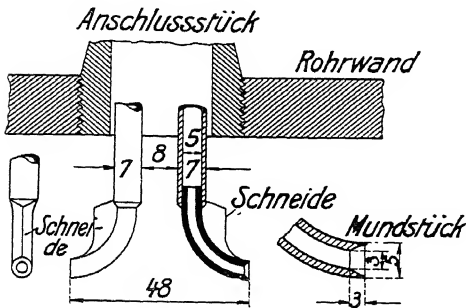


Abb. 108.

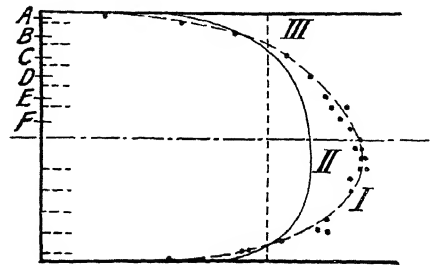


Abb. 109. Energie (I)- und Geschwindigkeits (II)-Kurven über den Rohrdurchmesser.

In umfangreicher Weise wird die Pitotröhre zur Messung der Wassergeschwindigkeit bei der Wasserversorgung von New York verwendet <sup>2)</sup>. Durch ein einfaches Anschlußstück, das leicht an jeder Rohrleitung angebracht werden kann, werden Pitotröhren nach Abb. 108 in verschiedene Tiefen des Rohres eingeführt, wodurch die Pressungsdifferenzen und damit die Geschwindigkeiten über dem Querschnitt bestimmt werden. Abb. 109 zeigt eine entsprechende Kurve, aus der die Wassermenge zu berechnen ist. Die Pressungsdifferenz wird an einem U-förmigen Differentialmanometer, ähnlich Abb. 110, abgelesen, das mit Carbontetrachlorid und Gasolin in einer Mischung vom spezifischen Gewicht 1,25 gefüllt ist, so daß der Überdruck gegenüber den mit Wasser gänzlich gefüllten Zuleitungen 0,25 beträgt und die Ablesegenauigkeit den 4fachen Betrag der für Wassersäule aufweist. Wie man aus Abb. 109 ersieht, geht die Geschwindigkeit an der Wand stark zurück, so daß ein Fehler in der Abmessung der lichten Weite, für die die Ablagerungen eine große Rolle spielen, unbedeutend bleibt. Das Verhältnis der mittleren zur höchsten Geschwindigkeit, die annähernd in der Rohrachse auftritt, wurde am gleichen Ort zu 0,7—0,85 gefunden.

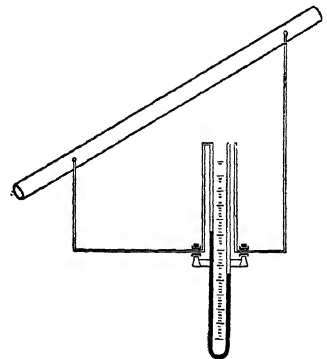


Abb. 110. Differentialmanometer nach REICHEL. Z. 1911, S. 1414.

<sup>1)</sup> HUGHES and SAFFORD, A treatise on Hydraulics. New York 1911, S. 109.

<sup>2)</sup> Report of Water Supply of New York. Martin B. Brown Co., New York 1904, S. 966.

## d) Durch Rheometer (rheein, gr. = fließen)

kann die Trägheitswirkung des fließenden Wassers auch rein mechanisch bestimmt werden.

Abb. 111 zeigt nach dem Vorschlag des Verfassers einen solchen Apparat mit

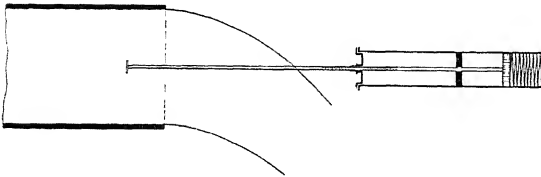


Abb. 111. Rheometer nach CAMERER.

Feder und Dämpfung, der natürlich auch geeicht werden muß, gegenüber der Pitotröhre aber den Vorzug hat, vom Wasserdruck unabhängig zu sein. Störend wirken dagegen mechanische Hemmungen, sowie Schwingungserscheinungen.

BANKI hat zu gleichem Zweck eine kleine schwingende Kugel sowie schwingende Fahnen verwendet, deren Ausschläge auf Indikatortrommeln registriert werden<sup>1)</sup>.

## e) Durch Schirme.

Die Schirmmessung wurde zuerst von Prof. ANDERSON, Stockholm, angewendet. Sie setzt einen sorgfältig und gleichmäßig prismatisch profilierten Meßkanal voraus. In diesem wird ein leichter, aus undurchlässigem Material hergestellter

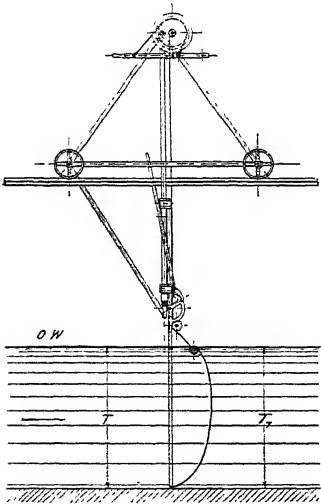


Abb. 112. Schirmmessung nach VOITH. Aus MÜLLER, Z. g. T., 1909, S. 426.

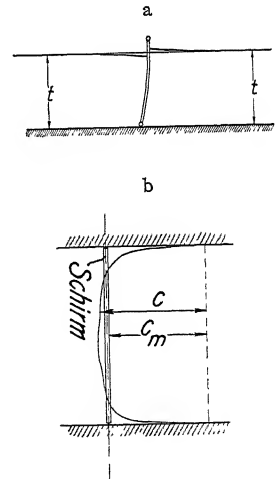
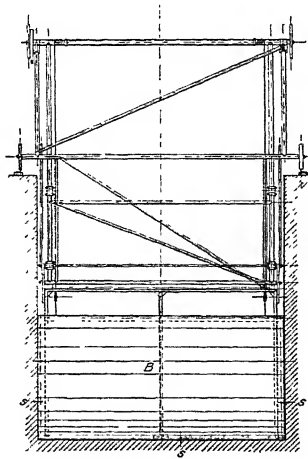


Abb. 113.

und dem Kanalprofil mit geringem Spiel angepaßter Schirm (Abb. 112) vom fließenden Wasser selbst fortbewegt, und gibt damit unmittelbar die mittlere Wassergeschwindigkeit für den ganzen Querschnitt an.

Nachdem der Schirm, der durch einen leicht beweglichen, auf Schienen laufenden Wagen geführt wird, in das Wasser eingelassen ist, erhält er sehr rasch die richtige Geschwindigkeit, die am besten durch elektrische Kontakte des Schirmwagens bestimmt werden kann. Am Ende seiner Bewegung muß ein Anschlag

<sup>1)</sup> Z., 1913, S. 17 u. f.



den Schirm freigeben und aufklappen, um dem Wasser ein ungehindertes Weiterfließen zu gestatten<sup>1)</sup>.

Zur Meßgenauigkeit ist leichtes Laufen des Wagens und ein geringer Spielraum zwischen Schirm und Wand erforderlich. Der Widerstand des Wagens bedingt eine geringe Spiegeldifferenz des Wassers auf beiden Seiten des Schirms (Abb. 113a), die das Wasser durch den Spalt hindurchzupressen sucht, wenn nicht, worauf ich in der Voithschen Versuchsanstalt aufmerksam gemacht wurde, die mittlere Wassergeschwindigkeit ( $c_m$  Abb. 113b) die Schirmkante so rasch über die Wandschichten hinwegführt, daß die letzteren infolge der Reibungshaftung nicht folgen können.

In Wirklichkeit ist die Meßgenauigkeit bei kleiner Wagenreibung und geringem Spalt sehr groß. Man mißt mit Vorteil zwischen Geschwindigkeiten von 5 cm/sek bis 2 m/sek. Die eigentliche Meßstrecke sollte etwa das 20fache des sekundlichen Schirmweges betragen.

### 5. Messung der Stromrichtung.

Aus dem Vorhergegangenen hat sich ergeben, daß eine genaue Messung der Wassergeschwindigkeit die Kenntnis der Stromrichtung voraussetzt.

Bei parallel geführtem Wasser begnügt man sich zwar meistens, die Stromrichtung parallel zu den Wandungen anzunehmen, obwohl dies nur für die Hauptströmung zutrifft (vgl. S. 62), und stellt dann den Flügel bzw. die Pitotröhre in die genannte Richtung.

Bei beliebig geformten Leitungen ist eine besondere Messung der Stromrichtung nötig. Sie gelingt

#### a) Durch schwimmende Körper.

Diese Methode ergab sich schon bei der Bestimmung der Wassergeschwindigkeit durch Schwimmer gewissermaßen von selbst.

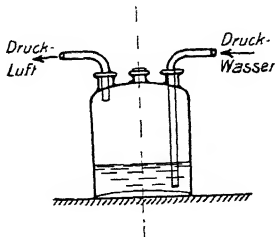


Abb. 114. Wolffsche Flasche.

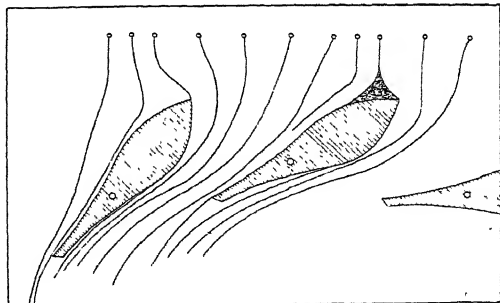


Abb. 115. Strömungslinien zwischen Leitradschaukeln.

Geschlossene Leitungen müssen zu solchen Untersuchungen durchsichtige Wände besitzen. Man bringt dann kleine Körper, Glimmerplättchen, geschlämmtes Kaolin oder Bärappsaamen, in das Wasser und beobachtet ihren Weg.

<sup>1)</sup> SCHMITTHENNER, Über ein neues Wassermessverfahren. Z., 1907, S. 627. — REICHEL, Wassermessungen in der Versuchsanstalt für Wassermotoren der k. technischen Hochschule zu Berlin. Z., 1908, S. 1835.

Zweckmäßig wird der Vorgang durch Photographie festgehalten, wobei infolge der Belichtungsdauer die Wege als Streifen erscheinen und die Wegrichtung erkennen lassen<sup>1)</sup>. Die Geschwindigkeit ergibt sich gleichzeitig aus der Länge des Streifens und der Belichtungsdauer.

Gut bewährt hatte sich zum gleichen Zweck auch das Einblasen von Luft in den Wasserstrom nach REINDL<sup>2)</sup>. Sie wurde einer Wolffschen Flasche (Abb. 114) entnommen. Dabei ergab sich bei einigermaßen großen Wassergeschwindigkeiten ein auf eine längere Strecke zusammenhängender Luftfaden. In Abb. 115 ist das Resultat eines Versuchs dieser Art wiedergegeben, wo die Strömungslinien in einem Leitapparat aufgenommen werden; schön waren hier vor den Schaufeln die Zwickel toten Wassers zu erkennen, innerhalb welcher die eingeblasene Luft nicht abgeführt wurde.

#### b) Durch Fahnen,

die sich in die Wasserrichtung einstellen, wovon ein historisch bemerkenswerter Versuch in den Lowell-Untersuchungen von FRANCIS<sup>3)</sup> zu verzeichnen ist. Dort hat FRANCIS mit einem Apparat (Abb. 116), an dem auch eine Dämpfung zu bemerken ist, die Richtung des aus einer Zentrifugalturbine (Boyden-wheel) austretenden Wassers bestimmt.

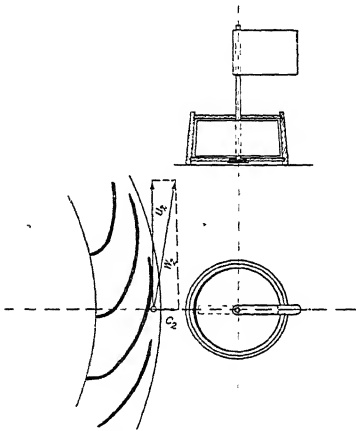


Abb. 116. Richtungsmesser von FRANCIS.

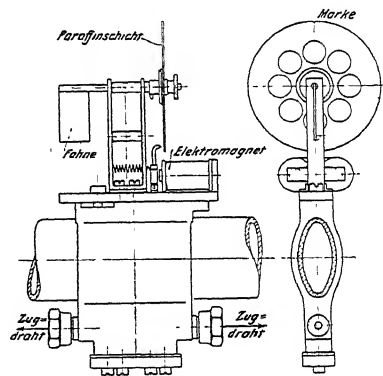


Abb. 117. Richtungsmesser von ELLON.

Neuerdings hat ELLON den in Abb. 117 wiedergegebenen Apparat zur Bestimmung der Austrittsrichtung des Wassers aus einem Turbinenlaufrad angewendet, wobei die jeweilige Fahnenstellung durch elektromagnetische Anpressung eines Tasters auf eine Wachsscheibe festgehalten wurde<sup>4)</sup>.

#### c) Durch Stäbchen,

die an einer Öse aufgehängt sind und gegenüber dem vorhergehenden Apparat den Vorteil haben, sich in jede Richtung einstellen zu können. JÄGER hat in

<sup>1)</sup> Z., 1911, S. 2012.

<sup>2)</sup> Z., 1911, S. 2012.

<sup>3)</sup> FRANCIS, S. 17 u. 22, T. IV u. VI.

<sup>4)</sup> Forschungsarbeiten, Heft 102, S. 4.

seiner schon erwähnten Arbeit<sup>1)</sup> gefunden, daß kleine Stahlstifte von 30 mm Länge und 0,3 mm Durchmesser vom Wasser in genügender Weise getragen und gerichtet werden. Bei seinen Versuchen machten sie infolge der wirbelnden Bewegung des Wassers fortgesetzt kleine Schwingungen. Die Festlegung ihrer Mittellage gelang auch hier mit Hilfe der Photographie, die ohne weiteres die Lage, die zeitlich am längsten belichtet wurde, und damit die Mittellage erkennen ließ.

#### d) Durch Pitotröhren.

Ein eigenartiges Mittel zur Bestimmung der Stromrichtung hat SCHUSTER benutzt<sup>2)</sup>. Er fand beim Eichen der Pitotröhrchen, daß für die von ihm verwendete Form (ähnlich Abb. 99) sehr genau bei 60°-Stellung zur Stromrichtung der Ausschlag rasch auf Null heruntersank. (Er erklärt dies durch einen Strömungsverlauf nach Abb. 118.)

Durch Drehen des Pitotröhrchens konnte er diese Nullage feststellen. In der Leitlinie eines konaxialen Kreiskegels von 60° mußte sich dann die Stromrichtung befinden.

Ein zweites, an gleicher Stelle befindliches, aber anders gelagertes Pitotröhrchen lieferte im allgemeinen

eine andere Nullage und damit einen zweiten Kreiskegel. Die beiden gemeinsamen Leitlinien ergaben schließlich die beiden möglichen Stromrichtungen, von denen die eine im allgemeinen als einzig mögliche angesprochen werden durfte.

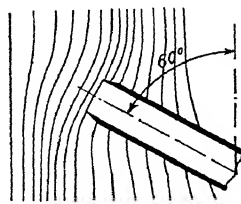


Abb. 118. Ablenkung der Strömung durch Pitotröhre nach SCHUSTER.

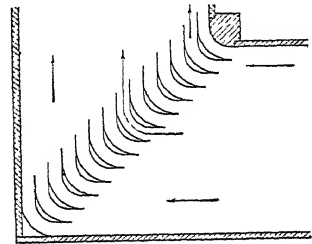


Abb. 119. Strömumlenkung nach PRANDTL.

#### e) Durch Leitkanäle.

Umgekehrt wird man für manche Versuche dem Wasser bestimmte Richtungen vorschreiben. Das geschieht im geraden Kanal durch Einbau geradliniger Zellen, bei Krümmungen durch Leitschaukeln (Abb. 119)<sup>3)</sup>.

### 6. Messung der Wassermenge.

#### a) Durch Meßgefäße.

Das ist die unmittelbarste Art der Wassermessung. Man läßt während einiger Zeit das Wasser in ein größeres Gefäß laufen und bestimmt mit Hilfe der Wasserspiegelablesung aus dem geeichten Volumen  $V$  und der Anzahl der Sekunden des Einlaufens  $t$  die sekundliche Wassermenge  $Q = \frac{V}{t}$ . (103)

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1909, S. 395.

<sup>2)</sup> Experimentelle Untersuchung der Strömungsvorgänge in einer Schnelläufer-Francis-Turbine. Auszug in der Z., 1911, S. 771.

<sup>3)</sup> Z., 1909, S. 1711.

Diese Methode ist von den meisten Forschern <sup>1)</sup> als Grundlage für die Eichung anderer Meßwerkzeuge benutzt worden. Sie gibt aber nur Mittelwerte der in der fraglichen Zeit eingelaufenen sekundlichen Wassermenge und verlangt daher zu Eichungszwecken den Beharrungszustand. Von Bedeutung ist es dabei, den Zufluß in den Meßbehälter rasch und sicher herzustellen und ebenso abzuschließen.

FRANCIS benutzte dazu einen schwingenden Überlauf nach Abb. 120. Für kleinere Wassermengen sind schwingend aufgehängte Gerinne zu verwenden.

Diese Messungen werden unbequem, wenn man große Meßgefäße benötigt. Es empfiehlt sich daher häufig nur einen bestimmten Teil der Gesamtwassermenge dem Meßgefäß zuzuführen. Ein sinnreiches derartiges Verfahren hat BRAUER in der Z., 1892, S. 1492, veröffentlicht, nachdem er es mehrere Jahre im Laboratorium erprobt hatte. Die beiden Ausflußdüsen *A* und *a* mit den

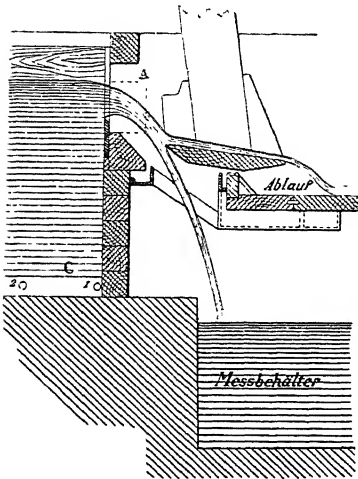


Abb. 120. Meßvorrichtung von FRANCIS.

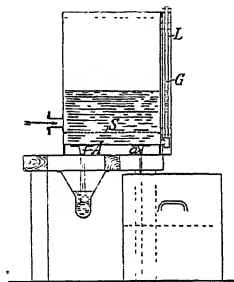


Abb. 121. Danaide von BRAUER.

Querschnitten *F* und *f* (Abb. 121) stehen jeweils unter gleicher Druckhöhe. Ihre Mündungen sind gut abgerundet, so daß die durchfließenden Wassermengen *Q* und *q* keine Kontraktion (vgl. S. 126) erfahren und den entsprechenden Querschnitten *F* und *f* sehr nahe proportional sind. Es wird daher nur nötig

sein, *F* und *f* sowie *q* genau zu messen, um die Gesamtwassermenge  $Q + q = \left(\frac{F}{f} + 1\right)q$  aus *q* zu berechnen. Zur Bestimmung von *F* und *f* gibt BRAUER ein Verfahren an, das auch gleichzeitig von HANSEN angewendet wurde und auf S. 128 beschrieben ist. Weiter erwähnt er, daß die Teilung der Wassermenge auch durch eine Anzahl gleichgroßer Öffnungen, sowie mit einer öfteren Wiederholung desselben Verfahrens durchgeführt werden kann, und zeigt schließlich seine Anwendung auf geschlossene Druckleitungen.

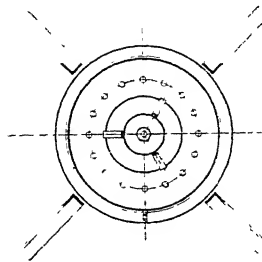
Siemens & Halske verwenden den Grundsatz der Messung einer Teilwassermenge durch Einschalten eines Wassermessers (S. 116) in eine Parallelleitung, der durch einen Venturi-Wassermesser der Hauptleitung geeicht wird.

Eine besonders handliche und genaue Meßvorrichtung, die auf dem gleichen Grundsatz beruht und jede Düseneichung vermeidet, stammt von PRESSEL aus dem Jahre 1894. Zur einwandfreien Teilung der Wassermenge hat er (Abb. 122) einen streng symmetrischen Apparat konstruiert, in den das Wasser zentral

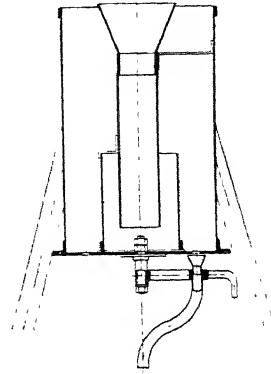
<sup>1)</sup> PONCELET et LESTROS, *Expériences hydrauliques*. Paris 1851. WEISBACH, I, S. 978. FRANCIS, S. 103, T. XII u. XIII. — FRESE, *Versuche über den Abfluß des Wassers bei vollkommenen Überfällen*. Z., 1890, S. 1285.

eingeführt wird, um sich dann über einen gleichfalls zentralen Beruhigungszylinder im Gefäß gleichmäßig zu verteilen. Im Boden des letztern ist ein wiederum zentraler Kranz gleichmäßig verteilter Löcher angeordnet, deren scharfkantige Bohrungen mit der Reibahle auf genau gleichen Durchmesser gebracht werden.

Unter dem Apparat befindet sich eine schwenkbare Abflußröhre, die jeweils eine Teilwassermenge nach der Mitte zum Eichgefäß abführt. Bringt man die Abflußröhre der Reihe nach, und zwar jeweils für die gleiche Zeitdauer, unter sämtliche Bohrungen, so verschwindet zum Überfluß im Endergebnis eine etwaige fehlerhafte Ungleichheit der einzelnen Ausflusssmengen. Damit bei solchem Schwenken der Abflußröhre kein Wasser verloren geht, entspricht die Weite ihres scharfkantigen Einlaufs genau der Teilung zwischen



Grundriß



Aufriß

Abb. 122. Wassermessung nach PRESSEL.

zwei Bohrungen. Die Zahl der Löcher ist so gewählt, daß beim Verschließen eines Teils derselben für die benutzten übrigen Löcher ganz gleiche Ausflußverhältnisse bestehen, so daß also dasselbe Meßgefäß für sehr verschiedene Wassermengen verwendet werden kann. Die zeitliche Ein- und Ausschaltung der Gesamtmessung geschieht durch eine einfache, in Abb. 122 nicht sichtbare Klappvorrichtung.

### b) Durch Wägung.

Diese mit der vorigen z. T. zusammenfallende Methode ist bei kleinen Wassermengen ihrer größeren Genauigkeit wegen vorzuziehen; denn es ist leichter, eine Gewichtsbestimmung als eine Wasserspiegelablesung genau auszuführen. Bedeutet hier  $G_1$  das Gewicht von Gefäß und Wasser vor,  $G_2$  dasselbe nach dem Einlauf, so ergibt hier mit dem spezifischen Gewicht  $\gamma$  die sekundliche Wassermenge als

$$Q = \frac{G_2 - G_1}{\gamma \cdot t}. \quad (104)$$

Die Zuleitung und gegebenenfalls die Teilung der Wassermenge geschieht dabei nach den gleichen Grundsätzen wie unter a).

Eine eigentümliche Wägevorrückung bringen Aug. Böhmer & Co., Magdeburg, in den Handel, wobei die in einem geeichten Meßgefäß befindliche Flüssigkeitsmenge durch den Auftrieb auf einen Verdränger gemessen wird <sup>1)</sup> (Abb. 123).

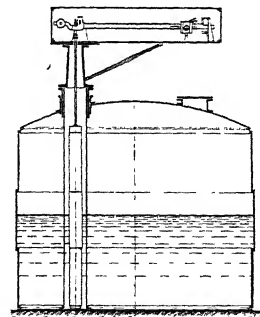


Abb. 123. Wassermessung nach BÖHMER.

<sup>1)</sup> Z., 1910, S. 1417.

## c) Durch Mischung.

Durch Mischung der Wassermenge mit einer genau abgemessenen löslichen Substanz kann gleichfalls nach MOHR und MOLLET<sup>1)</sup> oder mit einer gegebenen Wassermenge anderer Temperatur nach PRESSEL das Volumen aus den Eigenschaften des Endprodukts berechnet werden<sup>2)</sup>.

## d) Als Produkt aus Querschnitt und senkrechter Durchflußgeschwindigkeit.

Da die Geschwindigkeit im Querschnitt wechselt, erhält man die Wassermenge als eine Summe aus den Flächenelementen  $dx \cdot dy$  (Abb. 124) und den auf ihnen senkrechten Wassergeschwindigkeiten

$$Q = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} c \, dx \, dy. \quad (105)$$

Zur Auswertung legt man z. B. einige vertikale Ordinaten I, II . . . (Abb. 125 a) fest und bestimmt nach einer der angeführten Methoden die Wassergeschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen.

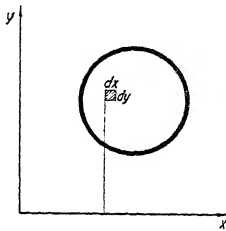


Abb. 124.

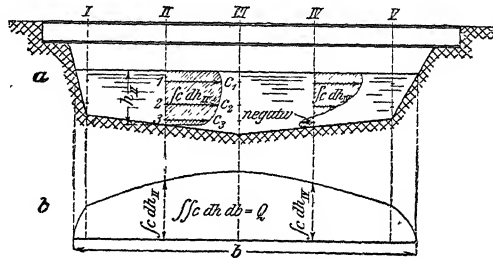


Abb. 125. Wassermessung im offenen Flußlauf.

(h statt t!)

So seien z. B. die Geschwindigkeiten in der Ordinate II, in den Tiefen 1, 2 und 3 mit  $c_1, c_2, c_3$  gefunden. Ihre maßstäbliche Auftragung läßt die Änderung der Geschwindigkeiten mit der Tiefe erkennen und das mit Planimeter oder durch Millimeterpapier gefundene Integral der beschriebenen Fläche stellt mit  $y = t_{II}$

$$\int_0^{t_{II}} c \, dt_{II}$$

dar.

Trägt man den so für jede Ordinate gefundenen Wert wieder maßstäblich über  $b$  auf (Abb. 125 b), so ergibt das Integral über die beschriebene Fläche

$$\int db \int c \cdot dt$$

oder die Wassermenge

$$Q = \int_0^b \int_0^t c \, db \cdot dt. \quad (106)$$

Dieses Meßverfahren verlangt ein genaues Aufzeichnen des Querschnitts und beansprucht wegen der in vielen Punkten auszuführenden Geschwindigkeitsmessungen längere Zeit.

<sup>1)</sup> Die Turbine, 1911, S. 406.

<sup>2)</sup> Chemische Messung des Wasserverbrauchs. Z. g. T. 1913, S. 559.

Es liefert daher zuverlässige Werte nur bei gutem Beharrungszustand, der durch fortgesetzte Wasserspiegelablesungen zu kontrollieren ist. Dazu sind einfache, glatte und harte Querschnittsbegrenzungen unerlässlich. Im Notfall sucht man wohl solche in einen Flußlauf einzubauen.

Besondere Fehler treten noch auf, wenn die vorherrschende Strömung im Querschnitt ihren Ort während der Meßzeit ändert. Auch ist zu beachten, daß bei kleinen Wassergeschwindigkeiten leicht ein Rückströmen an einzelnen Stellen des Querschnitts auftreten kann. Das wird bei Flügelmessungen mit elektrischem Signal leicht übersehen, wenn sie nicht mit dem auf S. 75 erwähnten Rücklaufkontakt versehen sind.

Solche Geschwindigkeiten sind natürlich in obiger Integralkurve in negativem Sinn einzutragen.

Zur Verminderung der Meßzeit hat man untersucht, mit welcher Kleinstzahl von Meßpunkten man sich im äußersten Fall begnügen kann. Eine derartige Methode stammt von TEICHMANN<sup>1)</sup>. Sie stimmt aber nur für rechteckige Kanäle unter der Voraussetzung parabelähnlicher Geschwindigkeitänderung, was im allgemeinen nicht zutrifft.

Richtiger scheint es, das obige allgemeinere Verfahren beizubehalten, dabei in jeder Ordinate mindestens 3 Geschwindigkeiten zu bestimmen und die Länge der Meßzeit lieber durch die gleichzeitige Anwendung mehrerer Flügel zu vermindern<sup>2)</sup>.

Um die Geschwindigkeitskurven mit wenig Versuchspunkten möglichst sicher zu erhalten, empfiehlt es sich, die Punkte am Rand des Querschnitts dichter zu legen als in der Mitte.

Die genannte Meßmethode ist wegen ihrer leichten und allgemeinen Verwendbarkeit die praktisch wichtigste. Aber nur unter besonders günstigen Umständen kann dabei auf eine Genauigkeit von 2–3 % gerechnet werden.

Wendet man zur Bestimmung der Wassergeschwindigkeit nicht den Flügel an, sondern den oben erwähnten Tiefenschwimmer, so ergeben sich kleine Modifikationen.

Nach den Versuchen in Lowell Mass. (vgl. S. 73) gibt der Tiefenschwimmer sehr genau den Mittelwert der Geschwindigkeiten im betreffenden Stromstrich, d. h. hier  $\int c \, dt$  als  $c_m \cdot t$  an.

Der Stromstrich selbst wird dabei dadurch festgestellt, daß man den Schwimmer z. B. nach Abb. 126 in Brücke A bei 1 ins Wasser gibt, beobachtet, wo er Brücke B und dann Brücke C passiert und das Mittel aus den beiden letzten Beobachtungen für die zwischen B und C befindliche Meßstrecke zugrunde legt. Die Weiterführung der Rechnung geschieht dann genau wie vorausgehend beschrieben.

Am einfachsten gestaltet sich die Messung der Wassermenge, wenn durch den Schirm (Abb. 112) der Mittelwert ihrer Geschwindigkeit unmittelbar bestimmt wurde. Freilich kompliziert der Stau des Wassers (Abb. 113a) die Querschnittsbestimmung des Wassers. In einigem Abstand muß aber aus Gründen der Kontinuität die

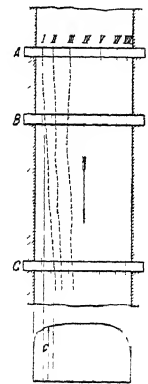


Abb. 126. Meßkanal Lowell.

<sup>1)</sup> Wochenschrift des Vereins deutscher Ingenieure. 1883, No. 2.

<sup>2)</sup> REICHEL, Z., 1908, S. 1835.

richtige Tiefe  $t$  wieder anzutreffen sein und man begnügt sich daher,  $t$  am Anfang und Ende des Meßprofils in gleichen Zeitabständen abzulesen und das arithmetische Mittel davon zu nehmen, was als zeitlicher Mittelwert eines Meßvorgangs aufgefaßt, in der Tat die theoretisch richtige Tiefe angibt.

Hierzu gehört auch der bei der städtischen Wasserversorgung übliche »Wassermesser«, in dem ein Turbinenrädchen durch die Strömung in Umdrehungen versetzt wird, die durch ein geeichtes Zählwerk die Durchflußmenge unmittelbar angeben.

#### e) Durch den Druckunterschied bei einem Durchflußquerschnitt.

Die besprochene durch Querschnitt und Geschwindigkeit erfolgende Wassermessung hat den großen Vorteil, die Wasserströmung meist in dem natürlichen Zustand, jedenfalls ohne Anwendung einer besonderen Gefällstufe messen zu können. Sie wird deshalb in der Praxis am meisten und bei großen Wassermengen ausschließlich angewendet.

Ihr Nachteil ist, daß eine längere, mitunter stundenlange Zeit nötig ist, um die notwendigen Beobachtungen auszuführen, und daß oft Tage dazu gehören, die Berechnung der Meßergebnisse zu vollenden.

Genau umgekehrt ist es bei der Meßmethode durch den Druckunterschied bei einem Durchflußquerschnitt.

Hier ist eine Gefällstufe notwendig, die naturgemäß nur bei besonders günstigen Verhältnissen zu Gebote steht.

Andererseits hat man aber die große Annehmlichkeit, die Wassermenge, sobald einmal der Apparat geeicht ist, mit einer einzigen Ablesung angeben zu können. Das bedeutet nicht nur eine Ersparnis an Zeit, sondern gestattet auch eine fortwährende Kontrolle des Beharrungszustandes. Deshalb sind solche Meßmethoden besonders an Versuchsanstalten am Platze.

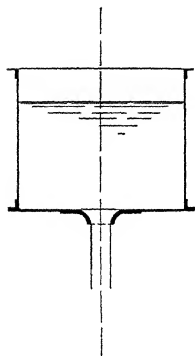


Abb. 127. Ausfluß aus Bodenöffnung.

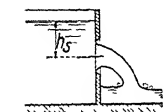


Abb. 128. Ausfluß aus Seitenöffnung.

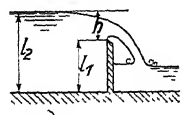


Abb. 129. Überfall.

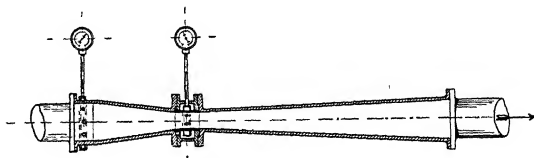


Abb. 130. Durchfluß (Venturiwassermesser).

Wir werden sowohl den Ausfluß nach Abb. 127 und 128, als auch den sogenannten Überfall nach Abb. 129, als auch schließlich den eigentlichen Durchfluß (Abb. 130) in den Bereich unserer Untersuchungen ziehen.

Die Behandlung dieses Gegenstands führt uns aber zur näheren Betrachtung der Wasserströmungen überhaupt. Ihnen seien daher die nächsten Abschnitte gewidmet, in deren Verlauf sich dann die zur Wassermessung gehörigen Folgerungen ganz von selbst einfügen werden.





wobei  $R$  die Gefällshöhe angibt, die zur Überwindung der zwischen 1 und 2 auftretenden Verluste aufgewendet wurde.

Beachtet man nun weiter, daß  $h_2 = h_{at}$  und somit nach Abb. 131

$$H_1 + h_1 - H_2 - h_2 = H_1 + t_1 + h_{at} - H_2 - h_{at} = H_n$$

( $H_n$  = Nettofälle im Gegensatz zur späteren Gefallsdefinition),

so folgt:

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + H_n - R; \quad (107)$$

d. h. die kinetische Energie am Austritt ist gleich der am Eintritt einschließlich Nettofälle und abzüglich der Reibungsverluste, oder

$$c_2 = \sqrt{2g \left( H_n - R + \frac{c_1^2}{2g} \right)}. \quad (108)$$

Durch Einführen der Gefäßquerschnitte  $F_1$  und  $F_2$  kann noch  $c_1$  durch  $c_2$  ausgedrückt werden, indem

$$c_1 \cdot F_1 = c_2 \cdot F_2.$$

Daraus folgt durch Einsetzen

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^2 + H_n - R$$

und

$$c_2 = \sqrt{\frac{2g(H_n - R)}{1 - \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^2}}. \quad (109)$$

Ist der Eintrittsquerschnitt sehr groß, oder  $c_1$  sehr klein, so folgt angenähert

$$c_2 = \sqrt{2g(H_n - R)}$$

und mit Vernachlässigung der Reibung die bekannte Fallgleichung

$$c_2 = \sqrt{2gH}.$$

Die Druckverteilung läßt sich an diesem einfachen Beispiel leicht in Abhängigkeit vom Gefälle graphisch darstellen. In Abb. 132 ist dies für das geschlossene Gefäß geschehen. Man bemerkt die Wechselbeziehung zwischen Höhenlage und Druck. In dem Parallelismus der unter  $45^\circ$  auftretenden Begrenzungslinien (Energie-linie) wird die Erhaltung der Energie verkörpert.

Beim geöffneten Gefäß (Abb. 133) ist die Gesamtenergie um die kinetische Energie der Zulaufgeschwindigkeit  $\frac{c_1^2}{2g}$  vermehrt, die allmählich auf  $\frac{c_2^2}{2g}$  gesteigert wird. Dabei ist infolge der Reibung nicht mehr  $A_m$ , sondern  $A_m + R$  konstant.

So einfach diese Anschreibungen erscheinen, so lassen sich doch damit leicht Grenzfälle konstruieren, deren Erklärung nicht ohne weiteres auf der Hand liegt.

Lassen wir z. B.  $F_1$  abnehmen oder  $F_2$  wachsen, bis  $F_2 = F_1$  wird, so folgt aus unserer Gleichung

$$c_2 = \sqrt{\frac{2g(H_n - R)}{1 - 1}} = \sqrt{\frac{2g(H_n - R)}{0}}.$$

Diese Gleichung, die einem Durchfluß nach Abb. 134 entspricht, behält einen Sinn offenbar nur dann, wenn auch der Zähler  $= 0$ , d. h. wenn  $R = H_n$  wird, da sich sonst  $c_2$  und mit  $F_2 = F_1$  auch  $c_1$  unendlich groß ergeben würde.

Mit  $R = H_n$  wird aber  $c_2 = \sqrt{\frac{0}{0}}$ , d. h. unbestimmt.

Die Energiegleichung gibt somit unmittelbar überhaupt keine Aussage mehr über die Geschwindigkeiten, sondern verlangt nur, daß die letzteren so groß werden, daß die von ihnen hervorgerufenen Reibungsverluste das ganze Gefälle aufzehren. Welcher Geschwindigkeitsgröße diese Bedingung entspricht, hängt aber von ganz andern Umständen ab, die wir bei Betrachtung der Reibungsgleichung (S. 99 ff.) kennen lernen werden.

Bei alledem gilt als stillschweigende Voraussetzung, daß auch stets die genügende Wassermenge mit der Zuflußgeschwindigkeit  $c_1$  geliefert werden kann.

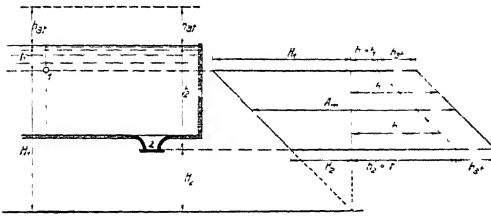


Abb. 132. Energiebilanz bei Abschluß.

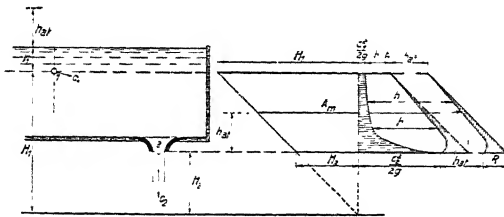


Abb. 133. Energiebilanz bei Ausfluß.

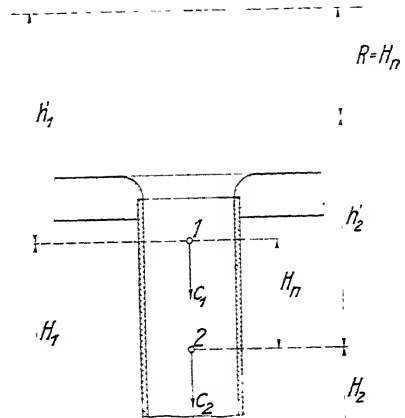


Abb. 134. Beharrungszustand der Strömung im vertikalen Zylinder.

Ohne Reibung würde im obigen Beispiel (Abb. 134) ein Beharrungszustand überhaupt nicht eintreten. Da die ausgeleitete Energie gleich der eingeleiteten ist, würde die Gefällshöhe eine andauernde Beschleunigung des Wassers hervorrufen.

Ist  $F_1$  schließlich kleiner als  $F_2$ , so muß  $R$  sogar größer als  $H_z$  werden, wenn  $c_2$  reelle Werte annehmen, bzw. wenn ein Beharrungszustand eintreten soll.

Man erkennt schon hier die wichtige Rolle der Reibungsverluste und das Unstatthafte, sie zu vernachlässigen.

Das zeigt sich aus unserem Beispiel auch für den andern Fall besonders deutlich, wenn man aus dem Umstand, daß Gefäßdimensionen zwischen 1 und 2 nicht unmittelbar in die Gleichungen eintreten, schließen wollte, daß zwischenliegende Querschnitte etwa nach Abb. 135 beliebig eingeschnürt werden dürfen.

Man kann dann wohl eine Frage aufwerfen, die mich und meine Kommilitonen in der Studienzeit öfters beschäftigt hatte, ohne daß wir damals die richtige Lösung gefunden hätten, nämlich die Frage, wie groß im höchsten Fall die Geschwindigkeit an einem zwischenliegenden engsten Querschnitte werden kann.

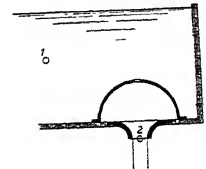


Abb. 135. Ausflußgefäß mit zwischenliegender Querschnittsverengung.

Ihre Beantwortung möge unser zweites Beispiel zur Einführung bilden unter der Bezeichnung

### b) Überströmen zwischen zwei Wasserbehältern.

Auch hier ergeben sich die tatsächlichen Verhältnisse unmittelbar aus der Anschreibung der Arbeitsgleichungen für die in Abb. 136 hervorgehobenen Querschnitte 0, 1 und 2. Bezeichnet dabei  $R_1$  die Verlusthöhe zwischen 0 und 1,  $R_2$  die zwischen 1 und 2, so liefert das Energiesgesetz die Beziehung

$$H_0 + h_0 + \frac{c_0^2}{2g} = H_1 + h_1 + \frac{c_1^2}{2g} + R_1 = H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} + R_1 + R_2.$$

Aus der ersten und dritten Gleichung folgt, wobei auch hier  $H_0 + h_0 - H_2 - h_2$  gleich dem Nettofälle  $H_n$  wird,

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_0^2}{2g} + H_n - R_1 - R_2.$$

$c_1$  ist also hinausgefallen und die Gleichung sagt in Übereinstimmung mit dem beim Ausfluß gefundenen Resultat, daß der Wasserdurchfluß unmittelbar nicht von  $c_1$  abhängt, sondern nur mittelbar durch die von den Geschwindigkeiten abhängigen Reibungsverluste.

Besonders augenfällig wird dieses Ergebnis, wenn man  $F_0$  und  $F_2$  sehr groß annimmt im Verhältnis zu  $F_1$ , wobei  $\frac{c_0^2}{2g}$  und  $\frac{c_2^2}{2g}$  verschwinden, und einfach  $R_1 + R_2 = H_n$  übrig bleibt.

Danach kann  $c_1$  auch die Geschwindigkeit der reibungslosen Fallhöhe  $= \sqrt{2gH}$  wohl überschreiten, wenn es nur gelingt,  $R_1$  und vor allem  $R_2$  klein zu halten.

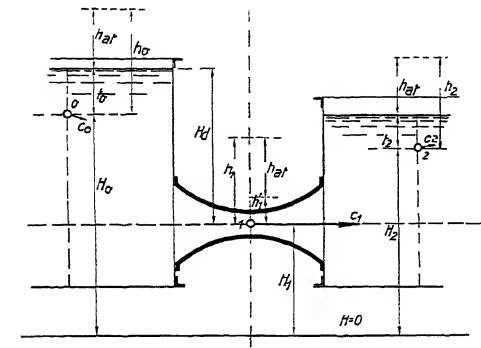


Abb. 136. Überströmen zwischen zwei Behältern.

Wir werden später, S. 114, sehen, daß da, wo eine Wasserverzögerung auftritt, die Reibung im allgemeinen viel größer ausfällt, als da, wo das Wasser beschleunigt wird; d. h. daß  $R_2$  viel größer zu erwarten ist, als  $R_1$ .

Hier sei nur noch der Grenzfall hervorgehoben, in dem  $R_2$  so rasch wächst, daß eine weitere Steigerung der Geschwindigkeiten ausgeschlossen ist.

Der tritt dann ein, wenn der Druck  $h_1$  bei  $c_1$  so tief sinkt, daß infolge der vorhandenen Dampfspannung und der im Wasser befindlichen Luft die Kontinuität des Wasserbandes unterbrochen wird. Dieser Druck berechnet sich durch Vergleich der beiden ersten Gleichungen, wobei wir nach Abb. 136 für den Höhenabstand  $H_0 + h_0 - H_1$  zwischen Oberwasserspiegel und Punkt 1 die Bezeichnung  $H_d =$  Druckgefälle einführen, zu

$$h_1 = H_d + h_{at} + \frac{c_0^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} - R_1. \quad (110)$$

Damit beantwortet sich auch die Frage nach der größtmöglichen Wassergeschwindigkeit bei gegebenem Gefälle durch Nullsetzen von  $h_1$ , wenn zur

Vereinfachung der Einfluß der Dampfspannung und des Luftgehalts des Wassers vernachlässigt wird. Man erhält dafür

$$c_1 (\text{max}) = \sqrt{2g \left( H_d + h_{at} + \frac{c_o^2}{2g} - R_1 \right)} \quad (111)$$

und erkennt daraus, daß  $c_1 (\text{max})$  auch bei gleichbleibender Reibung kein eindeutiger Wert für die Wasserströmung ist, sondern von der Lage des Punktes 1 abhängt. Durch Tieferlegen der Rohrleitung, d. h. durch Vergrößern von  $H_d$  kann die theoretische Grenze beliebig erweitert werden. Außerdem wird sie zu Beginn der Rohrleitung, wo  $R_1$  noch klein ist, höher liegen, als am Ende des Durchflusses.

In Worten lautet die Schlußfolgerung aus diesen Untersuchungen: Öffnet man eine Verbindungsleitung zwischen zwei Wasserbehältern, so wachsen die Wassergeschwindigkeiten solange, bis die Reibungsverluste die gesamte zur Verfügung stehende Gefällshöhe einschließlich der Geschwindigkeitshöhe am Anfang und abzüglich der am Ende aufzehren. Dabei wird die größte Geschwindigkeit an einer bestimmten Stelle der Leitung durch die Druckverminderung begrenzt, die ein Abreißen des Wasserfadens mit entsprechend vermehrter Reibung herbeiführt. Der Höchstwert der Geschwindigkeit erfolgt unter Vernachlässigung von Dampfspannung und Luftgehalt des Wassers dann, wenn das vor der betreffenden Stelle befindliche Gefälle ( $H_d$ ) einschließlich Atmosphärendruck ( $h_{at}$ ) und Zulaufgeschwindigkeitshöhe  $\left( \frac{c_o^2}{2g} \right)$ , aber abzüglich Reibungsverlust ( $R_1$ ), in Bewegungsenergie  $\left( \frac{c_1^2}{2g} \right)$  umgesetzt ist.

Dieses wichtige Ergebnis, das auch durch experimentelle Untersuchungen bestätigt wurde, die einen Teil meiner Darmstädter Dissertation gebildet haben<sup>1)</sup>, läßt in besonderer Deutlichkeit die große Bedeutung der Reibungsverluste erkennen. Es wird auch später bei der Erörterung der Schluckfähigkeit der Turbinen in ähnlicher Gestalt wiederkehren. Dort tritt freilich noch die nach außen abgegebene Arbeit in die Rechnung ein. Neben ihr sind es aber wieder die Reibungsverluste, die dem Wachsen der Wassergeschwindigkeiten eine Grenze setzen.

## 2. Erfahrungswerte für den gleichmäßigen Durchfluß durch Leitungen.

### a) Einleitendes.

Um Erfahrungswerte anwenden zu können, muß man wissen, unter welchen Voraussetzungen sie gewonnen wurden. Insbesondere hängen Erfahrungskoeffizienten, welche die mathematische Formulierung eines Naturvorgangs mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung bringen sollen, neben der Wirklichkeit selbst, in erster Linie von der Art der Formulierung ab.

Bei dem einfachsten Fall der Wasserbewegung in einem geraden Rohrstrang wird zur Messung der Reibung bzw. der Energie meist angenommen, daß Querschnitte senkrecht zur Rohrachse Niveauflächen gleicher Lagenenergie seien (vgl. S. 62). Der Lagendruck ( $\wp_x = H_x + h_x$ ) wird an der Wand (S. 71), die

<sup>1)</sup> Neue Diagramme zur Turbinentheorie. DINGLER, 1902, S. 677.

Geschwindigkeit aber einfach als mittlere Geschwindigkeit  $\bar{c} = \frac{Q}{F}$  gemessen, und stillschweigend über den Querschnitt konstant gesetzt, wobei man freilich, wie wir S. 65 gesehen haben, die Bewegungsenergie zu klein angibt. Haben die Leitungen gleichbleibenden Querschnitt, so spielt letzterer bei der Verlustberechnung keine Rolle, denn die Geschwindigkeit ist über die Leitungslänge konstant und fällt, ähnlich wie das im vorangegangenen ersten Beispiel der Fall war, aus der Energiegleichung hinaus. Somit folgt für zwei Punkte 1 und 2 aus

$$H_1 + h_1 + \frac{c_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} + R,$$

$$H_1 + h_1 = H_2 + h_2 + R$$

und

$$R = H_1 + h_1 - (H_2 + h_2) = \zeta_1 - \zeta_2.$$

Der Reibungsverlust erscheint einfach als Abfall des Lagendruckes, bzw. für horizontale Rohre, mit  $H_1 = H_2$ , als Abfall des Druckes. Man ist sonach leicht in der Lage, die Verluste anzugeben, die beim Durchströmen verschiedener und verschieden gearteter Flüssigkeitsmengen durch verschiedene Leitungen konstanten Querschnitts auftreten. Wechseln aber die Querschnitte, so sind natürlich die Fehler in der Bestimmung von  $\frac{c^2}{2g}$  und  $h$  für die einzelnen Versuchspunkte ungleich und daher auf das Endergebnis nicht mehr ohne Einfluß.

### b) Die kritische Geschwindigkeit.

Führt man Messungen der Reibungshöhe  $R$  mit Rohrleitungen konstanten Querschnitts aus, so zeigt sich das eigentümliche Ergebnis, daß  $R$  unterhalb einer gewissen Wassergeschwindigkeit einem ganz andern Gesetz gehorcht als oberhalb derselben. Das wird sehr

deutlich, wenn man, wie DARCY schon 1857 ausgeführt hat, nicht nur die Erfahrungswerte  $R$  in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit aufträgt, was die parabelähnliche Kurve Abb. 137 zeitigt; sondern indem man in einem neuen Diagramm, Abb. 138, noch die Abhängigkeit der Größen  $\frac{R}{c}$  von  $c$  zur Darstellung

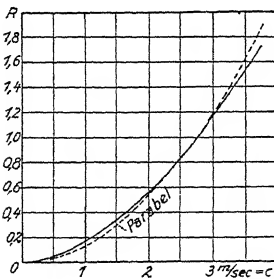


Abb. 137. Reibungsverlust  $R$  in Abhängigkeit von der Wassergeschwindigkeit  $c$ .

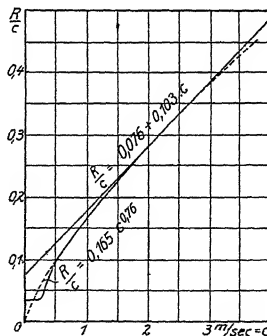


Abb. 138.  $\frac{R}{c}$  abhängig von  $c$ .

bringt. Was im ersten Diagramm eine Parabel mit  $c^2$  war, muß hier eine Gerade werden, an der sich Abweichungen aufs deutlichste bemerklich machen.

Man findet dabei, daß die Auftragungen der  $\frac{R}{c}$  über  $c$  von den größten bekannten Wassergeschwindigkeiten bis herab zu der sogenannten kritischen Geschwindigkeit, die bei technisch gebräuchlichen Gefäßdimensionen für Wasser

schon recht kleine Beträge aufweist, sich sehr genau einer Geraden anschließen, die aber nicht durch den Koordinaten-Nullpunkt geht, sondern die positive  $\frac{R}{c}$ -Achse schneidet.

Umgekehrt verläuft  $\frac{R}{c}$  von den kleinsten Geschwindigkeiten bis in die Nähe der genannten Geschwindigkeit parallel zur  $c$ -Achse.

In dem letzteren Bereich ändern sich somit die Reibungsverluste proportional mit der Wassergeschwindigkeit, im ersteren angenähert mit ihrem Quadrat.

Daß sich die Wasserströmung in den genannten Geschwindigkeitsbereichen auch wirklich verschieden abspielt, kann sehr hübsch durch folgenden Versuch erwiesen werden, der den klassischen Untersuchungen über die kritische Geschwindigkeit von O. REYNOLDS<sup>1)</sup> entnommen ist. Läßt man nämlich aus einem Behälter Wasser durch ein Glasrohr mit trompetenartigem Einlaufstück (Abb. 139) ausfließen, wobei die Wassergeschwindigkeit leicht durch eine Drosselung am Rohrende verändert werden kann, und führt man durch eine fein ausgezogene Glasröhre Farbflüssigkeit in die Mitte des Rohrquerschnitts ein, so zeigt sich

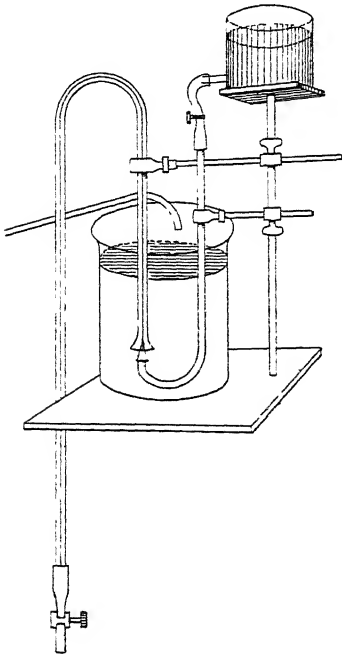


Abb. 139. Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit nach REYNOLDS. (Die Röhren erscheinen hier neben dem Glasgefäß!)

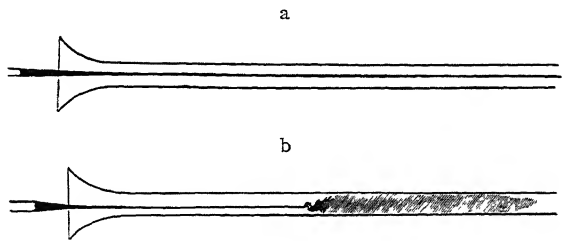


Abb. 140. Strömung der Farbflüssigkeit.

1. Bei genügend kleiner Wassergeschwindigkeit der gefärbte Teil des Wassers als eine vollkommen gerade Linie nach Abb. 140a, als ein deutlicher Beweis für ein genau paralleles Fließen der einzelnen Wasserfäden.

2. Selbst wenn das Wasser im Behälter nicht ganz in Ruhe war, zeigte sich wohl eine geringe Verschiebung des Farbbandes, aber keine Wirbelbewegung, solange eben die Wassergeschwindigkeit genügend niedrig gehalten wurde.

3. Erst bei Steigerung der Geschwindigkeit traten, und zwar, solange das Wasser im Behälter sowie der ganze Apparat möglichst ruhig gehalten wurden, stets plötzlich und an einer bestimmten Stelle der Glasröhre Wasserwirbel auf, die den Rest der Röhre mit gefärbtem Wasser erfüllten (Abb. 140b).

4. Bei weiterer Steigerung der Wassergeschwindigkeit wurde der Beginn der Wirbelung immer näher an den Beginn der Röhre verlegt.

<sup>1)</sup> Phil. Transactions of the R. Soc. London, 1883, S. 935.

Dabei zeigte sich, daß die Entstehung der Wirbelbildung in hohem Maße durch Störungen der Wasserbewegung, Erschütterungen u. dgl. befördert wurde.

Bei sorgfältig eingehaltenem Ruhezustand konnte aber eine Wassergeschwindigkeit  $U_s$ , bei der sich die ersten Wirbel zeigten, sehr genau bestimmt werden, und REYNOLDS fand, daß sie der Zähigkeit  $\eta$  direkt, der Dichte  $\delta$  und dem Rohrdurchmesser  $d$  aber indirekt proportional war, und zwar bestimmte er<sup>1)</sup> unter Zugrundelegung der POISEUILLESchen Beziehung, daß  $\frac{\eta}{\delta}$  der Temperatur  $t$  (Celsius) nach dem Ausdruck  $(1 + 0,0336t + 0,000221t^2)^{-1}$  proportional ist, ihren Wert zu

$$U_s = \frac{1}{43,79 (1 + 0,0336t + 0,000221t^2)} d \text{ m/sek} \quad (112)$$

wobei  $d$  den Rohrdurchmesser in m darstellt.

Neben dieser kritischen Geschwindigkeit, die gekennzeichnet ist durch den Beginn der Wirbelbildung aus dem denkbar ruhigsten Wasserausfluß in ein wohl-abgerundetes Rohr hat REYNOLDS (S. 946) eine andere, mit  $V_c$  bezeichnete kritische Geschwindigkeit festgestellt, bei der die Wirbel einer in lebhafter Wirbelbewegung in ein Rohr eintretenden Wasserströmung nach einiger Zeit im Rohr aussterben.

Diese letztere kritische Geschwindigkeit wurde, da die Methode der Farbflüssigkeit hier naturgemäß versagen mußte, durch Bestimmen des in beiden Fällen verschiedenen Widerstandsgesetzes festgelegt.

Zu dem Zweck ließ REYNOLDS das wirbelnde Wasser in gerade Bleirohre von 16 Fuß Länge eintreten. Nachdem das Wasser auf einem Weg von 10 Fuß im Rohr Gelegenheit hatte, die Wirbel zu verlieren, maß er den Druckabfall, der sich zwischen einer Entfernung von 10—15 Fuß vom Anfang gerechnet, einstellte.

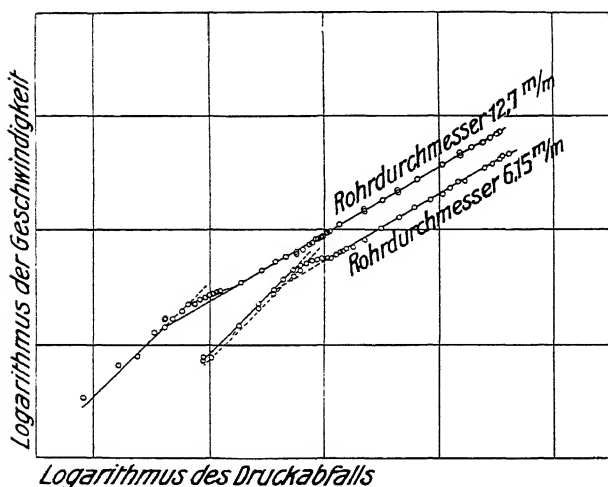


Abb. 141. Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit nach REYNOLDS.

Er fand dabei, daß bis zu einer bestimmten Geschwindigkeit, die wiederum der Zähigkeit direkt, dem spezifischen Gewicht und dem Durchmesser aber indirekt proportional war, der Druckabfall mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit zunahm. Dieser zweite, und im besonderen Sinne als kritische Geschwindigkeit bezeichnete Wert  $V_c$ , den wir im folgenden mit  $c_k$  bezeichnen, ergab sich zu

$$c_k = V_c = \frac{1}{278 (1 + 0,0336t + 0,000221t^2)} d \text{ m/sek}, \quad (113)$$

<sup>1)</sup> Phil. Trans., 1883, S. 943.



also, wie vorauszusehen, kleiner als  $U_s$ , nämlich nur ein Sechstel des ersteren Wertes.

Bei Steigerung der Geschwindigkeit bis 1,20  $V_c$  war die Beziehung zwischen Druckabfall und Geschwindigkeit nicht einfach, darüber hinaus aber ergab sich der Druckabfall proportional der 1,722fachen Potenz der Geschwindigkeit.

Dieses Ergebnis machte REYNOLDS dadurch besonders deutlich, daß er die Logarithmen des Druckabfalls abhängig von den Logarithmen der Geschwindigkeiten in einem Koordinatensystem auftrug (Abb. 141); denn wie leicht einzusehen (vgl. S. 102f.) erscheinen alle Exponentialfunktionen dabei als gerade Linien.

Bei diesen Untersuchungen fiel REYNOLDS besonders auf, daß die Gesetze für den Druckabfall sowohl unterhalb als oberhalb der kritischen Geschwindigkeit dem Verhältnis  $\frac{\eta}{\delta \cdot d}$  entsprachen<sup>1)</sup>, eine Beziehung, deren Bedeutung wir weiter unten (S. 101f.) bei Betrachtung der Ähnlichkeitsgesetze näher kennen lernen werden.

COUETTE hat nachgewiesen<sup>2)</sup>, daß die von REYNOLDS für Wasser abgeleiteten Beziehungen ganz allgemein gelten, derart, daß

$$c_k = \frac{K \cdot \eta}{\delta \cdot d}. \quad (114)$$

Setzen wir dann für Wasser nach obiger Beziehung (vgl. auch S. 18)

$$\eta = \frac{0,0001832}{(1 + 0,0336t + 0,000221t^2)} \frac{\text{kg sek}}{\text{m}^2}$$

und

$$\delta = \frac{1000}{9,81} = 102 \frac{\text{kg sek}^2}{\text{m}^4} \text{ (vgl. S. 13),}$$

so folgt aus

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{K \cdot 0,0001832}{(1 + 0,0336t + 0,000221t^2) 102 d} \text{ m/sek} \\ &= \frac{1}{278 (1 + 0,0336t + 0,000221t^2) d} \text{ m/sek} \\ K &= \frac{102}{278 \cdot 0,0001832} = 2000 \end{aligned} \quad (115)$$

als absolute Zahl, so daß allgemein

$$c_k = \frac{2000 \cdot \eta}{\delta \cdot d} \text{ m/sek}, \quad (116)$$

während entsprechend (S. 96)

$$U_s = \frac{12500 \cdot \eta}{\delta \cdot d} \text{ m/sek}. \quad (117)$$

Im absoluten Maß folgt  $K$  mit  $[\eta] = 0,01797 (1 + 0,0336t + 0,000221t^2)^{-1}$  (S. 18),  $[\delta] = 1$  und  $c_k = \frac{10000}{278 (1 + 0,0336t + 0,000221t^2) d} \text{ cm/sek}$

$$K = \frac{10000}{278 \cdot 0,01797} = 2000, \quad (118)$$

<sup>1)</sup> Phil. Trans., 1883, S. 946.

<sup>2)</sup> COUETTE, Etudes sur le frottement des liquides. Paris 1890. S. 60.

so daß dann wiederum

$$c_k = \frac{2000 \cdot [\eta]}{[\delta] \cdot d} \text{ cm/sek,} \quad (119)$$

aber jetzt in cm/sek.

Dabei ist unter der kritischen Geschwindigkeit stets die mittlere aus Wassermenge durch Querschnitt definierte Geschwindigkeit gemeint.

### c) Unterhalb der kritischen Geschwindigkeit geltende Reibungsgleichung.

Daß die unterhalb der unteren Grenzgeschwindigkeit auftretende Proportionalität von Verlusthöhe und Geschwindigkeit bei parallelem Verlauf der Wasserfäden in der Tat zu erwarten ist, ergibt sich, wenn man unter der Annahme einer solchen Strömung und eines einfachen Reibungsgesetzes die Verlusthöhe berechnet.

Setzt man nämlich nach POISEUILLE die Reibung proportional der Fläche und der gegenseitigen Geschwindigkeit der Wasserschichten, aber umgekehrt proportional ihrem Abstand, so folgt der Widerstand  $P$  auf einem im Innern der Röhre verschobenen Wassercylinder vom Radius  $x$  (Abb. 142) und der Länge  $l$  unter Einführung eines Reibungskoeffizienten  $\eta$  gleich

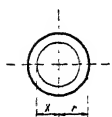


Abb. 142.

$$P = 2\pi x \cdot l \cdot dc \cdot \frac{1}{dx} \cdot \eta. \quad (120)$$

Dieser Widerstand wird von der dem Druckgefälle  $p$  entsprechenden äußeren Kraft  $x^2\pi \cdot p$  im Gleichgewicht gehalten, so daß

$$2\pi x \cdot l \cdot \frac{dc}{dx} \cdot \eta = -x^2\pi \cdot p = -x^2 \cdot \pi R \cdot \gamma,$$

da  $p$  einer Wassersäule  $p = h \cdot \gamma$  entspricht, wobei wir  $h$  als Reibungshöhe mit  $R$  bezeichnen. Daraus:

$$\frac{dc}{dx} = -\frac{R \cdot \gamma}{2l \cdot \eta} \cdot x \quad (121)$$

und

$$c = \frac{R \cdot \gamma}{4l \cdot \eta} (r^2 - x^2). \quad (122)$$

Das nächste Ergebnis des POISEUILLESchen Gesetzes ist somit die parabelformige Geschwindigkeitsverteilung über den Querschnitt.

Um nun die mittlere Geschwindigkeit einzuführen, berechnen wir zunächst die sekundliche Wassermenge  $Q$  aus

$$Q = \int_0^r c \cdot 2\pi x dx$$

durch Einsetzen

$$= \int_0^r \frac{R\gamma}{4l \cdot \eta} (r^2 - x^2) 2\pi x dx = \frac{\pi \cdot R \cdot \gamma}{8l \cdot \eta} r^4.$$

Da  $Q$  aber auch gleich  $r^2\pi \cdot \bar{c}$ , so folgt

$$\frac{R\gamma}{l} = \frac{8r \cdot \bar{c}}{r^2} = \frac{32 \eta \cdot \bar{c}}{d^2}. \quad (123)$$

Der Reibungsverlust für die Einheit der Rohrlänge ist somit nach dem POISEUILLESchen Gesetz der Wassergeschwindigkeit direkt, dem Quadrat des Durchmessers aber indirekt proportional. Da die Erfahrungswerte für parallele Stromfäden mit diesem mathematischen Ergebnis übereinstimmen, erscheint der eingeführte Reibungskoeffizient  $r$  physikalisch berechtigt und wird, wie schon in der Einleitung S. 17 erwähnt, mit Zähigkeit bezeichnet. An gleicher Stelle war auch seine absolute Größe und deren Änderung mit der Temperatur angeführt.

Bemerkenswert ist, daß die Rauheit der Gefäßwände hier keine Rolle spielt. Das wird theoretisch damit begründet, daß bei parabelformiger Geschwindigkeitsverteilung die an der Wand befindliche Schicht als ruhend anzusehen ist.

Dieses einfache Gesetz tritt in der Technik freilich nur selten in Erscheinung, da bei den gebräuchlichen Dimensionen der Gefäße die kritische Geschwindigkeit für Wasser sehr klein wird.

So erhält man z. B. für Wasser von  $10^{\circ}$  C. nur  $c_k = \frac{0,00261}{d} \text{ m sek } d \text{ in m,}$  d. h. für  $d = 10 \text{ cm, } c_k = 2,6 \text{ cm/sek.}$

Solche Werte sind bei Wasserströmungen technisch bedeutungslos. Dagegen fällt die Ölführung in den Leitungen bei Öldruckregulatoren, wie ich auch experimentell nachgewiesen habe<sup>1</sup>, häufig unter den Bereich der kritischen Geschwindigkeit.

Denn es ergibt sich z. B. für Öl in einem Rohr von 1,2 cm Durchmesser:

	Bei einer Temperatur von			
	13,15°	25°	35°	50° C.
mit einer Zähigkeit $\eta$ . . . .	= 0,01755	0,00787	0,00451	0,00223 $\frac{\text{kg sek}}{\text{m}^2}$ ,
einem spezifischen Gewicht $\gamma$ .	= 906	897	890	882 $\text{kg/m}^3$ ,
und einer Dichte $\delta$ . . . .	= 88,9	88	87,3	86,6 $\frac{\text{kg sek}^2}{\text{m}^4}$ ,
eine kritische Geschwindigkeit $c_k$ =	31,7	14,36	8,28	4,125 $\text{m/sek.}$

Von technischer Bedeutung ist dabei, daß in dem Bereich unterhalb der kritischen Geschwindigkeit die Reibung der Zähigkeit proportional und daher mit ihr in hohem Grad von der Temperatur des Öls abhängig ist. Bestimmt vorgeschriebene Zeiten, wie sie im Regulatorbau gelegentlich eingehalten werden müssen, dürfen daher nicht von der, die Durchflußgeschwindigkeit des Öls bedingenden Ölleibung abhängig gemacht werden, sofern die Geschwindigkeit unterhalb der kritischen verläuft und sofern Temperaturschwankungen zu erwarten sind.

#### d) Allgemeine, aus dem Ähnlichkeitsgesetz entwickelte Reibungsgleichung.

Für die oberhalb der kritischen Geschwindigkeit verlaufenden Flüssigkeitsbewegungen ist eine mathematische Darstellung bisher noch nicht gelungen.

Erreicht die mittlere Geschwindigkeit und damit auch die Differenz verschiedener Strahlen einen gewissen Betrag, so werden durch die reibende Wirkung der Nachbarteilchen Rotationen und Wirbel, durch die Druckunterschiede zwischen den einzelnen Strahlen Sekundärströmungen und durch das Vorbeiströmen an

<sup>1</sup> Ölleibung in Röhren. Z. g. T., 1907, S. 461.

der rauhen Wand Querschwingungen senkrecht zur Kanalachse eingeleitet (vgl. S. 62), die das ungeordnete, wirbelnde und wogende Bild (vgl. Abb. 140b) erklärlich machen, das uns die Beobachtung der Wirklichkeit in der Tat zeigt.

Die nächste Folge davon ist, daß die Eindeutigkeit der zu erwartenden Reibungsverluste nicht mehr in gleichem Maß besteht wie bei der geordneten Strömung.

Wenn auch das Experiment auf Gesetze führt, die nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit im allgemeinen mit großer Genauigkeit zutreffen, so zeigen sich doch gelegentlich auch unerwartete, wenn auch nicht unerklärliche Ausnahmen. So haben sich schon öfters bei Turbinenkonstruktionen labile Strömungserscheinungen eingestellt, derart, daß sich während eines mehrstündigen Betriebs die hydraulischen Verluste nach und nach verringerten, um nach jedesmaligem Abstellen mit einem Größtwert zu beginnen<sup>1)</sup>. Umgekehrt hat man schon beobachtet, daß nach dem Öffnen einer Wasserleitung der Ausfluß im Verlauf einiger Viertelstunden abnimmt. Ähnlich wie sich in einem offenen Wasserlauf Strudel bilden und auflösen, so werden auch in geschlossenen Leitungen Wirbel-

bildungen auftreten können, die längere Zeit zur Entwicklung brauchen und die Reibungsverluste wesentlich beeinflussen.

Immerhin treten solche labile Erscheinungen in auffallender Weise nur dann auf, wenn das Wasser in der Turbine bzw. in seinem Kanal nicht zwangläufig geführt ist, d. h. wenn es an einigen Stellen des fraglichen Durchflußquerschnitts Verzögerungen erleidet.

Denn, so genau als beobachtet werden kann, zeigt sich, daß die Reibungsverluste bei genau gleichmäßiger Wasserführung in geraden Röhren und noch mehr bei ausgesprochener Beschleunigung unter gleichen Bedingungen stets den gleichen Betrag aufweisen<sup>2)</sup>.

Wenn wir zwar auch hier nicht in der Lage sind, die Reibungsgleichung synthetisch zu entwickeln, so gibt doch die Anwendung des Ähnlichkeitsgesetzes<sup>3)</sup> die Möglichkeit, über ihre Form wichtige Beziehungen aufzustellen, die auch durch den Versuch bestätigt sind<sup>4)</sup>.

Nach dem Ähnlichkeitsgesetz haben wir bei verschiedenen Versuchen »ähnliche« Vorgänge dann zu erwarten, wenn die Verhältnisse sämtlicher Raumdimensionen (geometrische Ähnlichkeit), sowie die Verhältnisse sämtlicher Kräfte jeweils unter sich gleich bleiben.

<sup>1)</sup> Versuche an einem früheren C-Laufrad von BRIEGLEB, HANSEN & Co. zeigten eine ganz ähnliche Vermehrung des Wirkungsgrads von etwa 83% bis über 94%. Siehe auch S. 228.

<sup>2)</sup> HOCHSCHILD, Strömung in Kanälen. Z., 1913, S. 655.

<sup>3)</sup> FÖPPL, IV, 1901, S. 349.

<sup>4)</sup> BLASIUS, Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen. Z., 1912, S. 639.

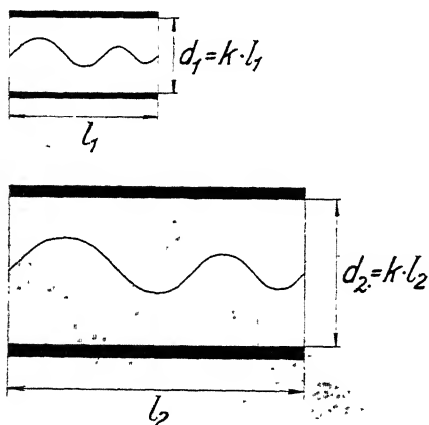


Abb. 143. Ähnliche Gefäße mit ähnlichen Strömungen.

Die Ähnlichkeit der Dimensionen wurde im vorliegenden Fall durch die Röhrenform gewährleistet (Abb. 143), vorausgesetzt, daß die Unebenheiten der Rauheit dem Rohrdurchmesser proportional sind.

Die Bedingung für gleiche Verhältnisse aller Kräfte erkennen wir aber am besten durch Betrachten der differentialen Bewegungsgleichung für zähe Flüssigkeiten, zu deren Ableitung auf FOPPL, IV, 1901, S. 463 oder FOPPL, VI, 1910, S. 447 verwiesen sei.

Sie lautet mit unsern Bezeichnungen z. B. für die  $x$ -Richtung des Koordinatensystems:

$$\frac{\gamma'}{g} \left( \frac{\partial c_x}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} \right) = - \gamma' \frac{\partial h}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial z^2} \right). \quad (124)$$

Ein Vergleich mit den EULERSchen Grundgleichungen (S. 50) zeigt, daß das Schwerkraftsglied weggefallen ist, was keine Vernachlässigung bedeutet, wenn die beiderseitigen Röhrenden untergetaucht sind. Neu hinzugetreten aber ist das Reibungsglied  $\eta \left( \frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial z^2} \right)$ , das meist in der Abkürzung des LAPLACESchen Operators  $\eta \nabla^2 c_x$  geschrieben wird.

Wir haben somit eine Gleichung zwischen einer Trägheits-, einer Druck- und einer Zähigkeitskraft. Die erste ist  $\frac{\gamma'}{g}$  proportional, sowie einer Beschleunigung, oder auch, was für unsere Zwecke dienlicher ist, einem Geschwindigkeitsquadrat durch eine Länge.

Bezeichnen wir die entsprechenden Verhältniszahlen für verschiedene Betriebszustände 1 und 2 mit  $f_i, f_g, f_c, f_l$ , derart, daß z. B.  $f_i = \frac{\gamma'_2}{\gamma'_1}$ , so erscheint die Trägheitskraft im Fall 2 um  $\frac{f_i}{f_g} \frac{f_c^2}{f_l}$  größer als im Fall 1.

In gleicher Weise ergeben sich die Druckkräfte vermehrt um  $\frac{f_i f_h}{f_l}$  und die Zähigkeitskräfte um  $\frac{f_i f_c}{f_l^2}$ .

Die Bedingung für ähnliche Betriebszustände ist nun, daß sich die genannten Kräfte je im gleichen Verhältnis ändern oder daß

$$\frac{f_i f_c^2}{f_g f_l} = \frac{f_i f_h}{f_l} = \frac{f_i f_c}{f_l^2}$$

bzw. daß einmal

$$\frac{f_c f_l f_i}{f_\eta \cdot f_g} = 1, \text{ oder } \frac{f_c f_l f_o}{f_\eta} = 1, \quad (125)$$

wenn  $\frac{\gamma'}{g} = \text{Dichte } \delta$  gesetzt, und daß weiter

$$\frac{f_h \cdot f_g}{f_c^2} = 1. \quad (126)$$

Ist das erfüllt, so folgt, daß für konstante Werte von  $\frac{c \cdot l \cdot \delta}{\eta}$  auch der Druckzuwachs auf die Geschwindigkeitshöhe  $\frac{h}{\frac{c^2}{2g}}$  konstant ausfallen muß.

Oder mit andern Worten: Man hat bei verschiedenen Strömungen denselben Druckabfall  $h$  pro  $\frac{c^2}{2g}$  zu erwarten, wenn die leitenden Gefäße ähnlich sind und wenn der Ausdruck  $\frac{c \cdot l \cdot \delta}{\eta}$  in jedem Fall denselben Wert besitzt.

Dieses Ergebnis kann auch in der Form gebracht werden:

$$\frac{h}{\frac{c^2}{2g}} = \text{Funktion von } \frac{c \cdot l \cdot \delta}{\eta} = f\left(\frac{cl\delta}{\eta}\right)$$

oder

$$h = f\left(\frac{cl\delta}{\eta}\right) \cdot \frac{c^2}{2g}. \quad (127)$$

Bei horizontalen Röhren stellt der Druckabfall  $h$  den Reibungsverlust  $R$  dar. Setzen wir dabei als Längenmaß den Rohrdurchmesser  $d$  ein, so folgt

$$R = f\left(\frac{cd\delta}{\eta}\right) \cdot \frac{c^2}{2g}. \quad (128)$$

Diese Gleichung wird für praktische Versuche an Röhren zweckmäßig unter der Überlegung erweitert, daß der Reibungsverlust  $R$  offenbar der Rohrlänge  $l$  proportional ist. Wir multiplizieren daher die Gleichung mit  $\frac{l}{l}$  oder für  $l = \frac{d}{k}$  (Abb. 143) mit  $\frac{kl}{d}$  und schreiben in Übereinstimmung mit späteren Erfahrungs-

formeln (S. 112)

$$R = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}, \quad (129)$$

wobei

$$\lambda = k \cdot f\left(\frac{cd\delta}{\eta}\right). \quad (130)$$

BLASIUS hat in seiner schon erwähnten Arbeit praktische Versuchsergebnisse (SAPH und SCHODER, NUSSELT, GEBERS) zur Prüfung dieser Formel herangezogen und sie bestätigt gefunden.

Dazu trug er die Größe  $\lambda$  in Abhängigkeit von  $\frac{cd\delta}{\eta}$  in einem logarithmischen Koordinatensystem auf (Abb. 144). Dadurch ergibt sich

$f\left(\frac{cd\delta}{\eta}\right)$  in jedem Fall als eine Exponentialfunktion, deren Exponent leicht bestimmt werden kann. Denn setzt man

$$\lambda = k \cdot \left(\frac{cd\delta}{\eta}\right)^z, \quad (131)$$

so folgt mit

$$\log \lambda = \log \left( k \left(\frac{cd\delta}{\eta}\right)^z \right) = \log k + z \cdot \log \frac{cd\delta}{\eta} \quad (132)$$

für

$$\log \lambda = y, \log k = a \quad \text{und} \quad \log \frac{cd\delta}{\eta} = x \quad (133)$$

$$y = a + z \cdot x$$

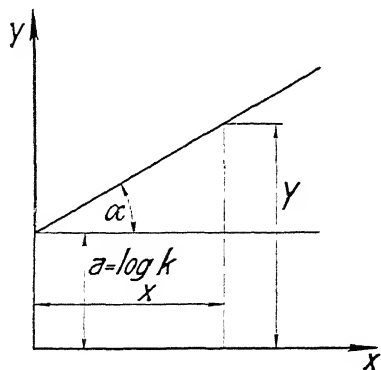


Abb. 144.

die Gleichung einer Geraden, aus deren Schnitt mit der  $y$ -Achse  $a$  bzw.  $k$  und aus deren Steigung  $\alpha$  mit  $\operatorname{tg} \alpha = s$  der gesuchte Exponent bestimmt werden kann.

Die so gemachten Auftragungen der Versuche von SAPH und SCHODER sind in Tafel 11 Abb. 1 wiedergegeben, wobei die Bezeichnung von BLASIUS  $\frac{v d}{\nu}$  an Stelle von  $\frac{c d \delta}{\eta}$  zu bemerken ist.

Als wesentliches Ergebnis zeigte sich dabei, daß die Werte von  $\lambda$  selbst für sehr große Verschiedenheiten der Rohrdurchmesser und Wassergeschwindigkeiten annähernd zusammenfallen, sobald die Größe  $\frac{c d \delta}{r_i}$  denselben Wert besitzt, und die Röhren ähnliche Gestalt aufweisen, wie es bei den gezogenen Messingrohren der Fall war.

Bis zu dem Wert  $\frac{c d \delta}{r_i} = 2000$ , der die kritische Geschwindigkeit kennzeichnet (S. 97), ergibt sich  $\lambda = 64 \frac{r_i}{c d \delta}$  oder das schon erwähnte POISEUILLESche Gesetz der laminaren Strömung (S. 98)

$$R = 64 \frac{r_i}{c d \delta} \cdot \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g} = 32 \frac{r_i}{g \cdot \delta} \cdot \frac{l c}{d^2} = 32 \frac{r_i}{\gamma} \frac{l c}{d^2}. \quad (134)$$

Zwischen  $\frac{c d \delta}{r_i} = 2000$  bis 3000 zeigt sich die bekannte Übergangszone, in der  $\lambda$  von 0,032 bis 0,042 zunimmt.

Darüber erscheint

$$\lambda = 0,3164 \sqrt[4]{\frac{r_i}{c d \delta}} \quad \text{bzw.} \quad R = 0,3164 \sqrt[4]{\frac{r_i}{c d \delta}} \cdot \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}. \quad (135)$$

Bei verzinkten Eisenrohren ist die geometrische Ähnlichkeit infolge der Unebenheiten für verschiedene Durchmesser nicht mehr erfüllt. Deshalb fallen auch die Werte von  $\lambda$  für gleiche  $\frac{c d \delta}{r_i}$  nicht mehr zusammen. Vielmehr wachsen, wie leicht verständlich, die  $\lambda$  mit abnehmendem Rohrdurchmesser der Rohre 18, 19 und 20 (Taf. 11, Abb. 1).

Versucht man aus diesen Betrachtungen eine allgemeine Form der Reibungsgleichung für gerade Leitungen zu entwickeln, so zeigt sich, daß in jedem Fall zwar die Abhängigkeit des  $\log \lambda$  von  $\log \frac{c d \delta}{r_i}$  durch eine Gerade, bzw. die der  $\lambda$  von  $\frac{c d \delta}{r_i}$  durch eine Exponentialfunktion dargestellt werden könnte. Die Steigung der Geraden bzw. der Exponent wechselt aber mit dem Verhältnis der Unebenheiten zum Durchmesser, weshalb die Reibungsgleichung die allgemeine Form erhalten würde:

$$R = m \cdot \left( \frac{\eta}{c d \delta} \right)^n \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}, \quad (136)$$

wobei  $m$  und  $n$  vom Verhältnis der Rauheit zum Durchmesser,  $\eta$  und  $\delta$  von der Flüssigkeit und ihrer Temperatur abhängen.

e) Empirische, oberhalb der kritischen Geschwindigkeit geltende Reibungs-  
gleichungen.

a) Ableitung der Bielschen Gleichung.

Die vorstehende Reibungsgleichung ist ihrer mit Rauheit und Rohrdurchmesser wechselnden Exponentialfunktion wegen in der Praxis nur für vollständig glatte bzw. sehr große Gefäße einfach zu verwenden. Bei den gewöhnlich vorkommenden Oberflächen sind einfache empirische Erfahrungsformeln vorzuziehen.

Diese Formeln ähneln sämtlich der aus dem Ähnlichkeitsgesetz entwickelten Reibungsgleichung (136)

$$R = m \left( \frac{\eta}{c d \delta} \right)^n \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}$$

insofern, als sie den mit  $\lambda$  bezeichneten Ausdruck  $m \left( \frac{\eta}{c d \delta} \right)^n$  in erster Annäherung konstant annehmen, für genauere Rechnung aber durch eine empirische und einfache Beziehung ersetzen. Zunächst erscheint in ihnen somit der Reibungsverlust vom Quadrat der Geschwindigkeit abhängig, und das ist, da sie nur für den Strömungsbereich oberhalb der kritischen Geschwindigkeit gelten, auch wohl begründet. Handelt es sich hierbei doch weniger um die Überwindung von Reibungskräften als um die Vernichtung von Bewegungsenergie, und darf es doch als eines der wenigen sicheren Ergebnisse der modernen Hydrodynamik bezeichnet werden, daß die in der Zähigkeit begründeten Reibungsverluste mit der Geschwindigkeit linear wachsen, während die dem Geschwindigkeitsquadrat proportionalen Verluste mit der Zähigkeit nichts zu tun haben, sondern Energieverbrauch von Wirbeln darstellen, deren Lebensdauer dann freilich von der Zähigkeit der Flüssigkeit abhängt.

Mit den Wirbeln gewinnt dann auch die Rauheit der Wandungen, die zur Einleitung der Sekundärströmungen und -schwingungen besonders wirksam ist, und deren Abwesenheit in der POISEUILLESchen Reibungsgleichung aufgefallen war (S. 98f.), hohe Bedeutung.

Demgegenüber werden wir aus den übersichtlichen Erfahrungsformeln deutlich sehen, daß die von der linearen Geschwindigkeit abhängigen, durch die Zähigkeit bedingten Reibungsverluste stark zurücktreten.

Das führt dazu, wenn wir den letztgenannten Reibungsbetrag zunächst vernachlässigen, ein ganz neues Gesetz für den Reibungsverlust einzuführen.

Setzen wir ihn nämlich für eine Wassermenge vom Volumen  $V$  der benetzten Oberfläche  $O$ , und dem an der Oberfläche zurückgelegten Weg, dazu der Bewegungsenergie bzw. dem Quadrat der Wassergeschwindigkeit proportional, so ergibt sich die Reibungsarbeit zu  $k \cdot O \cdot l \cdot c^2$ , die gleich der Reibungshöhe  $R$  mal dem Wassergewicht  $V \cdot \gamma$  zu setzen ist, so daß

$$V \cdot \gamma \cdot R = k \cdot O \cdot l \cdot c^2. \quad (137)$$

Mit  $V = F \cdot dx$  und  $O = U \cdot dx$  ( $U$  = benetzter Umfang) (Abb. 145) folgt, wenn die Konstante  $k = \psi' \cdot \gamma$  gesetzt wird,

$$R = \frac{l \cdot c^2}{F U} \cdot \psi' \quad (138)$$

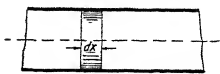


Abb. 145.



oder für die Kreisform mit  $\frac{F}{l^2} = \frac{d}{4}$

$$R = \frac{4 \cdot l \cdot c^2}{d} \cdot \psi' \quad (139)$$

und zeigt für  $\psi' = m \left( \frac{\eta}{c d \delta} \right)^n \frac{1}{2g}$  eine völlige Übereinstimmung mit der allgemeinen Reibungsgleichung (S. 103).

Diese Form läßt sich nun in der Tat mit den Ergebnissen praktischer Versuche in enge Übereinstimmung bringen, wobei die feinere Anpassung durch eine Funktion der Größe  $\psi'$  bewirkt wird.

Wir hatten aus der DARCYschen Darstellung gesehen,

daß die Abhängigkeit des  $\frac{R}{c}$  von  $c$  in dem jetzt besprochenen Bereich durch eine Gerade ausgedrückt wird (Abb. 146), die die Ordinatenachse in Höhe  $b_2$  schneidet. Ihre Gleichung ist dann mit  $\operatorname{tg} \alpha = \alpha_2$

$$\frac{R}{c} = c \cdot \alpha_2 + b_2$$

oder

$$R = c^2 \left( \alpha_2 + \frac{b_2}{c} \right).$$

Spalten wir nunmehr die oben gefundenen Größen  $\frac{l}{F|U}$  aus den Konstanten  $\alpha_2$  und  $b_2$  ab und setzen sie vor die Klammer, so schreibt sich mit neuen Konstanten

$$R = \frac{l c^2}{F|U} \cdot \psi' = \frac{l c^2}{F|U} \left( \alpha_1 + \frac{b_1}{c} \right).$$

Die Größe  $\psi'$  ist von BIEL, dessen Gedankengang ich hier gefolgt bin, auf Grund zahlreicher vorhandener Versuchsergebnisse sowie eigener Experimente eingehend und sehr genau bestimmt worden<sup>1)</sup>.

Wie zu erwarten, war das in  $c$  lineare Glied  $\frac{b_1}{c}$  von der Zähigkeit abhängig. BIEL hat es deshalb »Zähigkeitsglied« genannt, während  $\alpha_1$  in zwei Teile gespalten werden konnte, dessen einer sich für alle Verhältnisse als konstant erwies, während sich der zweite, das »Rauheitsglied«, besonders von der Rauheit der Kanalwände abhängig zeigte.

Schließlich konnte die Variation der Verlusthöhe oberhalb der kritischen Geschwindigkeit durch folgende Gleichung ausgedrückt werden, die nach BIELS Angaben nicht nur für alle Flüssigkeiten und Gase, sondern auch für die verschiedensten geschlossenen und offenen Leitungen und Kanäle, soweit sie überhaupt der Messung zugänglich sind, eine sehr gute Übereinstimmung mit der Wirklichkeit besitzt:

$$R = \frac{l U^2}{F} \cdot \frac{c^2}{1000} \left( 0,12 + \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{\frac{F}{U}}} + \frac{2,5}{100 \mathfrak{F} + 2} \cdot \frac{[\eta]}{c \sqrt{\frac{F}{U} \cdot [\delta]}} \right). \quad (140)$$

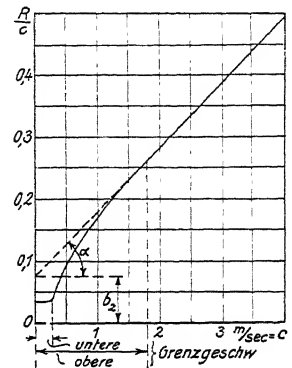


Abb. 146.

<sup>1)</sup> BIEL. Druckhöhenverlust bei der Fortleitung tropfbarer und gasförmiger Flüssigkeiten. Mitteilungen über Forschungsarbeiten. Heft 44.

Für die Kreisform ergibt sich mit

$$\frac{F}{U^2} = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \frac{1}{d \cdot \pi} = \frac{d}{4};$$

$$R = \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{250} \left( 0,12 + \frac{2\mathfrak{F}}{\sqrt{d}} + \frac{5}{100\mathfrak{F} + 2} \cdot \frac{[\eta]}{c \sqrt{d} \cdot [\delta]} \right). \quad (141)$$

Die Gleichung, deren Klammerwert wir mit  $\psi$  bezeichnen, und der  $= 1000 \cdot \psi'$  beträgt, ist rein empirisch, und wie man sich durch Einsetzen der Dimension überzeugt, nicht homogen. Daher muß das verwendete Maßsystem genau eingehalten werden und zwar sind  $[\eta]$  und  $[\delta]$  im C.G.S.-System (z. B. für  $20^\circ$   $[\eta] = 0,01004$ ,  $[\delta] \approx 1$ ) die übrigen Größen im technischen System (m, sek) gemessen.

Die Unsicherheit in der Anwendung der Formel liegt in der jeweiligen Schätzung des Rauheitskoeffizienten  $\mathfrak{F}$ .

Man kann nach BIEL wählen

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| I. Für gezogene Rohre . . . . .                                | $\mathfrak{F} = 0,0064$  |
| II. Für verzinktes Eisen oder sorgfältig ausgeführtes Gußeisen | $\mathfrak{F} = 0,018$   |
| III. Für gewöhnliches Guß- oder Zementrohr . . . . .           | $\mathfrak{F} = 0,036$   |
| IV. Für raue Bretter oder gewöhnlichen Beton . . . . .         | $\mathfrak{F} = 0,054$   |
| V. Für Backstein mit gewöhnlichem Verputz . . . . .            | $\mathfrak{F} = 0,072$ . |

Für Erdböschungen, sowie für nicht verputzte Backsteine wird  $\mathfrak{F}$  beträchtlich größer. Bei Geröll läßt sich ein Wert von  $\mathfrak{F}$  von vornherein nicht angeben.

### β) Diskussion der Bielschen Gleichung.

Die Reibungshöhe ist nach der Bielschen Gleichung dargestellt durch einen Ausdruck  $\frac{l \cdot U}{F}$ , der eine reine Verhältniszahl ist und den ich mit Rücksicht auf seine Anwendung auf Turbinenkanäle die »Kanalkonstante«  $K_k$  nennen will (während  $\frac{F}{U} = \Re =$  Hydraulischer Radius [S. 73], dann durch das Quadrat der mittleren Geschwindigkeit und schließlich durch den »Bielschen« Klammerausdruck  $\psi$ , der aus einem konstanten, einem Rauheits- und einem Zähigkeitsglied besteht, und zur Vermeidung kleiner Zahlenwerte durch 1000 dividiert ist.

Wir werden finden, daß der Klammerausdruck entsprechend der physikalischen Betrachtung bei Entwicklung unsrer Gleichung wenigstens für technisch gebräuchliche Kanäle und Wassergeschwindigkeiten in erster Annäherung konstant gesetzt werden kann. Damit wird

$$R = \frac{lU}{F} c^2 \cdot \frac{\psi}{1000} = K_k \cdot c^2 \cdot \frac{\psi}{1000} \quad 1). \quad (142)$$

Aus dem dimensionslosen Charakter von  $K_k$  (bzw.  $\frac{lU}{F}$  bzw.  $\frac{O}{F}$ ) folgt dann als erstes, sehr bemerkenswertes Ergebnis, daß die Reibungsverluste pro Gewichtseinheit in geometrisch ähnlichen Gefäßen in erster Annäherung gleich groß ausfallen, d. h. daß sie nicht von der absoluten Größe der Gefäße, sondern nur von

1) Durch Streichung der Zahl 1000 erscheint  $R$  in Millimetern.

dem Quadrat der Geschwindigkeit und der Größe  $\psi$  abhängen. Wir würden sonach für gleiches  $c$  und  $\psi$  beim Durchfluß durch nebenstehende Gebilde (Abb. 147) je den gleichen Verlust an Druckhöhe zu verzeichnen haben, wenn das Verhältnis der Längen  $a$ ,  $b$  und  $c$  stets dasselbe ist.

Diese Tatsache hat bei der Konstruktion der Turbinen und besonders bei der Frage Bedeutung, inwieweit man von kleinen Versuchsmodellen auf das Verhalten ähnlich vergrößerter Ausführungen schließen kann. (Vgl. S. 290ff.)

Daraus, daß für konstantes  $\frac{1U}{F}$  und  $\psi$  auch  $\frac{R}{c^2}$  konstant wird, folgt aber, da  $c = \sqrt{2g(H-R)}$  d. h.  $c^2 = 2g(H-R)$ , nun noch weiter, daß auch  $\frac{c^2}{R} = \frac{2gH}{R} - 2g$  oder  $\frac{R}{H}$  konstant wird.

Das ergibt die zweite, gleichfalls im Turbinenbau bedeutungsreiche Folgerung, daß die Reibungshöhe unter den genannten Voraussetzungen dem Gefälle proportional, bzw. daß der Wirkungsgrad  $\epsilon$ , den wir später in der Form  $\epsilon = \frac{H-R}{H}$  kennen lernen werden (S. 251), bei geometrisch ähnlichen Turbinen in verschiedenen Gefällen annähernd konstant gesetzt werden darf.

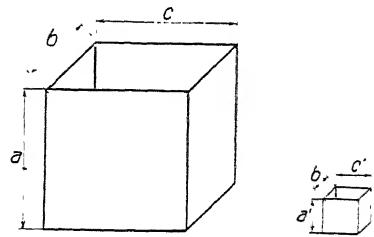


Abb. 147. Ähnliche Durchflußgefäße.

In Wirklichkeit ist freilich der Ausdruck

$$\psi = 0,12 + \frac{\tilde{\gamma}}{\sqrt{\frac{F}{c^2}}} + \frac{2,5}{100\tilde{\gamma} + 2} \cdot \frac{[\eta]}{c \sqrt{\frac{F}{U}} \cdot [\delta]} \quad (143)$$

keine Konstante. Die tatsächliche technische Bedeutung der hier vorkommenden fünf Größen und ihrer Änderungen können wir aber nur durch eine zahlenmäßige Behandlung kennen lernen, und zwar wird es am förderlichsten sein, die Größen, deren Änderung den geringsten Einfluß haben wird, zuerst zu betrachten<sup>1)</sup>.

Da dürfen wir zunächst die Dichte  $[\delta]$  ausscheiden, die sich, wie wir gesehen haben (S. 15), in praktischen Fällen mit dem Druck höchstens um  $\frac{1}{2}\%$  und mit der Temperatur um  $\frac{1}{2}\%$  ändert. Sie wird hier im C.G.S.-System  $= 1$  gesetzt.

In zweiter Linie betrachten wir den Einfluß der Zähigkeit  $[\eta]$ , die ja unter dem Einfluß von Temperaturschwankungen, wie sie die Praxis mit sich bringt, beträchtlichen Änderungen unterworfen ist

$$[\eta] \text{ bei } 0^\circ = 0,0179, \text{ bei } 20^\circ = 0,0100.$$

Der Einfluß von  $[\eta]$  wird, wie aus der Gleichung für  $\psi$  unmittelbar folgt, dann am größten, wenn der erste plus zweite Summand recht klein, der dritte, den  $[\eta]$  regiert, aber recht groß wird. Das tritt ein, wenn die Rauheit  $\tilde{\gamma}$  klein ist, die im zweiten, dem »Rauheitsglied«, im Zähler, im dritten, dem »Zähigkeitsglied«,

im Nenner vorkommt.  $\sqrt{\frac{F}{c^2}}$  befindet sich zwar im zweiten und dritten Sum-

<sup>1)</sup> Es ist dies ein hübsches Schulbeispiel zu dem in der Einleitung hervorgehobenen Unterscheiden der Wichtigkeit verschiedener Veränderlichen.

manden, da es aber im ersten fehlt, wird auch hier ein kleines  $\frac{F}{U}$  bzw. die Kleinheit des Gefäßes die Wirkung von  $[\eta]$  vermehren. Schließlich muß  $c$  im Nenner des Zähigkeitsgliedes möglichst klein gewählt werden.

Wir nehmen daher, um zu sehen, welchen größten Einfluß  $[\eta]$  für technisch gebräuchliche Verhältnisse haben kann, ein kleines und glattes Gefäß mit kleiner Wassergeschwindigkeit an und ändern  $[\eta]$  von  $0^\circ$  bis  $20^\circ$ . Dafür sei nach Abb. 148

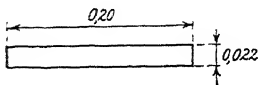


Abb 148. Durchflußquerschnitt.

$$F = 0,0044 \text{ m}^2,$$

$$U = 2 \cdot 0,222 \approx 0,4 \text{ m},$$

$$\frac{F}{U} = 0,01 \text{ m}, \quad \sqrt{\frac{F}{U}} = 0,1 \text{ m}^{1/2}.$$

Die Wassergeschwindigkeit werde für ein Gefälle  $H = 1 \text{ m}$  mit  $0,6 \sqrt{2gH}^1) = 2,66 \text{ m/sek}$  gewählt. Dann ergibt sich mit kleinem  $\mathfrak{F} = 0,018$  und mit  $[\eta] = 0,0179$

$$\begin{aligned} \psi &= 0,12 + \frac{0,018}{0,1} + \frac{2,5}{100 \cdot 0,018 + 2} \cdot \frac{0,0179}{2,66 \cdot 0,1 \cdot 1} \\ &= 0,12 + 0,18 + 0,044 = 0,344. \end{aligned}$$

Man bemerkt schon hier das Zurückbleiben des Zähigkeitsglieds, trotzdem die beiden ersten Summanden möglichst klein gehalten wurden; dieselbe Rechnung mit  $[\eta] = 0,0100$  bei  $20^\circ$  ergibt dementsprechend mit

$$\psi = 0,12 + 0,18 + 0,025 = 0,325$$

nur eine geringe Abnahme des Reibungsverlustes von 344 auf 325, d. h. um etwa  $6\%$ . Das ist eine Differenz, die in Anbetracht der unsicheren Schätzung der Rauheit im allgemeinen vernachlässigt werden kann; denn man darf auch nicht vergessen, daß die Reibungsverluste selbst meist nur als ein Korrekturglied in die Arbeitsgleichung eintreten, daß somit die Korrektur der Korrektur füglich verschwindet.

Immerhin darf gesagt werden, daß der Einfluß der Zähigkeit bzw. der Temperatur in besonders günstigen Fällen und wenn die Messungen etwa an demselben Apparat bei geringer zeitlicher Unterbrechung stattfinden, wohl festzustellen ist.

Was den Einfluß der Geschwindigkeit  $c$ , bzw. des Gefälles betrifft, so findet auch er unmittelbar nur im Zähigkeitsglied statt. Wir machen also wieder in gleicher Weise den ersten und zweiten Summanden möglichst klein, den dritten

mit großer Zähigkeit groß, sodaß wieder  $\sqrt{\frac{F}{U}} = 0,1$ ,  $\mathfrak{F} = 0,018$  und  $[\eta] = 0,0179$ .

Die Geschwindigkeit wechseln wir dagegen für 1 bis 100 m Gefälle zu 2,66 bis 26,6 m/sek.

Dann ergibt sich im ersten Fall

$$\psi = 0,12 + \frac{0,018}{0,1} + \frac{2,5}{100 \cdot 0,018 + 2} \cdot \frac{0,0179}{2,66 \cdot 0,1 \cdot 1} = 0,344,$$

im zweiten

$$\psi = 0,12 + \frac{0,018}{0,1} + \frac{2,5}{100 \cdot 0,018 + 2} \cdot \frac{0,0179}{26,6 \cdot 0,1 \cdot 1} = 0,304.$$

<sup>1)</sup> Ein bei Überdruckturbinen gebräuchlicher Wert.

Das bedeutet einen Unterschied von 13%, der, wenn er auch für abnorme Fälle gerechnet ist, doch nicht so leicht übersehen werden darf, und zwar wächst er rasch mit Verkleinerung der Geschwindigkeit.

Bei größeren Gefäßen und bei größerer Rauheit verliert aber auch er bald jede technische Bedeutung, denn z. B. für

$$\frac{F}{\zeta} = 0,09: \quad \sqrt{\frac{F}{\zeta}} = 0,3$$

und  $\tilde{\gamma} = 0,054$  wird unter sonst gleichen Verhältnissen

$$\psi = 0,307 \text{ für } 1 \text{ m Gefälle, und}$$

$$\psi = 0,300 \text{ für } 100 \text{ m Gefälle,}$$

so daß die Differenz des Verlustes nur noch 0,7% beträgt.

Die Variationen der nun folgenden Größen sind viel bedeutungsvoller und mögen gleichzeitig behandelt werden. Sie betreffen den sogenannten hydraulischen

Radius  $R = \frac{F}{\zeta}$  und die Rauheit  $\tilde{\gamma}$ .

Wir nehmen drei verschiedene Größen der Rauheit an und berechnen  $\psi$  dann für je vier verschiedene Verhältnisse  $\frac{F}{\zeta}$ . Dabei werden die vordem behandelten Veränderlichen, die  $\psi$  so wie so nur geringfügig alterieren, in den mittleren Größenwerten  $[\delta] = 1$ ;  $[\eta] = 10^0 = 0,0131$ ;  $\epsilon = 10$  eingesetzt.

Dann ergibt sich für den Rauheitsfall II (S. 106), d. h.  $\tilde{\gamma} = 0,018$  mit  $\frac{F}{\zeta} = 0,01$ , was bei rundem Querschnitt  $\left(\frac{F}{\zeta} = \frac{d^4}{4}\right)$  einem Durchmesser von 4 cm entsprechen würde:

$$\begin{aligned} \psi &= 0,12 + \frac{0,018}{0,1} + \frac{2,5}{100 \cdot 0,018 + 2} \cdot \frac{0,0131}{10 \cdot 0,1 \cdot 1} \\ &= 0,12 + 0,18 + 0,00862 = 0,30862. \end{aligned}$$

Dieselbe Rechnung habe ich mit

$$\frac{F}{\zeta} = 0,09 \quad 0,25 \quad 0,64 \text{ m,}$$

bzw.

$$d = 0,36 \quad 1,0 \quad 2,56 \text{ m,}$$

sowie für die Rauheitsfälle III und IV mit  $\tilde{\gamma} = 0,036$  und  $\tilde{\gamma} = 0,054$  durchgeführt. Zusammengestellt liefert das die Tabelle:

	$\frac{F}{\zeta} = 0,01$	0,09	0,25	0,64
	$d = 0,04$	0,36	1,0	2,56
für $\tilde{\gamma} = 0,018$	$\psi = 0,3086$	0,1829	0,1577	0,1436
für $\tilde{\gamma} = 0,036$	$\psi = 0,4858$	0,2419	0,1931	0,1657
für $\tilde{\gamma} = 0,054$	$\psi = 0,6644$	0,3015	0,2289	0,1880,

wobei freilich nur die zwei ersten Dezimalen praktische Bedeutung haben.

Die Ergebnisse dieser Berechnung sind in Abb. 149 graphisch aufgetragen. Man bemerkt aus ihr, daß größere Änderungen von  $\psi$  überhaupt nur bei kleinen Gefäßen, etwa für  $\frac{F}{\zeta}$  kleiner als 5 cm, d. h. für Kreisform bei Durchmessern

unter 20 cm, vorkommen. Dabei spielt aber sowohl die Änderung der Gefäßgröße, als auch die der Rauheit eine große Rolle, die mit den kleinsten Gefäßgrößen ganz rapid zunimmt.

Auf S. 299 ff. ist ausgeführt, in welcher Weise diese Untersuchungen für die Bewertung ähnlich gebauter Turbinen in verschiedenem Gefälle benutzt werden können, und daß insbesondere beim Übergang auf verkleinerte Ausführung die größte Vorsicht am Platz ist.

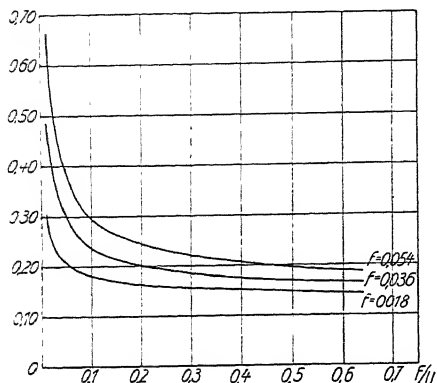


Abb. 149. Biel-Konstante für verschiedene Rauheit  $\bar{f}$  statt  $\bar{\gamma}$ , abhängig von der Gefäßgröße.

Geschwindigkeiten <sup>2)</sup>. Die entsprechenden Werte von  $\psi$  würden zu große Reibungshöhen ergeben und sind deshalb weggelassen. Dagegen sind sie für die großen Werte von  $\bar{\gamma}$  durchweg eingeführt, auch wenn die rauhen Wandungen bei den kleinen Profilradien praktische Bedeutung nicht mehr besitzen.

Zur Erweiterung der Kenntnis der Rauheitszahlen aus der Untersuchung ausgeführter Anlagen berechnet sich  $\bar{\gamma}$  nach der Bielschen Gleichung zu:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{200} \left( 100 \psi - 12 - \frac{2}{\sqrt{\bar{\gamma}}} + \sqrt{\left( 100 \psi - 12 - \frac{2}{\sqrt{\bar{\gamma}}} \right)^2 + \frac{400}{\sqrt{\bar{\gamma}}} \left( 2 \psi - 0,24 - \frac{2,5}{c \sqrt{\bar{\gamma}}} \eta \right)} \right). \quad (144)$$

<sup>2)</sup> Andere Erfahrungsformeln.

Es gibt in Literatur <sup>3)</sup> und Praxis noch eine Menge anderer Erfahrungsformeln für die Bestimmung der Reibungshöhe, die zumeist einfacher gebaut sind und daher nicht so genau der Wirklichkeit entsprechen können, wie es die Bielsche Gleichung zu tun scheint.

Ich werde mich deshalb hierbei kurz fassen und lediglich auf die wichtigsten in Betracht kommenden Formeln und, zur leichteren Orientierung in der Literatur, auf die dabei auftretenden Umschreibungen hinweisen.

Häufig setzt man die Bewegungsenergie in der Form  $\frac{c^2}{2g}$  in die Formel ein, manchmal führt man den Durchmesser einer Röhre ein oder läßt auch die Gefäß-

<sup>1)</sup> Wobei neben BIEL auch Angaben aus: GULDIN, Die Wasserkräfte und aus: WEYRAUCH, Hydraulisches Rechnen berücksichtigt wurden.

<sup>2)</sup> BIEL, Forschg. Arb. Heft 42 S. 41.

<sup>3)</sup> HUTTE, I, 1911, S. 293.



dimensionen ganz weg. Für den ersten Fall ist der Koeffizient  $\varrho$ , für den zweiten  $\lambda$ , für den letzteren  $\zeta$  üblich. Ihre Definition ergibt sich durch Gleichsetzen von

$$R = \frac{l c^2}{F |U|} \cdot \frac{\psi}{1000} = \frac{l}{F |U|} \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot \varrho = \frac{4 \cdot l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot \varrho = \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot \lambda = \frac{c^2}{2g} \zeta, \quad (145)$$

daraus folgt

$$\lambda = 4 \cdot \varrho = \frac{8g}{1000} \cdot \psi = 0,0785 \psi = \zeta \frac{d}{l} = \zeta \frac{4F}{lU} \quad (146)$$

$$\varrho = \frac{\lambda}{4} = \frac{2g}{1000} \cdot \psi = 0,0196 \psi = \zeta \frac{d}{4l} = \zeta \frac{F}{lU} \quad (147)$$

$$\psi = 12,7 \cdot \lambda = 50,8 \cdot \varrho = 12,7 \zeta \frac{d}{l} = 50,8 \cdot \frac{F}{l \cdot U} \cdot \zeta. \quad (148)$$

Bei der Berechnung an Flüssen und Kanälen erscheint die Formel mit  $\varrho$  meist nach der Geschwindigkeit aufgelöst als

$$c = \sqrt{\frac{2g}{\varrho}} \sqrt{\frac{R}{l} \cdot \frac{F}{U}}; \quad (149)$$

dabei bedeutet  $\frac{R}{l}$  das Relativgefälle des Flußlaufs und die Größe  $\sqrt{\frac{2g}{\varrho}}$  wird meist als Erfahrungswert angegeben<sup>1)</sup>.

Am bekanntesten sind für Leitungen die Formeln von WEISBACH<sup>2)</sup>, DARCY<sup>2)</sup> und LANG<sup>3)</sup>, für Kanäle die von WEISBACH<sup>3)</sup>, BAZIN<sup>3)</sup> und KUTTER<sup>3)</sup>. Die WEISBACHsche Formel für Rohre lautet:

$$\lambda = 0,01439 + \frac{0,00947}{\sqrt{c}}, \quad (150)$$

sie genügt, wenn der Rohrdurchmesser größer als 10 cm und wenn die Wassergeschwindigkeit größer als 2 m/sek ist.

Die Formel von DARCY

$$\lambda = 0,0199 + \frac{0,000508}{d} \quad (151)$$

liefert brauchbare Werte für alle Durchmesser, wenn  $c$  etwa gleich 0,25 m/sek.

LANG gibt für vollkommen glatte Rohre

$$\lambda = 0,012 + \frac{0,0018}{\sqrt{c \cdot d}}, \quad (152)$$

für Rohre mit ganz geringen Unebenheiten

$$\lambda = 0,020 + \frac{0,0018}{\sqrt{c \cdot d}}. \quad (153)$$

Wenn  $c \cdot d$  nicht zu klein wird, kann im Mittel einfach  $\lambda = 0,02$  gesetzt werden.

PFARR wendet einen Koeffizienten  $\psi_k$  an, dessen Zahlenwert mit dem Bielschen Klammerausdruck übereinstimmen sollte<sup>4)</sup>.

Wird der Rohrdurchmesser  $d$  durch Ablagerungen auf  $d'$  vermindert, so wächst der Reibungsverlust bei gleicher Wasserförderung und unter Voraussetzung gleicher

<sup>1)</sup> HUTTE, 1911, I, S. 310/11; WEYRAUCH, Hydraulisches Rechnen, 2. Aufl.

<sup>2)</sup> HUTTE, 1911, I, S. 293.

<sup>3)</sup> HUTTE, 1908, I, S. 281.

<sup>4)</sup> PFARR, 2. Aufl., S. 651.



Rauheit mit der fünften Potenz des Durchmesserverhältnisses; denn da die Wassergeschwindigkeit umgekehrt mit dem Querschnitt zunimmt, haben wir

$$R = \frac{l}{d'} \cdot \frac{c'^2}{2g} \cdot \lambda = \frac{l}{d} \cdot \frac{d}{d'} \cdot \frac{c^2}{2g} \left( \frac{c'}{c} \right)^2 \lambda$$

mit

$$\left( \frac{c'}{c} \right) = \left( \frac{d}{d'} \right)^2,$$

$$R = \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot \left( \frac{d}{d'} \right)^3 \cdot \lambda = \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \lambda', \quad (154)$$

wobei

$$\lambda' = \left( \frac{d}{d'} \right)^5 \cdot \lambda.$$

Für Flüsse und Kanäle setzt WEISBACH im Mittel  $\sqrt{\frac{2g}{\rho}} = 51$ . Für genauere Erfahrungswerte vergleiche die Tabelle S. 111 bzw. die Fußnoten auf S. 112.

### 3. Erfahrungswerte bei Querschnitts- und Richtungsänderungen der Leitungen.

#### a) Allmähliche Beschleunigung und Verzögerung.

Die Grundzüge der in diesem Abschnitt besprochenen Erfahrungswerte erscheinen am klarsten, wenn man die durch eine Verzögerung des Wassers zu erwartenden Reibungsverluste mit denen vergleicht, die bei gleichbleibender Geschwindigkeit oder bei Beschleunigung auftreten.

Bei gleichmäßiger Geschwindigkeit und noch mehr bei der Beschleunigung, Abb. 150, des Wassers, wird die jeweilige Wasserbewegung wenigstens in ihrer

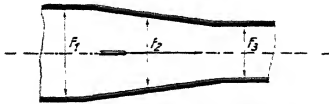


Abb. 150. Verjüngtes Durchflußgefäß.



Abb. 151.

Hauptströmung eindeutig erzwungen. Letztere wird an den verschiedenen Stellen eines Querschnitts von der als mittlere Wassergeschwindigkeit gekennzeichneten

Größe  $\bar{c} = \frac{Q}{F}$  nicht sehr verschieden sein, und der gesamte Verlust wird sich

z. B. bei der allmählichen Verengung einer Rohrleitung als die Summe aus den für gerade Leitungen gefundenen, für die wechselnden Querschnitte und Geschwindigkeiten berechneten Reibungshöhen ergeben (S. 112).

Ganz anders ist es bei den Querschnittserweiterungen, Abb. 151; hier liegt kein zwingender Grund vor, daß die vorherrschende Strömung der mittleren des Querschnitts auch nur annähernd entspräche. Es ist im Gegenteil, wenn man die Größe der Bewegungsenergie der durch den engsten Querschnitt hindurchströmenden Wassermasse beachtet, viel wahrscheinlicher, daß der in die Erweiterung austretende Strahl noch eine Zeitlang mit der ihm innewohnenden Geschwindigkeit weiter schießt, als daß er sich auf die mittlere Geschwindigkeit unter Bildung eines entsprechenden Druckrückgewinns verzögert. Der in den erweiterten Quer-

schnitt hineinstürzende Wasserstrahl gleicht somit in gewissem Sinn einem im Wind flatternden Band, das sich wieder in kleinere Bänder auflösen mag, die wie Würmer durcheinander kriechen, bis ihre Bewegungsenergie soweit verbraucht ist, daß sie der mittleren Geschwindigkeit des erweiterten Querschnitts annähernd entspricht, und es ist nur selbstverständlich, daß die schon erwähnten Sekundärströmungen und Schwingungen hierbei eine wirksame Rolle spielen.

In solchem Fall wäre die gesamte Differenz der Bewegungsenergien im ursprünglichen und im erweiterten Rohr  $\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$  vernichtet.

So schlimm ist es nun im allgemeinen nicht. Die Tendenz, die Hauptströmungsrichtung beizubehalten, verbunden mit der Adhäsion der Wasserteilchen an der Wandung, bringt es mit sich, daß in der Tat auch eine Wasserverzögerung eintritt, die in nützliche Druckenergie umgesetzt wird, und die um so größere Bedeutung gewinnt, je allmählicher die Querschnittserweiterung ausgeführt ist, und die man sich nach Prof. ESCHER etwa aus der Zusammenschiebung verständlich machen kann, die eine Marschkolonne erfährt, deren vorderste Glieder aufgehalten werden.

Wie dem auch sei, man erkennt jedenfalls, wie bedenklich vom Standpunkt der Energieersparnis alle

Wasserverzögerungen angesehen werden müssen, und wir werden in der Tat sehen, daß alle besonders großen Arbeitsverluste bei Wasserströmungen auf Verzögerungen zurückgeführt werden können.

Für die Reibung an der Rohrwand erhalten wir nach S. 112 auf der kleinen Strecke  $dx$  (Abb. 152)

$$dR = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{dx}{\cos \delta/2} \cdot \frac{c^2}{2g}.$$

Mit

$$r = x \operatorname{tg} \delta/2; \quad \frac{dx}{\cos \delta/2} = \frac{-dr}{\sin \delta/2} \quad \text{und} \quad \frac{c}{c_2} = \frac{F_2}{F} = \frac{r_2^2}{r^2}$$

$$dR = -\lambda \cdot \frac{dr}{2r \sin \delta/2} \cdot \frac{r_2^4}{r^4} \cdot \frac{c_2^2}{2g};$$

danach die Reibung zwischen  $F_1$  und  $F_2$ , wenn  $\lambda = \text{konstant}$  gesetzt,

$$R = -\lambda \cdot \frac{r_2^4}{2 \sin \delta/2} \cdot \frac{c_2^2}{2g} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^5} = \lambda \frac{r_2^4}{2 \sin \delta/2} \cdot \frac{c_2^2}{2g} \cdot \frac{1}{4} \left( \frac{1}{r_2^4} - \frac{1}{r_1^4} \right)$$

$$R = \frac{\lambda}{8 \sin \delta/2} \left( 1 - \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^2 \right) \frac{c_2^2}{2g}, \quad ^1) \quad (155)$$

<sup>1)</sup> HUTTE, 1911, I, S. 306.

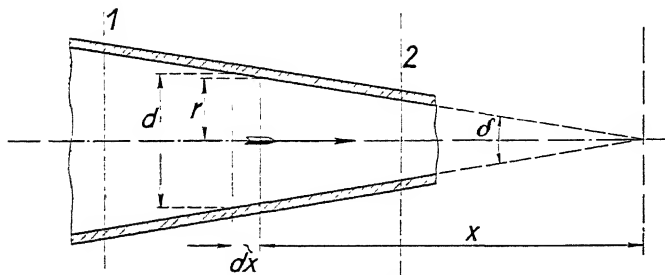


Abb. 152. Konisches Rohr.

die erfahrungsgemäß bei Beschleunigung (Abb. 153a, den Gesamtverlust darstellt, wenn  $\lambda$  etwa dem engeren Teil der Leitung entspricht.

Bei allmählicher Verzögerung  $F_2 > F_1$ , Abb. 153b, tritt noch ein zweites Glied hinzu<sup>1)</sup>, so daß dann

$$R = \frac{\lambda}{8 \sin \delta} \left( \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^2 - 1 \right) \frac{c_2^2}{2g} + \left( \frac{F_2}{F_1} - 1 \right) \sin \delta \cdot \frac{c_2^2}{2g}. \quad (156)$$

Man findet danach z. B. für  $\frac{F_2}{F_1}$  im ersten Falle  $= 1,2$ , im zweiten  $= 2$ , je mit  $\delta = 10^\circ$  und  $\lambda = 0,022$ , und mit  $c_2 = 4$  m/sek im ersten und bei gleicher Wassermenge mit  $c_2 = 2$  m/sek im zweiten Fall, für die Beschleunigung:

$$R = \frac{0,022}{8 \sin 5^\circ} \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \frac{4^2}{2g} = 0,019 \text{ m},$$

für die Verzögerung:

$$\begin{aligned} R &= \frac{0,022}{8 \sin 5^\circ} \left( 4 - 1 \cdot \frac{2^2}{2g} + (2 - 1) \cdot \sin 10^\circ \cdot \frac{2^2}{2g} \right) \\ &= 0,019 \text{ (wie vorhin)} + 0,17365 \cdot 0,204 = 0,019 + 0,0354, \\ R &= 0,0544 \text{ m.} \end{aligned}$$

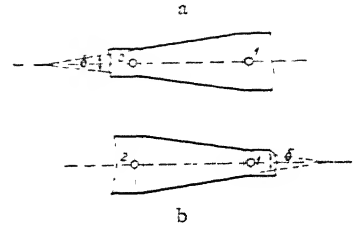


Abb. 153. a Allmähliche Beschleunigung, b Allmähliche Verzögerung.

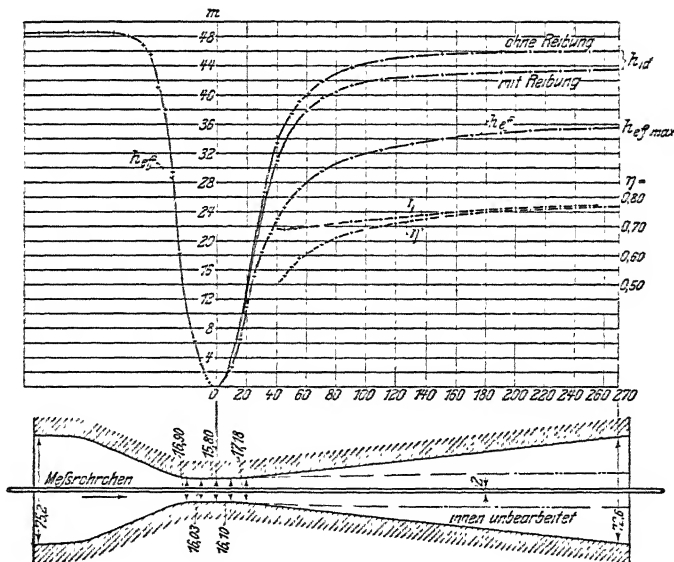


Abb. 154. Druckmessung nach K. ANDRES.

Die günstigste Rohrform ergibt sich für eine mit  $\frac{F_2}{F_1}$  gegebene Verzögerung, durch Differentiation von  $R$  nach der Rohrlänge. (Vgl. dazu S. 488.)

Die angeführten Formeln stammen von FLIEGNER<sup>2)</sup>. In neuester Zeit hat

<sup>1)</sup> HÜTTE, 1911, I, S. 303. ( $\zeta$  und  $\zeta_k$  getrennt aufgeführt!), Beispiel des Venturi-Wassermessers, S. 305.

<sup>2)</sup> FLIEGNER. Civilingenieur. 1875, S. 97.

K. ANDRES weitgehende Versuche über den Druckrückgewinn angestellt<sup>1)</sup>. Er hat dabei nach Abb. 154 in die Achse des Meßkanals ein dünnes Meßröhrchen nach STODOLA eingeführt, durch dessen senkrechte Anbohrungen der jeweilige Druck bestimmt wurde. Die graphische Auftragung des letzteren, sowie der Bewegungsenergie  $\frac{c^2}{2g}$  über der Kanalachse ließ die jeweilige Druckumsetzung bzw. die Reibungsverluste unmittelbar erkennen. Dabei hat ANDRES nicht nur eine große Zahl von Rohren verschiedenen Querschnitts, verschiedener Rauheit und verschiedener Erweiterung untersucht, sondern auch den Zustand des eintretenden Wassers durch eingesetzte Siebe und Schraubenflächen variiert. Er fand dabei (S. 1641):

1. Das Ergebnis ist im Untersuchungsbereich von  $c = 10$  m/sek bis 40 m/sek ungeändert.
2. Die Umsetzung ist bei rundem Querschnitt besser wie bei viereckigem.
3. Kegelförmige Erweiterung ist besser als solche mit linearem oder parabolischem Druckanstieg.
4. Bearbeitete Querschnitte sind günstiger als unbearbeitete.

Bei diesen Messungen wurde die Bewegungsenergie stets aus dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit bestimmt, womit nach S. 65 eine gewisse Ungenauigkeit verknüpft ist. Diese wird naturgemäß beim wirbelnd eingeführten Wasser am größten und führt, wie ANDRES auch andeutet, zu dem unwahrscheinlichen Rechnungsschluß, die Druckumsetzung sei für wirbelndes Wasser günstiger als für axial eingeführtes Wasser.

Im übrigen sei für diesen Gegenstand verwiesen auf FRANCIS, S. 209, WEISBACH, Experimental-Hydraulik, S. 147, BÄNNINGER, Z. g. T., 1906, S. 12, HERSCHEL, Einrichtung zur künstlichen Vergrößerung des Gefälles bei Turbinenanlagen, Z. g.

T., 1908, S. 524 und HOCHSCHILD, Versuche über die Strömungsvorgänge in erweiterten und verengten Kanälen. Forschungsheft 114 und Z., 1913, S. 655.

Der Venturi-Wassermesser, der von HERSCHEL erfunden wurde, benutzt eine in eine geschlossene Rohr-

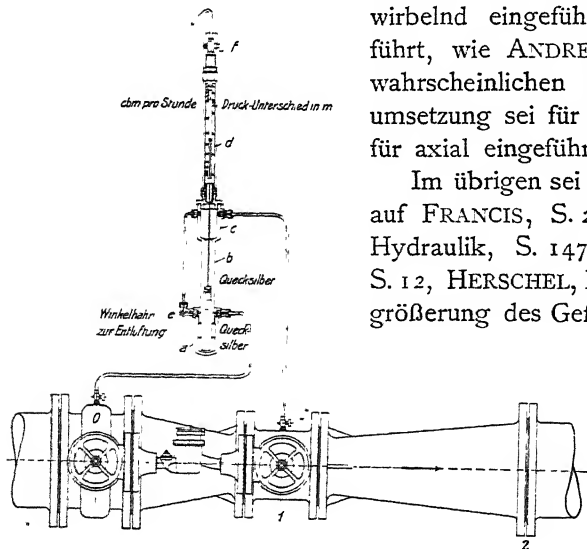


Abb. 155. Venturi-Wassermesser mit parallel geschaltetem Teil-Wassermesser (Siemens & Halske).

leitung eingeführte allmähliche Beschleunigung mit anschließender Verzögerung, um durch die hervorgerufenen Druckunterschiede die Wassergeschwindigkeit und damit die sekundliche Wassermenge für jeden Augenblick angeben zu können.

<sup>1)</sup> ANDRES, Versuche über die Umsetzung von Wassergeschwindigkeit in Druck. Mitteilung über Forschungsarbeiten, Heft 76. Auch Z., 1910, S. 1585.

Abb. 130, S. 88, sowie Abb. 155 zeigen solche Wassermesser. In letzterer Anordnung ist zur Ablesung über längere Zeit noch ein Wassermesser mit Flügel und Zählwerk in Parallelleitung beigelegt. Beim Venturi-Wassermesser benützt man im allgemeinen den Druckabfall zwischen 0 und 1, wo nur unbedeutende Reibungsverluste auftreten, zur Messung, obwohl auch zwischen 1 und 2 die Verluste durch eine sehr langsame Verzögerung in geringen Grenzen gehalten werden.

Aus den Arbeitsgleichungen folgt dann, wobei  $c_0 = \bar{c}_0$  und  $c_1 = \bar{c}_1$  nach S. 67

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_0 + \gamma_0 \frac{c_0^2}{2g} &= \mathfrak{H}_1 + \gamma_1 \frac{c_1^2}{2g} + R_1, \text{ und mit } \gamma_1 = \gamma_0 = \gamma, \\ \gamma \left( \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_0^2}{2g} \right) &= \gamma \frac{c_1^2}{2g} \left( 1 - \left( \frac{F_1}{F_0} \right)^2 \right) = \mathfrak{H}_0 - \mathfrak{H}_1 - R_1 = h - R_1. \\ \text{Mit } R_1 &= \frac{\gamma}{2} \gamma \frac{c_1^2}{2g}; \quad \gamma \frac{c_1^2}{2g} \left( 1 - \left( \frac{F_1}{F_0} \right)^2 + \frac{\gamma}{2} \right) = h, \\ c_1 &= \frac{1}{V\gamma} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left( \frac{F_1}{F_0} \right)^2 + \frac{\gamma}{2}}} \text{ und } Q = c_1 \cdot F_1. \end{aligned} \quad (157)$$

Die Venturimesser werden durch Versuch geeicht, dazu häufig mit Selbstschreibung ausgeführt, die erkennen läßt, welche Wassermengen jederzeit bewegt worden sind.

Für  $\delta > 90^\circ$  versagt das zweite Glied der Gleichung 156, denn es geht bereits für  $\delta = 90^\circ$  in seinen Größtwert über, einen Wert, den auch der für

### b) plötzliche Erweiterung (Abb. 156)

nach BORDA und CARNOT abgeleitete Ausdruck besitzt.

Führen wir nämlich die Kraft  $P$  ein, welche die von 1 nach 2 gelangende Wassermasse  $m$  um  $b$  verzögern muß, so ist  $P = m \cdot b$ .

Die Kraft  $P$  wird durch die Druckdifferenz in 2 und 1, und zwar bei letzterem gleichfalls im erweiterten Querschnitt dargestellt und ist daher  $= F_2 h_2 \gamma - F_2 \cdot h_1 \cdot \gamma$ .

Für die Masse setze ich die sekundliche Masse mal der Zeit  $m = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot t$  und für die Verzögerung die Geschwindigkeitsänderung durch die Zeit  $b = \frac{c_1 - c_2}{t}$  ein. Daraus folgt,

wenn noch  $Q$  durch  $F_2 \cdot c_2$  ersetzt wird, da  $F_2$ ,  $\gamma$  und  $t$  hinausfallen:

$$h_2 - h_1 = \frac{c_1 - c_2}{g} c_2.$$

Dieser Druckrückgewinn ist nun kleiner als die Abnahme an Bewegungsenergie  $\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$ .

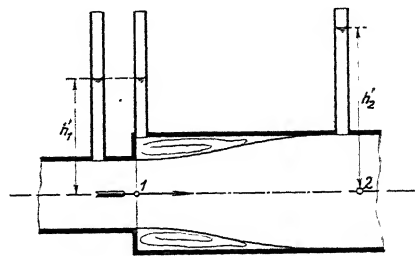


Abb. 156. Durchflußgefäß mit plötzlicher Erweiterung.

Die Differenz beider

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{c_1 - c_2}{g} c_2$$

stellt somit den theoretischen Verlust  $R$  dar.

Zum Vergleich multipliziert man das zweite Glied mit  $\frac{2}{2}$  und erhält

$$R = \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c_2^2}{2g} - \frac{2c_1c_2}{2g} + \frac{2c_2^2}{2g} = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g}. \quad (158)$$

Man kommt in einer freilich weniger einwandfreien Weise auch durch die Gleichung für den Stoßverlust (Abb. 157) [s. auch S. 5].

$$\frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \quad (159)$$

unter der Annahme, daß  $G_2$  sehr viel größer sei als  $G_1$ , auf dasselbe Resultat.

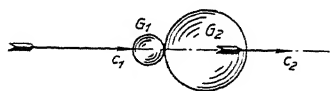


Abb. 157. Direkter Stoß.

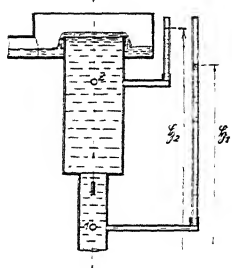


Abb. 158. Durchflußgefäß mit plötzlicher Erweiterung.

Experimentelle Untersuchungen, die BAER, als damaliger Studierender unserer Hochschule nach Rücksprache mit mir über diesen Gegenstand mit sehr hübschen Ergebnissen an vertikal gestellten Röhren (Abb. 158) verschiedener Erweiterung ausgeführt hat<sup>1)</sup>, zeigten, daß die wirklichen Verluste zwischen dem CARNOTSchen Wert  $\frac{(c_1 - c_2)^2}{2g}$  und der Größe  $\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$  liegen, die der gesamten Differenz der Bewegungsenergie zwischen den Punkten 1 und 2 entspricht.

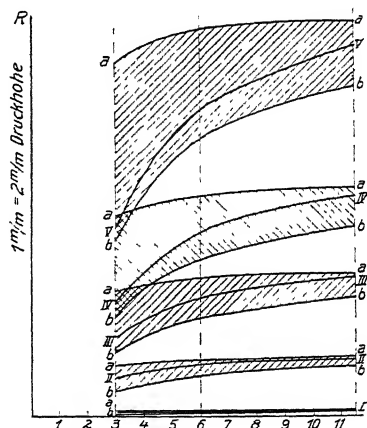


Abb. 159. Verluste bei plötzlicher Erweiterung nach dem Querschnittsverhältnis  $F_2/F_1$  geordnet.

$\overline{II}$  bis  $\overline{IV}$  gemessene Druckverluste für die Geschwindigkeiten  $c_1 = 0,32, 1,11, 1,73, 2,18$  und  $2,88$  m/sek;  $\overline{aa}$  geben die entsprechenden Energiedifferenzen aus

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}; \quad \overline{bb} \text{ die entsprechenden CARNOT-Werte}$$

$$\frac{(c_1 - c_2)^2}{2g}.$$

<sup>1)</sup> DINGLER, 1907, S. 177.

Die Verluste ergaben sich daher einfach als Differenz von:

$$\left(\bar{\mathfrak{G}}_1 + \frac{c_1^2}{2g}\right) - \left(\bar{\mathfrak{G}}_2 + \frac{c_2^2}{2g}\right)$$

mit der Genauigkeit, mit der der abgelesene Lagendruck sowie die aus  $Q$  und  $F$  berechnete Bewegungsenergie die Mittelwerte der in den betreffenden Querschnitten vorhandenen Energiegrößen darstellten.

Es zeigte sich, wie aus beigefügtem Verlustdiagramm (Abb. 159) ersichtlich ist, daß der CARNOT-Verlust  $\bar{h}\bar{b}$  um so genauer stimmte, je kleiner das Verhältnis  $\frac{F_2}{F_1}$  gewählt war, daß dagegen bei großer Querschnittserweiterung beinahe die ganze Differenz der Bewegungsenergie  $\bar{a}\bar{a}$  verloren geht.

### c) Kontraktion.

Mit der jetzt folgenden plötzlichen Verengung, sowie mit den Ablenkungen durch Bogen und Knick tritt eine neue Erscheinung auf, die ihrer großen Bedeutung wegen eine eigene Besprechung verdient: »die Kontraktion«.

Infolge der Trägheit können die bewegten Wasserteilchen nicht plötzliche Richtungsänderungen ausführen. Wenn daher das Gefäß solche Richtungsänderungen vorschreibt, so folgt ihnen die Hauptströmung des Wassers nicht genau, sondern fließt in größerem oder kleinerem Bogen um die betreffende Ecke herum (Abb. 160). Damit erfährt die Hauptströmung bei sonst gleichbleibenden Kanaldimensionen zunächst eine Querschnittsverminderung bzw. eine Beschleunigung.

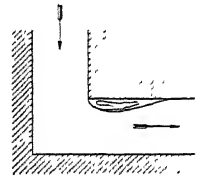


Abb. 160. Kontraktion im Kanaleck.

Es verdient nun besonders hervorgehoben zu werden, daß hiermit ein wesentlicher Reibungsverlust nicht verbunden ist, so wenig wie in den Beispielen der Wasserbeschleunigung, die wir im vorangegangenen Abschnitt kennen gelernt haben.

Die großen, im allgemeinen als Kontraktionsverluste angesprochenen Energieaufwendungen treten erst später ein, und zwar einmal durch die Sekundärströmungen, die durch die Zentrifugaldruckdifferenzen am inneren und äußeren Rand des Kanals hervorgerufen werden (vgl. Abb. 69 nach ISAACHSEN<sup>1)</sup>), vor allem aber durch die Wasserverzögerung der Hauptströmung auf den vollen Kanalquerschnitt, bei der annähernd die ganze Energiedifferenz  $\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$  ( $c_1$  an eingeschnürter Stelle,  $c_2$  im gleichmäßig durchflossenen Querschnitt) vernichtet sein dürfte.

Dabei zeigt sich die Wichtigkeit, nicht mit der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{c} = \frac{Q}{F}$  zu rechnen, mit der diese Differenz gar nicht in die Erscheinung treten würde.

Damit versteht man aber auch ohne weiteres die Verlustquelle für

<sup>1)</sup> Civilingenieur, 1896, S. 367.

## d) Plötzliche Verengung,

wie sie z. B. beim unmittelbaren Anschluß einer Rohrleitung an ein Gefäß auftritt (Abb. 161).

Durch die Trägheit wird die Hauptströmung zunächst bei 1 zusammengezogen.

Der wesentliche Verlust entsteht dann wieder erst während der Verzögerung auf den vollen Querschnitt bis 2.

Nach WEISBACH<sup>1)</sup> wird hier beim Querschnittsverhältnis

$$\frac{F_2}{F_0} = 0,01 \quad 0,1 \quad 0,2 \quad 0,4 \quad 0,6 \quad 0,8$$

$$\zeta = 0,50 \quad 0,47 \quad 0,42 \quad 0,33 \quad 0,25 \quad 0,15,$$

wobei

$$R = \zeta \cdot \frac{c_2^2}{2g}. \quad (160)$$

Solche Strömungen sind sehr empfindlich für die geringsten Ausführungsunterschiede. So kann z. B. durch eine ganz kleine Abrundung, ein sogenanntes Brechen der Kanten, der Verlustkoeffizient  $\zeta$  leicht von 0,5 auf die Hälfte, d. h. auf 0,25 verringert werden.

Ragt dagegen ein Ansatzröhrchen mit stumpfen Kanten in den Behälter hinein (Abb. 162), so wird  $\zeta$  auf 0,56 gesteigert und kann für messerscharfe Kanten sogar den Wert 1,30 annehmen!

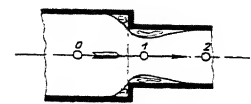


Abb. 161. Plötzliche Verengung.

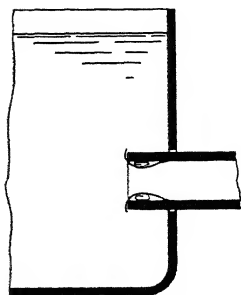


Abb. 162. Scharfer Rohr-ansatz.

## e) Knierohr.

Auch hier treten, wie Abb. 163 andeutet, Kontraktionswirkungen auf, deren Verzögerungsausgleich wieder zu besonders großen Verlusten Anlaß gibt.

Nach WEISBACH<sup>2)</sup> findet man für Rohre von 3 cm Durchmesser angenähert

$$R = \left( \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2} \right) \frac{c^2}{2g}. \quad (161)$$

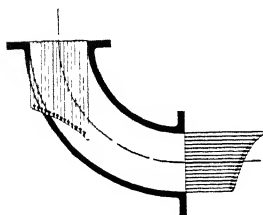


Abb. 163. Knierohr.

## f) Krümmer.

Bei Krümmern erscheint die Verzögerung nicht so offensichtlich wie beim Knierohr. Sie ist aber auch vorhanden, da im Krümmer, wie wir später (S. 160) sehen werden, infolge der Zentrifugalkräfte des abgelenkten Wassers eine andere Geschwindigkeitsverteilung über eine Querschnittsfläche herrscht, wie im geraden Rohr (Abb. 164).

Abb. 164. Eine theoretische Geschwindigkeitsverteilung im Krümmer.



Es werden dementsprechend sowohl beim Übergang vom Rohr in den Krümmer als umgekehrt an einigen Stellen des Querschnitts, sofern seine absolute Größe konstant bleibt, Verzögerungen auftreten, die für die in Frage kommenden Verluste maßgebend sind.

<sup>1)</sup> Hütte, 1911, I, S. 305.

<sup>2)</sup> Vgl. WEISBACH, S. 1044. — Hütte, 1911, I, S. 299.



Man versteht daher auch, daß die Erfahrungszahlen hier nur den Krümmungsradius, nicht aber den Krümmungswinkel berücksichtigen. Für die Gesamtlänge des Krümmers ist dabei der Reibungsverlust ebenso wie für gerade Rohre zu berechnen.

Für den Ein- und Austrittsverlust hat sich für  $d$  bzw.  $a = 3$  cm und  $\varrho =$  Krümmungsradius des mittleren Wasserfadens beim Kreis- bzw. beim Rechteckquerschnitt ergeben <sup>1)</sup>:

$$R = \left(0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{\varrho}\right)^{3,5}\right) \frac{c^2}{2g} \quad (162) \quad \text{bzw.} \quad R = \left(0,124 + 0,274 \left(\frac{a}{\varrho}\right)^{3,5}\right) \frac{c^2}{2g} \quad (163)$$

#### g) Zusammenfassung.

Gemeinschaftlich für all diese Erfahrungsgleichungen ist (vgl. S. 106) der dimensionslose Charakter des die Konstruktionsgrößen betreffenden Gliedes, wonach in geometrisch ähnlichen Gefäßen bei denselben Wassergeschwindigkeiten die gleichen Verluste zu erwarten sind.

Für eine Leitung mit verschiedenen Durchflußteilen (Abb. 165) addieren sich deren Reibungshöhen als  $\Sigma R$ , so daß man im ganzen anschreiben kann:

$$H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + \Sigma R,$$

wenn  $e$  den Eintritts-,  $a$  den Austrittsquerschnitt für die betreffende Untersuchung bezeichnet.

Dabei ist für die Bestimmung von  $\Sigma R$  zu bemerken, daß zu den, die plötzlichen Übergänge, die Krümmer und Knierohre nach Ziffer 1—4 und 6—7 der Abb. 165 betreffenden Verlustgrößen nach den oben angeführten Erfahrungszahlen noch die einfache Rohrreibung zu addieren ist, während die Gleichungen von  $R$  für Verengung und Erweiterung von Ziffer 4—6 den gesamten Verlust einschließen.

Wir können daher, wenn die einzelnen Verlustkoeffizienten mit  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$  usw. bezeichnet werden, anschreiben:

$$\Sigma R = \left(\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \lambda \frac{l_{1-4}}{d_{1-4}}\right) \frac{c_{1-4}^2}{2g} + \zeta_5 \frac{c_5^2}{2g} + (\zeta_6 + \zeta'_6) \frac{c_6^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l_{6-7}}{d_{6-7}} + \zeta_7\right) \frac{c_7^2}{2g}. \quad (164)$$

Daraus läßt sich für gegebene Leitungsdimensionen und für eine erwünschte Durchflußmenge die jeweilige Geschwindigkeit und damit der gesamte Druckabfall unmittelbar und in einfacher Weise berechnen.

Weniger einfach liegt die Aufgabe, wenn die Wassermenge  $Q$  berechnet werden soll, die bei gegebener Gefällsdifferenz die Leitung durchfließt. Man erhält dann eine quadratische Gleichung für  $Q$ .

Wenn schließlich die Rohrdimensionen aus Wassermenge und Gefälle bestimmt werden sollen, ist das direkte Verfahren nicht mehr tunlich, da diese Dimensionen z. T. in die Verlustkoeffizienten eintreten. Man kommt dann rascher durch ein indirektes Verfahren zum Ziel, indem man z. B. das notwendige Gefälle für drei verschiedene Rohrdurchmesser berechnet und auf graphischem Wege die gewünschte Dimension interpoliert.

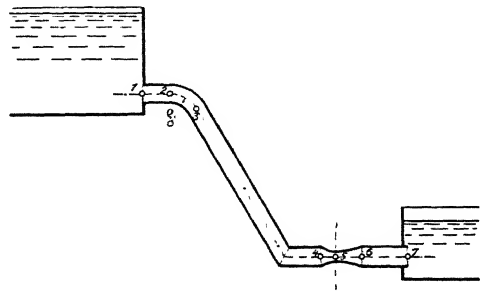


Abb. 165. Wechselnde Durchflußleitung.

<sup>1)</sup> Hütte, 1911, I, S. 299. — WEYRAUCH, Hydraulisches Rechnen, 1909, S. 41.

Beispiel I. Es sei der Reibungsverlust zu berechnen für den Durchfluß von  $Q = 1.65 \text{ m}^3/\text{sek}$  durch die Rohrleitung des Elektrizitätswerkes Raabklamm:

gegeben:  $Q = 1.65 \text{ m}^3/\text{sek}$ ;

Rohrdurchmesser = 1250 mm.  $F = 1.225 \text{ m}^2$ ;

$$v = \frac{1.65}{1.225} = 1.347 \text{ m/sek} \quad \text{und} \quad \frac{v^2}{2g} = 0.0925 \text{ m};$$

1. Verlust durch Rohrreibung  $R_r$ . Länge des gestreckten Rohrstranges 'einschließlich Krümmungen' = 103.24 m.

Nach LANG ist

$$\lambda = 0.020 + \frac{0.0018}{1.347 \cdot 1.25} = 0.020 + 0.00139 = 0.02139;$$

$$R_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0.02139 \cdot \frac{103.24}{1.25} \cdot 0.0925 = 0.1633 \text{ m}.$$

2. Verlust durch Krümmung  $R_k$  '4 Krümmen':

$$R_k = \left( 0.13 + 0.16 \left( \frac{d}{\rho_1} \right)^{3.5} + 0.13 + 0.16 \left( \frac{d}{\rho_2} \right)^{3.5} + \dots \right) \frac{v^2}{2g};$$

$$R_k = \frac{v^2}{2g} \left( 0.52 + 0.16 \left[ \left( \frac{d}{\rho_1} \right)^{3.5} + \left( \frac{d}{\rho_2} \right)^{3.5} + \left( \frac{d}{\rho_3} \right)^{3.5} + \left( \frac{d}{\rho_4} \right)^{3.5} \right] \right).$$

$$R_k = \frac{v^2}{2g} \left( 0.52 + 0.16 \left[ \left( \frac{1.25}{2.0} \right)^{3.5} + \left( \frac{1.25}{5.0} \right)^{3.5} + \left( \frac{1.25}{2.5} \right)^{3.5} + \left( \frac{1.25}{2.0} \right)^{3.5} \right] \right);$$

$$R_k = \frac{v^2}{2g} (0.52 + 0.16 \cdot 0.481) = 0.0925 \cdot 0.597 = 0.055 \text{ m}.$$

3. Eintrittsverlust:

$$R_e = \text{Kontraktionsverlust} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g}; \quad \text{mit } \zeta = 0.15;$$

$$R_e = 0.15 \cdot 0.0925 = 0.0139 \text{ m}.$$

Gesamter Verlust in der Rohrleitung:

$$\Sigma R = R_r + R_k + R_e = 0.1633 + 0.0550 + 0.0139 = 0.2322 \text{ m}.$$

Beispiel II. Wieviel Wasser kann dieselbe Leitung fordern, wenn ein Druckverlust von  $\Sigma R = 1.2 \text{ m}$  zulässig erscheint?

Nach der Aufstellung der Einzelverluste im vorigen Beispiel ist:

$$\begin{aligned} \Sigma R &= R_r + R_k + R_e \\ &= \frac{v^2}{2g} \cdot \left[ \lambda \cdot \frac{l}{d} + \Sigma \left( 0.13 + 0.16 \cdot \left( \frac{d}{\rho} \right)^{3.5} \right) + \zeta \right] \\ &= \left( \frac{Q}{F} \right)^2 \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left[ \lambda \cdot \frac{l}{d} + \Sigma \left( 0.13 + 0.16 \cdot \left( \frac{d}{\rho} \right)^{3.5} \right) + \zeta \right] \end{aligned}$$

und

$$Q^2 = \frac{\Sigma R \cdot f^2 \cdot 2g}{\left[ \lambda \cdot \frac{l}{d} + \Sigma \left( 0.13 + 0.16 \cdot \left( \frac{d}{\rho} \right)^{3.5} \right) + \zeta \right]}.$$

Nach Berechnung der einzelnen Faktoren des Klammersausdrucks ergibt sich dann

$$Q = \sqrt{\frac{1.20 \cdot 1.225^2 \cdot 2g}{1.77 + 0.597 + 0.15}} = 3.66 \text{ m}^3/\text{sek}.$$

Es möge zum Schluß dieser Betrachtungen noch eigens hervorgehoben werden, daß die für die besonderen Verlustquellen angeführten Erfahrungswerte noch keineswegs eine so allgemeine Bestätigung durch die Praxis gefunden haben, wie es erwünscht wäre, und daß sie in so hohem Maße von den Besonderheiten der Ausführung abhängen, daß man wenigstens mit den jetzigen Hilfsmitteln nicht darauf rechnen kann, in allen Fällen genaue Übereinstimmung der theoretischen Betrachtung mit der Wirklichkeit zu erhalten.

Höchst wertvolle Versuchsergebnisse hat an den verschiedensten Teilen der Wasserzuleitung der Anlage in Tyssadal (rund 35 000 PS.) REICHEL erzielt und zur Bestimmung der Reibungsverluste ein Differentialmanometer nach Abb. 110, S. 79, verwendet<sup>2)</sup>.

Er bestimmte dabei z. B. den gesamten Reibungsverlust in einem Stahlgußkrümmer (durch Krümmung und Wandreibung nach der Beziehung)

$$R = \zeta \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

und fand daraus

$$\zeta = 0,293.$$

Nach WEISBACH und LANG berechnet sich derselbe Verlust zu

$$R = \left(0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{\rho}\right)^{3,5} + \lambda \cdot \frac{l}{d}\right) \frac{c^2}{2g}.$$

Setzen wir diesen Wert vergleichsweise  $= \zeta' \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$ , so ergeben sich mit  $\lambda = 0,02 + \frac{0,018}{\sqrt{c \cdot d}}$  für verschiedene Geschwindigkeiten bei dem gleichen Rohrkrümmen die folgenden Werte:

$c$ m sek	$\lambda$	$\zeta'$ nach WEISBACH und LANG	$\zeta$ nach REICHEL	$\frac{\zeta}{\zeta'}$
2,903	0,0215	0,1165	0,299	2,57
3,193	0,0214	0,1164	0,285	2,45
4,400	0,0212	0,1162	0,293	2,52
5,602	0,0211	0,1160	0,290	2,50

REICHEL fand somit für die Krümmer bedeutend höhere Verluste als die Formeln von WEISBACH und LANG erwarten lassen. Dagegen zeigen die Verluste im geraden geschweißten Rohrstrang nach REICHEL geringere Werte als nach LANG, nämlich:

$c$ m/sek	$\lambda'$ nach LANG	$\lambda$ nach REICHEL	$\frac{\lambda}{\lambda'}$
2,637	0,0212	0,0169	0,80
2,142	0,0213	0,0178	0,84
1,331	0,0216	0,0162	0,75

wobei  $\lambda'$  aus  $R = \lambda' \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{l}{d}$  mit  $\lambda' = 0,02 + \frac{0,0018}{\sqrt{c \cdot d}}$ .

Der Grund für diese bemerkenswerten Differenzen liegt sicherlich zum großen Teil in der verschiedenen Rauheit von Stahlguß und Schweißisen.

#### h) Größter Energiefluß durch eine Leitung.

Schließlich möge noch die Frage beantwortet werden, welche Wassermenge bei gegebenem Gesamtgefälle durch eine Leitung geschickt werden muß, damit an ihrem Ende das Maximum von Energie zur Verfügung steht.

<sup>2)</sup> Z., 1911, S. 136 ff.

Die Größe der letzteren  $L$  ist

$$L = Q(H - R) \cdot \gamma.$$

Wenn wir die Reibungshöhe  $R$  dem Quadrat der Geschwindigkeit bzw. dem der Wassermenge proportional setzen,  $R = kQ^2$ , so folgt

$$L = Q(H - k \cdot Q^2) \cdot \gamma$$

und daraus das Maximum für wechselnde Wassermenge aus

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = (H - 3kQ^2) \cdot \gamma = 0 \quad \left( \frac{\partial^2 L}{\partial Q^2} \text{ ist negativ!} \right)$$

für

$$\frac{H}{3} = k \cdot Q^2 = R. \quad (165)$$

Somit tritt die größte Leistung ein, wenn ein Drittel des Gefälles der Reibung geopfert wird.

#### 4. Strömen in nicht gefüllten Gefäßen.

Nicht gefüllte Leitungen, Flüsse und Kanäle unterliegen der Einschränkung, daß die an der Oberfläche befindlichen Wasserteilchen den konstanten Atmosphärendruck besitzen. Die Energiegleichung

$$H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g} = H_y + h_y + \frac{c_y^2}{2g} + R$$

reduziert sich daher, wenn die Punkte  $x$  und  $y$  im Wasserspiegel gedacht sind, auf

$$H_x + \frac{c_x^2}{2g} = H_y + \frac{c_y^2}{2g} + R.$$

Es muß somit, wenn eine gleichmäßige Strömung mit  $c_x$  und  $c_y$  verlangt wird, das jeweilige Lagengefälle  $H_x - H_y$  der verbrauchten Reibungshöhe gleich gemacht werden, und man muß die letztere genau kennen, wenn das Kanalgefälle richtig festgelegt werden soll. Es ist nicht mehr möglich, besondere Bewegungshindernisse durch beliebige Drucksteigerungen zu überwinden und die Freiheit, die bei der Verlegung einer Rohrleitung in beliebigen Höhenlagen besteht, ist hier verschwunden.

Wenn ein längerer Kanal mit zu geringem Gefälle angelegt wurde und die verlangte Wassermenge nicht fördert, so bleibt nur übrig, entweder die Kanalwände zu erhöhen, um eine geringere Wassergeschwindigkeit zu benötigen oder die Reibungsarbeit durch Glätten der Kanalwände so weit zu vermindern, bis sich die gewünschte mittlere Geschwindigkeit einstellt.

Wenn umgekehrt das Kanalgefälle zu groß gewählt wurde, so bewegt sich das Wasser zu rasch, und der Querschnitt wird nicht ausgenutzt.

Man erkennt hieraus die Wichtigkeit der Vorausberechnung der Reibungshöhe. Auch hierfür kann nach BIEL die auf S. 105 gegebene Gleichung 140 mit weitgehender Genauigkeit verwendet werden, weshalb ich mir versagen kann, auf die ältere umfangreiche Literatur<sup>1)</sup> des Gegenstandes näher einzugehen. (Vgl. Tabelle S. 111.)

<sup>1)</sup> Hütte, I, 1908, S. 287.

## 5. Erfahrungswerte für den Ausfluß aus Gefäßen.

Wir bringen hier die Ergebnisse der Erfahrung dadurch in ein mathematisches Gewand, daß wir zunächst unter Vernachlässigung von Reibung und Kontraktion gewissermaßen ideale Ausflußformeln aufstellen, die nachträglich durch Erfahrungskoeffizienten berichtigt werden.

### a) Ausfluß aus Bodenöffnungen.

Bodenöffnungen sind dadurch gekennzeichnet, daß jeder Punkt des Austrittsquerschnitts dem gleichen Gefallsdruck unterliegt.

Die ideale Geschwindigkeit  $c_i$  ist somit für alle Querschnittspunkte

$$c_i = \sqrt{2gH} \quad (166)$$

und die ideale Wassermenge  $Q_i$  für den Querschnitt  $F$  (Abb. 166)

$$Q_i = F \cdot c_i = F \cdot \sqrt{2gH}. \quad (167)$$

In Wirklichkeit ist die Ausflußgeschwindigkeit infolge der Reibungshemmung über dem Querschnitt verschieden. Die Wasserfäden im Innern erreichen zwar sehr nahe die ideale Geschwindigkeit (vgl. KRELLS Versuch, S. 76), die mittlere Ausflußgeschwindigkeit bleibt aber kleiner. Sie kann mit Hilfe eines entsprechenden Geschwindigkeitskoeffizienten  $\varphi_g$  geschrieben werden als (168)

$$c = \varphi_g \cdot c_i = \varphi_g \cdot \sqrt{2gH}.$$

Hier bedeutet  $c$  die mittlere Geschwindigkeit nicht etwa im Querschnitt der Öffnung, sondern im engsten Querschnitt des Ausflusses, der infolge der Kon-

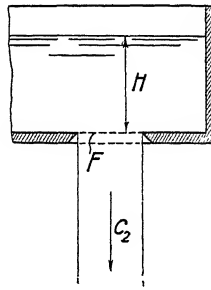


Abb. 166. Ideeller Ausfluß.

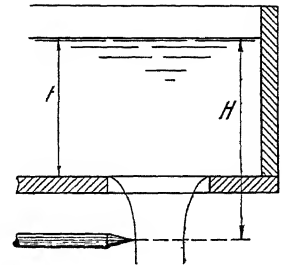


Abb. 167. Ausfluß aus Bodenöffnung.

traktion (S. 119) im allgemeinen kleiner sein wird wie der erste. Da sich der Strahl nach dem Austritt unter dem Einfluß der Schwerkraft auf eine längere Strecke immer weiter zusammenzieht (Abb. 167), hat man unter dem »engsten« Ausflußquerschnitt (Kontraktionsquerschnitt  $F_k$ ) denjenigen Betrag zu verstehen, von dem an weitere Verengungen allein der von der Schwere ausgeübten Geschwindigkeitssteigerung zuzuschreiben sind. Bis zu dieser Stelle wäre dann streng genommen auch die Ausflußhöhe  $H$  zu rechnen.

Aus praktischen Gründen führt man aber diese schwer zu bestimmende Größe nicht in die Rechnung ein, sondern begnügt sich damit,  $H$  nur bis zum eigentlichen Öffnungsquerschnitt zu rechnen.

Der kontrahierte Querschnitt  $F_k$  ergibt sich mit Hilfe eines Kontraktionskoeffizienten  $\varphi_k$  als

$$F_k = \varphi_k \cdot F. \quad (169)$$

Und die wirkliche Wassermenge folgt aus

$$Q = F_k \cdot c = \varphi_k \cdot F \cdot \varphi_g \cdot c_i = \varphi_k \cdot \varphi_g \cdot F \cdot \sqrt{2gH}. \quad (170)$$

Aus dem Versuch erhält man  $F$ ,  $H$  und  $Q$ . Setzt man nun

$$\frac{Q}{F \cdot \sqrt{2gH}} = \mu$$

bzw.

$$Q = \mu \cdot F \cdot \sqrt{2gH}, \quad (171)$$

so zeigt ein Vergleich mit obigem, daß der experimentell bestimmte Ausflußkoeffizient  $\mu$  aus dem Produkt von  $\varphi_g$  und  $\varphi_k$  besteht, insofern man eben das Gefälle in beiden Fällen bis zum Austrittsquerschnitt rechnet<sup>1)</sup>.

Über diesen Gegenstand sind eine große Zahl von Versuchen von WEISBACH ausgeführt und beschrieben worden<sup>2)</sup>.

Ich beschränke mich hier darauf, das anzugeben, was die wesentlichen Eigenschaften des Ausflusses charakterisiert.

Beachtet man, wie die Größe  $\mu$  entstanden ist, so erscheint es als nur begründet, daß sie sich abhängig erweist: 1. von der Größe, Form und Art der Öffnung, 2. vom Gefälle und 3. von der Art, wie das Wasser dem Querschnitt zuströmt.

Für Ausfluß aus scharfer Bohrung in dünner Wand fand WEISBACH unter vielen Versuchen z. B.  $\mu$  für

	$H = 0,6 \text{ m}$	$H = 0,25 \text{ m}$
$D = 1 \text{ cm}$	0,628	0,637
$D = 2 \text{ »}$	0,621	0,629
$D = 3 \text{ »}$	0,614	0,622
$D = 4 \text{ »}$	0,607	0,614
woraus $\mu$ im Mittel = 0,62.		

Man bemerkt dabei eine Abnahme von  $\mu$  mit der Vergrößerung vom Gefälle und Durchmesser, die in der gleichzeitigen Vermehrung der Kontraktion begründet ist.

Was nun die Trennung von  $\mu$  in  $\varphi_k$  und  $\varphi_g$  betrifft, so kann  $\varphi_k$  bzw. der kontrahierte Querschnitt durch Abtasten mit einer Spitze bestimmt werden (Abb. 167).

Häufiger wird  $\varphi_g$ , und zwar in der Art bestimmt, daß man durch eine gut abgerundete, zylindrisch endigende Ausflußdüse  $\varphi_k$  von vornherein = 1 macht, wodurch  $\varphi_g$  mit  $\mu$  zusammenfällt. Dabei muß man aber in Kauf nehmen, daß dieser Geschwindigkeitskoeffizient um eine Kleinigkeit geringer ausfällt als im Fall der Kontraktion, da die Reibung an der Düsenwand größer ist als an der Luft.

Für solche Düsen fand WEISBACH<sup>3)</sup> bei 1 cm Ausflußöffnung

mit $H =$	0,02	0,5	3,5	17	103 m
$\mu = \varphi_g =$	0,959	0,967	0,975	0,994	0,994,

somit in Übereinstimmung mit der Bielschen Gleichung eine mit wachsendem Gefälle zunächst große, später kleinere Abnahme des Reibungsverlustes.

<sup>1)</sup> Theoretisch eindeutig wäre es, die sämtlichen Größen im Öffnungsquerschnitt selbst zu betrachten, dann wäre in obiger Gleichung unter  $c$  nur die senkrecht zum Querschnitt gerichtete Komponente der infolge der Kontraktion im allgemeinen schräg durchfließenden Wassergeschwindigkeit zu verstehen.

<sup>2)</sup> WEISBACH, I, 1875, S. 944 ff.

<sup>3)</sup> WEISBACH, I, 1875, S. 969.

Bei größeren Düsen (nach Abb. 168) fand HANSEN<sup>1)</sup> mit etwa 2 m Gefälle höhere Koeffizienten, und zwar bis  $\mu = 0,9986$ .

Auch dies entspricht, wie wir (S. 109) gesehen haben, der Bielschen Gleichung.

Es erübrigt noch, festzustellen, in welchem Zusammenhang der Ausflußkoeffizient  $\varphi_g$  zu der früher benutzten Reibungshöhe  $R$  steht. Das geschieht durch Gleichsetzen von

$$c = \varphi_g \sqrt{2gH} = \sqrt{2g(H-R)}.$$

Es folgt daraus

$$\varphi_g = \sqrt{1 - \frac{R}{H}} \quad \text{und} \quad R = (1 - \varphi_g^2)H, \quad (172)$$

und wenn wir die Reibungshöhe bei 1 m Gefälle mit  $\varrho$  bezeichnen, d. h.  $\varrho = \frac{R}{H}$ ,

$$\varphi_g = \sqrt{1 - \varrho} \quad \text{und} \quad \varrho = (1 - \varphi_g^2). \quad (173)$$

Eine solche Anschreibung setzt voraus, daß die Geschwindigkeiten im Ausflußquerschnitt konstant seien, da sich  $\varphi_g$  auf die mittlere Geschwindigkeit,  $R$  aber auf die Energie, d. h. auf das mittlere Geschwindigkeitsquadrat, bezieht. Genauer ist daher in Anlehnung an S. 65 zu setzen

$$H - R = \frac{\bar{c}^2}{2g} = \gamma \cdot \frac{\bar{c}^2}{2g},$$

wonach

$$\bar{c} = \varphi_g \sqrt{2gH} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \sqrt{2g(H-R)}$$

und

$$R = (1 - \gamma \cdot \varphi_g^2)H, \quad \varrho = 1 - \gamma \cdot \varphi_g^2, \quad \varphi_g = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \sqrt{1 - \varrho}. \quad (174)$$

Da  $\varphi_g$  bei Düsen zum Teil sehr groß, bis 0,9986, oder  $\varphi_g^2$  bis 0,9972, ausgefallen ist (s. oben), so folgt, daß in solchem Fall  $\gamma$  nur sehr wenig über 1, etwa = 1,002, werden kann, bzw. daß sich die Geschwindigkeiten bei großen und fein ausgeführten Ausflußdüsen über den Ausflußquerschnitt fast konstant einstellen.

Der Ausfluß aus Bodenöffnungen findet praktische Anwendung zur Wassermessung.

S. 84 haben wir ihn schon benutzt gesehen, um die zu messende Wassermenge in gewünschter Weise zu unterteilen. Hier handelt es sich darum, für genau bestimmte Querschnitte und Ausflußkoeffizienten  $\mu$  die Wassermenge aus der jeweiligen Gefällshöhe  $H$  nach  $Q = \mu F \sqrt{2gH}$  zu berechnen.

Damit  $\mu$  auch bei verschiedenem Gefälle möglichst gleich bleibt, empfiehlt es sich, Düsen ohne Kontraktion zu benutzen. Für solche haben HANSEN<sup>2)</sup> und BRAUER<sup>3)</sup> eine sehr genaue Meßmethode des mittleren Ausflußkoeffizienten angegeben.

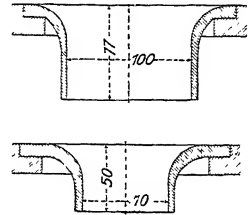


Abb. 168. Ausflußdüsen nach HANSEN.

<sup>1)</sup> Z., 1892, S. 1057.

<sup>2)</sup> Z., 1892, S. 1057.

<sup>3)</sup> Z., 1892, S. 1492.

Nimmt man nämlich (Abb. 169) ein Meßgefäß vom konstanten Querschnitt  $F$  und dem Düsenquerschnitt  $f$  und läßt eine eingebrachte Wassermenge, ohne daß nachgefüllt würde, auslaufen, so entweicht in der Zeit  $dt$  die veränderliche Wassermenge  $Q \cdot dt$ , die einerseits gleich  $F \cdot (-dH)$ , anderseits gleich  $\mu \cdot f \sqrt{2gH} \cdot dt$  gesetzt werden kann, so daß

$$F(-dH) = \mu \cdot f \sqrt{2gH} dt.$$

Kann man hierbei  $\mu$  als konstant voraussetzen, so folgt durch Trennen der Veränderlichen

$$-F \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}} = \mu f \sqrt{2g} dt$$

und Integrieren für eine Beobachtungszeit  $t$

$$2(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \cdot F = \mu \cdot f \sqrt{2g} \cdot t$$

und

$$\mu = \frac{2 \cdot F}{f} \frac{\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}}{t \cdot \sqrt{2g}}. \quad (175)$$

Abb. 169. Düseneichapparat nach HANSEN.

HANSEN hat zur Messung der Höhen  $H_1$  und  $H_2$  einen Schwimmer benutzt, dessen Bewegung durch sekundliche Schläge auf einem angehängten Papierstreifen aufgezeichnet wurden, und fand bei wiederholten Ablesungen vorzügliche Übereinstimmungen der verschiedenen Werte von  $\mu$  bis auf die vierte Dezimale.

### b) Ausfluß aus Seitenöffnungen.

Zur Ableitung der ideellen Werte für den Ausfluß aus Seitenöffnungen benutzen wir Abb. 28 (S. 30), bei der man sich den Deckel abgenommen denken möge.

Vorausgesetzt wird ein Ausfluß ins Freie, so daß die verschiedenen Punkte der Öffnung einem ihrer Höhenlage entsprechend verschiedenen Wasserdruck ausgesetzt sind.

In einem Horizontalstreifen von der Breite  $b$  herrscht aber der gleiche Druck. Für ihn wird daher die ideelle Wassermenge

$$dQ_i = b \cdot \frac{dt}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{2gt}$$

oder, da die Tauchtiefe hier mit dem jeweiligen Druckunterschied  $h$  übereinstimmt,

$$dQ_i = b \frac{dh}{\cos \alpha} \sqrt{2gh}.$$

Damit ergibt sich die Gesamtwassermenge

$$Q_i = \frac{\sqrt{2g}}{\cos \alpha} \cdot \int_{h_0}^{h_u} b \cdot \sqrt{h} \cdot dh.$$



Mit ihr bringt man die wirkliche sekundliche Ausflußmenge  $Q$  wieder durch den Ausflußkoeffizienten  $\mu$  in Beziehung, indem man schreibt:

$$Q = \mu \cdot Q_i = \frac{\mu \cdot \sqrt{2g}}{\cos \alpha} \int_{h_o}^{h_u} b \cdot \sqrt{h} \cdot dh. \quad (176)$$

Dabei ist die Höhenlage des Wasserspiegels mit Rücksicht auf die Rückwirkung der Ausflußströmung in einiger Entfernung vom Ausfluß zu messen.

Die Auswertung des Integrals verlangt die Abhängigkeit der Breite  $b$  von  $h$ . Wir beschränken uns hier auf den Querschnitt konstanter Breite. Dann wird, wenn auch  $\mu$  konstant gesetzt ist,

$$Q = \frac{2}{3} \frac{\mu b}{\cos \alpha} \sqrt{2g} (V h_u^3 - V h_o^3). \quad (177)$$

Diese Form kann durch Einführen des Schwerpunktsabstandes  $h_s$  vereinfacht werden. Mit  $h_u = h_s + \frac{a}{2}$  und  $h_o = h_s - \frac{a}{2}$  ergibt sich nach dem Binomium unter Vernachlässigung höherer Glieder:

$$Q = \frac{\mu \cdot a \cdot b}{\cos \alpha} \sqrt{2g h_s} \left( 1 - \frac{1}{96} \left( \frac{a}{h_s} \right)^2 \right) \quad (178)$$

um so richtiger, je kleiner  $\frac{a}{h_s}$ , d. h. je tiefer die Öffnung unter dem Wasserspiegel liegt.

Praktischer ist es noch, einen Schritt weiter zu gehen und  $\mu$ , das ja doch von Gefälle und Öffnungsgröße abhängt, mit dem Klammerausdruck zu einem neuen Ausflußkoeffizienten  $\mu_1$  zusammenzufassen, so daß

$$\mu_1 = \mu \left( 1 - \frac{1}{96} \left( \frac{a}{h_s} \right)^2 \right) \quad (179)$$

und

$$Q = \mu_1 \frac{a \cdot b}{\cos \alpha} \sqrt{2g h_s}. \quad (180)$$

Danach läßt sich mit  $a \cdot b = f$  auch allgemein schreiben:

$$Q = \mu_1 \cdot \frac{f}{\cos \alpha} \sqrt{2g h_s}. \quad (181)$$

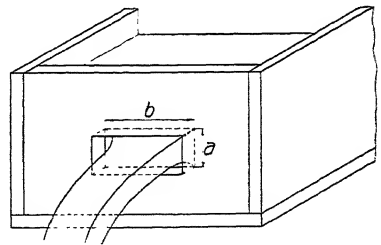


Abb. 170. PONCELET-Ausfluß.

Auch  $\mu_1$ , das die wirkliche Wassermenge mit der ideellen nicht mehr unmittelbar in Beziehung bringt, ist abhängig von der Art der Öffnung, vom Gefälle und von den Zuflußbedingungen.

PONCELET<sup>1)</sup> fand z. B. für eine allseitig scharfkantige, eckige Öffnung in senkrechter Wand ( $\alpha = 0^\circ$ ) nach Abb. 170 und 128 für

$h_s$	$b = 0,2, a = 0,2$	$b = 0,6, a = 0,2$
0,2	$\mu_1 = 0,592$	$\mu_1 = 0,602$
0,3	0,598	0,605
1,0	0,605	0,606
1,5	0,603	0,603
2,0	0,601	0,602

<sup>1)</sup> WEISBACH, I, 2, S. 979.

Dabei muß das Gefäß so groß sein, daß die Zulaufgeschwindigkeit des Wassers für den Ausfluß keine Rolle spielt.

Die Tabelle läßt einen Größtwert von  $\mu_x$  jeweils da erkennen, wo der Schwerpunktsabstand rund 1 m beträgt. Es ist die Stelle, wo für die beiden Öffnungen die Abnahme des Reibungsverlustes mit wachsendem Gefälle noch über die Zunahme der Kontraktion überwiegt.

Ist das Ausflußgefäß nicht sehr groß gegenüber der Ausflußöffnung, so unterstützt die Bewegungsenergie des mit Geschwindigkeit  $c_z$  zulaufenden Wassers den Ausfluß. Ihre Geschwindigkeitshöhe addiert sich für die Bestimmung der ideellen Ausflußgeschwindigkeit zu der Gefällshöhe  $h$ , sodaß

$$c_i = \sqrt{2g \left( h + \frac{c_z^2}{2g} \right)},$$

damit

$$dQ_i = b \cdot dh \sqrt{2g \left( h + \frac{c_z^2}{2g} \right)} \quad (182)$$

und für  $b = \text{konstant}$

$$Q_i = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[ \left( h_u + \frac{c_z^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( h_o + \frac{c_z^2}{2g} \right)^{3/2} \right]. \quad (183)$$

PONCELET berücksichtigt die Energie der Zulaufgeschwindigkeit praktisch dadurch, daß er zu dem obigen Ausflußkoeffizienten  $\mu_x$  die Größe  $0,641 \left( \frac{f}{F} \right)^2 \mu_x$  hinzuaddiert, wobei  $f$  den Ausfluß-,  $F$  den Gerinnequerschnitt bezeichnet, sodaß der Ausflußkoeffizient von PONCELET allgemeiner lautet:

$$\mu_z = \mu_x \left( 1 + 0,641 \left( \frac{f}{F} \right)^2 \right). \quad (184)$$

### c) Überfälle.

Rückt die Seitenöffnung bis über den Oberwasserspiegel, so entsteht der »Überfall«. Meist wird er mit konstanter Breite und mit  $\alpha = 0^\circ$  ausgeführt. Dann gilt wiederum

$$Q = \frac{2}{3} \mu \cdot b \sqrt{2g} (h_u^{3/2} - h_o^{3/2}),$$

und da jetzt  $h_o = 0$ , so erhält die Gleichung, wenn wir  $h_u$  nunmehr als »Überfallhöhe« mit  $h$  bezeichnen, die Form

$$Q = \frac{2}{3} \mu \cdot b h \sqrt{2g h}. \quad (185)$$

Dabei ist  $h$  zu messen, bevor sich die Absenkung des Wasserspiegels (vgl. Abb. 129, S. 88) bemerklich macht.

Auch hier hängt der Ausflußkoeffizient von der Beschaffenheit des Überfalls, der Überfallhöhe und den Dimensionen des Zulaufgerinnes ab.

Die ideelle Wassermenge ergibt sich unter Berücksichtigung der Zulaufgeschwindigkeit  $c_z$  nach obigem zu

$$Q_i = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[ \left( h_u + \frac{c_z^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{c_z^2}{2g} \right)^{3/2} \right]. \quad (186)$$

Die Forscher begnügen sich aber auch hier, die verschiedenen Veränderlichen in den Ausflußkoeffizienten der einfachen Formel

$$Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2g h} \quad (187)$$

zusammenzulegen und die Größe von  $\mu$  bzw. von  $^{2/3}\mu$  durch den Versuch zu bestimmen. Hierzu möchte ich nur die Erfahrungswerte der neueren Forscher FRESE und HANSEN angeben, die besondere Beachtung verdienen.

Ersterer fand <sup>1)</sup> für rechteckige und scharfkantige Überfälle in vertikal gestellter Gefäßwand, die symmetrisch zum Zulaufgerinne entsprechend Abb. 171 eingebaut sind, den Ausflußkoeffizienten  $\mu$  der Formel 187:

$$Q = ^{2/3}\mu \cdot b \cdot h \sqrt{2g'h}$$

zu

$$\mu = \left(0,5755 + \frac{0,017}{h + 0,18} - \frac{0,075}{b + 1,2}\right) \left(1 + \left(0,025 \left(\frac{b}{B}\right)^2 + 0,25 + \frac{0,0375}{\left(\frac{h}{l_2}\right)^2 + 0,02}\right) \left(\frac{h}{l_2}\right)^2\right), \quad (188)$$

also abhängig von Überfallhöhe  $h$ , Überfallbreite  $b$ , Zulaufbreite  $B$  und Kanaltiefe  $l_2$ .

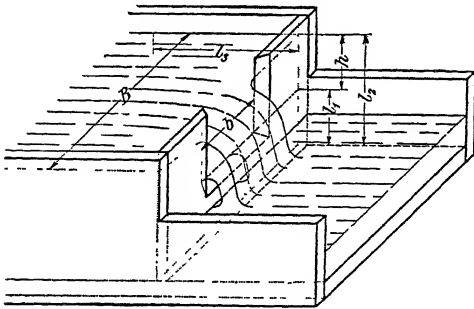


Abb. 171. Überfall mit Seitenkontraktion.

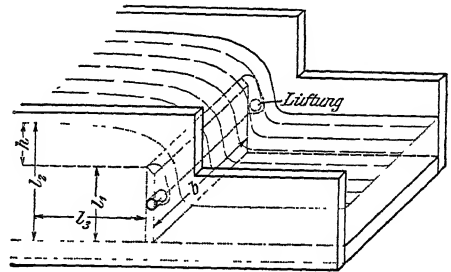


Abb. 172. Überfall ohne Seitenkontraktion.

Wird  $b = B$ , so haben wir einen Überfall ohne Seitenkontraktion (Abb. 172); dann wird die Formel für  $\mu$  einfacher:

$$\mu = \left(0,6150 + \frac{0,0021}{h}\right) \left(1 + 0,55 \left(\frac{h}{l_2}\right)^2\right). \quad (189)$$

Sie gilt, solange  $b > h > 0,1$  m.

HANSEN <sup>2)</sup> hat nur die letztere Art der Überfälle und auch nur für die Breite von  $b = 1082$  mm und für die Tiefen von  $l_2 - h = l_1 = 514$  mm untersucht. Es zeigte sich, daß  $^{2/3}\mu$  zwischen 82 mm und 291 mm durch die einfache Beziehung

$$^{2/3}\mu = \frac{0,41137}{1 - 0,35815 \sqrt{h^3}} \quad (190)$$

ausgedrückt werden konnte, und darf, wie die Formel von FRESE zeigt, auch für Überfälle, die von der Originalbreite nicht allzusehr abweichen, angewendet werden.

Zu ihrer leichteren Verwertung ist hier eine Tabelle der Wassermengen nach HANSEN für 1 m Breite bei wechselnder Überfallhöhe beigelegt, die ich als Assistent von Prof. PFARR mit auszurechnen hatte.

<sup>1)</sup> Z., 1890, S. 1285.

<sup>2)</sup> Z., 1892, S. 1057 ff.

## Überfallwassermengen für 1 m Breite (ohne Seitenkontraktion) nach HANSEN.

$h$ mm	$Q$ lit/sek	$h$ mm	$Q$ lit/sek	$h$ mm	$Q$ lit/sek	$h$ mm	$Q$ lit/sek	$h$ mm	$Q$ lit/sek	$h$ mm	$Q$ lit/sek
100	58,3	150	108,1	200	168,4	250	238,4	300	318,1	350	407,5
101	59,2	151	109,2	201	169,7	251	239,9	301	319,8	351	409,4
102	60,1	152	110,3	202	171,0	252	241,4	302	321,5	352	411,3
103	61,0	153	111,4	203	172,3	253	242,9	303	323,2	353	413,2
104	61,9	154	112,5	204	173,6	254	244,4	304	324,9	354	415,1
105	62,8	155	113,7	205	174,9	255	246,0	305	326,6	355	417,0
106	63,7	156	114,8	206	176,3	256	247,5	306	328,3	356	418,9
107	64,6	157	115,9	207	177,6	257	249,0	307	330,0	357	420,8
108	65,5	158	117,1	208	178,9	258	250,5	308	331,7	358	422,7
109	66,4	159	118,2	209	180,3	259	252,1	309	333,5	359	424,6
110	67,4	160	119,3	210	181,6	260	253,6	310	335,2	360	426,6
111	68,3	161	120,5	211	182,9	261	255,1	311	336,9	361	428,5
112	69,2	162	121,7	212	184,3	262	256,7	312	338,7	362	430,4
113	70,2	163	122,8	213	185,6	263	258,2	313	340,4	363	432,3
114	71,1	164	124,0	214	187,0	264	259,8	314	342,1	364	434,3
115	72,1	165	125,1	215	188,4	265	261,3	315	343,9	365	436,2
116	73,0	166	126,3	216	189,7	266	262,9	316	345,6	366	438,2
117	74,0	167	127,5	217	191,1	267	264,4	317	347,4	367	440,1
118	74,9	168	128,6	218	192,5	268	266,0	318	349,2	368	442,1
119	75,9	169	129,8	219	193,8	269	267,6	319	350,9	369	444,1
120	76,9	170	131,0	220	195,2	270	369,1	320	352,7	370	446,0
121	77,9	171	132,2	221	196,6	271	270,7	321	354,4	371	448,0
122	78,8	172	133,4	222	198,0	272	272,3	322	356,2	372	450,0
123	79,8	173	134,6	223	199,4	273	273,9	323	358,0	373	452,0
124	80,8	174	135,8	224	200,8	274	275,5	324	359,8	374	453,9
125	81,8	175	137,0	225	202,2	275	277,1	325	361,6	375	455,9
126	82,8	176	138,2	226	203,6	276	278,7	326	363,4	376	457,9
127	83,8	177	139,4	227	205,0	277	280,3	327	365,2	377	459,9
128	84,8	178	140,6	228	206,4	278	281,9	328	367,0	378	461,9
129	85,9	179	141,8	229	207,8	279	283,5	329	368,8	379	463,9
130	86,9	180	143,1	230	209,2	280	285,1	330	370,6	380	465,9
131	87,9	181	144,3	231	210,7	281	286,7	331	372,4	381	467,9
132	88,9	182	145,5	232	212,1	282	288,3	332	374,2	382	469,9
133	89,9	183	146,7	233	213,5	283	289,9	333	376,0	383	471,9
134	91,0	184	148,0	234	215,0	284	291,6	334	377,8	384	473,9
135	92,0	185	149,2	235	216,4	285	293,2	335	379,6	385	476,0
136	93,1	186	150,5	236	217,8	286	294,8	336	381,5	386	478,0
137	94,1	187	151,7	237	219,3	287	296,5	337	383,3	387	480,0
138	95,2	188	153,0	238	220,7	288	298,1	338	385,2	388	482,1
139	96,2	189	154,2	239	222,2	289	299,7	339	387,0	389	484,1
140	97,3	190	155,5	240	223,6	290	301,4	340	388,8	390	486,1
141	98,3	191	156,8	241	225,1	291	303,0	341	390,7	391	488,2
142	99,4	192	158,8	242	226,6	292	304,7	342	392,5	392	490,3
143	100,5	193	159,3	243	228,0	293	306,4	343	394,4	393	492,3
144	101,6	194	160,6	244	229,5	294	308,0	344	396,3	394	494,4
145	102,6	195	161,9	245	231,0	295	309,7	345	398,1	395	496,5
146	103,7	196	163,2	246	232,5	296	311,3	346	400,0	396	498,6
147	104,8	197	164,5	247	234,0	297	313,1	347	401,8	397	500,6
148	105,9	198	165,8	248	235,4	298	314,8	348	403,7	398	502,7
149	107,0	199	167,1	249	236,9	299	316,4	349	405,6	399	504,8
150	108,1	200	168,4	250	238,4	300	318,1	350	407,5	400	506,9

Von besonderem Interesse ist es, die Ergebnisse der beiden Forscher, angewendet auf denselben HANSEN-Überfall von 1 m Breite, einander gegenüber zu stellen. Danach erhält man

mit $b = 1$ m und $h =$	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3 m
nach HANSEN	$Q = 20,45$	58,28	108,1	168,36	238,44	318,13
nach FRESE	$Q = 21,77$	60,23	110,80	172,30	243,80	324,00
somit nach FRESE mehr um	6,3	3,4	2,3	2,3	2,1	1,8 %

Das sind somit, auch wenn man berücksichtigt, daß die Formel von FRESE erst bei  $h = 0,1$  m gilt, erhebliche Unterschiede, und man darf sich wohl fragen, wie das bei der peinlichen Sorgfalt, die beide Forscher angewendet haben, erklärt werden kann.

Sicherlich liegt ein Grund z. B. in der Schwierigkeit der genauen Messung aller beteiligten Größen. Sie kann aber, da die Ablesungswerte des einzelnen Forschers unter sich sehr genau übereinstimmten, nicht ausschlaggebend sein, der maßgebende Grund muß vielmehr in der in den beiden Fällen verschiedenen Versuchsanordnung gesucht werden. HANSEN beobachtete die Überfallhöhe an einem Glasfenster, wobei der Einfluß des Meniskus eigens berücksichtigt wurde (vgl. S. 37) und wobei die Wellenerhebungen des vorbeiströmenden Wassers durch häufige in gleichen Zeitintervallen ausgeführte Ablesungen unschädlich gemacht werden sollten. FRESE beobachtete den Wasserspiegel an ruhiger Stelle durch eine umgebogene Spitze. Von größerer Wichtigkeit scheint aber der Umstand, daß das Wasser von beiden Forschern vermutlich nicht in genau gleicher Weise dem Gerinne zugeführt wurde, sowie daß FRESE das Wasser durch Meßgefäße, HANSEN aber durch die nach S. 128 geeichten Düsen gemessen hat. Strömt das Wasser z. B. dem Meßgerinne nach Abb. 173 mit großer Energie zu, so wird es durch sie mit verhältnismäßig zu kleiner Überfallhöhe über die Überfallkante hinübergeschwemmt, und mir ist ein Fall bekannt, wo ein Überfall um mehr als 10% zu wenig Wasser angab, weil er zu nahe am Auslauf des Turbinensaugrohrs eingebaut worden war.

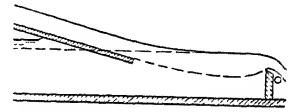


Abb. 173. Fehlerhafter Überfall.

Ist das Wasser dagegen mit Luftbläschen erfüllt, wie das leicht nach einem Wasserfall eintritt (vgl. S. 20), so mißt man ein zu großes Volumen, d. h. zu viel Wasser.

Nun waren die Meßdüsen bei HANSEN ziemlich nahe hinter dem Überfall angeordnet. Zwischen beiden befanden sich wohl Beruhigungskörper<sup>1)</sup>. Sollte das Wasser aber trotzdem mit Luftbläschen durch die Düsen geflossen sein, so hätte HANSEN für seinen Überfall zuviel, sollte es aber noch mit einem Teil der im Überfall gewonnenen Energie die Düsen passiert haben, so hätte er zu wenig Wasser abgegeben.

Man kann hieraus den wichtigen Schluß ziehen, daß bei allen Versuchen in erster Linie die Versuchsanordnung peinlich geprüft und daß die Wertigkeit ihrer besonderen Eigenschaften durch möglichst zahlreiche Variationen gewürdigt werden sollte. Denn bleiben hierbei auch nur kleine Fehlerquellen unentdeckt, so können

<sup>1)</sup> Z., 1892, Abb. 7, S. 1062.

sie selbst nicht durch die zahlreichsten Ablesungen, die alle unter sich übereinstimmen mögen (HANSEN hat 30000 Ablesungen ausgeführt) wett gemacht werden.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß bei Ausführung der Überfälle ohne Seitenkonstruktion vor allem für eine seitliche Lüftung (Abb. 172) Sorge zu tragen ist, ohne die die hinter dem Überfall befindliche Luftmenge bald von dem

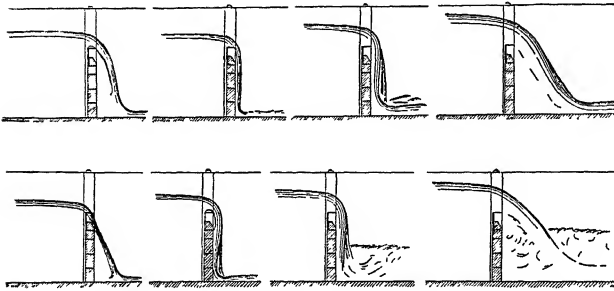


Abb. 174. Überfälle ohne Lüftung nach HUGHES und SAFFORD.

herumspritzenden Wasser mitgeführt wird und wonach der äußere Luftdruck das Wasserband gegen die Überfallwand preßt und Ablesungsfehler bis 12% hervorruft. Abb. 174 zeigt 8 verschiedene Erscheinungsformen an Überfällen, die die Lüftung vermissen lassen, nach HUGHES und SAFFORD<sup>2)</sup>.

In neuerer Zeit hat CIPOLETTI versucht, die Veränderlichkeit des Überfallkoeffizienten mit der Überfallhöhe durch Einführen einer nach oben verbreiterten Überfallöffnung (Abb. 175) zu umgehen<sup>3)</sup>.

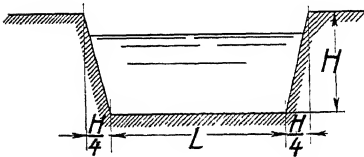


Abb. 175. CIPOLETTI-Überfall.

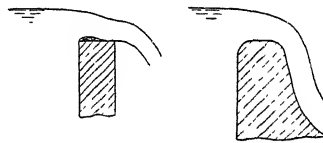


Abb. 177 u. 178. Überfälle über Wehrkronen.



Abb. 179. Unvollkommener Überfall.



Abb. 176. THOMPSON-Überfall.

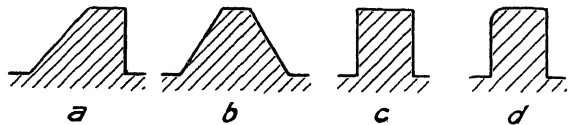


Abb. 180. Wehrformen nach RAFTER.

Praktisch erscheint auch der dreieckige Überfall (Abb. 176) empfehlenswert, den THOMPSON (Belfast) angewendet hat<sup>4)</sup>. Er eignet sich besonders zur Messung sehr wechselnder Wassermengen<sup>4)</sup>, ist aber in seiner Ablesung des rascheren Wechsels der Wassermenge mit der Überfallhöhe wegen nicht so genau.

Die Erfahrungswerte, die mit abnormalen Überfällen<sup>5)</sup>, Wehrkronen mit scharfen (Abb. 177) und abgerundeten Kanten (Abb. 178) sowie mit unvollkommenen Über-

<sup>2)</sup> HUGHES and SAFFORD, S. 197.

<sup>3)</sup> CIPOLETTI, Canale Villoresi, Milano, 1886.

<sup>4)</sup> HUGHES and SAFFORD, 1911, S. 225.

<sup>5)</sup> Lea Recorder Co., Z. g. T., 1913, S. 345.

<sup>6)</sup> HUTTE, I, 1911, S. 278.

fallen (Abb. 179) gewonnen wurden, sollen in dem Gebiet der Wasserkraftanlagen näher behandelt werden.

Eine Zusammenstellung der Versuchsergebnisse von RAFTER für die in Abb. 180 wiedergegebenen Wehrformen findet sich in folgender Tabelle bei UNWIN<sup>1)</sup>, wobei die Abrundung der Wehrkrone ( $d$ ) einen Radius von 10 cm besaß.

Wehrform	Obere Böschung	Stärke der Wehrkrone	Untere Böschung	Werte von $\mu$ für $h$ in Meter				
				0,152	0,305	0,458	0,61	1,52
a	1:2	0,1	1:0	0,626	0,687	0,713	0,704	0,692
	1:2	0,2	1:0	0,602	0,642	0,670	0,683	0,692
	1:5	0,2	1:0	0,619	0,622	0,624	0,625	0,633
	1:4	0,2	1:0	—	0,642	0,646	0,650	0,650
	1:3	0,2	1:0	0,681	0,713	0,715	0,688	0,663
b	1:2	0,0	1:1	0,786	0,792	0,763	0,741	0,687
	1:2	0,2	1:2	0,586	0,638	0,644	0,674	0,679
	1:2	0,1	1:5	0,616	0,666	0,672	0,655	0,666
c	1:0	0,8	1:0	0,486	0,498	0,513	0,530	0,633
	1:0	2,0	1:0	0,467	0,486	0,474	0,463	0,504
d	1:0	0,8	1:0	0,553	0,562	0,566	0,575	0,647
	1:0	2,0	1:0	0,506	0,528	0,530	0,530	0,549

Danach wird  $Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}$ .

Um das Überfluten von Wasserläufen an Stellen, wo es schädlich wirken könnte, zu verhindern, bringt man häufig an einer andern Stelle einen Überfall an, dessen Kante aber um die Überfallhöhe  $h$  niedriger liegen muß als die Kanaloberkante. Damit  $h$  auch bei großen Wassermengen  $Q$  klein bleibt, sucht man die Größen  $\mu$  und  $b$  der Formel (187)

$$Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}$$

groß zu machen. Für  $\mu$  geschieht dies durch sorgfältige Abrundung der Wehrkrone.

Große Breiten  $b$  sind oft schwer anzuordnen. Dann hilft man sich wohl mit dem Saugüberfall von GREGOTTI<sup>2)</sup> (Abb. 181). Sobald dessen Überfallkante überflutet wird, steht der ganze Behälter unter Luftabschluß. Das herunterfallende Wasser nimmt rasch die Luft mit und befördert sie durch den unteren Luftabschluß in den Untergraben. Dadurch entsteht rasch eine erhebliche Saugwirkung, die den ganzen Heber in Tätigkeit setzt. Sinkt schließlich der äußere Wasserspiegel unter die Überfallkante, so tritt Luft in die vorderste Kammer ein und die Wassersäule reißt ab.

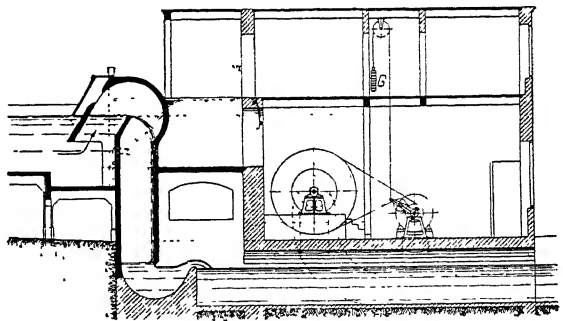


Abb. 181. Saugüberfall von GREGOTTI (aus Schw. Bztg. 1911).

<sup>1)</sup> UNWIN, Hydraulics, 1907, S. 105.

<sup>2)</sup> Schw. Bztg. 1911, I, S. 341, Abb. 42. L'Industria 1909, Nr. 48 und 49.

## VI. Kraftwirkungen des Wassers auf das von ihm durchflossene Gefäß.

### 1. Einleitung.

Zu diesem wichtigen Abschnitt dürften einige einleitende Bemerkungen am Platz sein.

Das Wasser vermittelt seine Kraftwirkungen auf das Gefäß in erster Linie durch die auf den Wandungen normalen Druckkräfte, die mit der Pressung in der den Wandungen benachbarten Wasserschicht übereinstimmen.

Wenn es gelingt, diese Pressung zu bestimmen, so kann ihre gesamte Kraftwirkung durch geometrische Summierung der einzelnen Flächendrucke leicht berechnet werden. Diese Methode wird da angewendet, wo es sich um die Bestimmung der Kraftwirkung auf einzelne Teile der Wandungen, wie z. B. auf die Drehschaufeln der Zentripetal turbinen, handelt.

In zweiter Linie übt bewegtes Wasser aber auch noch durch den Reibungswiderstand tangential Kraftwirkungen auf die Gefäßwandungen aus. In der Praxis werden diese letzteren Kräfte meist vernachlässigt, obwohl sie keineswegs unmeßbar klein sind<sup>1)</sup>. Leicht können sie z. B. in einer Röhre nachgewiesen werden, wo sie sich gleich dem Druckverlust mal Querschnitt ergeben, während die Gesamtreibungskraft nach irgend einer Richtung in einem beliebig geformten Gefäß nur durch eine geometrische Summierung der an den einzelnen Gefäßteilen auftretenden Reibungen von Fall zu Fall bestimmt werden kann.

Wird lediglich die Gesamtwirkung des Wassers auf ein durchflossenes Gefäß gesucht, so ist eine solche Trennung in Normal- und Tangentialdrucke nicht nötig, man kann vielmehr aus einer Betrachtung der gesamten im Gefäß befindlichen Wassermenge einfachere und sicherere Schlüsse ziehen.

Dabei kennen wir als unmittelbare Kraftäußerungen der einzelnen Wasserteilchen:

1. Die Schwerkraft, die mit dem Gewicht des im Gefäß befindlichen Wassers in Rechnung zu setzen ist und
2. die Trägheitswirkung, hervorgerufen durch Geschwindigkeitsänderungen des bewegten Wassers.

Diese beiden seien als aktive Kräfte bezeichnet, denen gegenüber die erwähnten Druck- und Reibungskräfte als innere Gleichgewichtskräfte anzusprechen sind, die die Wirkungen der Schwer- und Trägheitskräfte auf die Nachbarteilchen und auf die Wandungen übertragen.

Schließlich werden wir noch die äußeren Kräfte betrachten, die das Gefäß mit den oben erwähnten Kräften im Gleichgewicht halten.

Zur Einführung sollen nun zunächst die Trägheitswirkungen an einem einfachen praktischen Beispiel studiert werden.

<sup>1)</sup> Die Wasserdruckmomente der Drehschaufeln von Zentripetal-Francis-Turbinen. Z., 1911, S. 2014.



## 2. Trägheitswirkungen bewegten Wassers.

### a) Die Größe des Reaktionsdrucks.

Die Praxis unterscheidet dabei zwei verschiedene Erscheinungen, die im Grunde auf den gleichen Ursachen beruhen; die erste ist die Rückwirkung eines ausfließenden, oder allgemein eines auf seinem Weg beschleunigten Wasserstrahls auf das Ausflußgefäß, die meist als Reaktion bezeichnet wird.

Zur Erläuterung betrachten wir den einfachen Ausflußversuch an dem unten-skizzierten, aufgehängten Ausflußgefäß (Abb. 182a).

Denken wir uns dessen Öffnungsquerschnitt  $f$  zunächst durch eine Platte verschlossen, so übt der Wasserdruck eine Kraft

$$P_r = f \cdot t_s \cdot \gamma$$

auf sie aus, die von der gegenüberliegenden Wand aufgenommen und durch eine Größe  $-P_r$  im Gleichgewicht gehalten wird.

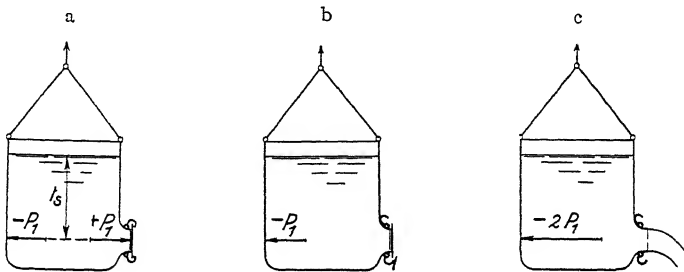


Abb. 182.

Im Augenblick, wo die Verschlussbaken gelöst werden (Abb. 182b), fällt die erstere Kraft weg und es bleibt die freie Reaktion  $-P_r$  auf die gegenüberliegende Wand übrig.

Nun gewinnt das Wasser rasch die dem Beharrungszustand entsprechende Austrittsgeschwindigkeit. Dabei zeigt sich das eigentümliche Ergebnis, daß die Reaktionskraft, insoweit der Ausflußkoeffizient  $\mu_r = 1$  gesetzt werden darf, auf

$$P = -2 \cdot P_r = -2 \cdot f \cdot t_s \cdot \gamma$$

gewachsen ist (Abb. 182c).

Aus der dynamischen Grundgleichung folgt dasselbe. Schreiben wir nämlich Kraft = Masse · Beschleunigung (und da es sich hier um die von der Masse ausgeübte Reaktion handelt, mit umgekehrtem Vorzeichen) als

$$P = -m \cdot b = -m \cdot \frac{dc}{dt}$$

oder

$$P \cdot dt = -m \cdot dc,$$

so gilt für die Zeit  $t$ , in der die betrachtete Masse die Geschwindigkeit  $c$  erreicht,

$$P \cdot t = -m \cdot c.$$

Die unbekannte Zeit  $t$  läßt sich nun, und dies ist ein oft verwendeter Kunstgriff, durch Einführung der sekundlichen Wassermasse  $\frac{Q \cdot \gamma}{g}$  eliminieren, indem

wir die angenäherte Annahme machen, daß die sekundliche Wassermenge bzw. die mittlere Geschwindigkeit in allen Punkten des Querschnitts konstant sei. Dann wird mit

$$m = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot t$$

$$P = - \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot c, \quad (191)$$

und unter Einführung des Austrittsquerschnitts mit  $Q = f \cdot c$ ,

$$P = - \frac{f \cdot \gamma}{g} \cdot c^2 \quad (192)$$

Setzt man dann unter Vernachlässigung der Reibung

$$\frac{c^2}{2g} = t_s,$$

so folgt durch Einsetzen in der Tat

$$P = - 2 \cdot f \cdot t_s \cdot \gamma^2. \quad (193)$$

Diese Ableitung hat uns aber gleichzeitig in der Gleichung

$$P = - \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot c \quad [191]$$

ein Gesetz von allgemeiner und weitesttragender Bedeutung geliefert, das sich in die Worte fassen läßt:

Die Kraftwirkung bewegten Wassers ist gleich der sekundlichen Masse mal ihrer in der Krafrichtung erfolgten totalen Geschwindigkeitsabnahme.

Man bemerkt die Analogie mit der Kraftwirkung statischen Wasserdrucks, die gleich dem Wasserdruck mal der Projektion der Gefäßwand auf die zur Krafrichtung senkrechte Ebene gewesen war.

In obigem Gesetz der dynamischen Kraftwirkung ist besonders hervorzuheben, daß Reibungsverluste bei ihr nur mittelbar eine Rolle spielen, insofern als sie die totale Geschwindigkeitsänderung beeinflussen können. In der Gleichung selbst erscheint ein Reibungsverlust nicht. Es ist daher für die Kraftwirkung einer durch die sekundliche Wassermenge bestimmten Strömung ganz einerlei, auf welchem Wege, in welcher Zeit und mit welchen Reibungsverlusten die tatsächliche Änderung der Geschwindigkeit zustande kam.

Bei wirklichen Wasserströmungen begegnet man der Schwierigkeit, daß die Geschwindigkeit nicht für alle Teile der sekundlichen Wassermenge konstant ist, und zwar kommt auch hier nicht der Mittelwert von  $c$ , sondern der von  $c^2$  in Frage, da das  $c$  auch in  $Q$  enthalten ist. Setzt man nämlich in

$$P = \frac{\gamma}{g} \int c \cdot dQ$$

$$dQ = df \cdot c,$$

so folgt

$$P = \frac{\gamma}{g} \int c^2 df = \frac{\gamma}{g} f \bar{c^2}.$$

<sup>1)</sup> Hübsch macht PFARR dieses Gesetz dem physikalischen Empfinden verständlich. Z. g. T., 1908, S. 85.

Die Kraft  $P$  ist somit nach unsern Ausführungen S. 65 stets größer zu erwarten als der Wert, den man durch Einführen des linearen Mittelwerts von  $c$  erhält, und wir setzen dementsprechend

$$P = \gamma \cdot \frac{\gamma'}{g} \cdot f \bar{c}^2 = \gamma \cdot \frac{Q \cdot \gamma}{g} \bar{c}, \quad (194)$$

wobei sich  $\gamma$  in Rohrleitungen zu rund 1,05, bei Ausfluß aber gelegentlich viel kleiner (S. 127), zu etwa 1,002, ergeben kann.

Wir werden deshalb im folgenden  $\gamma$  bei reinem Ausfluß gleich 1 setzen. Hierzu mögen einige einfache Beispiele Erwähnung finden:

1. Das hölzerne Zulaufgerinne einer Wasserkraftanlage (Abb. 183), das

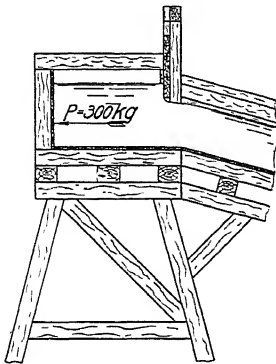


Abb. 183. Holzgerinne mit seitlichem Ausfluß.

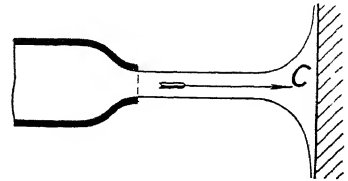


Abb. 184. Aufgefangener Strahl.

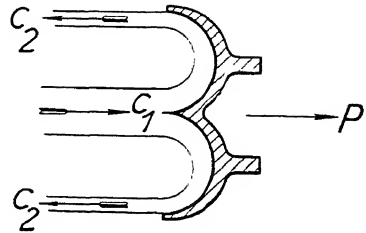


Abb. 185. Abgelenkter Strahl.

1,2 cbm/sek führt, besitzt eine seitliche Öffnung von 0,6 m<sup>2</sup> als Leerschuß zum Abstellen des Werks.

Mit einem Kontraktionskoeffizienten  $\varphi_k$  von 0,8 wird dann das Wasser mit einer Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Kanal von

$$\bar{c} = \frac{1,2}{0,6 \cdot 0,8} = 2,5 \text{ m/sek}$$

austreten und dabei eine Kraft von

$$P = \gamma \cdot \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot \bar{c} = 1,0 \cdot \frac{1,2 \cdot 1000}{9,81} \cdot 2,5 \cong 300 \text{ kg}$$

ausüben, die bestrebt ist, das Gerüst, auf dem der Kanal ruht, umzukippen.

2. Ein Wasserstrahl (Abb. 184) trete unter 200 m Druck bei einem Geschwindigkeitskoeffizienten  $\varphi_g = 0,98$  aus einer Düse von 30 qcm = 0,003 m<sup>2</sup> ohne Kontraktion aus und treffe auf eine Wand, die sämtliche Wasserteilchen um 90° ablenke.

Wie groß ist ihr Reaktionsdruck?

Die Geschwindigkeit folgt aus

$$c = \varphi_g \sqrt{2gH} = 0,98 \sqrt{2g \cdot 200} = 61,4 \text{ m/sek},$$

die sekundliche Wassermenge ist

$$Q = f \cdot c = 0,003 \cdot 61,4 = 0,184 \text{ cbm/sek.}$$

Damit ergibt sich der Reaktionsdruck, da die Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung verschwindet, entweder aus

$$P = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot c = \frac{0,184 \cdot 1000}{9,81} \cdot 61,4 = 1152 \text{ kg}$$

oder als

$$P = \frac{f \cdot \gamma}{g} \cdot c^2 = \frac{0,003 \cdot 1000}{9,81} \cdot 61,4^2 = 1152 \text{ kg}$$

oder schließlich zu

$$P = 2 \cdot f \cdot \gamma \cdot \frac{c^2}{2g} = 2 \cdot f \cdot \gamma \cdot H \cdot \eta_g^2 = 2 \cdot 0,003 \cdot 1000 \cdot 200 \cdot 0,98^2 = 1152 \text{ kg}.$$

3. Würde der Strahl um  $180^\circ$  auf  $c_2 = -c_1$  abgelenkt (Abb. 185), so ergäbe sich unter Vernachlässigung der Reibung als Kraft die doppelte Größe wie vorhin, d. h.  $P = 2304 \text{ kg}$ . In Wirklichkeit wird die Geschwindigkeit durch die Reibung an der Ablenkungsfläche vermindert. Mit der Endgeschwindigkeit  $c_2 = -0,9 \cdot c_1$  hätten wir z. B.

$$P = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_1 - c_2) = \frac{0,184 \cdot 1000}{9,81} (61,4 + 0,9 \cdot 61,4) = 2200 \text{ kg}.$$

### b) Die Lage des Reaktionsdrucks.

Rechnen wir im folgenden weiter mit der Annäherung, daß der Mittelwert der Geschwindigkeitsquadrate gleich dem Quadrat des Mittelwerts der Geschwindigkeiten gesetzt werden darf, so

kann z. B. für einen beliebig gekrümmten Kanal, dessen Mittellinie in Abb. 186 von 1 bis 2 läuft und in dem das Wasser von einer mittleren Geschwindigkeit  $c_1$  auf  $c_2$  beschleunigt wird, die Lage des Reaktionsdrucks nach ZEUNER<sup>1)</sup> sehr elegant in folgender Weise bestimmt werden.

Man legt ein beliebiges Achsenkreuz fest und schreibt das Torsionsmomentum dessen Ursprung für die in einem beliebigen Kanalquerschnitt auftretenden Beschleunigungskräfte an.

Letztere seien in Richtung der  $y$ -Achse

$$dP_y = dm \cdot \frac{dc_y}{dt},$$

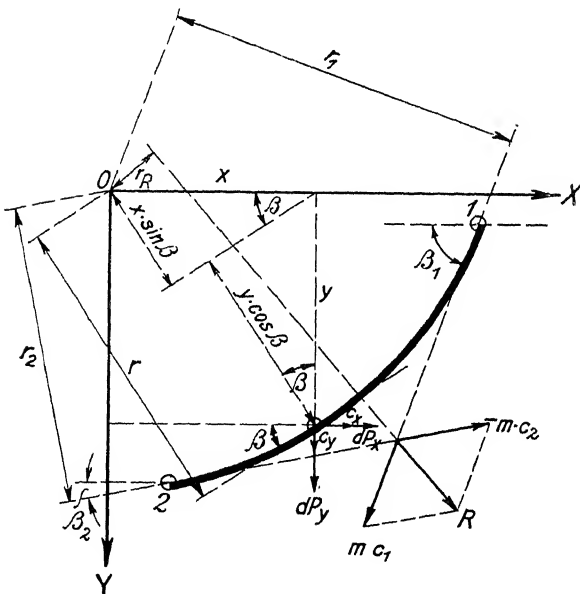


Abb. 186. Reaktionsbestimmung nach ZEUNER.

<sup>1)</sup> ZEUNER, Vorlesungen über Turbinen, 1899, S. 81.

wobei  $c_y$  die  $y$ -Komponente der Geschwindigkeit und in Richtung der  $x$ -Achse entsprechend

$$dP_x = dm \cdot \frac{dc_x}{dt},$$

somit ihr Moment um  $O$

$$dM = dP_y \cdot x - dP_x \cdot y = dm \left( \frac{dc_y}{dt} \cdot x - \frac{dc_x}{dt} \cdot y \right).$$

$\frac{dc_y}{dt} \cdot x$  kann nach den Regeln der Differentialrechnung geschrieben werden als

$$\frac{dc_y}{dt} \cdot x = \frac{d(c_y \cdot x)}{dt} - c_y \cdot \frac{dx}{dt},$$

und da

$$\frac{dx}{dt} = c_x,$$

so wird auch

$$\frac{dc_y}{dt} \cdot x = \frac{d(c_y \cdot x)}{dt} - c_y \cdot c_x.$$

Entsprechend folgt

$$\frac{dc_x}{dt} \cdot y = \frac{d(c_x \cdot y)}{dt} - c_x \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{d(c_x \cdot y)}{dt} - c_y \cdot c_x.$$

Durch Einsetzen fallen die letzten Glieder weg und es bleibt

$$dM = dm \left( \frac{d(c_y \cdot x)}{dt} - \frac{d(c_x \cdot y)}{dt} \right).$$

Führt man wieder die sekundliche Wassermenge ein, indem

$$dm = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot dt,$$

so fällt die Zeit hinaus und es bleibt

$$dM = \frac{Q \cdot \gamma}{g} d(c_y \cdot x - c_x \cdot y).$$

Aus der Figur folgt ferner

$$c_y = c \cdot \sin \beta \quad \text{und} \quad c_x = -c \cdot \cos \beta,$$

damit

$$dM = \frac{Q \cdot \gamma}{g} d(c(x \cdot \sin \beta + y \cos \beta)) = \frac{Q \cdot \gamma}{g} d(c \cdot r)$$

und schließlich das Integral

$$M = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_2 r_2 - c_1 r_1). \quad (195)$$

Dieses Resultat, das nichts anderes darstellt als den Flächensatz, und das wir bei Ableitung der Hauptgleichung der Turbinentheorie (S. 235 ff.) wiederfinden werden, sagt aus, daß das von der im Kanal befindlichen Wassermasse ausgeübte Moment unabhängig ist von den Zwischenzuständen, dagegen gleich der Änderung der Momente am Austritt und Eintritt (»des Dralls«), die gebildet werden aus der sekundlichen Wassermasse  $\frac{Q\gamma}{g}$  mal den betreffenden Geschwindigkeiten  $c_1$  bzw.  $c_2$  und ihren Hebelarmen  $r_1$  bzw.  $r_2$ . Somit kann das Moment um  $O$  als die Wirkung von zwei Kräften  $\frac{Q \cdot \gamma}{g} c_2$  und  $\frac{Q \cdot \gamma}{g} c_1$  in den auf  $r_1$  bzw.  $r_2$  senkrechten, durch  $\beta_1$  und  $\beta_2$  gegebenen Richtungen angesehen werden.

Diese Kräfte stellen, da wegen der willkürlichen Lage von  $O$  die Größen  $r_1$  und  $r_2$  beliebig sind, in der Tat Komponenten des resultierenden Reaktionsdrucks dar. Aus ihnen können daher, wie in Abb. 130 (mit  $\frac{Q'}{g} = m$ ) graphisch ausgeführt, Größe und Richtung des letzteren bestimmt werden.

### 3. Die gesamten Kraftwirkungen.

Dehnen wir nunmehr unsere Betrachtungen auf die gesamten in Frage kommenden Kraftwirkungen aus, so sind anzuführen:

- I. Die aktiven Kräfte, als
  1. Schwerkraft,
  2. Trägheitswirkung;
- II. die inneren Kräfte:
  1. Druckkräfte,
  2. Reibungskräfte;
- III. die äußeren Kräfte:
  1. Reaktionsdrücke auf die Gefäßwände,
  2. Reaktionsdrücke auf die Gefäßöffnungen;
  3. Stützreaktionen,

wobei praktisch noch das Gefäßgewicht als eine dritte aktive Kraft zu berücksichtigen ist.

Stellen wir demnach etwa die Gleichgewichtsbedingung zwischen den Vertikal-komponenten der unter I und der unter III genannten Kräfte auf, so haben wir:

1. Schwerkraft = Gewicht des im Gefäß befindlichen Wassers =  $G$ .
2. Trägheitswirkung = Sekundliche Masse mal Geschwindigkeitsabnahme in der Vertikalen.
3. Gefäßgewicht =  $G'$ .
4. Reaktionsdruck auf die Gefäßwände =  $\mathfrak{R}_w$ .
5. Reaktionsdruck auf die Gefäßöffnungen =  $\mathfrak{R}_o$ .
6. Stützreaktion =  $\mathfrak{R}$ .

Die Kräfte 4 und 5 behandelt man am besten gemeinsam.

Wir betrachten danach die folgenden Möglichkeiten:

a) Befindet sich das Reaktionsgefäß einschließlich seiner Öffnungen unter Atmosphärendruck, so heben sich die Druckkräfte unter 4. und 5. gegenseitig auf und die Bedingung für das Gleichgewicht lautet (vgl. Gl. 192):

$$G + \frac{\gamma}{g} \sum (c_1^2 \Delta f_1 \sin \beta_1 - c_2^2 \Delta f_2 \sin \beta_2) + G' + \mathfrak{R} = 0, \quad (196)$$

wobei Index 1 die Eintritts-, Index 2 die Austrittsquerschnitte kennzeichnet.

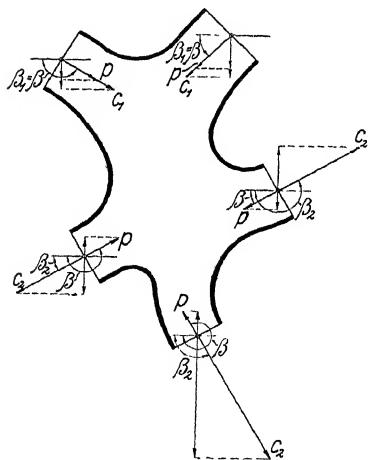


Abb. 187. Reaktionsgefäß.

b) Sind die Drücke  $p$  in den Öffnungen vom Atmosphärendruck  $p_{at}$  verschieden, so treten die entsprechenden Differenzen  $p - p_{at} \cdot f \cdot \sin \beta$  hinzu, und man hat, wobei  $\beta =$  Winkel zwischen  $p$  und der Horizontalen (Abb. 187)

$$G + \frac{\gamma}{g} \Sigma (c_1^2 \Delta f_1 \sin \beta_1 - c_2^2 \Delta f_2 \sin \beta_2) + G' + \Sigma (p - p_{at}) f \cdot \sin \beta + \Re = 0. \quad (197)$$

c) Befindet sich schließlich das Gefäß in einer ruhenden Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht  $\gamma'$ , so unterliegt es, wenn sein äußeres Volumen mit  $V'$  bezeichnet wird, an den äußern Wänden einem wechselnden Auftriebsdruck  $p_a$ , während in den Öffnungen die Drücke  $p - p_a$  zur Wirkung kommen. Dadurch wird der Auftrieb  $-V' \cdot \gamma'$  um die letztern  $\Sigma (p - p_a) f \cdot \sin \beta$  vermindert und es folgt

$$G + \frac{\gamma}{g} \Sigma (c_1^2 \Delta f_1 \sin \beta_1 - c_2^2 \Delta f_2 \sin \beta_2) + G' - V' \gamma' + \Sigma (p - p_a) f \cdot \sin \beta + \Re = 0 \quad (198)$$

oder der Stützdruck  $P_y = -\Re$  in diesem allgemeinen Fall:

$$P_y = G + \frac{\gamma}{g} \Sigma (c_1^2 \Delta f_1 \sin \beta_1 - c_2^2 \Delta f_2 \sin \beta_2) + G' - V' \gamma' + \Sigma (p - p_a) f \cdot \sin \beta. \quad (199)$$

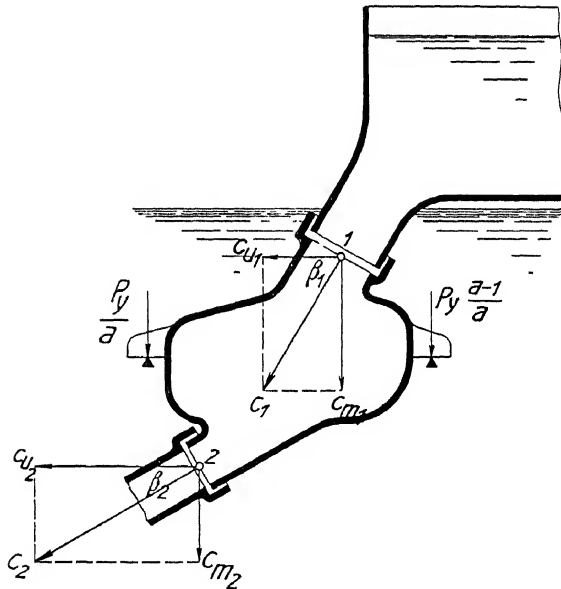


Abb. 188. Reaktionsgefäß unter Wasser.

Wenden wir dieses Ergebnis auf das Ausflußgefäß (Abb. 188) mit den auch im Turbinenbau später gebrauchten Winkelbezeichnungen  $\beta_1$  und  $\beta_2$  an, so folgt

$$P_y = G + \frac{\gamma}{g} (c_1^2 f_1 \sin \beta_1 - c_2^2 f_2 \sin \beta_2) + G' - V' \gamma' + (p_1 - p_{a1}) f_1 \cdot \sin \beta_1 - (p_2 - p_{a2}) f_2 \cdot \sin \beta_2.$$

Als Beispiel eines solchen Falls betrachten wir den in Abb. 189 dargestellten verjüngten Rohrkrümmer. Er befinde sich mit den anschließenden Rohrleitungen

unter Wasser und werde in der Pfeilrichtung von  $0,6 \text{ m}^3/\text{sek}$  Wasser durchflossen. Die Querschnitte bei 1 und 2 mögen  $0,1 \text{ m}^2$  bzw.  $0,02 \text{ m}^2$  betragen. Das Gewicht des Krümmers sei  $46 \text{ kg}$ , das spezifische Gewicht seines Materials  $7670 \text{ kg/m}^3$ , das Gewicht des Wassers im Krümmer  $78 \text{ kg}$ .

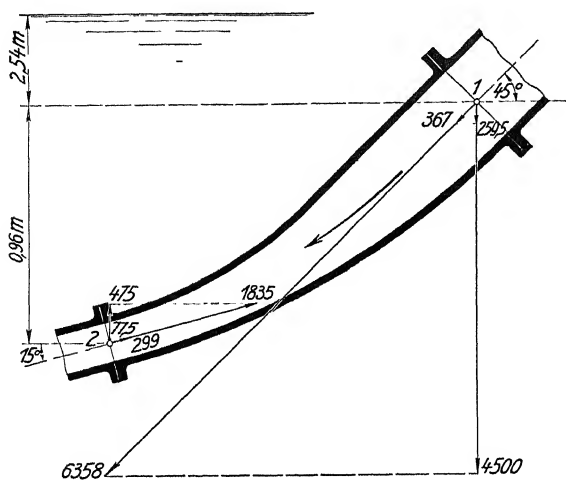


Abb. 189. Verjüngter Rohrkrümmer.

Der absolute Druck im Rohrmittel bei 1 betrage  $6,612$ , der bei 2 betrage  $1,845$  Atmosphären.

Zur Bemessung der Trägheitswirkung möge, wie auch in den vorangegangenen Beispielen, die mittlere Wassergeschwindigkeit als über den Querschnitt konstant angesehen werden.

Gesucht ist die in vertikaler Richtung von den Rohrflanschen aufzunehmende Kraft  $I'_y$ .

Sie berechnet sich nach dem Vorangegangenen zu

$$P_y = G + \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_{m1} - c_{m2}) + G' - V' \cdot \gamma' + (p_1 - p_{a1}) \cdot f_1 \sin \beta_1 - (p_2 - p_{a2}) \cdot f_2 \sin \beta_2$$

$$Q = 0,6 \text{ m}^3/\text{sek}; \quad \gamma = \gamma' = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$F_1 = 0,1 \text{ m}^2, \quad F_2 = 0,02 \text{ m}^2, \quad \text{daraus } c_1 = 6 \text{ m/sek}, \quad c_2 = 30 \text{ m/sek}$$

$$c_1 \cdot \sin 45^\circ = 6 \cdot 0,7071 = 4,2426 \text{ m/sek}$$

$$c_2 \cdot \sin 15^\circ = 30 \cdot 0,25882 = 7,7646 \text{ m/sek}$$

$$P_y = 78 + \frac{0,6 \cdot 1000}{g} \cdot (-3,522) + 46 - \left( \frac{46}{7670} + \frac{78}{1000} \right) \cdot 1000$$

$$+ (6,612 - 0,254) \cdot 0,1 \cdot 0,7071 \cdot 10000$$

$$- (1,8455 - 0,35) \cdot 0,02 \cdot 0,25882 \cdot 10000$$

$$P_y = 78 - 215,5 + 46 - 84 + 4500 - 77,5 = 4247 \text{ kg.}$$

Setzen wir hier, da es sich nicht um reinen Ausfluß handelt, das mittlere Geschwindigkeitsquadrat um etwa 5% größer ein als das Quadrat der mittleren Geschwindigkeit, so erhalten wir die Trägheitswirkung einfach um 5%, d. h. auf  $-1,05 \cdot 215,5 = -226,3$  vermehrt oder  $P_y$  um  $10,8 \text{ kg}$  auf  $4236,2 \text{ kg}$  erniedrigt. Dem steht natürlich ein entsprechend geringerer Reibungsverlust zwischen 1 und 2 gegenüber. Denn hatten wir im ersten Fall mit

$$R = H_1 - H_2 + h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$$

$$= 0,96 + 66,12 - 18,45 + \frac{6^2 - 30^2}{2g} = 4,53 \text{ m,}$$

so ergibt sich jetzt nur noch

$$R = 0,96 + 66,12 - 18,45 + 1,05 \cdot \frac{6^2 - 30^2}{2g} = 2,33 \text{ m,}$$

woraus die Wichtigkeit solcher Beachtung in die Augen fällt.



Es ist aber auch lehrreich, unsere obigen Gleichungen auf einige extreme Fälle anzuwenden.

Betrachten wir z. B. das vertikale in Luft befindliche Rohrstück (Abb. 190), so folgt hier mit  $c_2 = c_1$ ,  $\beta_1 = 90^\circ$ ;  $p_{a1} = p_{a2} = \text{Atmosphärendruck} = p_{at}$ ,  $\gamma' \approx 0$ .

$$P_y = G + G' + (p_1 - p_{at})f_1 - (p_2 - p_{at})f_2.$$

Da nun

$$H_1 + h_1 + \frac{c_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} + R$$

und für

$$c_1 = c_2; h_2 - h_1 = H_1 - H_2 - R = l - R,$$

so folgt, da  $p_{at}$  hinausfällt,

$$(p_1 - p_2)f = (R - l) \cdot \gamma \cdot f$$

und mit  $G = f \cdot l \cdot \gamma$ :

$$(p_1 - p_2)f = R \cdot \gamma \cdot f - G,$$

daher

$$P_y = R \cdot \gamma \cdot f + G';$$

d. h., wie nicht anders zu erwarten, ist der Stützdruck gleich der Reibungskraft plus dem Gefäßgewicht.

In Abb. 191 befindet sich das Gefäß im ruhenden Wasser, hier wird daher der Auftrieb zur Geltung kommen. Sehen wir von der Wandstärke und vom Gewicht des Gefäßes ab, so fällt der Auftrieb gegen  $G$  in obiger Gleichung hinaus. Es bleibt

$$\begin{aligned} P_y &= \frac{\gamma}{g}(c_1^2 f_1 - c_2^2 f_2) + (p_1 - p_{a1})f_1 - (p_2 - p_{a2})f_2; \\ &= \left(\frac{\gamma}{g}c_1^2 + p_1 - p_{a1}\right)f_1 - \left(\frac{\gamma}{g}c_2^2 + p_2 - p_{a2}\right)f_2. \end{aligned}$$

Hier wird  $p_{a2} = p_{a1} + l \cdot \gamma$ . Man bemerkt aber auch, daß für  $f_1 \approx f_2$  die absolute Druckhöhe von  $p_{a1}$  bzw. von  $p_{a2}$  keineswegs gleichgültig ist.

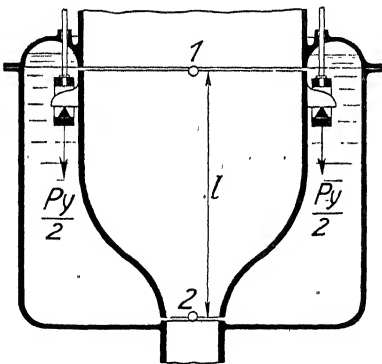


Abb. 191. Düse im Wasser.

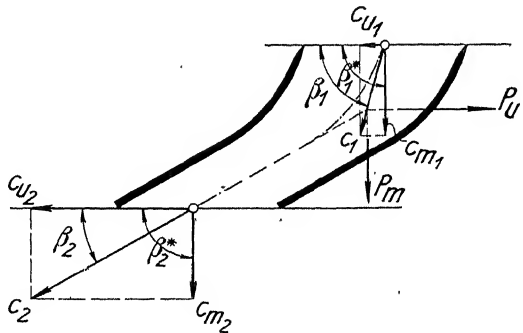


Abb. 192. Reaktionskanal.

Ein weiteres Beispiel betrifft den Kanal (Abb. 192), wodurch wir bereits dem Kräftevorgang in Turbinen näher gebracht werden.

Neu ist dabei, daß die Öffnungen nicht senkrecht, sondern schräg durchflossen werden, was in der Turbinentheorie noch Anlaß zu besondern Erwägungen geben

wird. Bezeichnen wir den Winkel zwischen der Senkrechten zur Öffnung und der Horizontalen mit  $\beta^*$  und dem späteren Gebrauch entsprechend den Stützdruck  $P_s$  als Meridiankraft mit  $P_m$ , die negative Horizontalkraft  $-P_x$  aber als Umfangskraft mit  $P_u$ , so folgt

$$P_m = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_1 \sin \beta_1 - c_2 \sin \beta_2) + G + G' - V' \cdot \gamma' + (p_1 - p_{a1}) f_1 \sin \beta_1^* - (p_2 - p_{a2}) f_2 \sin \beta_2^* \quad (200)$$

$$P_u = -\frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_1 \cos \beta_1 - c_2 \cos \beta_2) - (p_1 - p_{a1}) f_1 \cos \beta_1^* + (p_2 - p_{a2}) f_2 \cos \beta_2^*. \quad (201)$$

Im besondern Fall der Abb. 192 mit  $\beta_1^* = \beta_2^* = 90^\circ$  sei  $\gamma' = 0$ , dann wird mit  $p_{a1} = p_{a2} = p_{at}$

$$P_m = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_{m1} - c_{m2}) + G + G' + (p_1 - p_{at}) f_1 - (p_2 - p_{at}) f_2 \quad (202)$$

$$P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_{u2} - c_{u1}). \quad (203)$$

Man bemerkt, daß das Wassergewicht, obgleich es auf der schiefen Ebene ruht, keine Umfangskraft des Gefäßes hervorruft, was in der nach allen Richtungen gleichartigen Fortpflanzung des Drucks begründet ist.

Wir haben deshalb z. B. in Abb. 193 die gleiche Kraftkomponente nach links und rechts, sobald die Drücke in der Horizontalen, entsprechend den horizontalen

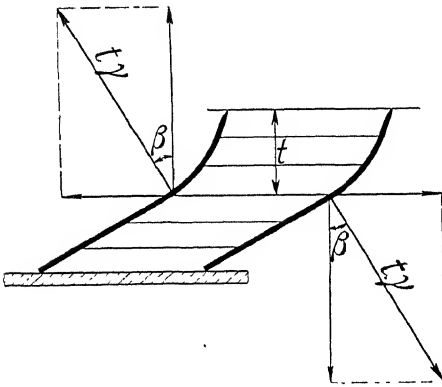


Abb. 193. Abgeschlossener Kanal.

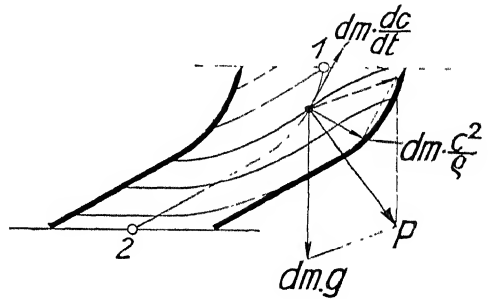


Abb. 194. Niveaulinien im durchflossenen Reaktionskanal.

Niveaulinien, gleich sind. Diese erhält man, sobald das Gefäß unten abgeschlossen wird, während sich bei der Bewegung des Wassers (Abb. 194) Niveauflächen einstellen, die auf der Resultierenden  $P$  aus der Schwerkraft  $dm \cdot g$  und der Trägheitskräfte  $dm \frac{dc}{dt}$  und  $dm \cdot \frac{c^2}{g}$  senkrecht stehen und eine Umfangskraft  $P_u$  liefern, die der betreffenden Horizontalkomponente entspricht.

Wenn die Lage der resultierenden Kräfte gesucht ist, so beachte man, daß der Druck auf die Öffnungen nicht im Schwerpunkt, sondern im Abstand  $\gamma_0$  (vgl. S. 30) angreift, was freilich, wenn sich das Gefäß im Wasser befindet, durch den Auftrieb wieder wett gemacht wird.

Die vorliegenden Untersuchungen hatten stillschweigend vorausgesetzt, daß die Wasserströmungen die durch die Gefäßkrümmungen vorgeschriebenen Richtungswechsel restlos mitmachen. Das trifft um so weniger zu, je größer die Öffnungen im Verhältnis zum Gefäß selbst gemacht werden. Das Wasser sucht die Krümmungen zu umgehen, und man findet daher als günstigste Eintrittsströmung in die Laufradschaufeln einer Turbine gelegentlich ein Bild nach Abb. 195, indem die ankommende Wasserrichtung nicht genau mit dem Schaufelwinkel übereinstimmt, sondern sich der nachfolgenden Krümmung anpaßt, ein Vorgang, den ich als »Schaufelrückwirkung« bezeichnet habe<sup>1)</sup> und den FÖTTINGER vom Standpunkt des Mathematikers auf hübsche Weise in neuester Zeit beleuchtet hat<sup>2)</sup>. Selbstverständlich sind für die Tragheitswirkungen nur die wirklichen Strömungsrichtungen maßgebend und sie werden wir auch in Zukunft von den Schaufelrichtungen unterscheiden.

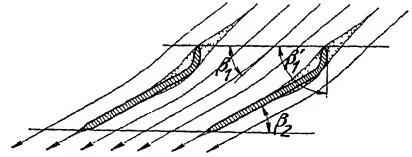


Abb. 195. Schaufelrückwirkung.

#### 4. Reibungskräfte im Innern der Flüssigkeit und an der Wand. »Die Schleppkraft.«

Die aktiven Kräfte: Massen- und Schwerkkräfte, werden, wie auf S. 136 bemerkt, durch Vertikal- und Tangentialkräfte, bzw. durch Druck und Reibung nach außen übertragen. Es empfiehlt sich auf die Art und Weise dieser letzteren Übertragung hier näher einzugehen, zumal sehr verschiedene Ansichten über diesen Gegenstand in der Literatur anzutreffen sind.

Auszugehen haben wir dabei einfach vom Gleichgewicht der Kräfte.

Zur Einführung betrachten wir den Fall einer geraden Rohrleitung nach Abb. 196, bei der wir vom Einfluß der Schwerkraft absehen wollen. Dabei können erfahrungsgemäß die Drücke in jedem Querschnitt mit großer Annäherung als konstant angesehen werden. Wir erhalten aber infolge der Reibungsverluste einen Druckabfall  $p_1 - p_2$  zwischen den Querschnitten 1 und 2, und die Gleichgewichtsbedingung verlangt nun, daß die Kraft  $(p_1 - p_2)f = (p_1 - p_2)r^2\pi$  durch die äußerste Schicht von der Wandung auf den Wasserkörper übertragen werde.

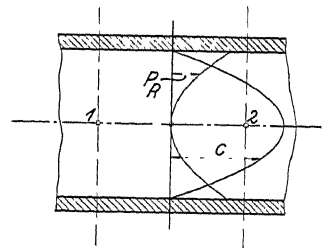


Abb. 196. Reibungskräfte im Rohrlinnern.

Man bemerkt, daß dieselbe Bedingung auch für jeden konzentrischen Zylinder gilt, wo die Kraft  $(p_1 - p_2)x^2\pi$  übermittelt werden muß, und daß daher die Reibungskraft  $P_R$  für eine Rohrleitung nach einem Paraboloid (Abb. 196) von innen nach außen zunimmt.

<sup>1)</sup> Beiträge zur Bestimmung der Ein- und Austrittsgrößen von Turbinenlaufrädern. DINGLER, 1904, S. 817.

<sup>2)</sup> Über die physikalischen Grundlagen der Turbinen- und Propellerwirkung. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, 1912, S. 233.

Man hat die Möglichkeit solcher Reibungskräfte in Zweifel gezogen, da bei den unendlich kleinen Relativverschiebungen unendlich benachbarter Schichten keine endlichen Kraftäußerungen möglich seien<sup>1)</sup>, und versucht die Reibungsarbeit durch Schwingungen zu erklären. Das letztere mag zutreffen, es hindert aber nicht, daß zur Aufrechterhaltung des Beharrungszustands auf die erwähnten Kräfte nicht verzichtet werden kann. Dazu entsprechen sie vollkommen dem Poiseuilleschen Gesetz der Zähigkeit für den Bewegungszustand unterhalb der kritischen Geschwindigkeit. Denn darnach zeigt sich einmal, daß die Reibungskraft  $P_R$  (Gl. 120, S. 98)

$$P_R = \eta \cdot O \cdot \frac{dc}{dx} \quad (O = \text{Oberfläche}) \quad (204)$$

auch bei unendlich kleiner Verschiebungsgeschwindigkeit  $c$  endlich bleibt, wenn nur der Schichtabstand  $x$  gleichfalls unendlich klein wird.

Dazu fanden wir S. 98, daß sich die Geschwindigkeit nach dem Poiseuilleschen Gesetz nach einem Paraboloid (Abb. 196) (Gl. 122)

$$c = \frac{R \cdot \gamma}{4l \cdot \eta} (x^2 - x^2)$$

ändert. Das liefert für  $P_R$

$$P_R = \eta \cdot O \frac{dc}{dx} = - \frac{R \cdot \gamma}{4l \cdot \eta} \cdot \eta \cdot 2\pi x \cdot l \cdot 2x = - R \cdot \gamma \cdot \pi \cdot x^2, \quad (205)$$

d. h. mit  $R\gamma = p_1 - p_2 = \text{konst.}$  wiederum eine der obigen gleichartige Parabel.

Hier ist somit die Funktion von  $P_R$  aus der Zähigkeit bzw. aus dem Poiseuilleschen Gesetz ohne weiteres zu erklären. Das Wunderbare ist aber, daß dieselbe Funktion auch für die über der kritischen Geschwindigkeit nach ganz andern Gesetzen z. B. nach der Bielschen Gleichung verlaufender Reibungsverluste gelten muß, da sie ja — unabhängig von diesen — einfach dem Gleichgewicht der Kräfte entspricht.

Ja, es ist für die Ableitung dieser Funktion nicht einmal nötig anzunehmen, daß  $p_1$  und  $p_2$  über den betreffenden Querschnitten konstant sind. Wenn nur  $p_1 - p_2$  zwischen jeweils entsprechenden Punkten der Querschnitte konstant angesehen werden darf, und das ist infolge der Gleichwertigkeit sämtlicher Rohrquerschnitte offenbar in weitesten Maße der Fall, so muß die Funktion von  $P_R$  dieselbe sein.

Man kann somit als ein allgemeines, für jede Art der Reibungsverluste in gerader Rohrleitung gültiges Gesetz aussprechen — und meines Wissens geschieht dies hier zum ersten Mal, — daß die Größe der zwischen axialen Schichten auftretenden Kräfte sich nach einem Paraboloid ändert.

Dieses Gesetz erregt Verwunderung deshalb, weil bei Geschwindigkeiten über der kritischen Geschwindigkeit, die Änderungen der Hauptgeschwindigkeit in der Mitte des Rohres verhältnismäßig nur geringfügige sind (Abb. 77). Hier müssen daher die schon erwähnten Sekundärströmungen und Schwingungen für Aufrechterhaltung der durch das Gleichgewicht vorgeschriebenen Kräfte sorgen, die dann nicht mehr als reine Reibungskräfte im Sinne der Zähigkeit, sondern zum Teil

<sup>1)</sup> ISAACHSEN, Civilingenieur, 1896, S. 383.



Die an der Grabensohle auftretende, auf die Breiten- und Längeneinheit bezogene Reibungskraft  $\frac{P_R}{l \cdot b} = \sigma$  hat für den Flußbau besondere Bedeutung<sup>1)</sup>. KREUTER bezeichnet sie als Schleppkraft. Sie folgt nach obigem zu

$$\sigma = \frac{P_R}{l \cdot b} = \frac{II_n}{l} \gamma \cdot t \quad (208)$$

und mit  $\frac{II_n}{l} = \text{Relativgefälle } i$  und  $\gamma = 1000$

$$\sigma = 1000 \cdot i \cdot t. \quad (209)$$

Auch über die Ableitung des Schleppkraftgesetzes trifft man in der Literatur verschiedene Ansichten<sup>2)</sup>. Ich fasse deshalb nochmals die folgenden, im Beharrungszustand geltenden Beziehungen zusammen:

1. Infolge des Gleichgewichts der inneren und äußeren Kräfte ist

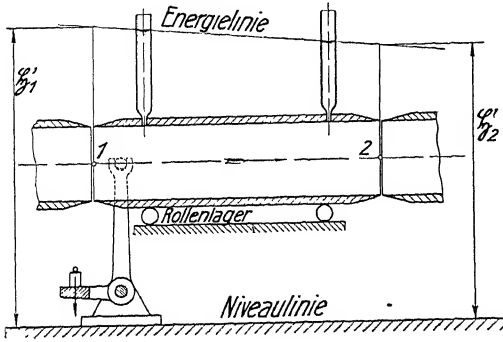


Abb. 201. Nachweis der Schleppkraft in einem Rohrstück.

das Voreilen eines in einem Flusse treibenden Schiffes trefflich erwiesen. Dr. THOMA, der mich hierauf aufmerksam machte, hatte schon vor Jahren in der Elbe festgestellt, daß flußabwärts treibende Kähne um etwa  $\frac{1}{2}$  m/sek. der Geschwindigkeit der Wasseroberfläche voreilen, was bekanntlich auch genügt, um solche, nur vom Wasser bewegte Schiffe mit dem Steuer zu lenken. Sei z. B. in Abb. 199 links die mit der Tiefe wechselnde Geschwindigkeit durch die mit  $c$  bezeichnete Kurve gegeben, so entspricht ihr eine Zähigkeit  $P_z$  nach der nebenstehenden Kurve, wenn  $P_z = k \cdot \frac{dc}{dx}$  gesetzt wird. Die Differenz zwischen  $P_z$  und der gesamten Reibungskraft  $P_R$  stellt dann den mit

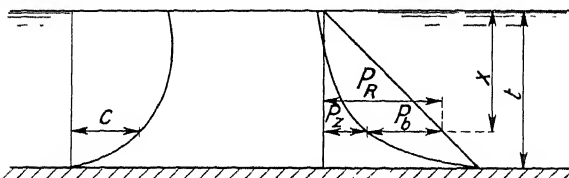


Abb. 199. Trennung der Reibungskraft  $P_R$  in  $P_z$  und  $P_b$ .

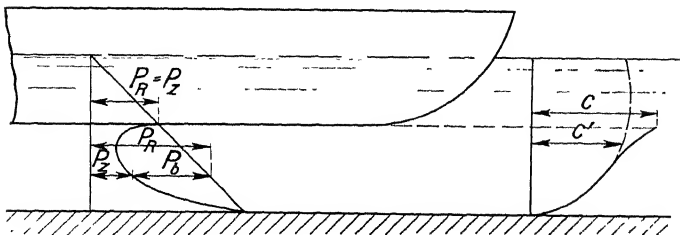


Abb. 200. Dasselbe bei schwimmendem Kahn.

wissenschaften. Dritter Teil. Der Wasserbau. 4. Aufl. VI. Bd. Z. d. Ö. I. A. V. 1912, S. 281.

<sup>2)</sup> LIPPKE, Untersuchungen über die Verteilung der Wassergeschwindigkeiten. Dresden, v. Baensch-Stiftung, S. 308.

$P_b$  bezeichneten Betrag dar, der durch Austausch von Bewegungsgröße zwischen den einzelnen Wasserschichten auftreten muß. Befindet sich nun ein Kahn im Wasser, so bleibt die Kurve der  $P_R$  unverändert (Abb. 200). Der Austausch an Bewegungsgröße  $P_b$  bleibt im unteren Teil zunächst auch gleich, wird aber an der Wand des Kahn es infolge der relativen Ruhe der Rand-schicht gleich Null, und man versteht, daß dem übrig bleibenden Zähigkeitswiderstand eine Geschwindigkeitskurve nach Abb. 200 ( $c$  statt  $c'$ ) entsprechen muß.

<sup>1)</sup> DUBUAT, Principes d'hydraulique et de pyrodynamique. Tome premier. Paris 1816, S. 102. — KREUTER, Handbuch der Ingenieur-

die Schleppkraft gleich der Flüssigkeitstiefe  $t$  mal der dem Gefälle entsprechenden Druckhöhe  $i \cdot \gamma$ .

2. Die vom Gefälle geleistete Arbeit wird durch Reibung vernichtet und größtenteils in Wärme verwandelt. Diese Energieverwandlung vollzieht sich im ganzen Strömungsbereich und zum Teil auch an den Kanalwänden. Die Arbeit der Schleppkraft bildet somit nur einen Bruchteil der Gefällsarbeit.

3. Im absolut glatten Gerinne findet die betreffende Schwerkraftkomponente keine Gegenkraft. Ein Beharrungszustand kann deshalb nicht eintreten. Auch wird in der Flüssigkeit keine Energie vernichtet mit Ausnahme von Wirbelenergie, die ihr vielleicht von einem früher durchströmten nicht reibungsfreien Gerinne anhaftet.

Die Wandreibung kann durch einen Rohrausschnitt nach Abb. 201 nachgewiesen werden, der mit sehr geringem Spiel abwägbar gelagert und mit messerscharfen Enden ausgerüstet ist, um andere Druckkräfte in der Rohrachse auszuschalten. Da muß  $P_R = (p'_1 - p'_2) \cdot f$  werden.  $p'_1 - p'_2$  ist dabei aus zwei Piezometerablesungen durch Extrapolation zu bestimmen.

### 5. Schleppkraft rotierender Scheiben.

Die Schleppkraft rotierender Scheiben entsteht aus dem Widerstand, den die Parallelverschiebung einer in Wasser befindlichen Fläche gegenüber einer zweiten in Ruhe befindlichen Fläche erfährt (Abb. 202).

Dazu darf man annehmen, daß die Summen der Reibungskräfte  $P_R$  in sämtlichen Parallelschichten, genau wie es bei einer starren Verbindung der beiden Flächen der Fall sein müßte, zur Erhaltung des Gleichgewichts konstant sind, und daß die Drücke, abgesehen von der Schwerkraft, im gesamten Wasserraum gleich sind.

Die Geschwindigkeiten der Hauptströmung dürften dementsprechend in erster Annäherung proportional mit dem Abstand  $x$  von der festen Wandfläche bis auf die Geschwindigkeit  $c_x$  der bewegten Wand zunehmen (Abb. 202), was auch für Geschwindigkeiten unter den kritischen Grenzen zur Befriedigung des Poiseuilleschen Gesetzes für  $P_R = \text{konstant}$  unmittelbar verlangt ist, da

$$P_R = \eta \cdot O \cdot \frac{dc}{dx}; \text{ und daher } c = \frac{P_R}{\eta \cdot O} \cdot x.$$

Dann wird auch die Schleppkraft selbst mit  $c = c_x$  und  $x = a$  (Abb. 202)

$$\sigma = \frac{P_R}{O} = \eta \frac{c_x}{a} \quad (210)$$

und ist, wie nicht anders zu erwarten, wieder der Zähigkeit und der Schleppgeschwindigkeit direkt, dem Abstand aber indirekt proportional.

Für höhere Geschwindigkeiten muß in gleicher Weise nach dem Gesetz des Gleichgewichts  $P_R$  in jeder Schicht konstant sein; und es liegt nahe, auch hier anzunehmen, was freilich durch den Versuch noch zu erhärten wäre, daß die

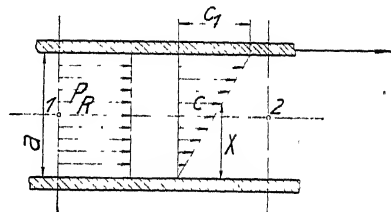


Abb. 202. Reibungskräfte zwischen parallel verschobenen Wänden.

Geschwindigkeiten der Hauptströmung gleichfalls proportional mit  $x$  (Abb. 202) zunehmen. Wie dem auch sei, jedenfalls darf die Berechnung von  $P_R$  auf die in gewöhnlichen Wasserströmungen auftretenden Werte mit ihrer ganz anders gearteten Geschwindigkeitsverteilung nicht unmittelbar bezogen werden, sondern verlangt eigene Versuche.

Für die Wasserströmung ergibt sich (vgl. S. 104) die Reibungskraft an den Wandungen der Leitung angenähert zu

$$P_R = R \cdot \gamma \cdot f = \varrho \frac{lU}{f} \frac{c^2}{2g} \cdot \gamma f = \varrho lU \frac{c^2}{2g} \gamma = \varrho O \frac{c^2}{2g} \gamma, \quad (211)$$

wobei  $c$  die mittlere Geschwindigkeit im Querschnitt darstellte. Dabei wechselte

$\varrho$  ( $= \frac{\lambda}{4}$ , vgl. S. 112) je nach Rauheit und hydraulischem Radius zwischen 0,003 und 0,006.

Für den Widerstand beim Hindurchziehen einer 15 m langen, ebenen, gefirnisten Holztafel durch Wasser fand FROUDE <sup>1)</sup> in der Tat dieses Gesetz bestätigt und

$$P_R = 0,000115 O c_x^2 \gamma, \quad (212)$$

d. h.

$$\varrho_x = 0,000115 \cdot 2g = 0,00226, \quad (213)$$

mit  $\varrho_x$  bezeichnet, da es sich auf die Höchstgeschwindigkeit  $c_x$  im Querschnitt bezieht.

Am einfachsten gestalten sich derartige Versuche mit rotierenden Scheiben. Legen wir für sie dasselbe Gesetz der Schleppkraft zugrunde, so ergibt sich nach Abb. 203 das Moment

$$\begin{aligned} M &= \int_0^{r_1} r \cdot dP_R = \int_0^{r_1} r \varrho_x \cdot (2r\pi dr) \frac{c_x^2}{2g} \frac{r^2}{r_1^2} \gamma = \frac{2\pi \varrho_x c_x^2}{2g r_1^2} \gamma \int_0^{r_1} r^4 dr = \\ &= \frac{2}{5} \pi \varrho_x \cdot \frac{c_x^2}{2g} \gamma r_1^5 = \frac{2}{5} \varrho_x O \frac{c_x^2}{2g} r_1 \gamma \end{aligned}$$

und

$$P_{R_1} = \frac{M}{r_1} = \frac{2}{5} \varrho_x \cdot O \frac{c_x^2}{2g} \gamma, \quad (214)$$

wenn  $P_{R_1}$  die Kraft am Umfang und  $O$  die Oberfläche der Scheibe darstellt. Eine bei geradliniger Bewegung auftretende Kraft  $P_R$  würde somit in  $\frac{2}{5} r_1$  angreifend zu denken sein.

Weiter folgt die Reibungsarbeit als

$$L_R = P_{R_1} \cdot c_x = \frac{2}{5} \varrho_x \cdot O \frac{c_x^2}{2g} \gamma \cdot c_x = \frac{\varrho_x}{5g} O \cdot c_x^3 \cdot \gamma. \quad (215)$$

Praktisch sind noch folgende Umschreibungen:

<sup>1)</sup> BIEL, Forschg. Arb., Heft 42, S. 49.



1. Mit  $O = s \cdot \frac{D^2 \pi}{4}$ , wobei  $s$  die Zahl der Scheibenflächen,  $\gamma = 1000$  und  $c_x = u$ , wird

$$L_R = \frac{q_x}{5g} s \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot u^3 \cdot \gamma = \frac{\pi \gamma}{20g} \cdot q_x s D^2 u^3 = 16 q_x s D^2 u^3 \text{ kgm}; \quad (216)$$

2. mit  $u = \frac{D \pi n}{60}$

$$L_R = 16 q_x s \left( \frac{\pi}{60} \right)^3 \cdot D^5 n^3 = 0,0023 q_x s D^5 n^3 \text{ kgm}; \quad (217)$$

3. mit  $D = \frac{60u}{\pi \cdot n}$

$$L_R = 16 q_x s \left( \frac{60}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{u^5}{n^2} = 5840 q_x s \frac{u^5}{n^2} \text{ kgm}. \quad (218)$$

Versuche mit Scheiben (Abb. 204) scheinen erwiesen zu haben, daß das angenommene Gesetz für  $P_R$  mit einiger Annäherung zutrifft, bzw. daß  $q_x$  annähernd konstant ausfällt, wenn kein zu geringer Abstand zwischen den Scheiben und den Wänden vorhanden ist. So fand LASCHE<sup>1)</sup> mit 6 Scheiben von  $r_x = 1$  m bei  $c_x = 33,8$  m/sek ein  $L_R$  von 500 PS., bei  $c_x = 62,8$  m/sek von 3000 PS. Danach rechnet sich mit obiger Formel

$$q_x = \frac{5g \cdot L_R}{c_x^3 O \gamma} = \frac{5 \cdot g \cdot 500 \cdot 75}{33,8^3 \cdot 12 \cdot \pi \cdot 1000} = 0,00126$$

bzw.

$$= \frac{5 \cdot g \cdot 3000 \cdot 75}{62,8^3 \cdot 12 \cdot \pi \cdot 1000} = 0,00118.$$

WAGNER<sup>2)</sup> fand mit Scheiben von  $r_x = 0,3 \sim 0,4 \sim 0,5$  m größere Werte von  $q_x$ , die mit der Geschwindigkeit abnahmen, nämlich bei  $c_x = 20$  m/sek rund  $q_x = 0,0035$ , bei  $c_x = 40$  m/sek  $q_x = 0,0022$ . Diese wesentlich höheren Werte sind wohl in einer größeren Rauheit der verwendeten Scheiben begründet.

Für das gewölbte Gehäuse der hydraulischen Bremse von STUMPF (Abb. 204) stellte RÖTSCHER<sup>3)</sup> die Beziehung für die Bremsleistung auf

$$L_R = \frac{(2r_x)^{5,366}}{4,704 \cdot 10^{16}} n^{2,66}, \quad (219)$$

während nach obiger Umschreibung  $L_R = k \cdot D^5 n^3$  werden würde, woraus folgt, daß auch hier  $q_x$  sich nicht völlig konstant ergeben hatte.

Man fand z. B. für 2 Scheiben von  $D = 1,0$  m bei

$$n = 2070, \quad c_x = 108,5, \quad L_R = 1400 \text{ PS.},$$

$$n = 1010, \quad c_x = 52,9, \quad L_R = 200 \text{ PS.}$$

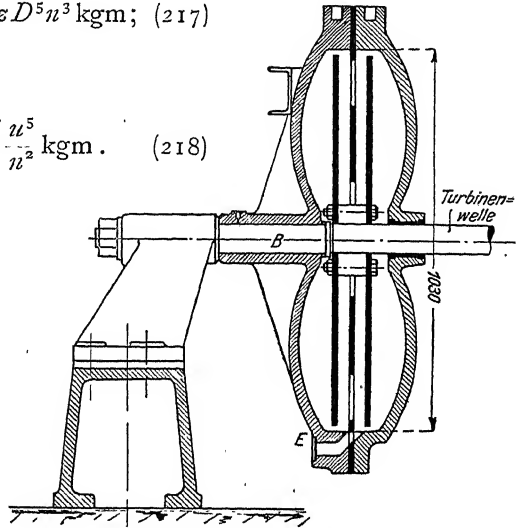


Abb. 204. Bremse von STUMPF.

<sup>1)</sup> LASCHE, Z., 1906, S. 1353.

<sup>2)</sup> WAGNER, Bericht über die VI. ord. Hauptversammlung des Schiffbautechnischen Vereins 1905. — Desgl. Forsch. Arb., Heft 42, S. 49.

<sup>3)</sup> RÖTSCHER, Z., 1907, S. 607.

Danach wird  $\varrho_x$  nach obiger Formel

$$\varrho_x = \frac{5g \cdot L_R}{c_x^3 \cdot O \cdot \gamma} = \frac{5 \cdot g \cdot 1400 \cdot 75}{108,5^3 \cdot 4 \cdot 0,5^2 \cdot \pi \cdot \gamma} = 0,00129$$

bzw.

$$= \frac{5 \cdot g \cdot 200 \cdot 75}{52,9^3 \cdot 4 \cdot 0,5^2 \cdot \pi \cdot \gamma} = 0,00157.$$

Daß  $\varrho_x$  für das Durchschleppen ebener Flächen durch Wasser durchweg kleiner ( $\varrho_x = 0,00118$  bis  $0,0035$ ), im Mittel kaum halb so groß ausfällt, als  $\varrho$  für Wasserströmungen an ruhenden Flächen ( $\varrho = 0,003$  bis  $0,006$ ), ist nicht verwunderlich, da  $\varrho_x$  auf die Höchstgeschwindigkeit  $c_x$  statt wie  $\varrho$  auf die mittlere Geschwindigkeit  $c$  bezogen ist.

Auch das an sich befremdliche Ergebnis, daß bei diesen oberhalb der kritischen Geschwindigkeit angestellten Versuchen der Abstand der bewegten Fläche von der festen Fläche in erster Annäherung (für  $\psi$  S. 106 konstant) ohne Einfluß ist, erscheint begründet, wenn man bedenkt, daß es sich hier weniger um Arbeit der Zähigkeit, als vielmehr in erster Linie um die Energievernichtung der durch die geschleppte Fläche hervorgerufenen Wirbel handelt, die der Oberfläche, sowie dem Quadrat ihrer Verschiebungsgeschwindigkeit proportional sind.

Die Folgerung für den praktischen Turbinenbau wird danach lauten, daß die Abstände rotierender Scheiben von den feststehenden Wandungen solange belanglos sind, bis derart kleine Abmessungen erreicht werden (Dichtungsscheiben), daß die kritische Geschwindigkeit unterschritten wird, wo dann die Schleppkraft proportional mit einer weiteren Verkleinerung der Abstände wächst, und die lineare Potenz der Geschwindigkeiten statt der quadratischen maßgebend wird. COUETTE fand hierfür<sup>1)</sup> in Übereinstimmung mit der Gleichung -- S. 97 -- den Ausdruck

$$c_k = 2000 \cdot \frac{\eta}{\delta \alpha} \text{ m/sek. ,} \quad (220)$$

wobei jetzt  $c_k$  die Relativgeschwindigkeit der Flächen,  $\alpha$  aber ihren gegenseitigen Abstand darstellt.

Die Betrachtung dieser Schleppkräfte legt den Gedanken nahe, welchen Einfluß ihre Lage im Gefäß auf die äußern Kraftwirkungen besitzt. Ob z.B. die Schleppkraft  $P_R$  in Abb. 205 infolge ihres Hebelsarms  $l$  ein Moment  $P_R \cdot l$  auf die Leitung ausübt.

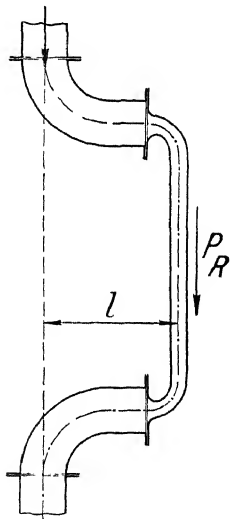


Abb. 205.

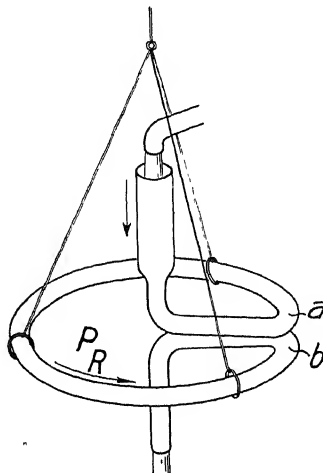


Abb. 206.

In Wirklichkeit können solche Wirkungen nicht eintreten, da die schließliche Kraftäußerung nie eine andere sein kann, als die Resultierende aus den aktiven

<sup>1)</sup> Näheres bei BRILLORUM, Théorie de la viscosité.

Kräften (Schwer- und Massenkraft). Aus dem Gleichgewicht der Kräfte folgt daher, daß der Teil der Resultierenden, der nicht durch die Schleppkraft an die Wandungen übertragen wird, durch die Druckkräfte zum Teil an die Wandungen, zum Teil an die Öffnungen übermittelt werden muß.

Als Beweis hierfür dient Apparat Abb. 206. Er ist so gebaut, daß die Schwer- oder Massenkraft keine Torsion um die Aufhängung hervorrufen. Somit bleibt er in Ruhe, obwohl eine beträchtliche Schleppkraft im Umfang wirkt, einfach, weil die Druckdifferenz auf die Endflächen bei  $a$  und  $b$  diese Schleppkraft im Gleichgewicht hält  $(p_a - p_b) f = P_R$ .

Dagegen ist bei horizontaler Welle wohl zu beachten, daß bei nicht gefülltem Gehäuse durch Mitnehmen der Wassermassen eine Verlegung ihres Schwerpunktes und damit ein störendes Zusatzmoment auftritt.

## 6. Kraftwirkung abgelenkter Strahlen.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen soll nun ein besonderer Fall noch näher untersucht werden, indem die Wasserströmung nicht durch ein beliebiges Gefäß, sondern nach Art eines abgelenkten Wasserstrahls mit nahezu gleichbleibendem Querschnitt erfolgt, weil uns das Gelegenheit gibt, der Frage der Druckdifferenzen in den einzelnen Querschnitten näher zu treten. Zunächst werden wir auch für diesen Fall die Kraftwirkungen bestimmen.

Unter der vereinfachenden Annahme, daß die sämtlichen Wasserteilchen des Strahls die gleiche Geschwindigkeit besitzen und auch während der Ablenkung beibehalten, gilt für einen beliebigen Punkt des in Abb. 207 dargestellten Strahls, daß die Zentrifugalkraft  $dZ$  des Querschnittssegments  $f \cdot \rho \cdot d\beta$ , wobei  $f$  den Querschnitt des Strahls,  $\rho$  den augenblicklichen Krümmungsradius darstellt,

$$dZ = \frac{f \cdot \rho \cdot d\beta \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{c^2}{\rho} = \frac{f \cdot d\beta \cdot \gamma}{g} \cdot c^2.$$

Aus dem Hinausfallen des Krümmungsradius folgern wir übereinstimmend mit Gl. (191), S. 138, daß nicht die Raschheit der Krümmung, sondern nur die Größe des Richtungswechsels auf die Zentrifugalkraft von Einfluß ist.

Die Kraftwirkung über die gesamte Ablenkungsfläche ergibt sich in einer bestimmten Richtung durch Summation der entsprechenden Kraftkomponenten.

Sei in einer  $U$ -Richtung  $dP_u = dZ \sin \beta$ ,

so folgt das Integral von  $dP_u$  mit Abnahme des Winkels  $\beta$  von  $\beta_1$  bis  $\beta_2$  als

$$P_u = \frac{f \cdot \gamma}{g} c^2 \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta (-d\beta) = \frac{f \cdot \gamma}{g} c^2 (\cos \beta_2 - \cos \beta_1). \quad (221)$$

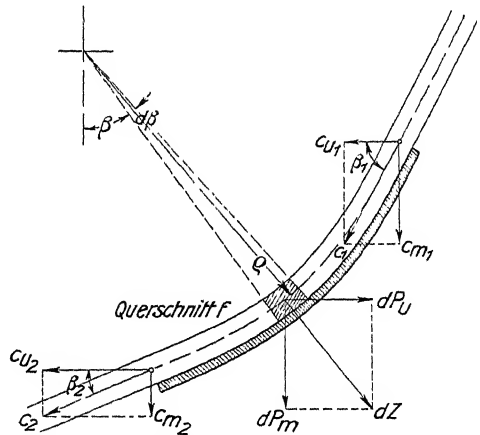


Abb. 207. Wasserdruck auf eine Ablenkungsfläche.

Führen wir nun wieder die sekundliche Wassermenge  $Q = f \cdot c$  ein, so folgt

$$P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c \cos \beta_2 - c \cos \beta_1), \quad (222)$$

oder nach früherer Bezeichnung (Abb. 207) (vgl. Gl. 203, S. 146)

$$P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_{u2} - c_{u1}), \quad [203]$$

wobei  $c_u$  für  $\beta > 90^\circ$  negativ ausfällt. Auch hier ist (vgl. S. 138) die Kraftwirkung negativ gleich der sekundlichen Wassermasse mal ihrem in der Krafrichtung stattfindenden Geschwindigkeitszuwachs.

Die senkrecht zur Umfangsgeschwindigkeit auftretende Meridiankraft  $P_m$  folgt in genau entsprechender Weise (Abb. 207) als

$$\begin{aligned} P_m &= f \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot c^2 \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos \beta (-d\beta) = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c \sin \beta_1 - c \sin \beta_2) \\ &= \frac{Q \gamma}{g} (c_{m1} - c_{m2}). \quad (\text{Vgl. S. 146.}) \end{aligned} \quad (223)$$

Nehmen wir beispielsweise einen Kanal mit den Winkeln  $\beta_1 = 120^\circ$  und  $\beta_2 = 15^\circ$ ,  $c = 6$  m/sek = konstant und  $Q = 12$  l/sek, so berechnet sich

$$P_u = \frac{12}{g} (6 \cdot 0,966 - 6 \cdot (-0,5)) = 8,79 \text{ kg};$$

$$P_m = \frac{12}{g} (6 \cdot 0,8660 - 6 \cdot 0,258) = 3,65 \text{ kg}.$$

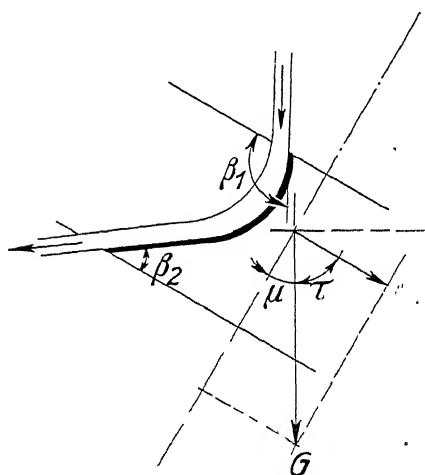


Abb. 208.

Betrachten wir auch hier die gesamte Kraftäußerung des Wassers auf die Ablenkungsfläche, so sind die auf S. 142 erwähnten Kräfte mit heranzuziehen.

Ist die Ablenkung unter Gleichdruck gedacht, so fallen die Drücke auf die Ein- und Austrittsöffnungen, sowie die Auftriebskräfte weg. Es bleibt nur die Schwerkraft  $G$  zu berücksichtigen.

Liegt die Kraft  $P_u$  horizontal, so hat  $G$  auf sie keinen Einfluß, während die senkrechte Kraftwirkung  $P_m$  auf

$$P_m = \frac{Q \gamma}{g} (c_{m1} - c_{m2}) + G$$

gesteigert wird.

Ist  $P_u$  um einen Winkel  $\tau$  gegen die Vertikale geneigt (Abb. 209), so fällt eine Komponente  $G \cdot \cos \tau$  in die Krafrichtung und wir erhalten

$$P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_{u2} - c_{u1}) + G \cos \tau.$$

## 7. Druck- und Geschwindigkeitsverteilung in gekrümmten Wasserströmungen.

Aus den in der Einleitung zur Hydrodynamik S. 47, 62 über die Wasserströmungen gemachten Bemerkungen folgt, daß es sich hier nur darum handeln kann, die sogenannten Hauptströmungen in die Untersuchungen aufzunehmen, da sich die wirbelnden Nebenströmungen mit Ausnahme weniger Sonderfälle der mathematischen Behandlung entziehen.

Dazu wollen wir den reibungsfreien Zustand voraussetzen, nach dem an allen Stellen der Strömung die gleiche Energie vorhanden ist.

Für ein im Krümmungsradius  $\varrho$  eines Kanals von der Breite  $b$  sich bewegendes Wasserteilchen kann die Zentrifugalkraft nach der Abb. 210 als

$$dZ = dm \cdot \frac{c^2}{\varrho} = \frac{\varrho \cdot d\beta \cdot \Delta\varrho}{g} \cdot \frac{b \cdot \gamma}{\varrho} \cdot \frac{c^2}{\varrho}$$

angeschrieben werden. Der Druckzuwachs pro Flächeneinheit auf die Strecke  $\Delta\varrho$  ist demnach:

$$dh \cdot \gamma = \frac{dZ}{\varrho \cdot d\beta \cdot b},$$

somit durch Einsetzen

$$dh = \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\Delta\varrho}{\varrho}, \quad (224)$$

oder allgemeiner, wenn noch eine Änderung der Höhenlage um  $-dH$  hinzukommt:

$$dh = \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\Delta\varrho}{\varrho} - dH. \quad (225)$$

Die Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Krümmungsradius folgt dann mit

$$H + h + \frac{c^2}{2g} = \text{konstant}$$

bzw.

$$dH + dh + \frac{c \cdot dc}{g} = 0$$

durch Einsetzen von  $dh$  zu

$$\frac{c \, dc}{g} = - \frac{c^2}{g} \frac{\Delta\varrho}{\varrho}$$

oder

$$\frac{dc}{c} = - \frac{\Delta\varrho}{\varrho}. \quad (226)$$

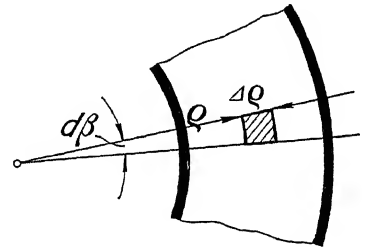


Abb. 209.

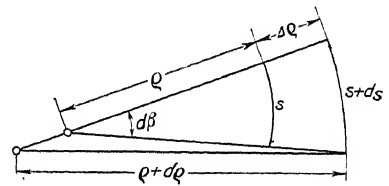


Abb. 210.

Der Auswertung dieser Gleichung steht die Schwierigkeit entgegen, daß  $\Delta\varrho$  nur dann ein Differential des Krümmungsradius ist, wenn beim Fortschreiten auf letzterem der Krümmungsmittelpunkt ungeändert bleibt.

Durch Einführen des Abstands  $s$  zweier benachbarter Niveaulinien (Abb. 211) gelingt es aber, den Ausdruck  $\frac{\Delta\varrho}{\varrho}$  auf das Differential  $\frac{ds}{s}$  zurückzuführen, wodurch die wertvollste Grundlage zum Aufzeichnen wirbelfreier Strömungen gegeben ist<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Vgl. WAGENBACH, Beiträge zur Turbinentheorie. Z. g. T., 1907, S. 273.

Man bemerkt nämlich aus der Abb. 211, daß

$$\frac{q + \Delta q}{q} = \frac{s + ds}{s} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta q}{q} = \frac{ds}{s}.$$

Sonach folgt

$$\frac{dc}{c} = - \frac{\Delta q}{q} = - \frac{ds}{s} \quad (227)$$

oder integriert:

$$c \cdot s = \text{konstant.} \quad (228)$$

Dieses wichtige Resultat sagt aus, daß in Strömungen konstanter Energie, die zwischen parallelen Wänden stattfinden, die eine Niveauläche durchschneidenden Geschwindigkeiten sich umgekehrt verhalten, wie die Abstände der Niveauläche von einer benachbarten Niveauläche.

Zur Kennzeichnung der Strömung zeichnen wir Flutflächen ein, die senkrecht zu den parallelen Kanalwänden stehen, und zwischen denen jeweils gleiche sekundliche Wassermengen fließen sollen. Ihre Projektionen sind in Abb. 211 sichtbar, und ihre Abstände  $l$  sind nach der obigen Bedingung den Wassergeschwindigkeiten umgekehrt proportional, so daß auch gilt

$$\frac{s}{l} = \text{konstant.}$$

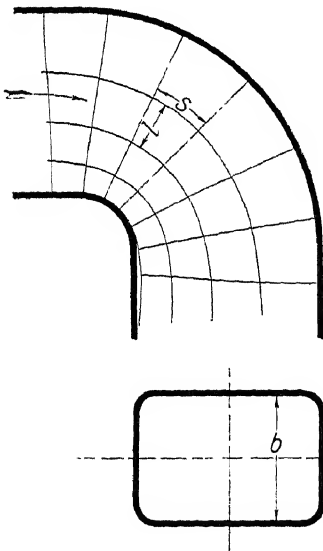


Abb. 211 u. 212 Strömungslinien im Krümmer von rechteckigem Querschnitt.

Die Projektionen der genannten Flutflächen bilden sonach mit denen zweier benachbarter Niveaulächen ähnliche Rechtecke, und diese Ähnlichkeit erstreckt sich, wenn  $\frac{s}{l}$  zwischen sämtlichen Niveaulächen gleich groß angenommen wird, über das ganze Strömungsbild. Wird  $\frac{s}{l} = 1$  gewählt, so erscheint das Bild durch ein Netz von Quadraten überdeckt. Die Abweichungen von der Rechteck- bzw. Quadratform werden dabei um so geringer, je enger die Abstände der Flut- und Niveaulächen gewählt werden.

Will man die Strömung konstanter Energie auf diese Weise zeichnerisch feststellen, so bleibt dem Anfänger ein längeres Probieren nicht erspart. Er wird zunächst nach Gefühl vorläufige Flutlinien einzeichnen, auf diesen unter rechtwinkligem Schnitt die Niveaulinien errichten und solange an beiden schieben, bis die gewünschte Ähnlichkeit der kleinsten Schnittfiguren erreicht ist (Abb. 211 u. Taf. 9, Abb. 1). Dabei dürfen die betreffenden Quadratseiten wohl Krümmungen zeigen, die beim Übergang zum Kleinen verschwinden, während die Bedingung senkrechter Schnitte streng beibehalten werden sollte. Dies Verfahren hat praktische Bedeutung bei der Bestimmung der Wasserdruckmomente der Drehschaufeln (vgl. S. 455 ff.).

Eine objektive Darstellung derartiger wirbelfreier Wasserströmungen gelingt nach THOMA durch Vergleich mit elektrischer Strömung<sup>1)</sup>. Man schneidet die

<sup>1)</sup> Die Wasserdruckmomente der Drehschaufeln von Zentripetal-Francis-Turbinen. Z., 1911, S. 2007.

Kanalform etwa in Konstantanblech aus (Abb. 213), führt an den Enden den Strom durch Kupferbarren  $a$  und  $b$  ein bzw. aus und tastet dazwischenliegende Niveauflächen mit einer Wheatstone-Brücke  $B$  und einem Kupferstift  $S$  ab. Durch Anlegen der Kupferbarren an den Längsseiten des Kanals (Abb. 213) können nach Assistent OTTO SCHMIDT mit demselben Verfahren auch die Strömungslinien unmittelbar abgetastet werden.

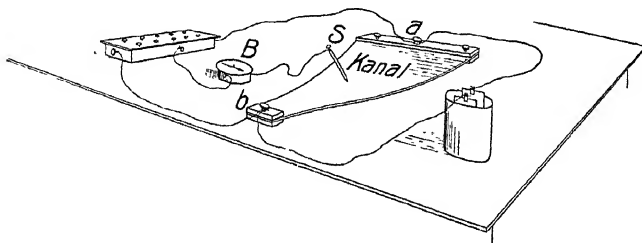


Abb. 213. Bestimmung von Niveaulinien nach THOMA.

Die Voraussetzung für die wirkliche Analogie der wirbelfreien Wasserströmung mit der elektrischen Strömung ist aber, daß die erstere ebenso wie die letztere die Ein- und Austrittsbegrenzung senkrecht durchschneidet. An beiden müssen daher die Kupferbarren je in einer Niveaulinie angelegt werden. Daß die letzteren von vornherein nicht bekannt sind, konnte zwar durch eine mehrmalige Wiederholung des Versuchs ausgeschaltet werden. Gelegentlich aber, wie z. B. in der Zentralströmung (Abb. 214) wird man mit einer Niveaulinie je für Eintritt und Austritt überhaupt nicht auskommen. Da versagt diese Vergleichsmethode.

Die Frage nach der zweckmäßigsten Form von Rohrkrümmern oder krummen Kanälen hat GRAMMEL angeschnitten<sup>1)</sup>.

Liegt eine längere Strömung in einer Kreisbahn vor, so kann der Krümmungsmittelpunkt konstant und daher  $d\varrho$  als Differential des Radius  $= dr$  angesehen werden. Dann wird nach obigem für gleichen Energieinhalt der Stromfäden

$$c \cdot r = \text{konstant}, \quad (229)$$

die Geschwindigkeitsverteilung erfolgt nach einer Hyperbel (Abb. 215).

Führen wir dazu die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{c}$  ein und nennen ihren Druck und ihren Krümmungsradius als »neutrale« Größen  $h_n$  und  $r_n$ , so folgt aus der Kontinuität

$$a \cdot b \cdot \bar{c} = Q = b \int_{r_i}^{r_a} c \cdot dr$$

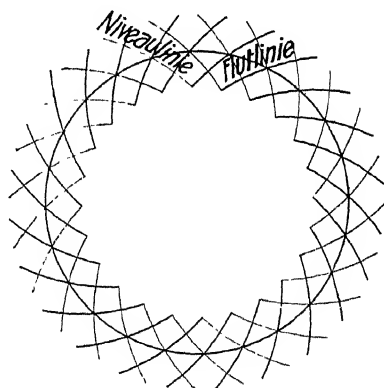


Abb. 214.

<sup>1)</sup> Zur Theorie der Rohr- und Kanalkrümmen. Z. g. T., 1913, S. 321.

und mit  $c \cdot r = \text{konstant} = \bar{c} \cdot r_n$

$$a \cdot b \cdot \bar{c} = b \cdot \bar{c} r_n \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r},$$

$$a = r_n \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} \quad (230)$$

Die Abhängigkeit des  $r_n$  vom mittleren Radius  $\bar{r} = \frac{r_a + r_i}{2}$  zeigt für verschiedene Radienverhältnisse die folgende Tabelle, in die auch die später interessierenden Werte von  $\frac{r_n^2}{r_a r_i}$  aufgenommen sind.

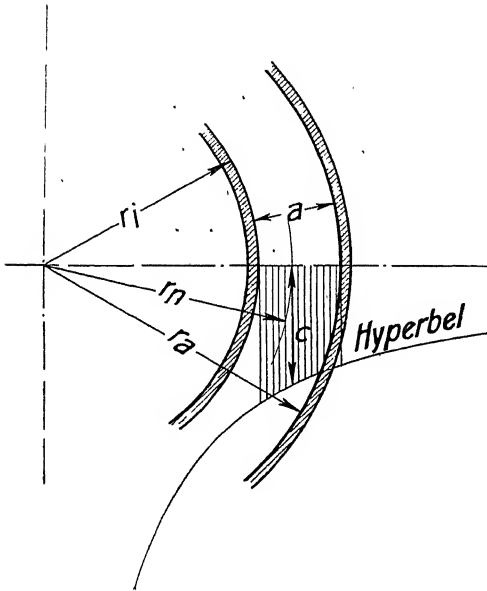


Abb. 215. Geschwindigkeitsverteilung bei gleichem Energieinhalt der Stromfäden.

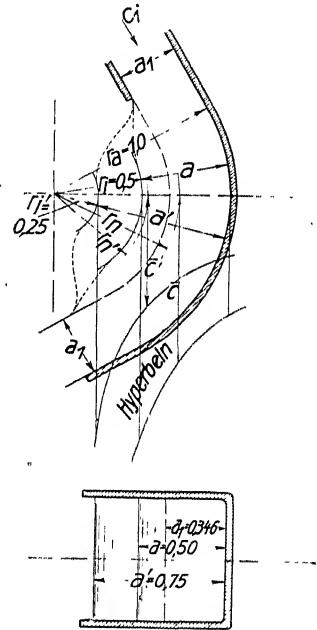


Abb. 216. Rechnungsmäßige Anschwellung des freien Strahls.

Tabelle.

$r_a$	$r_i$	$\frac{r_a}{r_i}$	$\ln \frac{r_a}{r_i}$	$a$	$r_n = \frac{a}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$	$\bar{r}$	$\frac{r_n^2}{r_a r_i}$
100	99	1,0101	0,01004	1	99,5	99,5	1,000
	90	1,1111	0,1053	10	94,9	95,0	1,000
	75	1,3333	0,2877	25	86,9	87,5	1,006
	50	2,0	0,6932	50	72,1	75,0	1,039
	25	4	1,385	75	54,15	62,5	1,171
	10	10	2,3026	90	39,1	55,0	1,529
	1	100	4,6052	99	21,5	50,5	4,62



Den Druck an einer beliebigen Stelle finden wir aus

$$H + h + \frac{c^2}{2g} = H_n + h_n + \frac{\bar{c}^2}{2g}$$

durch Einsetzen von  $c = \frac{\bar{c} r_n}{r}$  zu

$$h = (H_n - H) + h_n + \frac{\bar{c}^2}{2g} \left( 1 - \left( \frac{r_n}{r} \right)^2 \right). \quad (231)$$

Man erkennt hieraus, daß leicht bei kleinem  $r$  ein physikalisch unmöglicher negativer Druck sich rechnermäßig ergeben kann.

Zur ungestörten Wasserströmung muß daher auch der Druck  $h_i$  am innern Radius  $r_i$  zum mindesten  $\geq 0$  ausfallen. Setzt man  $h_i = 0$ , so folgt, wenn gleichzeitig ein horizontaler Kanal mit  $H_n = H$  angenommen wird,

$$h_n = \frac{\bar{c}^2}{2g} \left( \left( \frac{r_n}{r_i} \right)^2 - 1 \right) = \frac{\bar{c}^2}{2g} \left( \left( \frac{r_a - r_i}{r_i \lg \frac{r_a}{r_i}} \right)^2 - 1 \right), \quad (232)$$

somit das Radienverhältnis abhängig von der neutralen Druckhöhe  $h_n$ .

Von Interesse ist es, hierbei noch zu betrachten, welche Anschwellung ein Strahl bei kreisförmiger Ablenkung rechnermäßig erwarten läßt, wenn er auf der Innenseite nicht geführt, sondern dem Atmosphärendruck ausgesetzt ist (Abb. 216).

Wir sehen auch hier von Gefälldifferenzen ab und erhalten nach der früheren Annahme konstanter Energie die Geschwindigkeit des innersten Wasserfadens  $c_i$  gleich der unter gleichem Druck stehenden Zulaufgeschwindigkeit  $c_1$ .

Weiter folgt (vgl. Abb. 216) mit

$$c_1 \cdot a_1 = \bar{c} \cdot a$$

$$\frac{a_1}{a} = \frac{\bar{c}}{c_1} = \frac{c}{c_i} = \frac{r_i}{r_n}$$

und

$$\frac{a_1}{r_i} = \frac{a}{r_n} = l_n \frac{r_a}{r_i}.$$

Da  $a$  nicht direkt aus  $a_1$  zu berechnen ist, bestimmen wir die Größen  $\frac{a}{r_a}$  und  $\frac{a_1}{r_a}$  abhängig von  $\frac{r_i}{r_a}$ , indem wir schreiben:

$$\frac{a_1}{r_a} = \frac{a_1}{r_i} \frac{r_i}{r_a} = \frac{r_i}{r_a} l_n \frac{1}{\frac{r_i}{r_a}}, \quad (233)$$

$$\frac{a}{r_a} = \frac{r_a - r_i}{r_a} = 1 - \frac{r_i}{r_a} \quad (234)$$

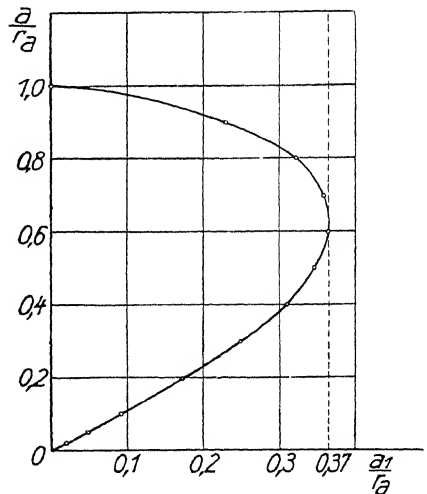


Abb. 217.

und bringen dann  $\frac{a}{r_a}$  und  $\frac{a_1}{r_a}$  für je gleiche  $\frac{r_i}{r_a}$  graphisch in der Kurve Abb. 217 zueinander in Beziehung.

Dabei findet man, daß nur Werte bis  $\frac{a_i}{r_a} = 0,37$  realisierbar sind, sowie, daß innerhalb dieses Bereichs rechnungsmaßig je zwei Werte von  $\frac{a}{r_a}$  der Gleichung entsprechen. Letztere sind in Abb. 216 z. B. für  $\frac{a_i}{r_a} = 0,346$  mit  $\frac{a}{r_a} = 0,5$  und  $\frac{a'}{r_a} = 0,75$  eingetragen, wobei auch die Kurven der rechnungsmäßigen Geschwindigkeitsverteilung, sowie die entsprechenden mittleren Geschwindigkeiten  $\bar{c}$  und  $\bar{c}'$  zu erkennen sind.

Praktische Bedeutung haben naturgemäß nur die ersteren Werte, und auch diese leiden darunter, daß in der Ableitung der obigen Gleichungen die Frage des Übergangs von  $a_i$  auf  $a$ , der in Abb. 216 gestrichelt angedeutet ist, keine Beachtung findet.

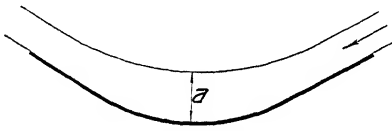


Abb. 218.

In Wirklichkeit ist ein solcher Übergang mit Wendepunkt natürlich undenkbar. Der tatsächliche Verlauf entspricht vielmehr der auf S. 158 ausgeführten Einzeichnung der Strömungslinien, die auf ein Bild, etwa wie Abb. 218 führt, wonach sich die Wirkung der Krümmung strenggenommen auf die gesamte Wasserzu- und abführung mit erstreckt.

Deshalb lassen auch praktische Beobachtungen an abgelenkten Strahlen die Strahlanschwellung nicht leicht erkennen<sup>1)</sup> (vgl. Abb. 219), und haben dazu ge-

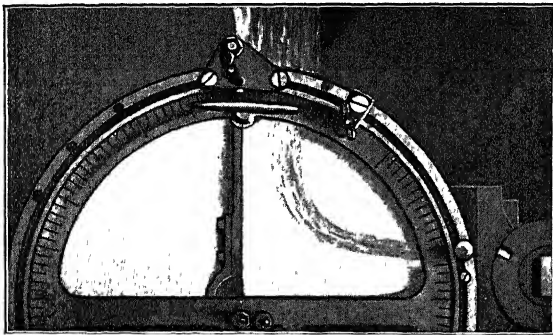


Abb. 219. Strahlableitung nach BANKI. (Z., 1909, S. 1492.)

führt, die ganze hier angeführte Betrachtung über die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung abgelenkter Strahlen in Zweifel zu ziehen und die Frage aufzuwerfen, ob der durch die Zentrifugalkraft hervorgerufene Druckzuwachs überhaupt eine entsprechende Verringerung der Geschwindigkeit nach dem Gesetz der konstanten Energie

$$h + \frac{c^2}{2g} = \text{konstant}$$

im Gefolge habe<sup>2)</sup>.

Es wird dabei behauptet, da die Kompressionskraft bei der Druckvermehrung einer nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit keinen endlichen Weg zurückzulegen hat, somit keine Arbeit leistet, sei kein Energieaufwand nötig, wenn das Wasser aus einem Bereich niedrigen Drucks in den eines höhern Drucks übergehe. Dem kann ich nicht beistimmen, da in der Tat, wie am besten aus der Ableitung

<sup>1)</sup> BANKI, Über unrichtige Anwendung hydraulischer Sätze. Z., 1909, S. 1490.

<sup>2)</sup> BANKI, Der Energiesatz der kreisenden Flüssigkeit Z., 1911, S. 1215. — BUDAU, Hydraulik, S. 176 und Tafel V, Fig. 2.

S. 55 hervorgeht, hierzu eine Arbeitsmenge nötig ist, die gleich dem gesamten bewegten Volumen mal der Druckdifferenz wird.

Außerdem soll nach Abb. 220 der Druck  $p$  im gekrümmten Teil um eine endliche Größe höher sein als  $p_0$  im geraden Teil. Dabei wurde übersehen, daß dies dem Gleichgewicht der Kräfte widerspricht. In Wirklichkeit ist ein Druckabfall in der gezeichneten Weise nur möglich, wenn die Wassergeschwindigkeit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Drucks übertrifft. Andernfalls muß eine Gegenkraft der Druckdifferenz  $p - p_0$  das Gleichgewicht halten, und sie wird eben durch die Verzögerung des ankommenden, bzw. durch die Beschleunigung des abfließenden Wassers geliefert.

Als Student trug auch ich mich mit ähnlichen Bedenken

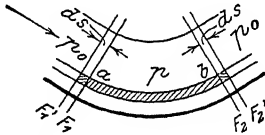


Abb. 220. Nach BANKI.  
(Z., 1911, S. 1215.)

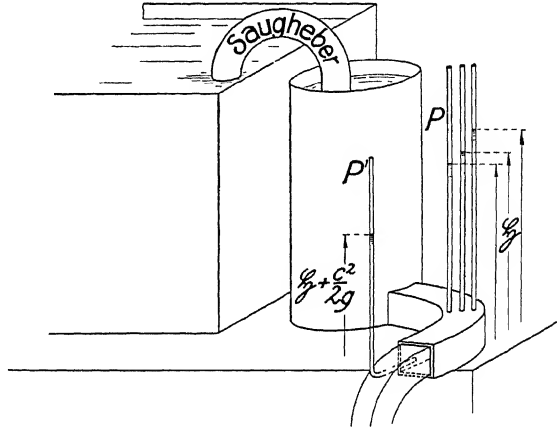


Abb. 221. Apparat zur Bestimmung der Druck- und Geschwindigkeitsverteilung.

und konstruierte zu ihrer Klärung den in Abb. 221 dargestellten Apparat, mit dem ich im Laboratorium (SCHRÖTER) für Wärmekraftmaschinen der technischen Hochschule im Sommer 1896 Versuche anstellen durfte. Eine Druckzunahme mit dem Radius konnte ich dabei an den Piezometerröhrchen  $P$ , wie nicht anders zu erwarten, mit Sicherheit feststellen. Weniger klar erschien die entsprechende Geschwindigkeitsabnahme durch Ablesungen mit dem Pitotröhrchen  $P'$ , das ich von der Öffnung aus in den gekrümmten Kanal eingeführt hatte.

Das kann auch nicht in Erstaunen setzen, da ja das Gesetz der konstanten Energie infolge der Wandreibung nicht einmal für den geraden Zulauf erfüllt ist. Man darf eben Geschwindigkeitsänderungen nach dem Gesetz

$$h + \frac{c^2}{2g} = \text{konstant}$$

nur im Rahmen der verschiedenen Zuströmungsgeschwindigkeiten sowie der Wirbel- und Energieübertragungen erwarten, und das schienen die Versuche in der Tat zu bestätigen.

## 8. Kraftwirkung bei wechselnder Geschwindigkeitsverteilung.

Wir hatten S. 155 die Kraftwirkung in der Umfangsrichtung als

$$P_u = \frac{f \cdot \gamma}{g} c^2 \int_{\beta_x}^{\beta_2} \sin \beta (-d\beta) \quad [221]$$

gefunden. Führen wir nun statt der konstanten eine wechselnde Geschwindigkeit

ein, so zeigt sich nach folgender Rechnung zunächst scheinbar ein geändertes Resultat.

Mit  $f = a \cdot b$  und über  $a$  bzw.  $r$  veränderlichem  $c$  ergibt sich nämlich

$$P_u = \frac{b \cdot \gamma}{g} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{r_i}^{r_a} \sin \beta (-d\beta) \cdot c^2 \cdot dr.$$

Daraus für die nach einer Hyperbel veränderliche Geschwindigkeit mit

$$c = \bar{c} \frac{r_u}{r}$$

das Integral

$$P_u = \frac{b \cdot \gamma}{g} \bar{c}^2 r_u^2 (\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right)$$

und durch Einsetzen von

$$\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} = \frac{r_a - r_i}{r_a \cdot r_i} = \frac{a}{r_a \cdot r_i} \quad \text{und} \quad \bar{c} = \frac{Q}{a \cdot b}$$

$$P_u = \frac{r_u^2}{r_a \cdot r_i} \frac{Q \cdot \gamma}{g} (\bar{c} \cos \beta_2 - \bar{c} \cos \beta_1). \quad (235)$$

Man bemerkt, daß dieser Ausdruck für  $P_u$  von dem früher gefundenen um den Faktor  $\frac{r_u^2}{r_a \cdot r_i}$  verschieden ist. Dieser ist nach der Tabelle S. 160 stets größer als 1.

Der scheinbare Widerspruch mit der Anschreibung für gleichmäßige Geschwindigkeit kann behoben werden, wie ich im Jahre 1901 als Assistent von PFARR festzustellen Gelegenheit hatte, wenn man die Betrachtung auf die geradlinigen Zu- und Ableitungsstücke ausdehnt und zu der oben angeschriebenen Kraftwirkung noch die beim Übergang der gleichmäßigen Geschwindigkeit  $c_i$  in die variable  $c$  und die von  $c$  in  $c_2$  auftretenden Trägheitskräfte  $P_1$  und  $P_2$  addiert.

Die erstere ist

$$P_1 = \frac{Q \cdot \gamma}{g} c_i \cos \beta_1 - \frac{b \cdot \gamma}{g} \cos \beta_1 \int c^2 dr.$$

Das Integral ergibt wie früher  $\bar{c}^2 r_u^2 \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right)$ .

Danach durch Einsetzen wie oben

$$P_1 = \frac{Q \cdot \gamma}{g} c_i \cos \beta_1 - \frac{Q \cdot \gamma}{g} \bar{c} \cos \beta_1 \frac{r_u^2}{r_a \cdot r_i}$$

und entsprechend am Austritt

$$P_2 = \frac{Q \cdot \gamma}{g} c_2 \cos \beta_2 - \frac{Q \cdot \gamma}{g} \bar{c} \cos \beta_2 \frac{r_u^2}{r_a \cdot r_i}.$$

Addieren wir die beiden Kräfte zu der zuletzt gefundenen, die jetzt mit  $P'_u$  bezeichnet sei, so folgt

$$P'_u = \frac{r_u^2}{r_a \cdot r_i} \cdot \frac{Q \cdot \gamma}{g} (\bar{c} \cos \beta_2 - \bar{c} \cos \beta_1)$$

und so ergibt sich in der Tat die alte Form

$$P_u = P'_u + P_1 + P_2 = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_2 \cos \beta_2 - c_1 \cos \beta_1).$$

### 9. Der sogenannte Wasserstoß.

Die Betrachtungen über den Wasserstoß gehören zu denen, bei welchen man sich der mathematischen Behandlung zuliebe am weitesten von der Wirklichkeit entfernt hat. Sie haben infolgedessen auch auf die Schulung des physikalischen und konstruktiven Gefühls am unglücklichsten eingewirkt und es wird vermutlich noch längere Zeit vergehen, bis ihre Folgen aus der Literatur verschwunden sein werden.

Aus diesem Grunde will ich den betreffenden Gedankengang kurz anführen. Man sagte, Wasser, welches mit Geschwindigkeit und Richtung  $c_x$  (Abb. 222) auf eine Fläche unter dem Winkel  $\beta_x$  auftrifft, verliert infolge des unelastischen Stoßes die senkrechte Geschwindigkeitskomponente  $c_x \cdot \sin \beta_x$  und bewegt sich mit  $c_x \cdot \cos \beta_x$  an der Ablenkungsfläche weiter.

Bei einer weiteren plötzlichen Ablenkung um  $\beta_2$  geht  $c_x \cos \beta_x \cdot \sin \beta_2$  verloren, derart, daß schließlich nur  $c_x \cos \beta_x \cdot \cos \beta_2 \cdot \cos \beta_3 \dots$

übrig bleibt.

Hat man dagegen eine allmähliche Krümmung, dann sind alle  $\cos \beta = 1$  und es geht keine Geschwindigkeitshöhe verloren.

Diese Betrachtung ist irreführend, weil sie die Stärke des Wasserstrahls und die Größe des Krümmungsradius außer acht läßt, die beide für die auftretenden Verluste von wesentlicher Bedeutung sind.

Ein einfacher Versuch zeigt, daß bei Ablenkung eines Wasserstrahls besonders die innern Wasserfäden weit entfernt sind, eine dem Stoß entsprechende plötzliche Richtungsänderung auszuführen, daß sie vielmehr (vgl. Abb. 232 u. 233) in allmählichen Bögen in die neue Richtung abgelenkt werden.

Umgekehrt kann aber auch eine allmähliche Krümmung die allmähliche Ablenkung nicht gewährleisten, wenn, wie Abb. 223 zeigt, der Krümmungsradius im Verhältnis zur Strahldicke zu klein ist.

Noch schlimmer ist es, wenn solche Auffassungen auf mit Wasser gefüllte Leitungen ausgedehnt werden, für die jede materielle Unterlage zu einer Stoßentwicklung ebenso wie die physikalische Realisierbarkeit der Geschwindigkeitsreduktionen fehlt. Ein beträchtlicher Teil der »Vorlesungen über Theorie der Turbinen«<sup>1)</sup> des sonst so verdienstvollen ZEUNER ist aus diesem Grunde meines Erachtens verfehlt und von unheilvollem Einfluß geworden<sup>2)</sup>.

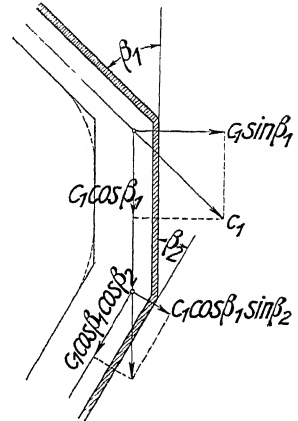


Abb. 222. Unrichtige Betrachtung.

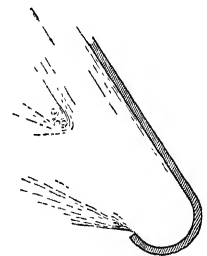


Abb. 223.

<sup>1)</sup> Leipzig 1899.

<sup>2)</sup> Mit Rücksicht auf die Bedeutung dieses Gegenstandes sei mir gestattet, einen Auszug aus meiner Rezension (DINGLERS polyt. Journ., 1906, S. 40) des Werkes »R. v. GRUNEBaum, Zur Theorie der Zentrifugalpumpen«, hier anzuführen, wobei ich mit folgenden Worten auf die ZEUNERSche Stoßtheorie zurückgreife:

Im Gegensatz zu all diesen Stoßbetrachtungen darf man aussprechen, daß ein dem Stoß fester Körper verwandter Vorgang bei flüssigen Körpern überhaupt nicht oder doch höchstens dann auftritt, wenn sie in so kleine Tropfen zerfallen sind, daß ihnen durch die Oberflächenspannungen gewisse Eigenschaften fester Körper zukommen. Auf Wassertropfen z. B., die gegen eine Wand spritzen, könnte man zur Not die genannten Stoßgesetze anwenden.

Für zusammenhängende Wasserströmungen dagegen fehlt auch jede Vergleichsmöglichkeit mit dem Stoß fester Körper. Die bei der Umlenkung der Strömungen auftretenden Verluste lassen sich daher auch nicht aus den Stoßverlusten ableiten.

»Auf Seite 40 von ZEUNERS ‚Vorlesungen über Theorie der Turbinen‘ (1899) heißt es, nachdem der Energieverlust bei Richtungs- und Querschnittsänderungen unter Anwendung der BORDASchen Formel einwandfrei angeführt ist, weiter:

„In dem vorliegenden Falle läßt sich (der Druckverlust)  $h'$  auch noch auf andere Weise ausdrücken. Zerlegt man nämlich Abb. 224 (wobei  $w_1$ ,  $w_2$  und  $w_0$  die Geschwindigkeiten nach nebenstehender Abbildung darstellen)  $w_1$  in die beiden Komponenten  $w_2$  und  $w_0$ , so repräsentiert  $w_0$  die verlorene Geschwindigkeit, und dann ist auch

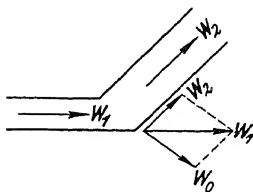


Abb 224.

$$h' = \frac{w_0^2}{2g}$$

Das kann zufällig einmal stimmen, ist aber so allgemein ausgedrückt eine völlig willkürliche und bedenkliche Behauptung.  $\frac{w_0^2}{2g}$  ist nicht einmal ein Maß des Druckverlustes, kann somit auch nicht mit einem konstanten Koeffizienten berichtigt werden, wie sich leicht daraus ergibt, daß die Umkehrbarkeit, wie ZEUNER selbst auf S. 42 angibt, keinen Sinn hat.

Dieses willkürliche Verlustglied läuft nun leider durch die ganze Stoßtheorie. Es zeigt sich wieder in dem Abschnitt über Reaktion der Flüssigkeiten auf S. 86.

Hier wird aber der mathematischen Vereinfachung eine noch bedenklichere Konzession gemacht.

Während man nämlich mit der Größe  $\frac{w_0^2}{2g}$  noch rechnen kann, sofern man sie mit einem variablen Koeffizienten multipliziert, der für ganz bestimmte Fälle in kleinem Bereich auch einmal konstant gesetzt werden kann, ist hier diese Korrektur dadurch unmöglich gemacht, daß in Gleichung 114 der Verlust willkürlich in zwei Teile gespalten wird, wovon der eine Teil gegen die Größen  $c^2 - w_1^2$  in Fortfall kommt, somit nicht weiter berichtigt werden kann, während der andere durch den ‚Eintrittskoeffizienten‘  $\zeta$  berichtigt werden soll.

Es wird somit nicht, wie es auf S. 86 heißt, ‚die Möglichkeit offen gehalten, durch Einsetzen eines entsprechenden Versuchswertes für  $\zeta$  eine vollkommenere Übereinstimmung der Rechnungsergebnisse mit den wirklichen Beobachtungen herbeizuführen‘, sondern es wird im Gegenteil durch den Wegfall der unberichtigten Größen  $c^2 - w_1^2$  diese Möglichkeit geradezu verhindert.

Man überzeugt sich auch leicht davon, daß der ‚Eintrittskoeffizient‘ in Gleichung 114 bedeutungslos wird, sobald  $c \cos(\alpha + \alpha_1) = w_1$ ; wobei natürlich der Stoßverlust keineswegs zu verschwinden braucht.

Die Gefahr, daß aus dieser Gleichung unrichtige Schlüsse gezogen werden, ist somit sehr groß.

Auf S. 97 und folgenden werden nun dieselben Überlegungen auf das bewegte Gefäß angewendet und führen in Gleichung 126 auf die Formel für geradlinig bewegte in Gleichungen 157 und 158, S. 136, auf die für rotierende Gefäße.

Es muß somit auch für diese den Untersuchungen v. GRÜNEBAUMS zugrunde gelegten Gleichungen ausdrücklich betont werden, daß sie aus einer mathematischen Spekulation hervorgegangen sind und im allgemeinen auch unter Zuhilfenahme von Koeffizienten mit den wirklichen Verhältnissen nicht in Einklang gebracht werden können.«

Sie werden vielmehr, wie auf S. 113 auseinandergesetzt, durch die Wasserverzögerung hervorgerufen, die ihrerseits durch die bei raschen Umlenkungen in Kontraktion (S. 119) und Zentrifugalkraft (S. 157) begründeten starken Geschwindigkeitsänderungen verursacht ist<sup>1)</sup>.

## VII. Arbeitswirkungen bewegten Wassers in geradlinig bewegten Gefäßen.

### 1. Die zurückgelegten Wege.

Wird das Gefäß bewegt, so erweitert sich unsere Betrachtung auf drei verschiedene Bewegungen bzw. Wege und Geschwindigkeiten, die durch das Parallelogramm der Geschwindigkeiten miteinander verbunden sind.

Bedeutet z. B. in Abb. 225 für ein beliebiges Wasserteilchen  $u$  (als spätere Umfangsgeschwindigkeit) die seinem Ort im Gefäß entsprechende Gefäßgeschwindigkeit,  $w$  dagegen die Geschwindigkeit des Wasserteilchens relativ zum Gefäß, das ist seine sogenannte Relativgeschwindigkeit, so folgt seine absolute Geschwindigkeit  $c$  in bekannter Weise aus dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten.

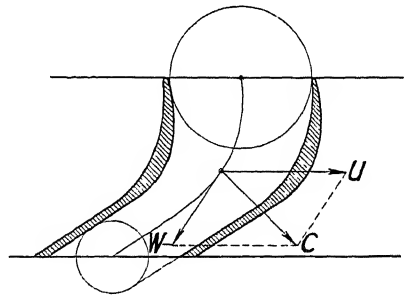


Abb. 225.

Die Wege stehen in jedem Zeitelement in denselben Beziehungen, und es ist daher leicht, durch punktweises Auftragen der Wegelemente  $u \cdot dt$ ,  $w \cdot dt$  und

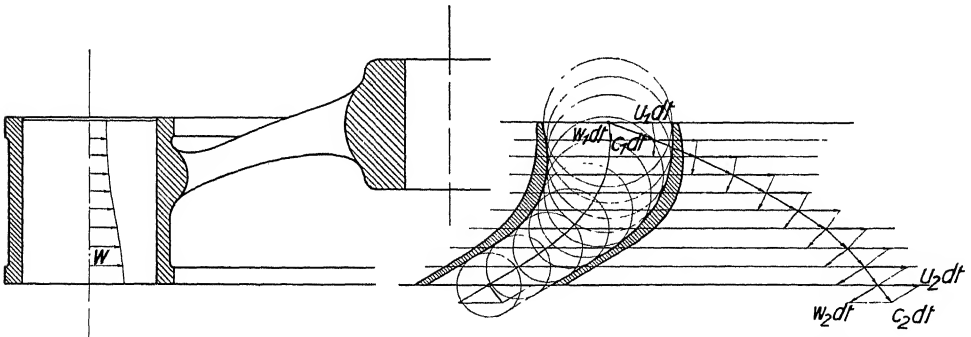


Abb. 226. Konstruktion des absoluten Weges aus dem relativen und dem Gefäßweg.

$c \cdot dt$  den einen Gesamtweg zu konstruieren, wenn die beiden andern gegeben sind. In Abb. 226 ist z. B. die Relativgeschwindigkeit aus den Kanalquerschnitten, dazu die Umfangsgeschwindigkeit als gegeben vorausgesetzt und daraus der absolute Wasserweg durch punktweises Antragen der  $w \cdot dt$  und  $u \cdot dt$  gefunden.

<sup>1)</sup> Ich habe diese Stoßbetrachtung schon 1902 behandelt. DINGLER, 1902, S. 677 und 693.

## 2. Die Arbeitswirkung.

Die Arbeitsleistung erhalten wir, wenn die im Gefäß nach dem vorigen Abschnitt ausgeübten Kraftwirkungen Wege zurücklegen, entsprechend dem Produkt

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg}.$$

Damit treten wir den Wasserkraftmaschinen noch einen Schritt näher und erreichen die völlige Analogie mit einem geradlinig bewegten Turbinenkanal, wenn wir bei dem Gefäß, bzw. bei den Schaufelflächen, zur Erzielung eines kontinuierlichen Betriebs das ständige Zu- und Abfließen des Wassers in den Bereich der Betrachtungen ziehen.

Letzteres erfolgt dann unter den Winkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  mit den Geschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  (Abb. 227), wobei für den Zufluß der sogenannte

Abb. 227. Geschwindigkeitszerlegung am Turbinenlaufrad.

Leitapparat oder das Leitrad im Schnitt zu bemerken ist, das dem Laufrad das Wasser mit der verlangten Geschwindigkeit  $c_1$  und Richtung  $\alpha_1$  zuführt.

Von den Kraftwirkungen, die nach S. 137 auf ein durchströmtes Gefäß durch das Wasser ausgeübt werden können, kommen hier die in die Bewegungsrichtung fallenden Komponenten in Betracht.

Wir haben dabei

1. die Umfangskomponente der Massenwirkung, die sich jetzt mit den Relativgeschwindigkeiten  $w$  schreibt:

$$P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1) = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (w_{u2} - w_{u1}).$$

Ihre sekundliche Arbeit folgt durch Multiplikation mit  $u$  als:

$$P_u \cdot u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (u \cdot w_{u2} - u \cdot w_{u1}).$$

2. Die Schwerkraft des im Gefäß befindlichen Wassergewichts, soweit sie in die Bewegungsrichtung fällt:

$$G_u = G \cdot \cos \tau.$$

Zur Übereinstimmung mit spätern Ableitungen (vgl. Abb. 363, S. 235)

wollen wir diese Komponente außer durch den Winkel  $\tau$  (Abb. 208, S. 156) auch noch nach Abb. 228 im Aufriß durch den Winkel  $\mu$  der Senkrechten zur Bewegungsrichtung (unserer spätern Turbinenachse) mit der Vertikalen und den Winkel  $\nu$  der Bewegungsrichtung zur Spur des Aufrisses im Grundriß darstellen.

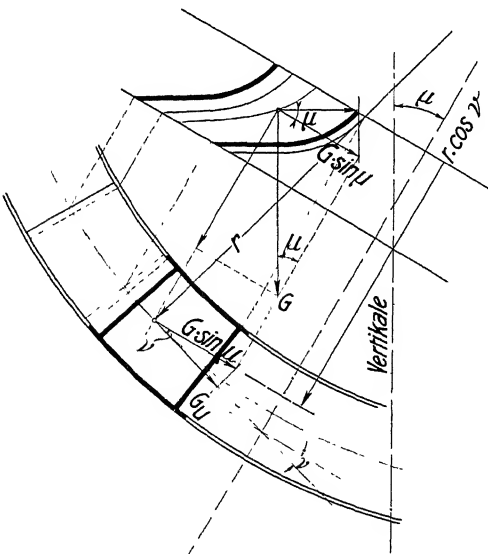


Abb. 228.



Damit wird die Umfangskomponente

$$G_u = G \cdot \sin \mu \cdot \cos \nu \quad (\text{wobei } \sin \mu \cdot \cos \nu = \cos \tau).$$

Ihre Arbeitsleistung ist

$$G_u \cdot u = G \cdot u \cdot \sin \mu \cdot \cos \nu.$$

3. Der Druck auf die Öffnungen fällt hier weg, wenn wir die Ein- und Austrittsquerschnitte, wie später in der Turbinentheorie ausführlich begründet, in der Bewegungsrichtung liegend annehmen ( $\beta_1^* = \beta_2^* = 90^\circ$ . Vgl. Abb. 192, S. 145).

4. Auch der Auftrieb spielt hier keine Rolle, da im Wasser laufende Räder nur bei voller Beaufschlagung vorkommen, wo die Auftriebskräfte in jedem Fall symmetrisch zur Achse sind und sich sonach aufheben.

Wir haben sonach die nützliche Arbeitsleistung

$$L = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (u w_{u_2} - u w_{u_1}) + G \cdot u \sin \mu \cdot \cos \nu. \quad (236)$$

Diese Arbeitsleistung muß sich auch aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie berechnen lassen.

Wir wollen dies für horizontale Bewegung ( $\mu = 0$ ) und Gleichdruck ( $h_1 = h_2$ ) ableiten; dann folgt aus

$$H_1 + h_1 + \frac{c_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} + N + R$$

mit

$$H_1 - H_2 = H_r; \quad h_1 = h_2$$

$$c_1^2 = u^2 + w_1^2 - 2u w_1 \cos \beta_1$$

$$c_2^2 = u^2 + w_2^2 - 2u w_2 \cos \beta_2$$

$$N = H_r + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{u w_{u_1}}{g} - \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u w_{u_2}}{g} - R$$

und daraus mit  $\frac{w_2^2}{2g} = H_r - R + \frac{w_1^2}{2g}$ :

$$N = \frac{u \cdot w_{u_2}}{g} - \frac{u \cdot w_{u_1}}{g},$$

oder wenn wir uns nicht auf die Gewichtseinheit ( $Q \cdot \gamma = 1$ ) beschränken, auch

$$L = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (w_{u_2} - w_{u_1}) u$$

wie oben.

Da diese Kraftwirkung nur von der totalen Geschwindigkeitsänderung abhängt, muß sie sich auch aus der absoluten Geschwindigkeit in gleicher Größe ergeben.

Legt man die beiden Geschwindigkeitsdreiecke übereinander (Abb. 229), so erkennt man in der Tat, daß

$$w_{u_2} - w_{u_1} = c_{u_1} - c_{u_2},$$

d. h. daß auch

$$L = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_{u_1} - c_{u_2}) u \quad (\text{Vgl. Gl. 203})$$

ist. Der Vorzeichenwechsel  $c_{u_1} - c_{u_2}$  statt  $w_{u_2} - w_{u_1}$  kommt daher, daß nunmehr die Krafrichtung mit  $c_u$  zusammenfällt.

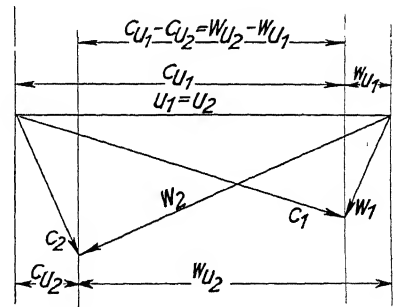


Abb. 229. Geschwindigkeitsdreiecke.

Allerdings läßt sich diese einfache Umschreibung nur beim geradlinig bewegten Gefäß mit  $u = \text{konstant}$  ausführen.

Es ist aber hübsch zu sehen<sup>1)</sup>, wie schon an diesem einfachen Beispiel des geradlinig horizontal bewegten Gefäßes bei Änderung seiner Geschwindigkeit die Gesetze und Abhängigkeiten auftreten, die sich auch später bei Turbinenbremsungen mit Variation der Drehzahl einstellen.

Das wird besonders einfach für den Fall, wo  $\alpha_1$  angenähert  $= 0$ , d. h.  $\beta_1 \sim 180^\circ$  gesetzt wird, wie dies z. B. für Peltonräder zutrifft (Abb. 230). Dann ist

$$w_{u_2} = w_{u_1} \cos \beta_1 = -(c_1 - u).$$

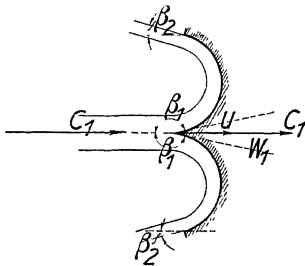


Abb. 230. Strahlablenkung beim Peltonrad.

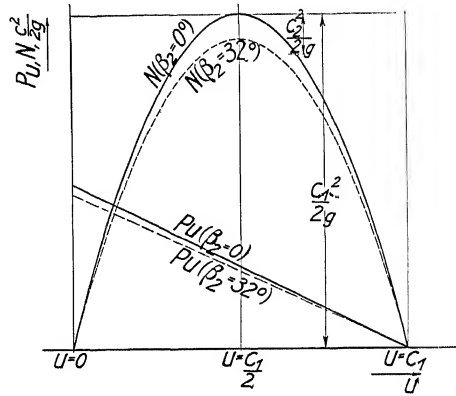


Abb. 231.

Nehmen wir dann noch  $w_2 = w_1$  an, was bei Gleichdruckturbinen gleichfalls annähernd der Wirklichkeit entspricht, so wird mit  $P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (w_{u_2} - w_{u_1})$

$$P_u = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_1 - u) (\cos \beta_2 + 1) \quad \text{und} \quad (237)$$

$$L = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (c_1 - u) u (\cos \beta_2 + 1). \quad (238)$$

Daraus erkennt man den linearen Verlauf von  $P_u$  und den parabelförmigen von  $L$  mit wechselnder Gefäßgeschwindigkeit  $u$ , wie er sich auch bei Turbinenbremsungen und besonders rein bei Gleichdruckturbinen einstellt. In Abb. 231 sind die Werte von  $P_u$  und  $L$  (in Abb. 231 mit  $N$  bezeichnet) für  $\beta_2 = 0^\circ$  und  $\beta_2 = 32^\circ$  aufgetragen.

Den Größtwert des Bremsdrucks, d. h. des  $P_u$ , liefert die festgebremste Turbine für  $u = 0$  als

$$P_{u_{\max}} = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot c_1 (\cos \beta_2 + 1). \quad (239)$$

Die größte Umfangsgeschwindigkeit erhält man mit  $P_u = 0$ , d. h. im Leerlauf, wobei  $c_1 = u$ .

In beiden Fällen ist die Leistung gleich Null.

Ihr Größtwert liegt im Parabelsattel, wobei

$$u = \frac{c_1}{2} \quad \text{und} \quad L_{\max} = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{c_1^2}{2} \cdot \frac{\cos \beta_2 + 1}{2}. \quad (240)$$

<sup>1)</sup> Ausführlich bei PFARR, Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 1912, S. 10.

Wenn die Energieverluste an der Ablenkungsfläche vernachlässigt werden, bildet die Energie des abfließenden Wassers  $\frac{c_2^2}{2g}$  den einzigen Energiebetrag, der von der Energie des ankommenden Wassers  $\frac{c_1^2}{2g}$  verloren geht.

Die Differenzen zwischen  $\frac{c_1^2}{2g}$  und der Parabel für  $L$  (bzw.  $N$ ) zeigen (Abb. 231) dann die jeweiligen Verluste  $\frac{c_2^2}{2g}$ . Für  $\beta_2 = 0$  wird der Verlust bei  $u = \frac{c_1}{2} = 0$ .

Der Wirkungsgrad  $\varepsilon$  oder das Verhältnis der gewonnenen Arbeit zur eingeleiteten ergibt sich als

$$\varepsilon = \frac{(c_1 - u)u(\cos \beta_2 + 1)}{\frac{c_1^2}{2}} \quad (241)$$

und erreicht im letztgenannten Fall den theoretischen Höchstwert  $= 1$ .

### 3. Stoßbetrachtung.

Auch hier möge im Anschluß an S. 165 ff. ein kurzer Vergleich der beim Auftreffen von Wasser auf bewegte Flächen abgegebenen Arbeit einmal nach den Gesetzen des unelastischen Stoßes und dann nach einer der Wirklichkeit entsprechenden Art des Vorgangs gebracht werden. Nach der erstern Anschauung wird die senkrechte Komponente  $w''_1$  der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  (Abb. 232) vernichtet, wonach die Relativgeschwindigkeit  $w'_1$  bzw. die absolute Geschwindigkeit  $c'_1$  übrig bleibt.

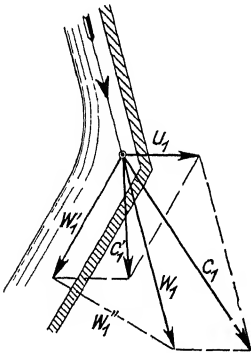


Abb. 232. Unrichtige Stoßbetrachtung.

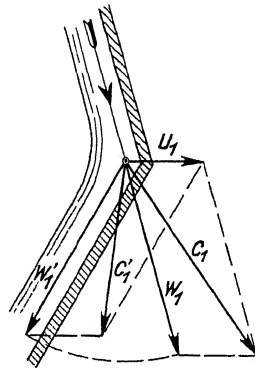


Abb. 233. Ablenkung unter Vernachlässigung der Reibungsverluste.

Damit ergibt sich:

$$\text{Abgegebene Arbeit} = m \cdot \frac{c_1^2 - c'_1{}^2}{2}; \quad (242)$$

$$\text{Verlorene Arbeit} = m \cdot \frac{w''_1{}^2}{2}; \quad (243)$$

daher

$$\text{Übertragene Arbeit} = m \cdot \frac{c_1^2 - c'_1{}^2 - w''_1{}^2}{2}. \quad (244)$$

Die Übereinstimmung mit der Wirklichkeit wird schon besser, wenn man die Umlenkungsverluste ganz vernachlässigt, also  $w'_x = w_x$  macht, wonach  $c'_x$  nach Abb. 233 durch Schlagen des Kreises und Aufzeichnen des Parallelogramms zu bestimmen ist.

Dann wird die

$$\text{Abgegebene Arbeit} = m \cdot \frac{c_x^2 - c'_x{}^2}{2}; \quad (245)$$

$$\text{Verlorene Arbeit} = 0; \quad (246)$$

daher

$$\text{Übertragene Arbeit} = m \cdot \frac{c_x^2 - c'_x{}^2}{2}. \quad (247)$$

Die wirklichen Verluste können jedoch hier nur durch das Experiment von Fall zu Fall bestimmt werden.

## VIII. Kraft- und Arbeitswirkungen bewegten Wassers in beliebig bewegten Gefäßen.

### 1. Die zurückgelegten Wege.

Wie beim geradlinig bewegten Gefäß bilden auch hier die absolute und die relative Bahn des Wassers mit der Bahn des Gefäßes ein Parallelogramm der Bewegungen und für das Parallelogramm der Geschwindigkeiten gilt dasselbe. Damit kann, wenn zwei der Größen gegeben sind, die dritte unmittelbar bestimmt

werden, und zwar wendet man bei gekrümmten Bahnen meist ein punktweises Konstruieren für kleine, in gleichen Zeiten zurückgelegte Wegstrecken an.

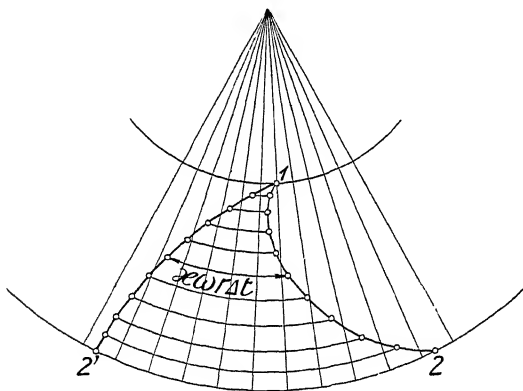


Abb. 234.

Es stelle z. B. in Abb. 234 die Linie  $\overline{12}$  den relativen Wasserweg dar. Durch die eingezeichneten Punkte seien die in gleichen Zeiten  $\Delta t$  zurückgelegten Wegstrecken gegeben, durch die Radien die in denselben Zeiten erfolgten (gleichmäßigen) Drehwinkel  $\omega r \Delta t$  des rotierenden Kanals. Dann ergibt sich die

Form des absoluten Wasserwegs in  $\overline{12'}$ , durch Vortragen der in  $x$  Zeiteinheiten zurückgelegten Drehwinkel  $x \cdot \omega r \cdot \Delta t$  vom relativen Wasserweg aus.

Praktisch einfach ist diese Aufgabe nur bei gefüllten Kanälen, weil hierbei die mittlere relative Wassergeschwindigkeit für eine bestimmte Wassermenge durch die Kanalform gegeben ist.

THOMANN bringt hierfür eine hübsche und eigenartige Lösung<sup>2)</sup>. Nach ihr zieht man Kreise in beliebigen Abständen  $\Delta r$  (Abb. 235) durch einen im Grundriß gegebenen Kanal. Die Kreise schneiden Wegstückchen  $\Delta s$  des relativen

<sup>2)</sup> THOMANN, Wasserturbinen, 1908, S. 34.

Wasserwegs aus, die in den Zeiten  $\Delta t = \frac{\Delta s}{w}$  durchflossen werden. Die entsprechenden Kanalwege  $u \cdot \Delta t = \Delta l$  lassen sich nun unter Umgehung der unbekannten  $w$  und  $\Delta t$  in folgender Weise aus den Kanaldimensionen und der Wassermenge berechnen. Wir führen die Radialgeschwindigkeit  $w_r$  (bzw.  $c_r$ ) des Wassers und die Summe der zu ihr senkrecht stehenden lichten (ohne Schaufelstärken) Kanalquerschnitte mit  $F_r$  ein, so daß

$$Q = F_r \cdot w_r.$$

Da weiter  $\Delta r = w_r \cdot \Delta t$  so folgt durch Einsetzen der Kanalwege

$$u \cdot \Delta t = \Delta l = u \frac{\Delta r}{w_r} = \frac{u \cdot \Delta r \cdot F_r}{Q}.$$

Wenn nun mit  $J$  die Kanalinhalte zwischen den Zylinderflächen mit  $r$  und  $r - \Delta r$ , d. h.  $\Delta r \cdot F_r$  bezeichnet werden, so ergibt sich

$$\Delta l = u \cdot \frac{J}{Q}$$

bzw.

$$\Delta l_i = u_i \frac{J}{Q},$$

wobei

$$\frac{\Delta l}{\Delta l_i} = \frac{u}{u_i}.$$

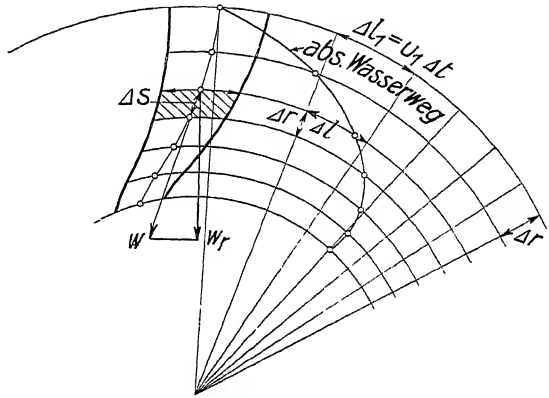


Abb. 235.

Aus  $\Delta l$  und  $\Delta s$  folgt dann der absolute Wasserweg wie vorhin. Seine Übertragung in

den Aufriß legt ihn im Raum fest. Ein Beispiel derartiger Berechnung gibt an einem Langsamläufer von HONOLD (Taf. 4, Abb. 6).

Bei nur teilweise gefüllten Kanälen treffen wir auf die Schwierigkeit, daß nur die Bewegung des Gefäßes bestimmt vorliegt, während die Änderung der Relativgeschwindigkeit von vorn herein nicht gegeben ist, vielmehr noch durch die Drehung des Gefäßes beeinflusst wird.

Noch schwieriger wird die Aufgabe aber, wenn sich das Wasser seine Relativbahn auf der Schaufel erst suchen muß, wie dies bei Peltonrädern der Fall ist, wo der Wasserstrahl in bestimmter Richtung auf eine becherförmige und bewegte Schaufel auftrifft und wo Beschleunigungskräfte auftreten, die wir im folgenden Abschnitt betrachten werden. Die allgemeine Lösung dieser Aufgabe bringe ich im VII. Teil S. 557 ff.

## 2. Die Deviationen.

Die nachstehende Berechnung der Beschleunigungskräfte wird durch eine räumliche Betrachtung der sogenannten Deviationen »D«, d. h. der durch den Einfluß der Beschleunigungskräfte zurückgelegten Wegstrecken<sup>1)</sup> erleichtert.

<sup>1)</sup> Vgl. Polares Geschwindigkeitsdiagramm, EBERT, I, S. 249.

Ist von einem Massenpunkt (Abb. 236) bekannt, daß er in der Zeit  $dt$  von einem Punkt  $A$  nach  $C$  gekommen ist, während er unter Beibehaltung seiner in  $A$  vorhandenen Geschwindigkeit  $c$  nur nach  $B$ , wobei  $\overline{AB} = c \cdot dt$ , hätte kommen können, so muß eine Beschleunigung auf ihn eingewirkt haben, die wir für die unendlich klein gedachte Zeit  $dt$  als konstant und mit  $\overline{BC}$  gleichgerichtet annehmen können.

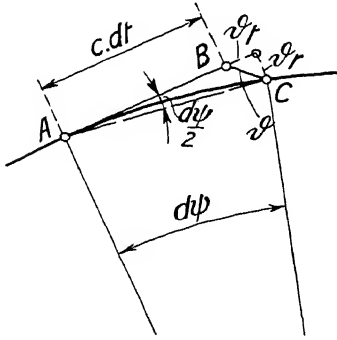


Abb. 236.

$\overline{BC}$  ist die Deviation  $\mathfrak{D}$  und nach dem Gesetz der gleichmäßigen Beschleunigung  $b$  wird

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} b dt^2 = \frac{1}{2} \frac{dc}{dt} \cdot dt^2 = \frac{1}{2} dc \cdot dt, \quad (248)$$

wobei man sieht, daß die Deviation unendlich klein vom zweiten Grad ist.

Umgekehrt ergibt sich

$$b = \frac{2\mathfrak{D}}{dt^2} \quad (249)$$

und die Beschleunigungskraft

$$P = m \cdot b = m \frac{2\mathfrak{D}}{dt^2}. \quad (250)$$

Zweckmäßig zerlegen wir die Deviation jeweils in ihre Tangentialkomponente  $\mathfrak{D}_t$  und die zur Krümmung radiale Komponente  $\mathfrak{D}_r$ .

Aus Abb. 236 folgt dann die tangentielle Komponente der Beschleunigungskraft

$$P_t = m \cdot \frac{2\mathfrak{D}_t}{dt^2} = m \cdot \frac{2 \cdot \frac{1}{2} dc \cdot dt}{dt^2} = m \cdot \frac{dc}{dt}, \quad (251)$$

wie nicht anders zu erwarten war.

Die radiale Komponente der Beschleunigungskraft  $P_r$  aber wird

$$P_r = m \cdot \frac{2 \cdot \mathfrak{D}_r}{dt^2}; \quad (252)$$

$\mathfrak{D}_r$  ist nach der Abbildung  $= c \cdot dt \cdot \frac{d\psi}{2}$ . Durch Einsetzen folgt

$$P_r = m \frac{2 \cdot c \cdot dt \cdot \frac{d\psi}{2}}{dt^2} = m \cdot c \cdot \frac{d\psi}{dt},$$

also mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \frac{d\psi}{dt} = m \cdot c \cdot \omega$  oder  $= m \frac{c^2}{r}$ , die bekannte Formel für die Zentrifugalkraft. (253)

Mit Hilfe der Deviationen ist es nun auch leicht

### 3. Die Trägheitskräfte aus gegebener Relativbewegung und Gefäßbewegung

zu ermitteln. Wir denken uns zu diesem Zweck zunächst in der Zeichenebene (Abb. 237a) eine Ablenkungskurve gegeben, die sich in der Zeit  $dt$  ohne eigene Beschleunigung von  $A$  um  $u \cdot dt$  nach  $B$  bewegen würde. Infolge der Beschleunigung der Umfangsbewegung wird sie aber noch um die weiteren Wegstrecken  $\mathfrak{D}_u =$  (Deviation der Umfangsbewegung) bis  $C$  fortbewegt, und infolge der Drehung erfährt sie die Endlage  $\overline{CF}$  an Stelle von  $\overline{CE}$ .

Der auf ihr bewegte Massenpunkt würde sich ohne eigene, d. h. Relativbeschleunigung und ohne eine Bewegung des Gefäßes um  $w \cdot dt$  bis  $D'$  bewegen. Seine Relativbeschleunigung bringt ihn aber mit der Deviation der Relativbewegung  $\mathfrak{D}_w$  nach  $E'$ . Dazu kommt die Ortsveränderung, die er durch Translation des Gefäßes bis  $E$  und diejenige, die er durch Drehung des Gefäßes bis  $F$  erfährt.

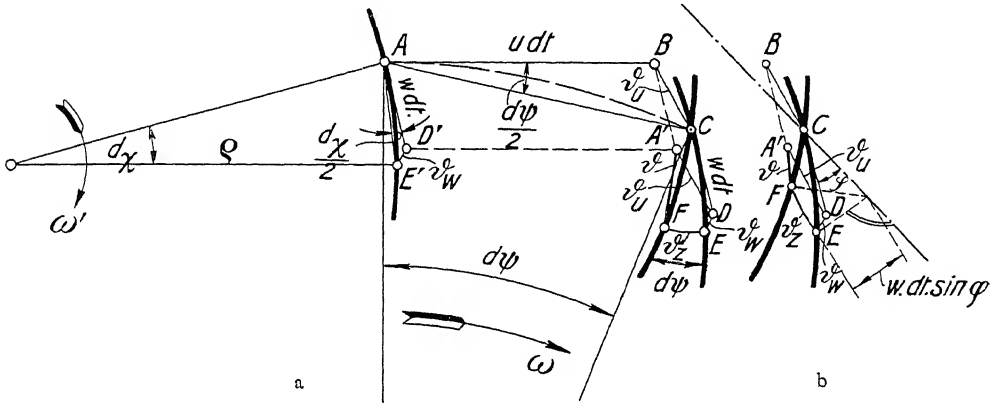


Abb. 237. Deviationen a) in der Ebene, b) im Raum.

Ohne Beschleunigungen wäre der Punkt von  $A$  nach  $A'$  gekommen. Somit stellt  $\overline{A'F}$  seine Gesamtdeviation  $\mathfrak{D}$  dar, die sich als geometrische Summe aus den Deviationen  $\mathfrak{D}_u$  des Gefäßes und  $\mathfrak{D}_w$  der Relativbewegung ergibt, plus einer Deviation, die infolge der Drehung des Gefäßes bei gleichzeitigem Zurücklegen des Relativwegs auftritt und die als Zusatzdeviation mit  $\mathfrak{D}_z$  bezeichnet werden möge.

Man sieht daraus, daß die Deviationen oder, was dasselbe heißt, die Beschleunigungen, sich nur dann aus Relativ- und Gefäßgeschwindigkeiten nach dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten unmittelbar zusammensetzen lassen, wenn das Gefäß während des betrachteten Vorganges eine Drehbewegung nicht ausübt. Andernfalls muß eben die obige Zusatzdeviation noch beigelegt werden.

Die Größe der auftretenden Beschleunigungen läßt sich sehr einfach darstellen, wenn wir sie wie oben (Abb. 236) wieder in tangentialer und radialer Richtung zerlegen.

Dabei darf man nicht übersehen, daß die Ungenauigkeit der endlichen Darstellung verschwindet, sobald man zur Grenze übergeht und die Winkel  $\chi$  und  $\psi$  unendlich klein werden.

Darnach ergibt sich mit entsprechenden Indizes wie oben:

$$b_{u_t} = \frac{2 \cdot \mathfrak{D}_{u_t}}{dt^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} du \cdot dt}{dt^2} = \frac{du}{dt}, \quad (254)$$

$$b_{u_r} = \frac{2 \cdot \mathfrak{D}_{u_r}}{dt^2} = \frac{2 \cdot \left( \frac{d\psi}{2} \cdot u \cdot dt \right)}{dt^2} = \omega \cdot u = \frac{u^2}{r}, \quad (255)$$

$$b_{w_t} = \frac{2 \cdot \mathfrak{D}_{w_t}}{dt^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} dw \cdot dt}{dt^2} = \frac{dw}{dt}, \quad (256)$$

$$b_{w_\varphi} = \frac{2 \cdot \mathfrak{D}_{w_\varphi}}{dt^2} = \frac{2 \cdot \left( \frac{d\chi}{2} w \cdot dt \right)}{dt^2} = \frac{d\chi}{dt} \cdot w = \frac{w^2}{\varrho}, \quad (257)$$

$$b_z = \frac{2 \cdot \mathfrak{D}_z}{dt^2} = \frac{2 \cdot (d\psi \cdot w \cdot dt)}{dt^2} = 2 \frac{d\psi}{dt} \cdot w = 2 \cdot \omega \cdot w. \quad (258)$$

Die erste und dritte Beschleunigung sind einfache Tangential-, die zweite und vierte Zentrifugalbeschleunigungen, während die Zusatzbeschleunigung gleich der zweifachen Winkelgeschwindigkeit mal der Relativgeschwindigkeit ist und auf letzterer senkrecht steht.

Sie wirkt, wenn wir die von der Masse selbst ausgeübte Reaktionskraft und nicht etwa den äußeren Impuls in Rechnung setzen, der Deviation entgegen.

Die Ausdehnung auf den Raum macht keinerlei Schwierigkeit. Man bemerkt in Abb. 237b, daß die Gesamtdéviation sich wieder aus den gleichen Deviationen zusammensetzt, und daß nur die Zusatzdeviation  $\mathfrak{D}_z$  nunmehr kleiner als vorhin ausfällt. Da für das Herumschwenken des um  $\overline{CE} = w \cdot dt$  fortgeschrittenen Massenpunkts um die Drehachse jetzt nur die Komponente  $w \cdot dt \sin \varphi$  in Rechnung zu setzen ist, wobei  $\varphi$  den Winkel zwischen Drehachse und Relativgeschwindigkeit darstellt, wird  $\mathfrak{D}_z = d\psi w dt \sin \varphi$ .

Auch hier verlangt die mathematische Richtigkeit der Abbildung wiederum den Übergang zur Grenze ( $dt \approx 0$ ). Die Zusatzbeschleunigung  $b_z = 2 \cdot \omega \cdot w \cdot \sin \varphi$  steht wieder senkrecht auf der Schwenkebene, d. h. der Ebene durch  $w$  und einer Parallelen zur Drehachse und wirkt der Drehung entgegen.

Die Trägheitskräfte selbst ergeben sich jeweils durch Multiplikation der Beschleunigungen mit der beschleunigten Masse.

#### 4. Die gesamten Kraftwirkungen.

Betrachten wir nun einmal an dem Beispiel eines in der Bildebene liegenden und rotierenden Kanals (Abb. 238) die sämtlichen in Frage kommenden Kräfte, so können wir entsprechend unsern Betrachtungen auf S. 142 3 Arten unterscheiden.

I. Die aktiven Massenkräfte der einzelnen Wasserteilchen als geometrische Summe aus der Trägheits- und der Schwerkraft.

II. Die Druck- und Reibungskräfte, in denen sich die aktiven Kraftwirkungen auf die Nachbarteilchen und schließlich auf

III. Die durch die Gefäßwände und Öffnungsquerschnitte nach außen wirkenden Kräfte übertragen.

Im Gleichgewicht müssen die Summen der unter I, II und III genannten Kräfte jeweils gleich sein.

Zu den unter III zusammengefaßten Kräften kommt schließlich noch das Gewicht des Gefäßes hinzu, und man kann noch weiter fragen, wie wir es auf S. 142 getan haben, durch welche äußern Reaktionen die genannten Kräfte schließlich im Gleichgewicht gehalten werden.



Danach finden wir (vgl. Abb. 238) für ein Massenteilchen  $dm$  im einzelnen:

I. Als aktive Massenkräfte:

1.  $P_{u_t}$  = Tangentialbeschleunigungskraft der Gefäßbewegung, mit ihr parallel, aber entgegen gerichtet  $= dm \cdot \frac{du}{dt}$ .

2.  $P_{u_r}$  = Zentrifugalkraft der Gefäßbewegung, radial nach außen gerichtet  $= dm \cdot \frac{u^2}{r}$ .

3.  $P_{w_t}$  = Tangentialbeschleunigungskraft der Relativbewegung, mit ihr parallel, aber entgegen gerichtet  $= dm \cdot \frac{dw}{dt}$ .

4.  $P_{w_\rho}$  = Zentrifugalkraft der Relativbewegung im Krümmungsradius der Bewegung nach außen gerichtet  $= dm \cdot \frac{w^2}{\rho}$ .

5.  $P_z$  = Zusatzkraft senkrecht zur Ebene durch Relativbewegung und eine Parallele zur Achse der Gefäßrotation, der Deviation entgegen gerichtet  $= 2 dm \cdot \omega \cdot w \sin \varphi$ .

6.  $G$  = Gewichtskraft  $= dm \cdot g$ .

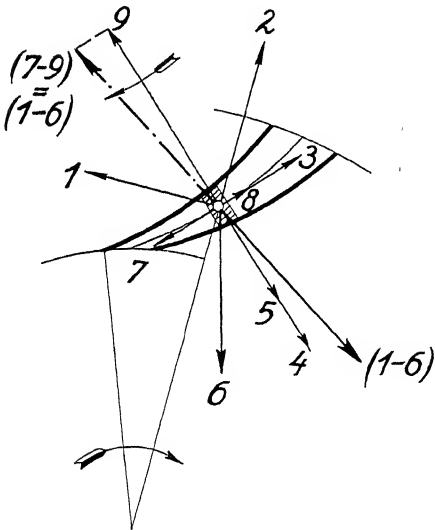


Abb. 238.

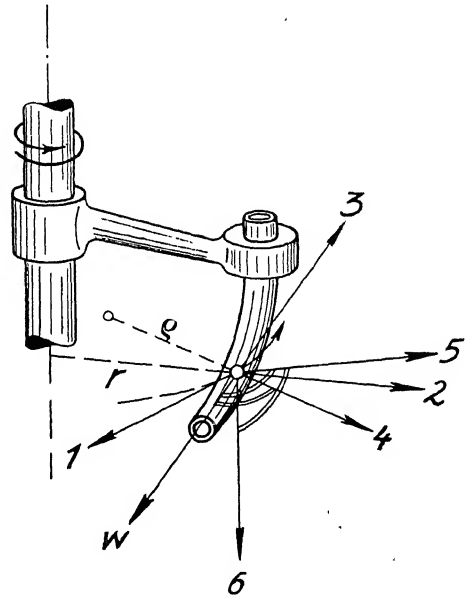


Abb. 239.

II. Als übertragende Druck- und Reibungskräfte.

Die Resultierende aus den unter 1 bis 6 genannten Kräften wird durch den Wasserdruck und die Reibung auf die Nachbarteilchen und die Kanalwände übertragen. Dabei unterscheiden wir die in die Kanalachse bzw. in die Richtung der Relativgeschwindigkeit fallende Komponente, die

7. dem Druckzuwachs in der Achsenrichtung  $df \cdot dp = P_{fa}$  ( $df$  = senkrechtes Flächenelement), sowie

8. der Schleppkraft der Reibung (vgl. S. 146) in derselben Richtung  $P_R = df \cdot dR \cdot \gamma$  das Gleichgewicht hält, und

9. den Druckzuwachs senkrecht zur Kanalachse  $P_{ps}$ .

Die Summe dieser Kräfte ist in Abb. 238 durch die Pfeile (1—6) = (7—9) dargestellt.

III. Die durch die Gefäßwände und Öffnungsquerschnitte nach außen wirkenden Kräfte

10.  $P_a$  = Gefäßdruck nach außen, der mit

11.  $P_o$  = Öffnungsdruck nach außen der Resultierenden aus I bzw. aus II gleich, aber in Abb. 238, die sich nur mit einem mittleren Wasserteilchen befaßt, nicht dargestellt ist.

IV. Diese Kräfte werden dann noch vermehrt um das Gefäßgewicht  $G'$  und werden zum Teil durch die Stützreaktion  $\mathfrak{H}$ , zum Teil durch äußere Pressungen (Auftrieb)  $V' \gamma'$  nach S. 142 im Gleichgewicht gehalten.

In Abb. 239 sind die Kräfte 1—6 perspektivisch im Raum dargestellt. Dabei bedeuten die eingezeichneten Doppel-Winkelkreise rechte Winkel.

Im Anschlusse daran wollen wir zwei Beispiele betrachten, die eine hervorragende Bedeutung für die spätere Ableitung der Hauptgleichung der Turbinentheorie besitzen.

## 5. Änderung des relativen Arbeitsvermögens in einem rotierenden Kanal.

Betrachten wir als Nullpunkt der Bewegungsenergie nicht die ruhende Außenwelt, sondern einen bewegten Körper, so wird die Größe der Bewegungsenergie nicht durch die absolute Geschwindigkeitshöhe  $\frac{c^2}{2g}$ , sondern durch die relative  $\frac{w^2}{2g}$  gemessen. Die Lagen- und Druckenergie wird hierdurch nicht berührt und wir bezeichnen dann allgemein als mechanisches »relatives Arbeitsvermögen« der Gewichtseinheit den Ausdruck

$$H + h + \frac{w^2}{2g}.$$

Die Änderung dieses Arbeitsvermögens macht besondere Betrachtungen dann nötig, wenn der durchflossene Kanal sich nicht in gleichmäßiger Translation befindet, da sich dann der angenommene Nullpunkt der Bewegungsänderung verschiebt. Dann müssen wir zur Feststellung der Änderung des relativen Arbeitsvermögens das Produkt aus den tatsächlich auftretenden Kräften mit den im Kanal zurückgelegten Wegen bilden und über die Kanallänge zur Integration bringen.

Wir werden dasselbe Problem in der Turbinentheorie S. 244 ff. wiederfinden und dort allgemein behandeln. Hier sei zur Einführung in Abb. 240 vorausgesetzt, die Drehachse des Kanals stehe senkrecht zur Papierebene und in letzterer befinde sich auch die Mittellinie des Kanals.

Nummehr betrachten wir die aktiven Kräfte, die von einer unendlich dünnen Scheibe vom Querschnitt  $f$  und der Masse  $dm$  ausgeübt werden und stellen die Gleichgewichtsbedingung zwischen ihnen und den Reaktionen für die als positiv betrachtete Richtung der Relativgeschwindigkeit auf.

Von den vorhin genannten 6 aktiven Kräften verschwinden hier 1.  $P_{u_t}$  bei gleichmäßiger Umlaufgeschwindigkeit, außerdem 4.  $P_{w_0}$  und 5.  $P_z$ , die auf  $uv$  senkrecht stehen, somit bleiben  $P_{u_r} \cdot \sin \beta$ , dazu  $P_{w_t}$  und  $G \cos \xi$ , die nach Abb. 240 gleich  $-dm \frac{u^2}{r} \cdot \sin \beta$ , gleich  $-dm \frac{dw}{dt}$  bzw. gleich  $dm g \cos \xi$  zu setzen sind.

Als Reaktionen kommen die Druck- und Reibungskräfte 7 bis 9 in Betracht. 7.  $P_{p_a}$  fällt in die Relativgeschwindigkeit und wird für abnehmenden Druck positiv, daher  $= -f dp$ . 8. Die Schleppkraft der Reibung  $P_R$  wirkt der Bewegung entgegen, daher  $= -f \cdot dR \cdot \gamma$ , während 9. der Druck  $P_{p_s}$  keine Komponente liefert.

Somit erhalten wir, wobei die jeweils gleichen Schaufelwege hinausfallen,

$$P_{u_r} \sin \beta + P_{w_t} + G \cos \xi + P_{p_a} + P_R = 0$$

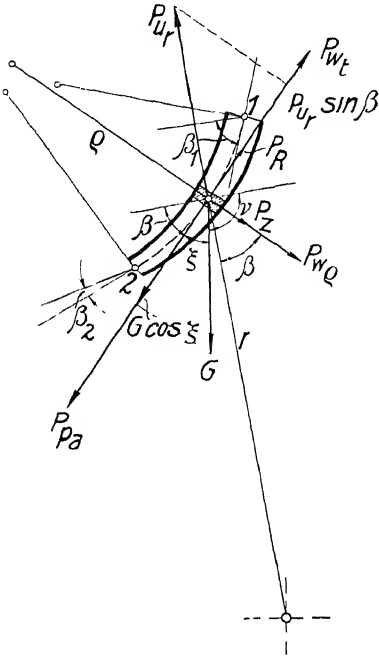


Abb. 240.

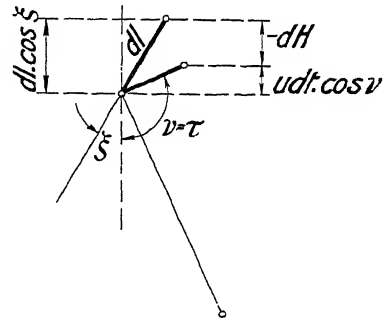


Abb. 241.

und mit Einführen der genannten Werte:

$$-dm \frac{u^2}{r} \sin \beta - dm \cdot \frac{dw}{dt} + dm \cdot g \cos \xi - f \cdot dp - f \cdot dR \cdot \gamma = 0.$$

Setzen wir  $dm = \frac{f \cdot dl \cdot \gamma}{g}$  und streichen  $\frac{f \cdot \gamma}{g}$ , so bleibt

$$-\frac{u^2}{r} \cdot dl \cdot \sin \beta - \frac{dw}{dt} \cdot dl + g dl \cos \xi - g dh - g dR = 0.$$

Nun ist

$$dl \cdot \sin \beta = -dr;$$

$$\frac{dl}{dt} = w;$$

$$u = \omega \cdot r;$$

$dl$  ist die Änderung des Weges in der Kanalachse. Ihre Projektion in die Vertikale ist  $dl \cdot \cos \xi$ , die aber nicht, wie üblich, gleich  $-dH$  gesetzt werden darf; denn  $dl$  wandert mit dem Kanal, während  $H$  von einem festen Nullpunkt aus gerechnet wird.

Abb. 241 zeigt, vergrößert aus Abb. 240, wie mit dem Fortschreiten des Teilchens um  $dl$ , bei der gleichzeitigen Umfangsbewegung  $u dt$ , seine Höhenlage um  $-dH$  abnimmt, derart, daß, da  $u dt \cdot \cos \nu$  in der Abbildung negativen Wert besitzt,

$$dl \cdot \cos \xi = -dH - u dt \cdot \cos \nu.$$

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke erhalten wir dann

$$\omega^2 r dr - w dw - g dH - u dt \cos \nu - g dh - g dR = 0 \quad (259)$$

und das liefert integriert über die Kanallänge von 1 bis 2

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - (H_2 - H_1) - \frac{1}{g} \int_{t_1}^{t_2} u dt \cos \nu - (h_2 - h_1) - R_r = 0,$$

wobei  $R_r$  die im Rad auftretende Reibungshöhe darstellt.

Fassen wir die relativen Arbeitsvermögen im Punkt 1 und 2 zusammen und bezeichnen zur Vereinfachung die Summe der von den einzelnen Kanalpunkten

zurückgelegten Vertikalwege  $\int_{t_1}^{t_2} u dt \cos \nu$  mit  $H_x$ , so ergibt sich

$$H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r + H_x. \quad (260)$$

Auf die Größe  $H_x$ , auf die ich meines Wissens hier zum erstenmal aufmerksam mache, wurde ich durch Betrachtung der Energieverhältnisse eines Wasserstrahls (Abb. 242) geführt, der, ohne Arbeit abzugeben, durch ein Turbinenlaufrad hindurchfällt<sup>1)</sup>.  $H_x$  wird Null bei vertikaler Turbinenachse ( $\nu = 90^\circ$ ) und fällt außerdem aus der Rechnung, wenn ein Laufrad symmetrisch beaufschlagt wird ( $+u dt - u dt = 0$ ) (vgl. S. 237).

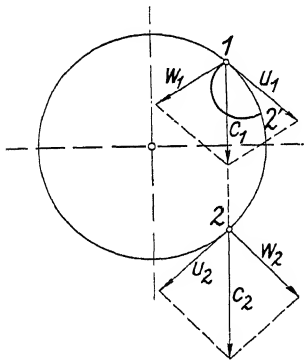


Abb. 242.

Auch dann sehen wir aber, daß die beiden relativen Arbeitsvermögen beim rotierenden Kanal auch abgesehen von der Reibung nicht mehr einander gleich bleiben, sondern daß das relative Arbeitsvermögen im Eintritt um die Differenz der Zentrifugalhöhen zwischen Eintritt und Austritt das relative Arbeitsvermögen am Austritt übertagt.

Das wird sehr einleuchtend, wenn man den um eine vertikale Achse rotierenden Kanal außen abschließt, so daß  $w_1 = w_2 = 0$  und  $R_r = 0$  wird. Dann folgt

$$H_1 + h_1 = H_2 + h_2 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g},$$

oder noch einfacher

$$\mathfrak{H}_1 = \mathfrak{H}_2 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}.$$

<sup>1)</sup> Für eine solche Annahme versagt nämlich die Arbeitsgleichung, wenn sie, wie üblich, ohne  $H_x$  angeschrieben wird, da sie mit  $h_1 = h_2$ ,  $u_1 = u_2$ ,  $R = 0$  auf  $H_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + \frac{w_2^2}{2g}$  führt, was offenbar der Abbildung widerspricht, nach der  $H_1 + \frac{c_1^2}{2g} = H_2 + \frac{c_2^2}{2g}$  werden müßte.

Das ist nichts anderes als der auf S. 42f. besprochene Fall des relativ ruhenden Wassers in rotierenden Gefäßen, wo wir gefunden hatten, daß die Änderung des Lagendruckes nach einem Paraboloid erfolgt, dessen Ordinaten sich mit  $\frac{u^2}{2g}$  ändern.

Somit sagt das obige Resultat, dessen allgemeine Ableitung im Raum im IV. Kapitel (S. 242 ff.) gebracht werden soll, daß die Differenz des Lagendruckes  $\mathfrak{S}_1 - \mathfrak{S}_2$  dazu verwendet wird, 1. die Wassermasse von  $w_1$  auf  $w_2$  zu beschleunigen,

2. die Reibung  $R_r$  zu überwinden,

3. der Zentrifugalwirkung  $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$

und 4. einer Vertikalbewegung  $H_x$  des Kanals das Gleichgewicht zu halten.

In Abb. 243 sind diese Verhältnisse für einen um eine vertikale Drehachse rotierenden Kanal (wobei  $H_x = 0$ ) zur Anschauung gebracht und man erkennt zwischen Parabel und Lagendrucklinie jeweils die zur Relativbeschleunigung und Reibungsüberwindung verfügbare Druckhöhe.

Dieses Resultat ist gelegentlich wohl mit der Begründung angezweifelt worden, daß das Wasser, indem es die Kanäle in Bewegung setzt, keiner Zentrifugalwirkung unterliegen könne. Das sei nur bei Zentrifugalpumpen möglich, deren Schaufeln das Wasser herumschleudern.

Diese Anschauung hat auch eine gewisse Berechtigung. Ein mit dem Wasser durch die Turbine fahrender Beobachter wird in der Tat nur die Trägheitswirkungen des absoluten Wasserwegs und keine Zentrifugalwirkung erfahren. Es ist lediglich die Bequemlichkeit der Rechnung, die uns veranlaßt, die absolute Wasserbewegung durch die relative auszudrücken und somit ein rein rechnermäßig geometrischer Vorgang, der zur Einführung der Größen  $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$  geführt hat.

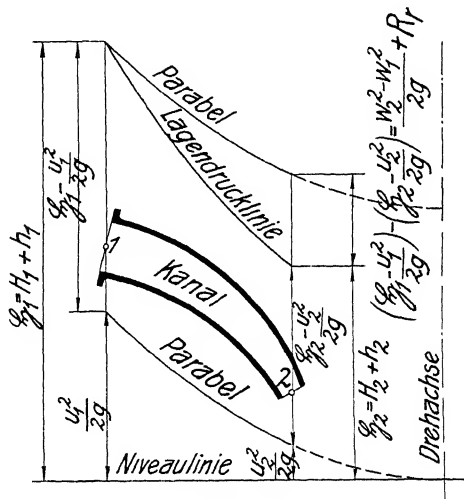


Abb. 243.

## 6. Arbeitsabgabe an eine rotierende Ablenkungsfläche.

Der Vorgang möge sich wiederum in der vertikal gedachten Zeichenebene abspielen, auf der die Drehachse senkrecht steht ( $\mu = 90^\circ$ ) ( $\mu =$  Winkel zwischen Drehachse und Vertikalen).

Auch sei der Beharrungszustand vorausgesetzt, so daß  $P_{u_t}$  wieder gleich Null wird.  $P_{u_r}$  übt kein Moment auf die Drehachse aus.

Es bleiben somit von den aktiven Kräften der Abb. 238 jetzt nach Abb. 244 nur

$$\begin{array}{llll} P_{w_t} & \text{mit dem Hebelarm } r \cdot \cos \beta, \\ P_{w_Q} & \text{» » » } r \cdot \sin \beta, \\ P_z & \text{» » » } r \cdot \sin \beta, \\ G & \text{» » » } r \cdot \cos \nu. \end{array}$$

Ihr Moment im Uhrzeigersinn ist somit

$$dM = -P_{w_t} \cdot r \cos \beta + P_{w_Q} \cdot r \cdot \sin \beta + P_z \cdot r \cdot \sin \beta + Gr \cos \nu$$

und durch Einsetzen nach S. 177

$$= dm \cdot \frac{dw}{dt} \cdot r \cdot \cos \beta + dm \cdot \frac{w^2}{Q} r \cdot \sin \beta + 2 dm \omega w \cdot r \sin \beta + dm g \cdot r \cdot \cos \nu.$$

Auch hier verlangt die Integration eine Umwandlung der Summanden in vollständige Integrale, die ich zum Teil nach DOLDER<sup>1)</sup> wiedergebe.

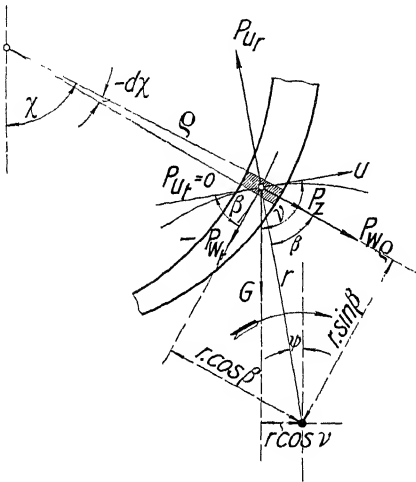


Abb. 244.

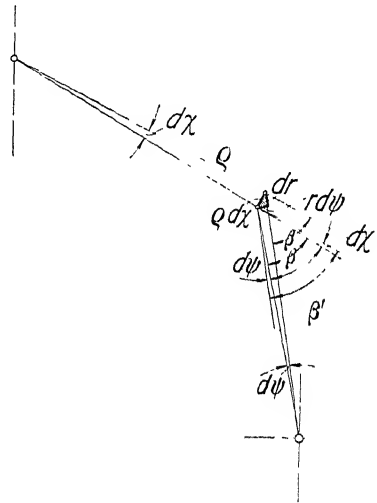


Abb. 244 a.

Zu dem Zweck wird im ersten Summanden

$$dm = \frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot dt,$$

im zweiten

$$dm = \frac{f Q (-d\chi) \gamma}{g}$$

gesetzt.

In der Nebenfigur (Abb. 244 a) ist der Zusammenhang zwischen  $\chi$ ,  $\psi$  und  $\beta$  angegeben und man bemerkt, daß

$$d\psi + \beta + d\chi = \beta',$$

d. h.

$$\beta' - \beta = d\beta = d\chi + d\psi.$$

<sup>1)</sup> DOLDER, E., Über Zustandsverhältnisse strömender Flüssigkeiten und deren Wirkungsweise in Turbinenrädern. Dissertation. München 1907. S. 20.

Damit wird  $dm$ , da  $f = \frac{Q}{w}$ :

$$dm = -\frac{Q}{w} \varrho \frac{\gamma}{g} d\chi = -\frac{Q}{w} \varrho \frac{\gamma}{g} (d\beta - d\psi).$$

Durch Einsetzen folgt dann

$$dM = \frac{Q}{g} \gamma (r \cos \beta d\tau - r\tau \sin \beta d\beta + r\tau \sin \beta d\psi - 2r \sin \beta \omega \varrho \cdot d\chi) + dm g r \cos \nu.$$

Beachtet man nun noch aus Abb. 244 a, daß

$$\frac{dr}{r \cdot d\psi} = \operatorname{tg} \beta; \quad \text{d. h.} \quad r \sin \beta d\psi = \cos \beta \cdot dr$$

und

$$\frac{dr}{\varrho d\chi} = \sin \beta, \quad \text{d. h.} \quad \varrho \sin \beta d\chi = dr,$$

so wird

$$dM = \frac{Q}{g} \gamma (r \cos \beta d\tau - r\tau \sin \beta d\beta + \tau \cos \beta dr - 2\omega r dr) + dm g \cdot r \cdot \cos \nu,$$

wobei nun der Klammerausdruck aus zwei vollständigen Differentialen besteht, so daß auch

$$dM = \frac{Q}{g} \gamma (d(\tau r \cos \beta) - d(\omega r^2)) + dm g r \cdot \cos \nu. \quad (261)$$

Daraus folgt das Gesamtmoment zu

$$M = \frac{Q}{g} \gamma (\tau_2 r_2 \cos \beta_2 - \tau_1 r_1 \cos \beta_1 - \omega r_2^2 + \omega r_1^2) + \int dm \cdot g \cdot r \cos \nu,$$

und da das letzte Integral nichts anderes ist als das statische Moment des Wassergewichts  $G$  im Kanal um die Achse

$$= \frac{Q}{g} \gamma (r_2 \tau_2 u_2 - r_1 \tau_1 u_1 - u_2 r_2 + u_1 r_1) + G r_s \cdot \cos \nu_s, \quad (262)$$

wobei  $r_s$  den Schwerpunktsabstand des im Kanal befindlichen Wassergewichts von der Achse und  $\nu_s$  den entsprechenden Winkel darstellt.

Ein Vergleich mit dem für gleichmäßige Umfangsgeschwindigkeit des Kanals ( $u_2 = u_1$ ) gefundenen Ergebnis auf S. 169, Gl. 236 (wobei  $\mu < 90^\circ$ ) zeigt, daß hier infolge der Änderung von  $u$  die Summanden  $u_1 r_1 - u_2 r_2$  hinzutreten. Bei symmetrischer Bauart der Laufräder verschwindet der Ausdruck  $G \cdot r_s \cos \nu_s$ .

Durch Multiplikation mit der Winkelgeschwindigkeit ergibt sich nunmehr die Arbeit zu

$$L = \frac{Q}{g} \gamma (u_2 \tau_2 u_2 - u_1 \tau_1 u_1 - u_2^2 + u_1^2) + G u_s \cos \nu_s. \quad (263)$$

Also auch hier beim Aufbau der Gleichung auf der Relativbewegung ein durch die Änderung der Umfangsgeschwindigkeit hervorgerufener Zusatz.

Bei Einführen der absoluten Geschwindigkeiten muß er natürlich wieder hinausfallen.

Schreiben wir nämlich

$$M = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (u_2 (w_{u_2} - u_2) - u_1 (w_{u_1} - u_1)) + G u_s \cdot \cos \nu_s$$

und bedenken nach Abb. 229, daß

$$w_{u_2} - u_2 = -c_{u_2} \quad \text{und} \quad w_{u_1} - u_1 = -c_{u_1},$$

so folgt die Leistung auch als

$$L = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (u_1 c_{u_1} - u_2 c_{u_2}) + G u_s \cdot \cos \nu_s. \quad (264)$$

Das ist die Gleichung der Arbeitsabgabe bei beliebiger Bewegung des Kanals, die wir für geradlinige Bewegung mit  $u_1 = u_2 = u$  früher elementar entwickeln konnten.

Damit sind wir aber auch schon der Turbinentheorie nahe getreten, die wir im übernächsten Teil behandeln werden.

---



## Dritter Teil.

# Überblick über die Wasserkraftmaschinen.

### A. Allgemeine Bemerkungen über die Kraftmaschinen.

Der Name Kraftmaschine entstammt dem Volksmund und bringt das zum Ausdruck, was dem ungelehrten Beobachter bei der Beobachtung einer Maschine zunächst zum Bewußtsein kommt, nämlich das Walten und Wirken von Kräften. Wir haben es hier mit einer Bezeichnung zu tun, die sich in zwangloser Weise den Bezeichnungen Dampfkraft, Wasserkraft u. dgl. anschließt, die aber nur in sehr unvollkommener Weise das zum Ausdruck bringt, worum es sich eigentlich bei den Maschinen handelt.

Eine einfache Beobachtung zeigt ja schon, daß mit der Kennzeichnung der in einer Maschine wirkenden Kräfte ihr Wesen noch keineswegs erschöpfend beschrieben ist. Jedes Gewicht, so z. B. auch ein Bauwerk, übt Kräfte auf seine Unterlage aus, ohne daß deshalb von einer Maschine gesprochen würde. Das, was zum Wesen der Maschine mit Notwendigkeit hinzukommen muß, ist, daß die Kräfte in der Krafrichtung gewisse Wege zurücklegen, wodurch Arbeit geleistet wird.

Dabei wird man dann noch weiter festzustellen haben, in welchen Zeiten die betreffenden Wege zurückgelegt werden.

Erst damit, d. h. durch die Kraft mal ihrem Weg in der Zeiteinheit wird die Arbeitsleistung und damit die wichtigste Eigenschaft der Maschine festgelegt.

Immerhin müssen wir noch eine weitere Einschränkung vornehmen, um das Wesen einer Maschine richtig zu kennzeichnen. Man kann sich nämlich leicht Fälle denken, in denen mit Kräften behaftete Körper in der Krafrichtung in gewissen Zeiten gewisse Wege zurücklegen, ohne den Namen von Maschinen zu verdienen.

Ein einfaches Beispiel hierfür bildet die Bewegung der molekularen Anziehungskräfte in einem bewegten Körper, etwa in einem fallenden Stein (Abb. 245). Die obere Hälfte wird von der unteren durch die Molekularkräfte mit großer Kraft in der Pfeilrichtung nach unten gezogen, und diese Kraft legt beim Fallen des Steines die Fallhöhe zurück. Aber die hier geleistete Arbeit wird im Innern des Körpers augenblicklich wieder durch ein gleich großes, aber entgegengesetzt

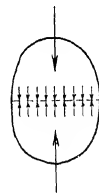


Abb. 245. Fallender Stein

gerichtetes Produkt aus dem gleichen Wege mal der entgegengesetzt gerichteten Kraft aufgehoben, so daß nach außen von ihr nichts zu bemerken ist.

Nun halten sich zwar in der Natur alle Kräfte und alle Arbeiten jederzeit das Gleichgewicht, für das Wesen einer Maschine aber ist es notwendig, daß die Arbeitsleistung oder Energie von einem außenstehenden Körper in die Maschine geliefert und daß sie von ihr an einen dritten Körper wiederum abgegeben werde.

So ist z. B. auch die im Sägeblatt Abb. 246 durch die Spannschraube hervorgerufene Zugkraft, obwohl sie bei dem Arbeitsvorgang einen Weg zurücklegt, für die Arbeitsleistung der Säge ohne Einfluß. Für sie kommt nur in Frage, welche Kraft am Handgriff eingeleitet und an den Sägezähnen in das Arbeitsstück ausgeleitet wird, und dasselbe gilt z. B. beim Riementrieb Abb. 247 bezüglich der primären Riemenspannung und der durch das ein- bzw. ausgeleitete Drehmoment hervorgerufenen Zusatzspannung.

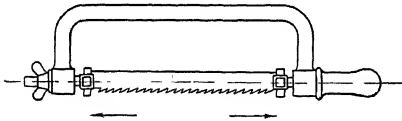


Abb. 246. Säge.

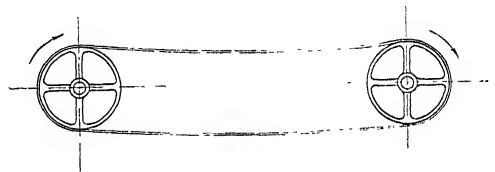


Abb. 247. Riementrieb.

Maschinen sind daher ganz allgemein Apparate zur Übertragung äußerer Arbeitsleistungen oder Energien. Ob die Form der Arbeit dabei wechselt, kommt erst in zweiter Linie in Betracht, und man sollte daher statt von Kraftmaschinen richtiger von »Energieübertragern« sprechen.

Trotzdem wollen wir den eingelebten Sprachgebrauch nicht verlassen, sondern auch weiter den Ausdruck Kraftmaschinen benutzen. Dabei finden wir, was insbesondere das Wort Kraft im Ausdruck Kraftmaschinen betrifft, daß das Volk hier ausschließlich an die Naturkräfte im engeren Sinne denkt und daher unter Kraftmaschinen diejenigen Energieübertrager versteht, die die in der Natur vorhandene Energie aufnehmen, um sie in einer gewünschten künstlichen Form, meist als Energie eines rotierenden Torsionsmoments an der Maschinenwelle abzugeben.

Im Gegensatz dazu versteht der Volksmund unter »Arbeitsmaschinen« diejenigen Energieübertrager, die ihre aufgenommene Energie unmittelbar in nützlicher Arbeit, z. B. im Zersägen von Baumstämmen u. dgl., abgeben.

Zwischen beiden stehen, sobald die Kraftmaschinen nicht unmittelbar mit der Arbeitsmaschine verbunden werden können, Energieübertrager, die einen populären Namen nicht besitzen und meist als Transmissionen bezeichnet werden und in der elektrischen Kraftübertragung einschließlich Generator und Motor ihre wichtigsten Vertreter gefunden haben.

Wenden wir uns nun im besondern zu den Kraftmaschinen und fragen uns, welche Energieformen in der Natur vorkommen, so dürfen wir etwa die folgenden sieben Gattungen hervorheben:

1. Energie der Lage,
2. » des Druckes,
3. » der Bewegung,
4. » der Wärme,

5. Energie chemischer Verbindungen,
6. » elektrischer Potentialdifferenz,
7. » aller andern Arten von Arbeitsvermögen.

Die drei ersten Energieformen sind im vorangegangenen Abschnitt der Hydrodynamik S. 53 f. ausführlich beschrieben und als mechanische Arten des Arbeitsvermögens zusammengefaßt worden.

Als Lagenenergie muß dann aber zur Verallgemeinerung unserer Anschreibung noch weiter die bei elastischen Deformationen auftretende Lagenverschiebung der kleinsten Teile eines Körpers mit ihrer gleichzeitigen Kraftwirkung aufgefaßt werden.

Die Kenntnis des Arbeitsvermögens der Wärme und seine Messung durch die ersterwähnten Energien knüpft sich an die Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents.

Die Äußerungen des chemischen Arbeitsvermögens sind durch die Warmwirkungen der Brennstoffe und die Druckwirkungen der Sprengstoffe hinreichend bekannt.

Auch die Wirkungen elektrischer Ströme lassen sich durch Kraftäußerung oder Erwärmung auf eines der vorerwähnten Arbeitsvermögen zurückführen, und dasselbe gilt für die unter 7. zusammengefaßten Energiearten, soweit sie unsrer Messung bisher zugänglich gewesen sind.

Fragen wir nun aber, welche Naturenergien für die technische Energiegewinnung bis heute von Bedeutung geworden sind, so können nur zwei Arten ernstlich in Frage kommen, nämlich die Energie der Lage, die in den Wasserkraftmaschinen, und die der chemischen Verbindungen, die in den Wärmekraftmaschinen ausgenutzt wird, denn die unmittelbare Verwertung der Bewegungsenergie, wie sie in Flußläufen durch sogenannte Stromräder, bei Luftbewegung durch Windmühlen oder Segelschiffe stattfindet, oder die der direkten Sonnenwärme oder die der elektrischen Batterien u. dgl. spielt — so nützlich sie auch im einzelnen Falle sein mag — vom Standpunkt der modernen Energiegewinnung keine nennenswerte Rolle.

Bei der weiteren Verwertung der Energie treffen wir dann freilich oft die verschiedensten Energiearten an, wie das folgende Beispiel zeigt, mit dem ich diese einleitende Übersicht schließen will.

Die Lagenenergie einer in ein hochgelegenes Wasserschloß sekundlich eintretenden Wassermenge wird durch eine Rohrleitung vornehmlich als Druckenergie in das Turbinenhaus eingeführt. In der Ausflußdüse der Leitung wird sie zum größten Teil in Bewegungsenergie verwandelt und gibt in dieser Form ihr Arbeitsvermögen an die Turbinenwelle ab. Diese setzt durch die Lagenenergie der Torsionsspannungen einen elektrischen Generator in Bewegung, der die Umwandlung in elektrische Energie ausführt, die dann durch die elektrische Leitung fortgeführt und im angeschlossenen Motor zum Antrieb der Arbeitsmaschine wieder in die mechanische Energie einer drehenden Welle umgewandelt wird.

Bei dieser Aufzählung sind nur die jeweils hervorstechenden Energieformen angeführt. In Wirklichkeit wirken aber stets eine größere Zahl verschiedener Energieformen gleichzeitig und es zeigt sich insbesondere bei all diesen Energieübertragungen eine Energieverwandlung in Wärme, die meist als Verlust angesprochen werden muß.

## B. Einteilung und Benennung der Wasserkraftmaschinen<sup>1)</sup>.

Man wird jedes Maschinenfach nach sehr verschiedenen Grundsätzen in einzelne Gruppen zerlegen können, und in jedem Falle wird es Grenzgebiete geben, in denen die Einteilung versagt.

Zu einer Zeit, als Turbinen mit vertikaler Scheibe des Laufrades nicht zur Aufstellung kamen, unterschied man nach der Lage desselben vertikale und horizontale Wasserräder und verstand unter den letzteren das, was man heute im allgemeinen als Turbinen bezeichnet. Aber schon RUHLMANN, der diese Bezeichnung noch beibehält, führt eine erste Henschel-Jonval-Turbine mit vertikaler Scheibe an<sup>2)</sup>, die einen solchen Einteilungsgrundsatz durchbricht.

Andererseits geben die üblichen Bezeichnungen der wichtigsten Wasserkraftmaschinen als Wasserräder schlechthin, im Gegensatz zu den Turbinen, keinerlei Anhalt über den inneren Unterschied ihres Wesens. Ich möchte daher hier ein anderes Unterscheidungsmerkmal zugrunde legen, das sich, nachdem wir so oft schon die Energie als leitenden Gesichtspunkt herangezogen haben, danach richtet, mit welcher Art von Arbeitsvermögen das Wasser, das uns in der Natur ja, wie bemerkt, hauptsächlich mit Lagenenergie behaftet zu Gebote steht, in dem die Arbeit abnehmenden Maschinenteil vornehmlich zur Wirkung kommt.

Danach unterscheiden wir:

- I. Wasserkraftmaschinen der Lagenenergie,
- II.                   »                   der Druckenergie,
- III.                  »                   der Bewegungsenergie.

### I. Wasserkraftmaschinen der Lagenenergie.

#### Wasserräder.

Hierher gehören die wichtigsten der unter der Bezeichnung Wasserräder bekannten Wasserkraftmaschinen. Ihr Wesen besteht darin, daß das Betriebswasser in die »Zellen« oder zwischen die »Schaufeln« des Rades tritt, die »beaufschlagte« Radhalfte durch sein Gewicht belastet und mit der Drehung des Rades herabsinkend seine Lagenenergie an die Radwelle abgibt.

Weiter teilt man die Wasserräder nach dem Ort ein, in dem das Wasser in das Rad eintritt, oder, wie man auch sagt, das Rad beaufschlagt, und spricht dementsprechend von

- Oberschlächtigen Wasserrädern (Abb. 248),
- Mittel- oder Rückenschlächtigen Wasserrädern (Abb. 249 und 250),
- Unterschlächtigen Wasserrädern (Abb. 251).

Sind die Teile, die das Wasser aufnehmen und ihm seine Arbeit unmittelbar entziehen sollen, hohl und kastenförmig ausgebildet, wie in Abb. 248 und 249,

<sup>1)</sup> Ich benutze diesen Abschnitt dazu, vermitteltst zahlreicher Abbildungen eine Einleitung in die späteren Betrachtungen zu geben.

<sup>2)</sup> RUHLMANN, Allg. Maschinenlehre, 1875, I, S. 378.

so spricht man von Zellen bzw. von Zellenrädern. Sind diese Teile eben oder mäßig gewölbt (Abb. 250 und 251), so nennt man sie Schaufeln und die Räder Schaufelräder. Damit die Schaufeln der letzteren das Wasser zur Betätigung seiner Gewichtswirkung zurückhalten, müssen sie in einem möglichst dicht anschließenden Gerinne, dem sogenannten Kropfgerinne (Abb. 250 und 251) geführt werden.

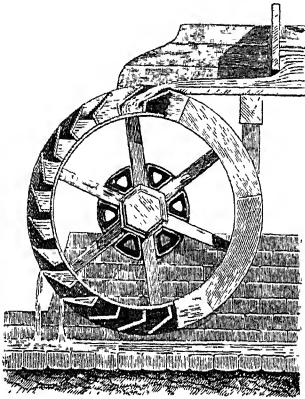


Abb. 248. Oberschlächtiges Wasserrad. (Aus ARMENGAUD.)

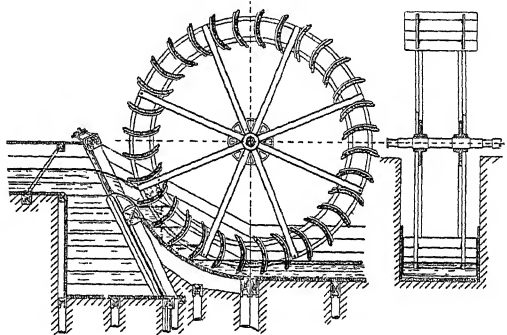


Abb. 250. Mittelschlächtiges Schaufelrad mit Überfall- einlauf und Kropfgerinne. (Aus MEISSNER.)

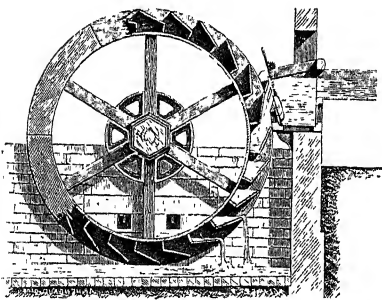


Abb. 249. Mittelschlächtiges Zellenrad. (Aus ARMENGAUD.)

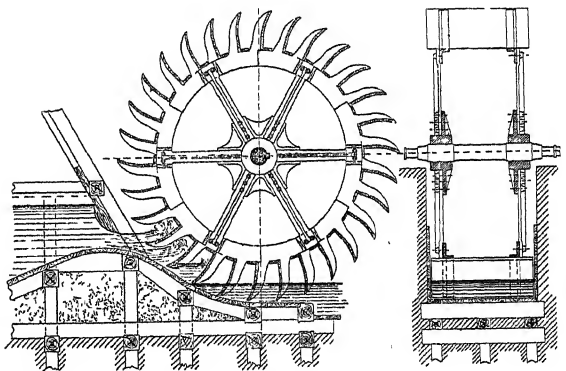


Abb. 251. Unterschlächtiges Schaufelrad mit Kropfgerinne. (Aus MEISSNER.)

Die zum Eintritt in das bewegte Rad erwünschte Wassergeschwindigkeit wird gelegentlich durch die sogenannte »Spannschütze« erreicht (Abb. 248 und 251). Bei größerer Wassermenge wird die Kulisze (Abb. 249) benutzt. Bei kleinem Gefälle und sehr großer Wassermenge verwendet man den Überfall (Abb. 250).

Nach ihren Erbauern kennt man für overschlächtige Räder keine besondere Bezeichnung, wohl deshalb, weil sie ihre historisch alte Form am wenigsten verändert haben. Dagegen erfuhren die mittel- und unterschlächtigen Räder

mannigfache Sonderkonstruktionen, die meist darauf hinielten, neben der Lagenenergie des Wassers auch noch einen Teil seiner Bewegungsenergie auszu-

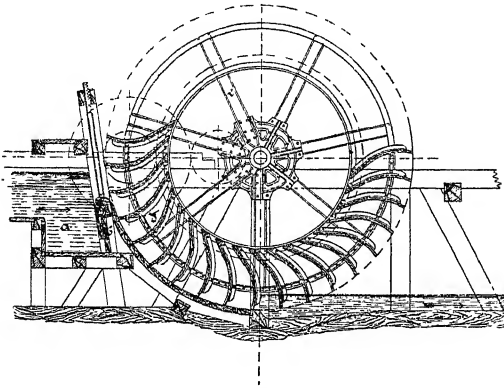


Abb. 252. Zuppinger-Rad. (Aus MEISSNER.)

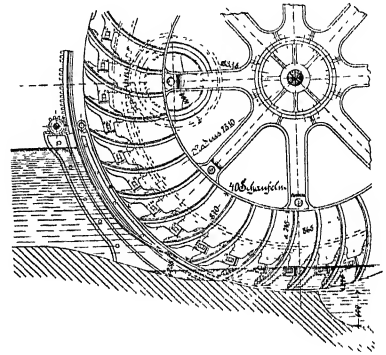


Abb. 253. Poncelet-Rad. (Aus MEISSNER.)

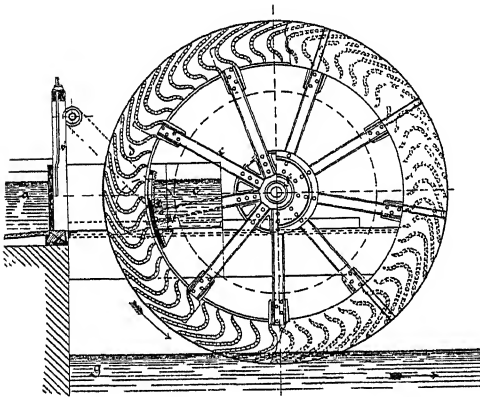


Abb. 254. Millot-Rad. (Aus MEISSNER.)

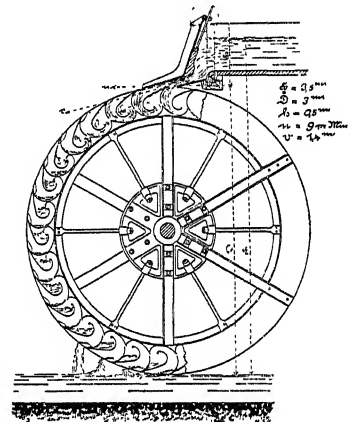


Abb. 255. Pfister-Rad. (Aus MÜLLER, Wasserräder.)

nutzen. Dazu gehört das Zuppinger-Rad (Abb. 252), bei dem das ankommende Wasser infolge seiner Geschwindigkeit an den gekrümmten Radschaufeln hinaufsteigt, vor allem aber das Poncelet-Rad (Abb. 253), bei dem die Lagenenergie im Rade selbst keine wesentliche Rolle mehr spielt, und das deshalb zu den unter III angeführten Wasserkraftmaschinen der Bewegungsenergie zu rechnen ist.

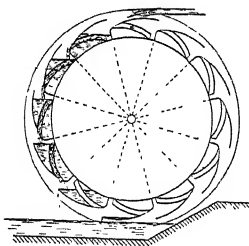


Abb. 256. Hydrovolute von KIRCHBACH. D.R.P. Nr. 154402.

Andere Konstrukteure suchen dem frühzeitigen Ausfließen und Verspritzen des Wassers zu begegnen. Hierzu gehören u. a. das Millot-Rad (Abb. 254), dem das Wasser durch zwei Kanäle am inneren Umfang zugeführt wird, das Pfister-Rad (Abb. 255) und KIRCHBACHS Hydrovolute (Abb. 256).

## II. Wasserkraftmaschinen der Druckenergie.

### 1. Wassersäulenmaschinen.

Ihre Bezeichnung stammt daher, daß man den Druck einer Flüssigkeit häufig mit der Höhe der ihrem Druck entsprechenden Flüssigkeitssäule zu vergleichen

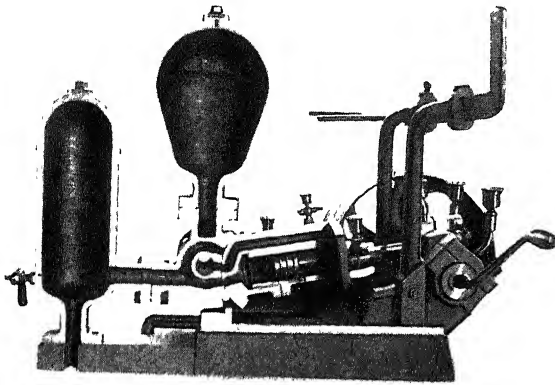


Abb. 257. Wassersäulenmaschine von KROBER mit schwingendem Zylinder. (Deutsches Museum.)

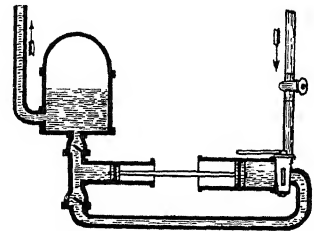


Abb. 258. Wassersäulenmaschine von BELIDOR. (Aus MEISSNER.)

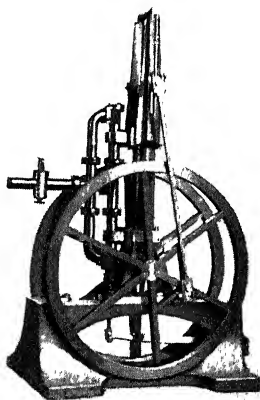


Abb. 259. Doppeltwirkende Wassersäulenmaschine von v. REICHENBACH. (Deutsches Museum.)

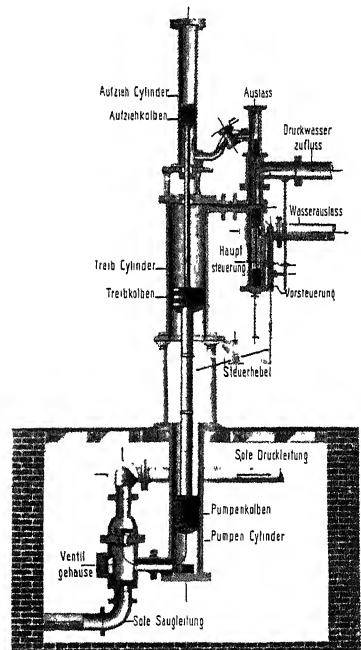


Abb. 260. Einfach wirkende Wassersäulenmaschine von v. REICHENBACH. (Deutsches Museum.)

pfllegt. Unter Wassersäulenmaschinen versteht man noch insbesondere solche Maschinen, die den Wasserdruck in einem geschlossenen Gehäuse meist durch einen in einem Zylinder hin- und hergehenden, gelegentlich auch durch einen rotierenden Kolben zur Wirkung kommen lassen.

Man bemerkt bei ersteren a) Maschinen, die auf eine drehende Welle arbeiten und b) solche, die den Arbeitsdruck unmittelbar auf einen Pumpenkolben aus-

üben. Bei den ersteren trifft man Maschinen mit schwingendem Zylinder und solche mit festliegendem Zylinder.

Von den zahlreichen Konstruktionen, die sich zumeist durch die Art der Steuerung unterscheiden — MEISSNER führt allein 87 verschiedene Ausführungen und Entwürfe an<sup>1)</sup> —, seien hier nur einzelne Beispiele erwähnt.

Abb. 257 läßt die Wassersäulenmaschine von KROBER mit hin- und hergehendem Arbeitskolben und schwingendem Zylinder erkennen. Die Arbeitsabgabe erfolgt durch eine rotierende Welle.

Unmittelbare Kraftwirkung auf einen Pumpenkolben zeigen die Konstruktionen von BELIDOR aus dem Jahre 1739 (Abb. 258) sowie die Wassersäulenmaschinen v. REICHENBACHS (Abb. 259 und 260).

Die beiden letzteren befinden sich jetzt im deutschen Museum in München. Die kleine ist doppelwirkend und besitzt ein Schwungrad, die größere ist einfachwirkend und diente der Soleförderung von Reichenhall<sup>2)</sup>. Sie wurde schon zur Zeit ihrer Erbauung (1817) als Meisterwerk gefeiert<sup>3)</sup> und hat sich in fast hundertjährigem Betrieb (bis 1904) glänzend bewahrt.

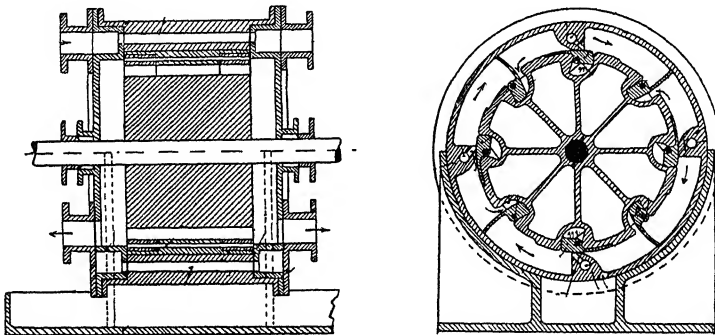


Abb. 261. Wassersäulenmaschine mit rotierendem Kolben von SPOHN. (Aus MEISSNER.)

c) Als ein Beispiel der nur theoretisches Interesse beanspruchenden Wassersäulenmaschinen mit rotierendem Kolben, bei denen jeweils durch Klapp- oder Verschiebevorrichtungen die Angriffsfläche des Kolbens verändert wird, sei in Abb. 261 eine Konstruktion von SPOHN<sup>4)</sup> angeführt.

## 2. Auftriebsmaschinen.

Als Wasserkraftmaschinen der Druckenergie dürfen schließlich noch diejenigen Maschinen angesehen werden, die den Auftrieb des Wassers nutzbar machen und gleichfalls in MEISSNER, *Hydraulik*, 1899, Bd. III, S. 289, 381 und 401 als »Auftrieb-, Wellen- und Gezeitenmotoren« ausführlich beschrieben sind, technische Bedeutung aber nicht besitzen.

<sup>1)</sup> MEISSNER, *Hydraulik*, 1895, Bd. III, S. 94—185.

<sup>2)</sup> RÜHLMANN, *Allgemeine Maschinenlehre* 1862, I, S. 348.

<sup>3)</sup> v. DYCK: GEORG VON REICHENBACH, 1912, S. 71.

<sup>4)</sup> MEISSNER, *Hydraulik*, 1899, Bd. III, S. 236.



### III. Wasserkraftmaschinen der Bewegungsenergie.

#### 1. Turbinen.

Die Turbinen sind dadurch gekennzeichnet, daß das verfügbare Arbeitsvermögen des Wassers beim Eintritt in das Laufrad ganz oder doch zu einem großen Teil in Bewegungsenergie umgesetzt ist und durch Richtungs- und Geschwindigkeitsänderung mittels der Trägheitswirkung der kinetischen Energie an das Rad abgegeben wird.

Man teilt die Turbinen nach den folgenden Grundsätzen ein:

##### a) Einteilung nach der Durchflußrichtung des Betriebswassers durch das Laufrad.

Die nach diesem Grundsatz möglichen Turbinengattungen ergeben sich folgerichtig, wenn man eine Aneinanderreihung von Ablenkungsflächen, wie wir sie am Schluß der Hydrodynamik S. 155 f. betrachtet haben, zum Zweck eines fortwährenden Betriebs zunächst in einer »Turbinenstange« (Abb. 262) vornimmt und dann Anfang und Ende der Stange, die ja nicht unendlich lang gemacht werden kann, in einer in Abb. 263 perspektivisch angedeuteten Weise zusammenfügt. In den Vorlesungen veranschauliche ich dies durch ein Gummiprisma mit aufgezeichneten Schaufelschnitten, das beliebig zusammengebogen werden kann.



Abb. 262.

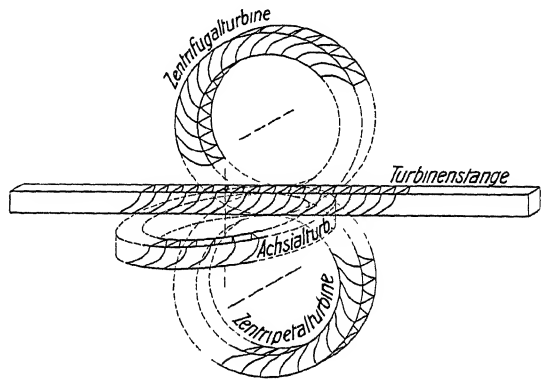


Abb. 263. Entstehung verschiedener Turbinengattungen aus der Turbinenstange.

Die Unterscheidung nach der Durchflußrichtung, wobei aber naturgemäß die Wasserbewegung in der Drehrichtung, die allen Konstruktionen gemeinschaftlich sein muß, außer Betracht bleibt, liefert dann

##### α) Axialturbinen.

Die Ortsveränderung ist, abgesehen von Drehwegen, axial, schematisch dargestellt in Abb. 264 (vgl. Abb. 263). Querschnittszeichnungen von Ausführungen geben die Abb. 265—268. Dabei ist über dem Laufrad jeweils das Leitrad bemerklich, das dem Wasser die gewünschte Eintrittsrichtung und -geschwindigkeit gibt. Das Laufrad ist hier jeweils mittels der hohlen Turbinenwelle über eine feste Tragstange gestülpt, so daß der Drehzapfen (als Ringspurzapfen von FONTAINE) trocken liegt.

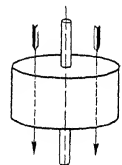


Abb. 264.  
Schema der  
Axialturbine.

Abb. 265 und 266 stellen einkränzige, Abb. 267 stellt eine zwei-, Abb. 268 eine dreikränzige Axialturbine dar.

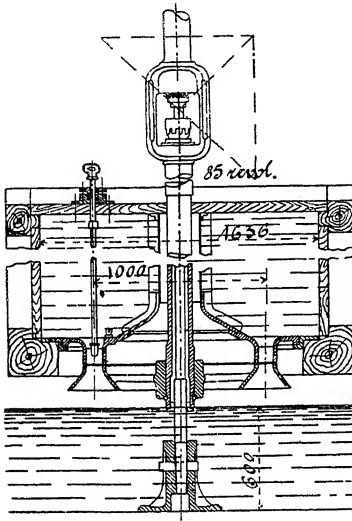


Abb. 265. Axiale Gleichdruckturbine.  
(Aus MEISSNER.)

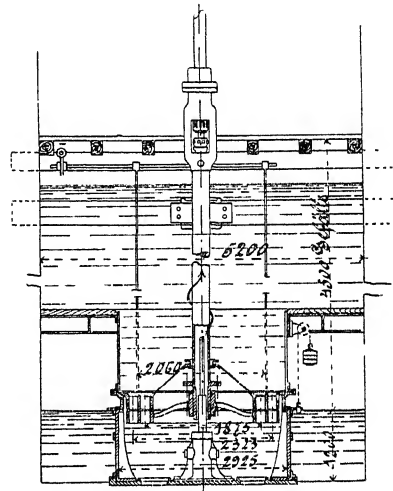


Abb. 267. Zweikränzige axiale Vollturbine.  
(Aus MEISSNER.)

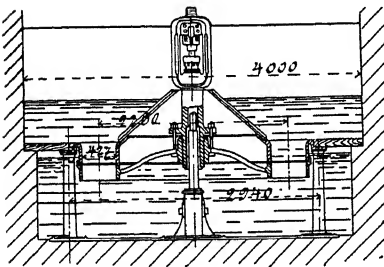


Abb. 266. Axiale Vollturbine.  
(Aus MEISSNER.)

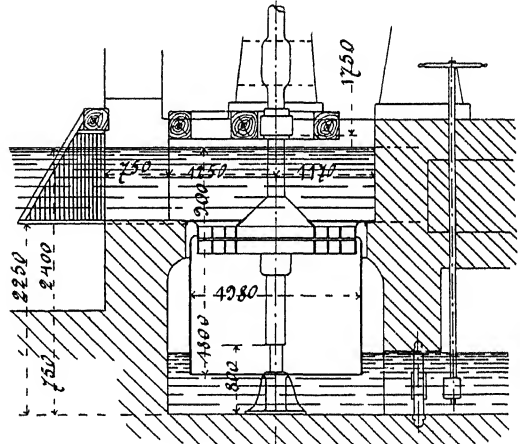


Abb. 268. Dreikränzige axiale Vollturbine.  
(Aus MEISSNER.)

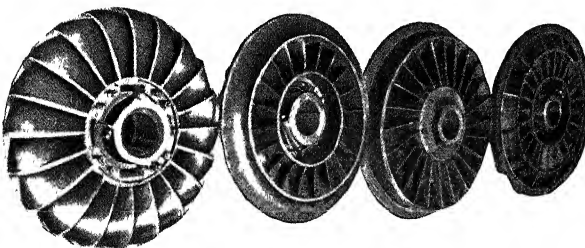


Abb. 269. Axial-Laufräder (HIRTH).

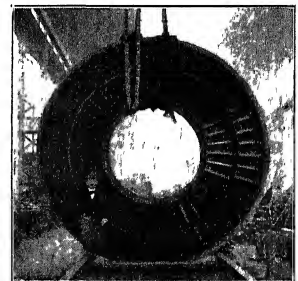


Abb. 270. Zweikrängiges Axial-laufrad.  
(ESCHER-WYSS.)

Ansichten von Laufrädern gibt Abb. 269. Abb. 270 stellt ein zweikränziges Laufrad dar, während Abb. 271 den Einbau einer Axialturbine nach dem im Besitz der technischen Hochschule befindlichen Modell der Anlage Höllriegelskreut erkennen läßt.

### β) Zentrifugalturbinen.

Das Betriebswasser wird, wie Abb. 272 (vgl. Abb. 263) schematisch zeigt, in der Achsenrichtung zugeführt und fließt im Laufrad von innen nach außen, »das Zentrum fliehend«.

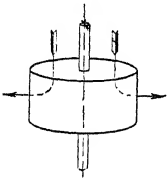


Abb. 272. Schema der Zentrifugalturbine.

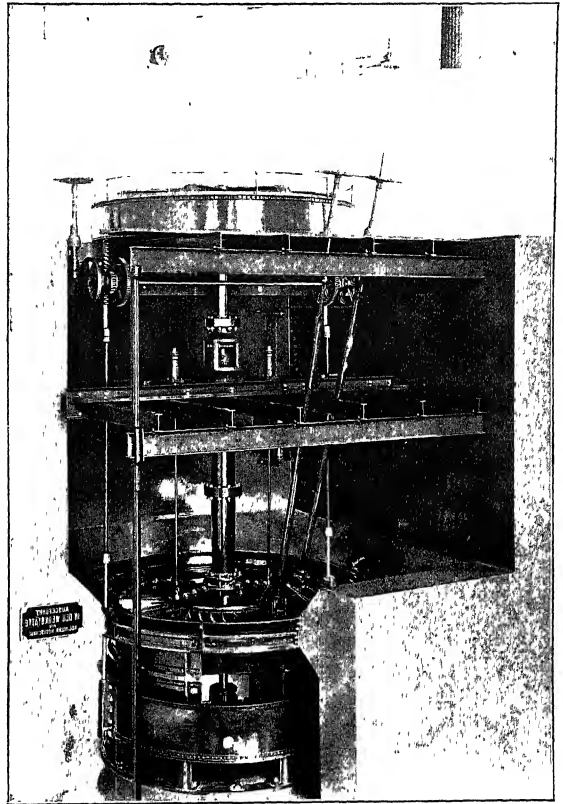


Abb. 271. Modell der Anlage Höllriegelskreut.

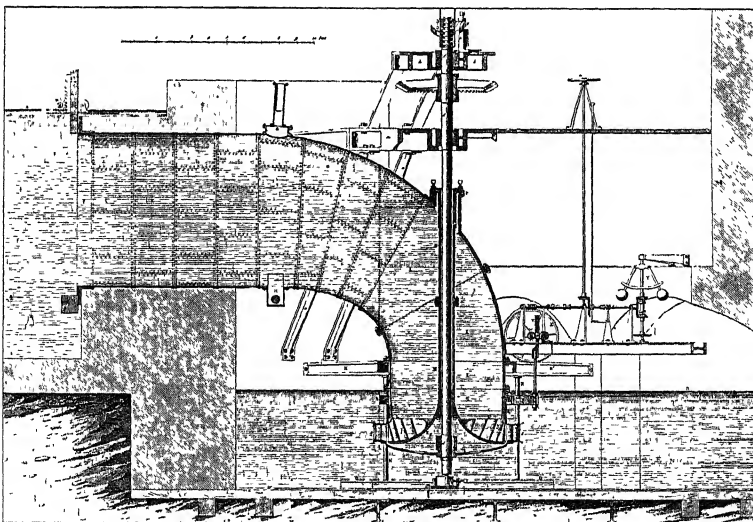


Abb. 273. Zentrifugale Vollturbine von BOYDEN. (Aus FRANCIS.)

Schnittzeichnungen solcher Turbinen stellen die Abb. 273 und 274 mit voller, Abb. 275 mit teilweiser Beaufschlagung dar.

Das Leit- und Laufrad der Turbine Abb. 273 ist in Abb. 276 in Ansicht gegeben. Abb. 277 zeigt die dazugehörigen Schaufelschnitte. Abb. 278 und 279 lassen die in Abb. 275 gezeigte Turbinengattung bzw. ein Laufrad derselben in Ansicht erkennen.

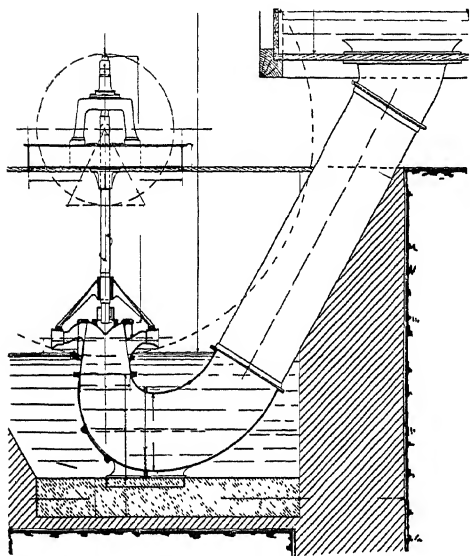


Abb. 274. Zentrifugale Vollturbine von unten beaufschlagt (GANZ).

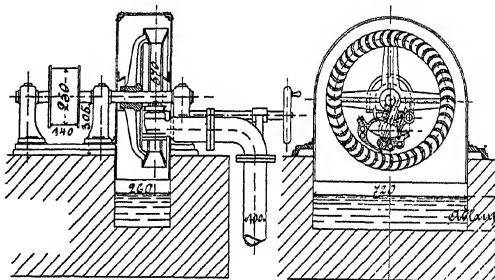


Abb. 275. Zentrifugale Teilturbine. (Aus MEISSNER.)

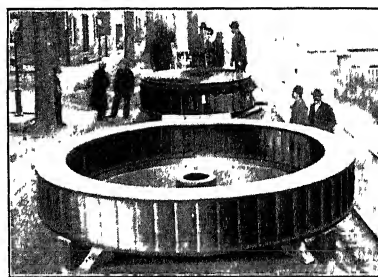


Abb. 276. Leit- und Laufrad einer zentrifugalen Vollturbine (Boyden-Turbine s. auch S. 216).

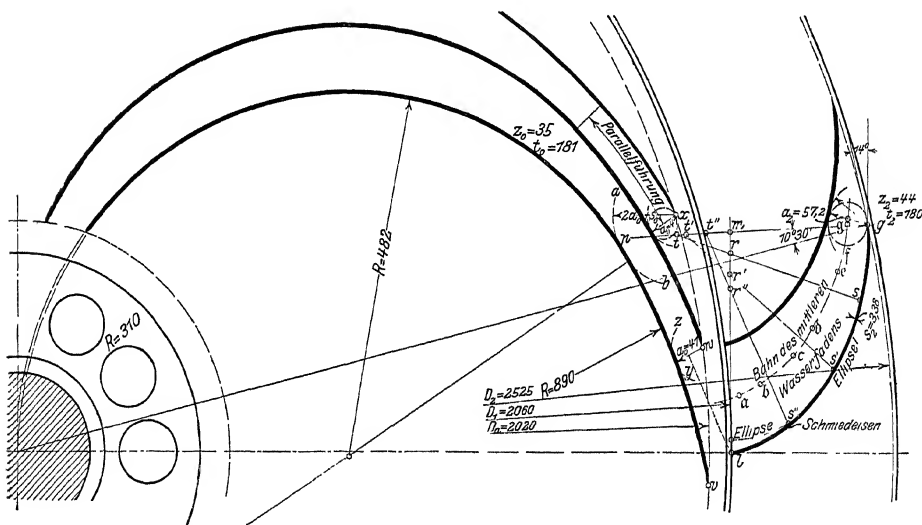


Abb. 277. Schaufelschnitte der »Boyden-Turbine« (Abb. 276). (Aus FRANCIS.)

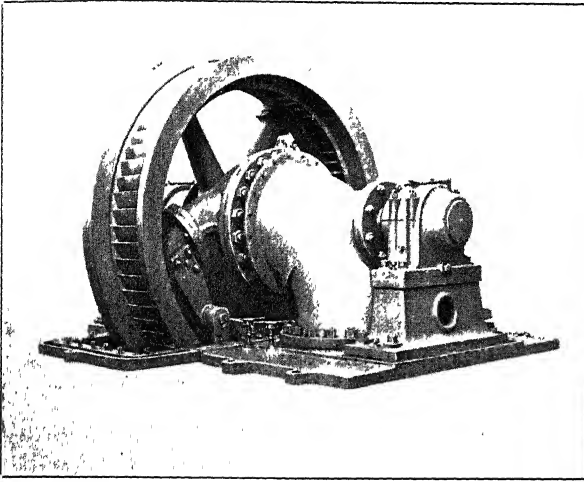


Abb. 278. Zentrifugale Teilturbine (PICCARD). (Schwamkrugturbine).

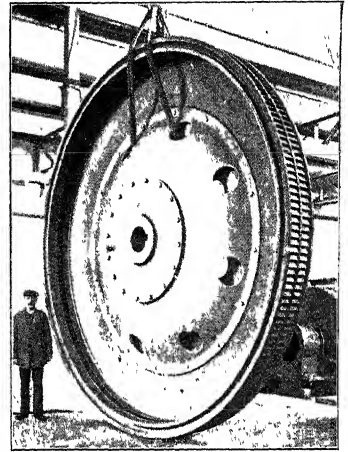


Abb. 279. Laufrad einer zentrifugalen Teilturbine (PICCARD).

### γ) Zentripetalturbinen.

Das Betriebswasser fließt im Laufrad von außen nach innen, es »strebt dem Zentrum zu«, um dann in axialer Richtung abzufließen. Schematisch zeigt dies Abb. 280 (vgl. Abb. 263).

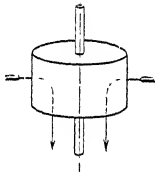


Abb. 280. Schema der Zentripetalturbine.

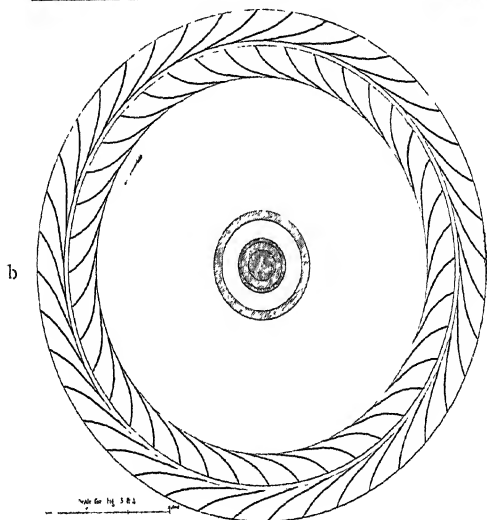
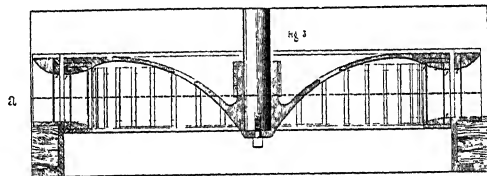


Abb. 281. Reine zentripetale Vollturbine (»Langsamläufer«) von FRANCIS. (Aus FRANCIS.)

Je nachdem, ob die Wasserbewegung innerhalb der Laufradschaufeln streng zentripetal verläuft oder schon mehr oder weniger axial oder sogar nach außen fließend erfolgt, unterscheidet man »reine« und »gemischte« Zentripetalturbinen.

Die Schnittzeichnung einer reinen Zentripetalturbine gibt Abb. 281a mit den entsprechenden Schaufelschnitten Abb. 281b,

während die Abb. 282—285 Laufradschnitte in zunehmendem Grade gemischter Zentripetalturbinen aufweisen, deren Schaufelschnitte nicht mehr einfach darzustellen sind, und im sechsten Abschnitt des Buches eingehend besprochen werden.

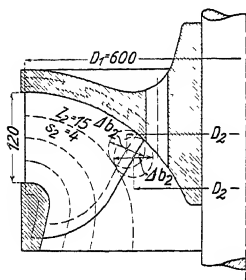


Abb. 282. Laufradschnitt einer gemischten zentripetalen Vollturbine »Normaläufer« (HANSEN).

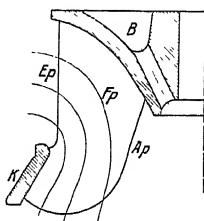


Abb. 283. Laufradschnitt einer gemischten zentripetalen Vollturbine »Normaläufer« (HANSEN).

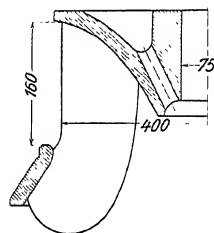


Abb. 284. Laufradschnitt einer gemischten zentripetalen Vollturbine »Schnelläufer« (HANSEN).

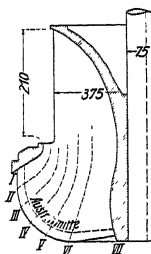


Abb. 285. Laufradschnitt einer gemischten zentripetalen Vollturbine »Schnelläufer« (HANSEN).

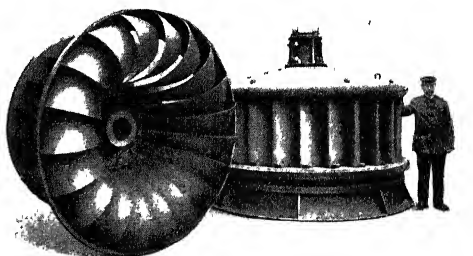


Abb. 286. Lauf- und Leitrad einer zentripetalen Vollturbine (HANSEN).



Abb. 287. Langsamläufer (HANSEN).

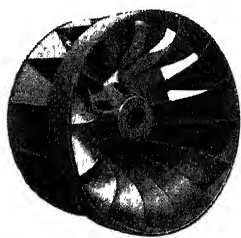


Abb. 288. Normaläufer (HANSEN).

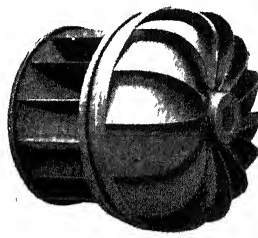


Abb. 289. Schnelläufer (HANSEN).

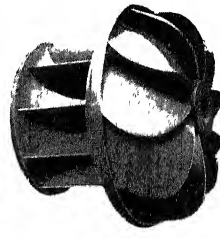


Abb. 290. Schnelläufer (HANSEN).

Ansichten solcher Laufräder geben die Abb. 286—290. In Abb. 286 erkennt man außerdem das zugehörige Leitrad.

Auch hier kommen mehrkränzige Turbinen vor. Abb. 291 zeigt ein dreikrängiges Laufrad von PICCARD und PICTET und Abb. 292 ein fünfkrängiges Leitrad von derselben Firma.

Früher wurden, und zwar nach ZUPPINGERS Vorgang, auch zentripetale Teilturbinen konstruiert (Abb. 293), die den Namen »Tangentialräder« trugen.

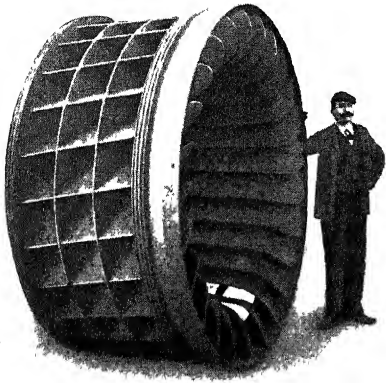


Abb. 291. Laufrad einer dreikränzigen Zentripetal-Vollturbine (PICCARD).

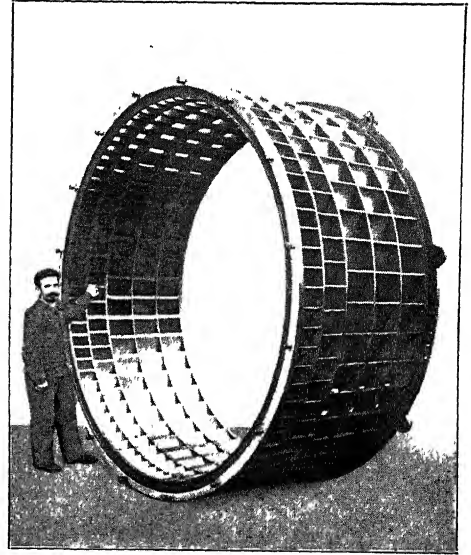


Abb. 292. Leitrad einer funfkränzigen Zentripetal-Vollturbine (PICCARD).

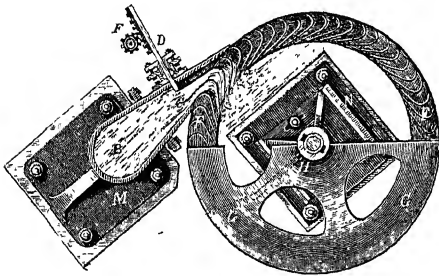


Abb. 293. Zentripetal-Teilturbine von ZUPPINGER.  
(Aus WEISBACH.)

#### δ) Tangentialturbinen.

Bei diesen Turbinen, deren Beaufschlagung durch das Schema (Abb. 294) gekennzeichnet wird, tritt das Wasser in der gezeichneten Tangentenrichtung in das Rad ein und bleibt auch beim Durchfließen des Rades mehr oder weniger

in einer Normalebene zur Radscheibe und zur Tangentenrichtung. Die gewünschte Abflußrichtung fällt in dieser Ebene mit der Richtung der Achse annähernd zusammen. Der Wasserweg hat sonach hier eine gewisse Ähnlichkeit mit dem der äußeren Wasserfäden der gemischten Zentripetal-turbinen. (Abb. 283 u. 285).

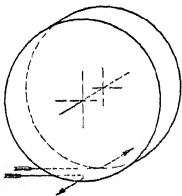


Abb. 294. Schema der Tangentialturbine.

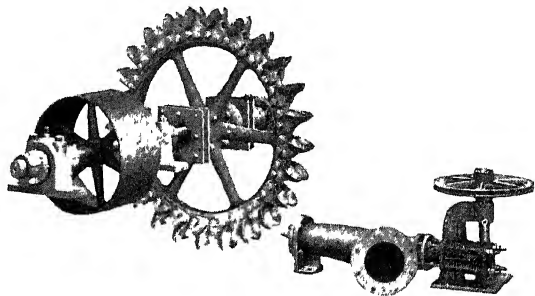


Abb. 295. Tangentialturbine (Pelton-Turbine) (BREUER).

Die Laufräder dieser Turbinen werden stets nur von einem freien Strahl und teilweise beaufschlagt (Abb. 295). Sie unterscheiden sich vor allem danach, ob sie das Wasser vornehmlich mit einer Schneide auffangen, die parallel zur Achse

gerichtet ist (Abb. 296), oder mit einer, die sich in einer zur Achse senkrechten Ebene befindet (Abb. 297). Die ersteren fallen durch ihre hohe, die letzteren durch ihre niedere Schaufelzahl auf.

Ein Mittelding als »Zweischneiden-Turbine« habe ich 1904 konstruiert. Ihren Aufbau mit schwerem Schwungrad zeigt Abb. 298.

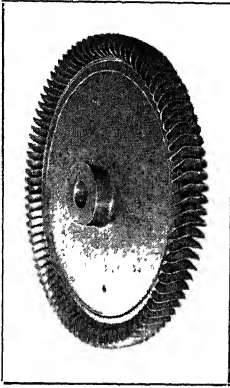


Abb. 296. Laufrad einer Tangentialturbine (»Löffelrad«) (PICCARD).

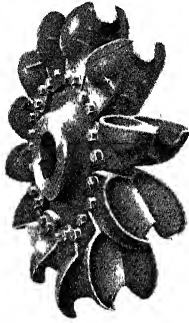


Abb. 297. Laufrad einer Tangentialturbine (»Pelton-Rad«) (BREUER).

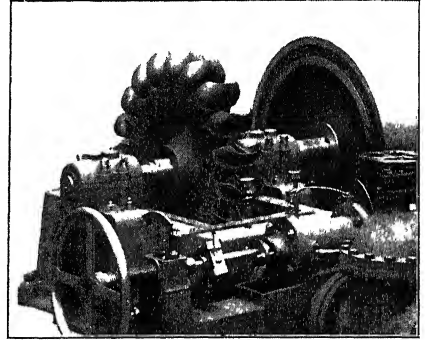


Abb. 298. Tangentialturbine (»Zweischneiden-Turbine«) (HANSEN).

#### e) Turbinen eigenartiger Durchflußrichtung.

Als Beispiel hierfür sei die Konusturbine erwähnt, die schematisch in Abb. 299 dargestellt ist und von der Abb. 300 eine Schnittzeichnung durch Leit- und Laufrad erkennen läßt.

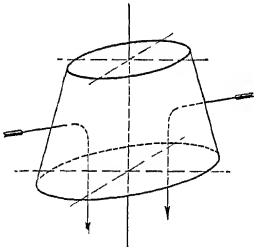


Abb. 299. Schema der Konusturbine.

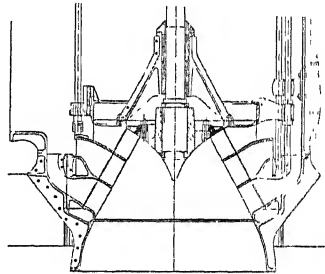


Abb. 300. Schnitt durch Leit- und Laufrad der Konus-Vollturbine von CHÈVRES (ESCIER-WYSS).

#### b) Einteilung nach den Druckverhältnissen im Laufrad.

##### a) Gleichdruckturbinen.

Wird das Laufrad von einem freien Wasserstrahl getroffen (Abb. 301), so spielt sich die ganze Beaufschlagung der Schaufeln im allgemeinen nur auf der konkaven Schaufelfläche und unter gleichem äußerem Druck ab. Daher habe ich für diese Turbinen den Namen »Gleichdruckturbinen« gewählt, im Gegensatz zu den anschließend behandelten »Überdruckturbinen«. Früher unterschied man diese beiden Turbinengattungen als »Druckturbinen« und »Reaktionsturbinen«<sup>1)</sup> und

<sup>1)</sup> RUHLMANN. 1862. I, S. 321.



wollte damit die arbeitsübertragende Druckwirkung des frei abgelenkten Wasserstrahls in Gegensatz bringen zur »Reaktionswirkung« des unter Überdruck aus dem Laufrad austretenden Wassers. Da aber auch im zweiten Fall die schließliche Arbeitsübertragung an die Laufradschaufeln durch den Wasserdruck erfolgen muß, so scheint mir eine derartige Bezeichnung und Unterscheidung wenig glücklich.

Als wesentliche Eigenschaften der Gleichdruckturbinen sind hervorzuheben, daß ihre Laufräder nicht in das Unterwasser eintauchen dürfen, sondern in der Luft oder im luftverdünnten Raum (Abb. 302) arbeiten müssen, daß so gut wie

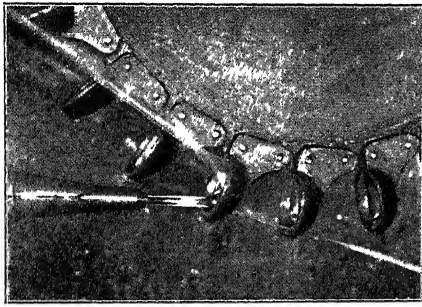


Abb. 301. Ruhendes Tangentialrad von freiem Strahl beaufschlagt (ADNER DOBLE).

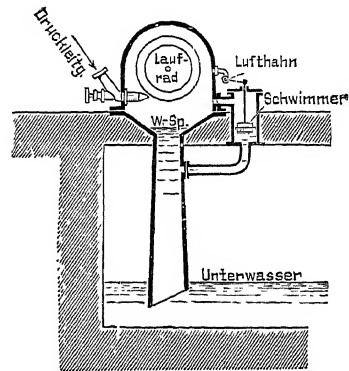


Abb. 302. (Aus Starkstromtechnik, 1912, S. 309, Abb. 33.)

das gesamte zur Verfügung stehende Arbeitsvermögen schon beim Eintritt in das Laufrad in Bewegungsenergie verwandelt ist, sowie schließlich, daß eine Regulierung, d. h. Veränderung der beaufschlagenden Wassermenge die Güte des Arbeitsvorgangs auf der beaufschlagten Schaufel nur in geringem Maße ändert.

Die Gleichdruckturbine wurde als Axial-, Zentrifugal-, Zentripetal- und Tangentialturbine gebaut und im allgemeinen teilweise beaufschlagt. Gelegentlich, insbesondere bei der axialen Bauart (z. B. Abb. 265, S. 194) kam auch volle Beaufschlagung vor. Hierbei zeigte sich die Abwicklung eines Zylinderschnitts etwa nach Abb. 303, wobei das Abschießen einzelner Leitradkanäle, sowie Lüftungslöcher in der Laufradwand zu erkennen sind. Damit der Wasserstrahl die Laufradkanäle nicht ausfüllte, wurden sie nach dem Ausgang zu stark verbreitert (Abb. 265).

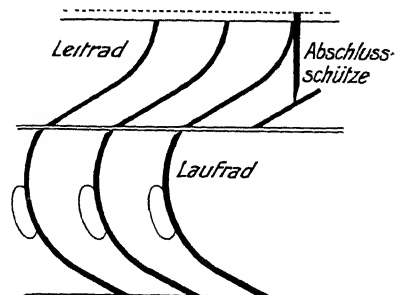


Abb. 303. Zylindrischer Schaufelschnitt einer Axialteilturbine.

Eine zentripetale Gleichdruckturbine zeigt Zuppingers Tangentialrad Abb. 293.

In neuerer Zeit baut man als Gleichdruckturbinen nur noch Tangential-Teilturbinen und setzt ihr Laufrad aus einzelnen Bechern zusammen, wie dies in den Abb. 295—298 und 301 zu erkennen ist. Der Leitapparat besteht dann meist in einer oder in mehreren Düsen, deren Regulierung durch eine Zunge (Abb. 304)

oder einfacher durch eine vorgeschobene Nadel (Abb. 305) erfolgt (vgl. auch Abb. 295, S. 199).

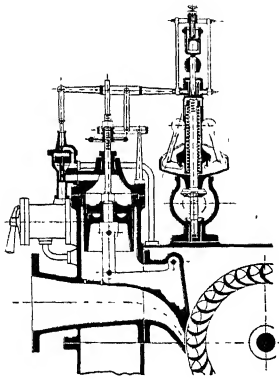


Abb. 304. Zungenregulierung einer Gleichdruckturbine (ESCHER-WYSS).

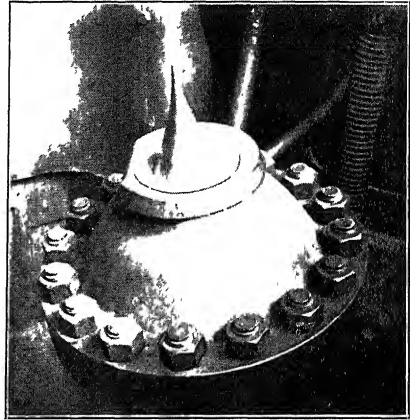


Abb. 305. Nadeldüse in Schlußstellung aus dem Löntschwerk (BELL).

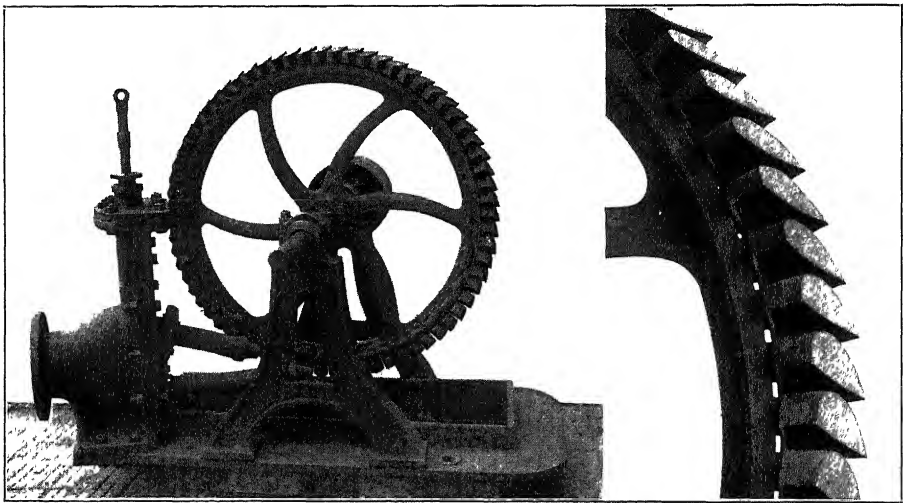


Abb. 306. Stawitz-Turbine (Deutsches Museum).

Eine Axialturbine mit aufgesetzten Bechern (Abb. 306) hatte schon 1879 STAWITZ erfunden<sup>1)</sup>. Sie hat aber keine weitere Verbreitung gefunden. Das Original befindet sich jetzt im Deutschen Museum.

### β) Überdruckturbinen.

Solche Turbinen weisen im Laufradeintritt einen höheren Druck auf als im Laufradaustritt. Die unmittelbare Folge davon ist, daß das Wasser die Laufradschaufeln auf beiden Seiten berührt, oder die Laufradkanäle, wie man jetzt besser sagt, ausfüllt.

<sup>1)</sup> D. R. P. 3896.

Der Überdruck wird, wie wir auf S. 178 ff. der Hydrodynamik ausführlich gesehen haben, dazu verwendet, Differenzen der Höhenlagen, der Zentrifugalpressungen und der Reibungswiderstände im Laufrad zu überwinden und schließlich das Wasser vom Eintritt bis zum Austritt zu beschleunigen. Das letztere sucht man mit Rücksicht auf die großen Wirbelverluste bei Wasserverzögerung (vgl. S. 113 f.) durch entsprechende Verjüngung der Kanäle stets hervorzurufen, so daß das gewöhnliche Bild des Schaufelschnitts einer axialen Überdruckturbine, etwa wie in Abb. 262, S. 193, die Verjüngung deutlich erkennen läßt.

Als wesentliche Eigenschaften der Überdruckturbine können demnach hervorgehoben werden: Das Wasser füllt die Kanäle aus und wird in ihnen beschleunigt. Das Arbeitsvermögen ist am Laufradeintritt nur zum Teil in Bewegungsenergie umgewandelt. Zum andern Teil befindet es sich noch im Zustand der Druckenergie, deren weitere Umwandlung in Bewegungsenergie erst im Laufrad erfolgt.

Einleuchtend erscheint schließlich, daß das Laufrad der Überdruckturbine im Unterwasser laufen darf (Abb. 266—268, 271, 273), daß aber Änderungen der Wassermenge<sup>1)</sup> mit Rücksicht darauf, daß die Laufradkanäle stets gefüllt bleiben müssen, schwerwiegende Änderungen im Arbeitsvorgang hervorrufen müssen.

#### γ) Unterdruckturbinen.

Unterdruckturbinen, d. h. Turbinen, die im Laufradeintritt geringeren Druck aufweisen als im Austritt, können die auf den S. 113 betonte Forderung der Wasserbeschleunigung im Laufrad nach Gleichung 260, S. 180, nur dann erfüllen, wenn die Zentrifugalpressung gegen den Austritt zu in höherem Maße zunimmt als die durch Reibung, Höhendifferenz und Beschleunigung benötigte Druckhöhe, d. h. nur bei zentrifugaler Bauart. Ich hatte als Ingenieur von Briegleb, Hansen & Co. in Gotha 1902 eine solche Turbine konstruiert (Abb. 307), mit der Absicht, eine möglichst große Wassermenge durch die Turbine zu schleudern. Die Bremsversuche mit dem ausgeführten Modell haben aber den Erwartungen nicht entsprochen, da, wie auf S. 389 ausgeführt, die Bedingung kleiner Reibungsverluste gerade mit der Abnahme des Drucks verknüpft ist. Ob auch von anderer Seite ähnliche Versuche gemacht worden sind, ist mir nicht bekannt.

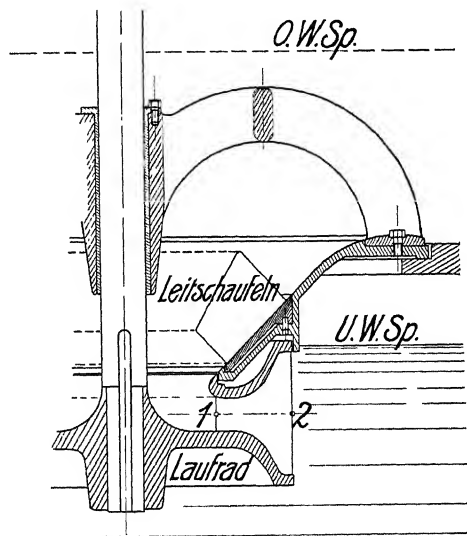


Abb. 307. Unterdruckturbine von CAMERER.

<sup>1)</sup> Etwa durch ein Leitrad mit Drehschaufeln nach Abb. 19, S. 23 oder Abb. 286, S. 198.

## d) Grenzturbinen.

Von praktisch größerer Bedeutung sind Turbinen längere Zeit gewesen, die die Vorteile der Gleichdruck- und die der Überdruckturbinen vereinigen wollten.

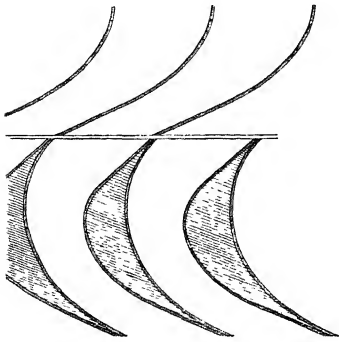


Abb. 308. Ruckschaukeln einer Grenzturbine nach HANEL.

Um sie zu leichter Regulierung voll oder teilweise beaufschlagen zu können, hat man das Arbeitsvermögen im Laufradeintritt fast ganz in Bewegungsenergie verwandelt, die Laufradkanäle aber so ausgebildet, daß sie vom Wasser völlig ausgefüllt wurden, damit die Möglichkeit gewahrt blieb, die Laufräder auch im Unterwasser laufen zu lassen.

Diese Formgebung führte zu eigentümlichen Einschnürungen der Laufradkanäle. So zeigt Abb. 308 die Konstruktion der Rückschaukeln von HANEL an dem zylindrischen Schaufelschnitt von Leit- und Laufrad einer axialen Grenzturbine.

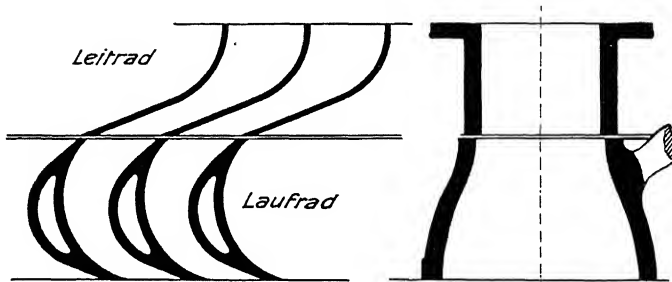


Abb. 309. Verdickte Schaufeln einer Grenzturbine nach RITTINGER.

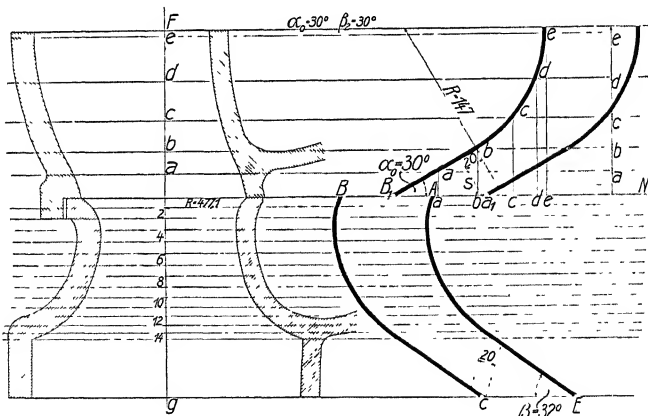


Abb. 310. Knop-Turbine (HANSEN).

Abb. 309 gibt die entsprechend verdickten Schaufeln von RITTINGER und Abb. 310 die seitliche Strahleinschnürung, die zu demselben Zweck konstanten Querschnitts KNOP angewendet hat.

## c) Einteilung nach der Beaufschlagung des Laufrades.

 $\alpha$ ) Vollturbinen.

Vollturbinen, deren Laufräder auf dem vollen Umfang vom Betriebswasser beaufschlagt werden, sind nach dem Vorhergegangenen im allgemeinen solche Turbinen, deren Laufräder mit Wasser ganz gefüllt sind, d. h. die Überdruckturbinen (Abb. 266—268, 273, 281—292) und häufig die Grenzturbinen, wenn schon auch Gleichdruckturbinen mit voller Beaufschlagung laufen dürfen (Abb. 265).

 $\beta$ ) Teilturbinen.

Turbinen mit nur teilweiser Beaufschlagung des Laufrades sollten nur als Gleichdruck- oder Grenzturbinen gebaut werden (Abb. 275, 278, 279, 293, 295—298, 304, 306, 308—310), wenngleich früher auch, freilich mit sehr mangelhaftem Wirkungsgrad, Überdruckturbinen bei gewissen Regulierzuständen mit teilweiser Beaufschlagung verwendet wurden. Dabei mußten aber die ausgeschalteten Laufradkanäle eigens gelüftet werden, wie dies z. B. bei der in Abb. 271 wiedergegebenen Turbine der Fall war.

 $\gamma$ ) Mehrfachturbinen.

Mehrfachturbinen, d. h. Turbinen mit mehreren Laufrädern, kommen sowohl bei Gleichdruck- als bei Überdruckturbinen vor. Abb. 311 und Taf. 49 zeigen Gleichdruckturbinen mit zwei Laufrädern. Taf. 23, 31, 32 gibt Überdruckturbinen mit zwei, Taf. 28, Abb. 1—4 (vgl. auch Abb. 15) solche mit vier Laufrädern wieder.

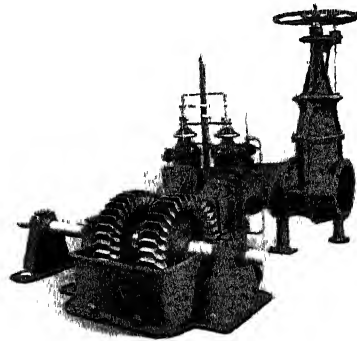


Abb. 311. Tangentiale Zwillingsturbine (E.W.C.).

## d) Einteilung nach dem Einbau.

 $\alpha$ ) Offene Turbinen.

Die Turbine sitzt in oben offener Wasserkammer, die den Oberwasserspiegel unmittelbar über der Maschine aufweist und die nach Abstellen des Wassers ohne weiteres zugänglich ist (Abb. 15, 265—268 und 271, Taf. 14, 17, 20).

 $\beta$ ) Geschlossene Turbinen.

Die geschlossene Bauart ist da notwendig, wo ein höheres Gefälle die offene Turbinenkammer verbietet. Das Wasser wird dann meist in Röhren zugeleitet (Abb. 273 u. 274, Taf. 31, Abb. 3, 4, Taf. 32—41) und die Turbine selbst befindet sich in einem Gehäuse: Im Spiralgehäuse (Abb. 312) als Spiralturbine

(Abb. 313 u. 314) oder im zylindrischen Gehäuse als Kessel- (Abb. 315) oder als Stirnturbine (Abb. 316).

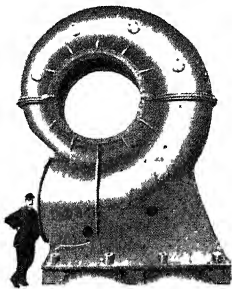


Abb. 312. Spiralgehäuse einer zentripetalen Vollturbine (ALLIS CHALMERS).

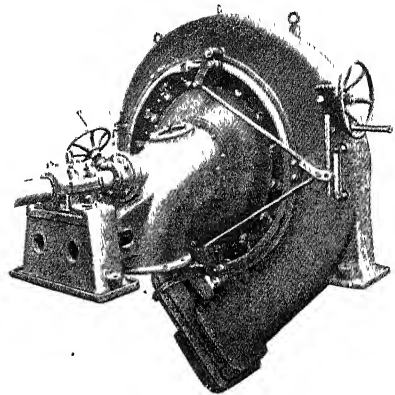


Abb. 313. Zentripetale Vollturbine im Spiralgehäuse (HANSEN).

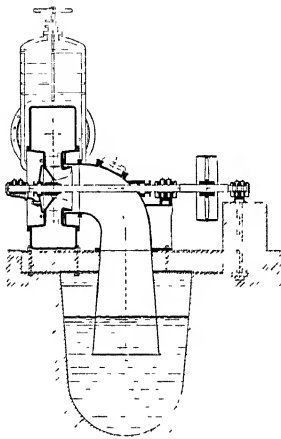


Abb. 314. Schnitt durch eine zentripetale Vollturbine im Spiralgehäuse (HANSEN).

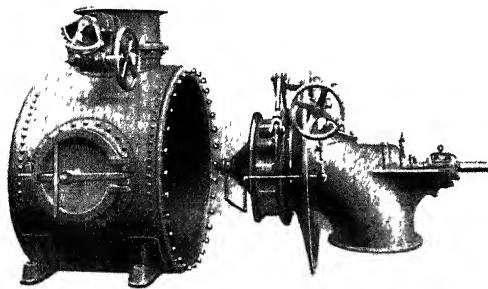
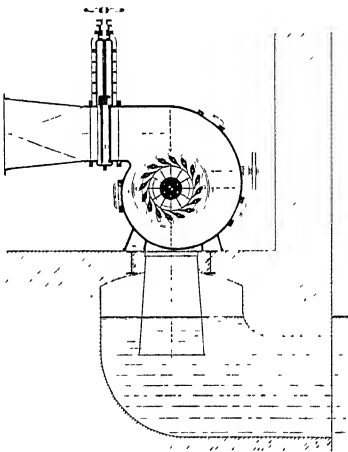


Abb. 315. Kesselturbine. Deckel mit anmontierter zentripetaler Vollturbine und mit Saugrohr ist abgeschraubt (HANSEN).

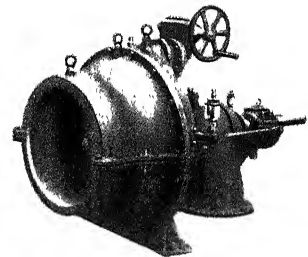


Abb. 316. Stirn(Frontal)turbine mit axialem Wasserzufluß (HANSEN).

### γ) Halboffene Turbinen.

In neuerer Zeit werden auch Turbinenkammern gebaut, bei denen der Oberwasserspiegel durch eine Decke zurückgedrängt ist, um örtlichen Wünschen vor allem in bezug auf die Aufstellung der Antriebsmaschinen Rechnung tragen zu können. Solche Turbinen kann man wohl als halboffene bezeichnen. Eine Einbauzeichnung gibt Abb. 12, S. 20.

### e) Einteilung nach der Wellenlage.

Hiernach unterscheidet man:

α) Vertikale Turbinen,

β) Horizontale Turbinen,

die z. B. in den vorangegangenen Abb. 265—274, bzw. 275, 278, 279, 298 und 312—316 genügend viele Vertreter haben.

### f) Einteilung nach der Schnellläufigkeit:

α) Langsamläufer,

β) Normalläufer,

γ) Schnellläufer.

Eine Unterscheidung, die wir im IV. Teil, S. 295 ff. noch eingehend kennen lernen werden und die auch durch die Abb. 282—290 dargestellt wird.

## 2. Stoßräder.

Zu den Wasserkraftmaschinen der Bewegungsenergie müssen auch diejenigen Wasserräder gerechnet werden, die als »unterschlächtige« Strom- oder Stoßräder die Bewegungsenergie eines Flußlaufs oder Gerinnes unmittelbar, wenn auch mit sehr schlechtem Wirkungsgrad, ausnutzen. Man findet sie häufig bei den Schiffsmühlen. Beispiele davon geben die im nächsten Abschnitt erwähnten Abb. 325 und 328, S. 210 u. 212.

## 3. Reibungsräder.

Von theoretischem Interesse sind auch kleine Motoren, die aus einem Hohlzylinder (Abb. 317) bestehen, in den ein Wasserstrahl tangential eingeführt wird. Durch die Reibung des Wassers mit der Wand wird der Zylinder in Rotation versetzt.

Nach gleichem Grundsatz wirkt die Turbine von M. v. SCHWARZ (Abb. 318).<sup>1)</sup> In neuester Zeit sind auch Zentrifugalpumpen mit diesem Prinzip zur Anwendung gelangt<sup>2)</sup>. Der Wirkungsgrad der Reibungsräder ist aber stets gering.

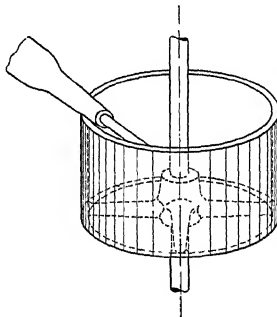


Abb. 317. Reibungsräd.

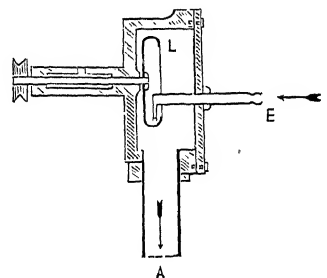


Abb. 318. Reibungsräd von M. v. SCHWARZ.

<sup>1)</sup> Chemikerzeitung 1912, Nr. 112.

<sup>2)</sup> Tesla-Kreiselräder. Z. g. T., 1912, S. 81. Gäde-Kreiselräder. Dasselbst S. 183.

#### 4. Hydraulischer Widder und Hydropulsor.

Das in der Leitung  $L_1$  (Abb. 319) befindliche Wasser beschleunigt sich unter dem Einfluß der Schwere, bis das Ventil  $V_1$  durch die Wasserströmung mit-

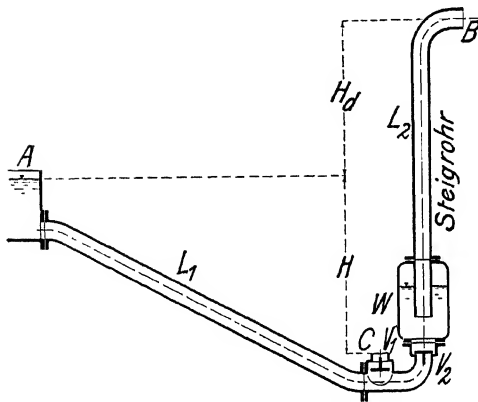


Abb. 319. Hydraulischer Widder nach Z. f. prakt. Maschinenbau.

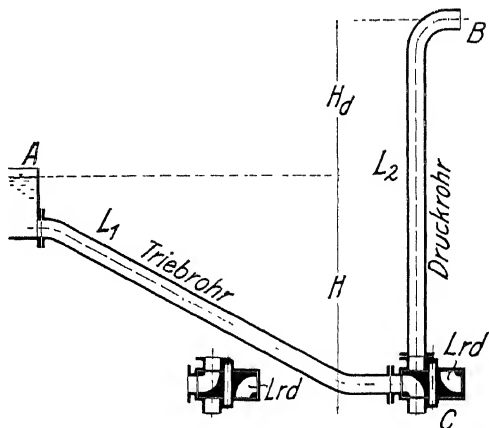


Abb. 320 Druckhydropulsor. (Aus Z. f. prakt. Maschinenbau.)

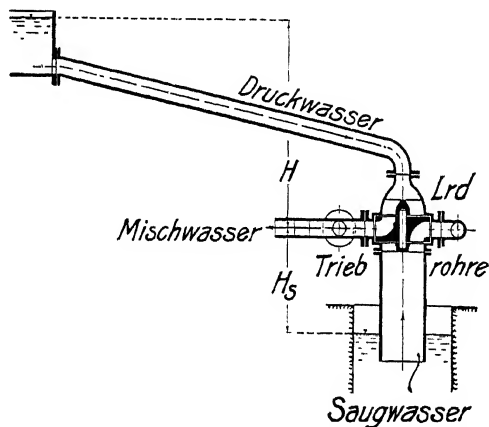


Abb. 321. Saughydropulsor. (Aus Z. f. prakt. Maschinenbau.)

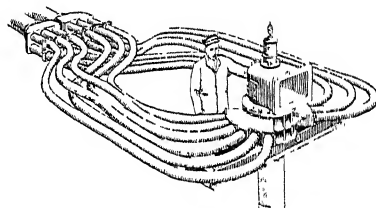


Abb. 323.

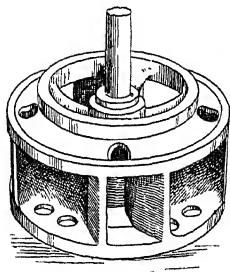


Abb. 322

genommen wird und die Leitung plötzlich abschließt. Dadurch gibt die Bewegungsenergie der Wassersäule ihr Arbeitsvermögen unter einer lebhaften Drucksteigerung durch das Ventil  $V_2$  durch Hineinpressen von Wasser in die Druckleitung  $L_2$  ab. Diese Vorrichtung, die man als hydraulischen Widder bezeichnet, ist in neuester Zeit<sup>1)</sup> durch Baurat Abraham als »Hydropulsor« wesentlich verbessert worden, indem es gelang, den Arbeitsvorgang kontinuierlich zu gestalten. Die Abb. 320 und 321 zeigen die Wirkungsweise desselben schematisch, im einen Fall zum Fortdrücken, im andern Fall zum Ansaugen des Wassers. Abb. 322 und 323 zeigen ein Laufrad und das Mittelstück einer ausgeführten Anlage<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Z. f. prakt. Maschinenbau, 1912, S. 38 ff.

<sup>2)</sup> Z., 1911, S. 1384.



### 5. Hydraulischer Luftkompressor.

Dieser Apparat wirkt durch die Verwandlung der Energie der Lage des arbeitenden Wassers in Bewegungs- und Druckenergie und umgekehrt. Das Wasser fließt z.B. nach Abb. 324 im oberen Stollen zu und in einem um 100 m tiefer liegenden Stollen wieder ab<sup>1)</sup>. Durch dieses Gefälle wird die Bewegungsenergie so gesteigert, daß im oberen Teil der Rohrleitung Unterdruck entsteht, wodurch Luft angesaugt werden kann. Durch das rasch fließende Wasser wird sie dann in der Leitung in die Gegend hohen Drucks mit hinunter geschwemmt und in einem Behälter gesammelt, der sich 50 m unter der Abflußstelle des Wassers befindet.

Zum richtigen Arbeiten der Maschine muß das mittlere spezifische Gewicht des Gemisches im Fallrohr mal der Fallhöhe um soviel größer sein als das spezifische Wassergewicht mal Steighöhe, als nötig ist, um das Wasser in Bewegung zu setzen und die Reibungswiderstände der Wasserbewegung zu überwinden.

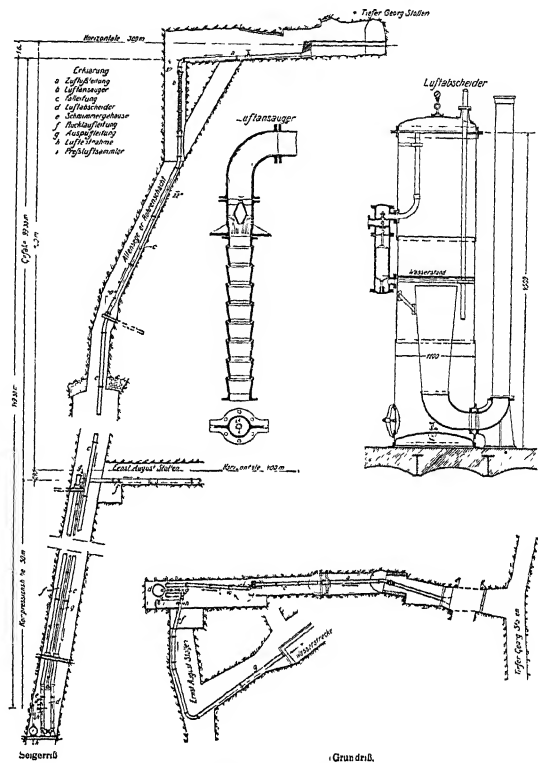


Abb. 324. Hydraulische Luftkompressionsanlage der Kgl. Berginspektion Clausthal. Betriebsdruck 5,1 Atm. (Aus »Glück Auf«.)

### C. Streiflichter aus der Geschichte der Wasserkraftmaschinen<sup>2)</sup>.

Die Entwicklung des Baues der Wasserkraftmaschinen von den ersten Anfängen, von denen uns die Geschichte berichtet, bis zu den Formen und Ausführungen, die wir heute antreffen, ist kein Spiel des Zufalls, sondern eng verkettet einmal mit der Entwicklung der Bedürfnisfrage, dann aber auch mit der der Wissenschaften und der technischen Kenntnisse und Fähigkeiten überhaupt. Ist es doch ein schönes Bild, zu sehen, wie die einzelnen Generationen je auf den Schultern ihrer Väter stehen und wie sich das gesamte Wissen und Können eines Jahrhunderts auf dem seiner Vorfahren aufbaut, wie sich aber auch die einzelnen

<sup>1)</sup> Zeitschrift »Glückauf« 1908, S. 375.

<sup>2)</sup> Eine empfehlenswerte Geschichte der Wasserkraftmaschinen etwa bis 1860 mit zahlreichen Quellenangaben findet sich bei RÜHLMANN, Allgemeine Maschinenlehre, 1862, I, S. 262 u. 299. Vgl. auch FELDHAUS, Beiträge zur Geschichte der Turbinen. Z. g. T., 1908, S. 569.

Disziplinen gegenseitig gefördert haben und wie die Fortschritte in der einen den andern zugute kamen und umgekehrt.

So ist es leicht begreiflich, wenn die ältesten Berichte dem damaligen Stand der Naturerkenntnis entsprechend nur von solchen Wasserkraftmaschinen handeln, die Kraftwirkungen bewegten Wassers ausnutzten, deren Äußerungen durch unmittelbare Anschauung der natürlichen Wasserläufe bemerklich sind und die ein jeder fühlt, der sich einer starken Strömung aussetzt.

1. Solche, die erste Entwicklungsstufe darstellende Wasserkraftmaschinen der Bewegungsenergie finden sich im klassischen Altertum als Strom- oder Stoßräder

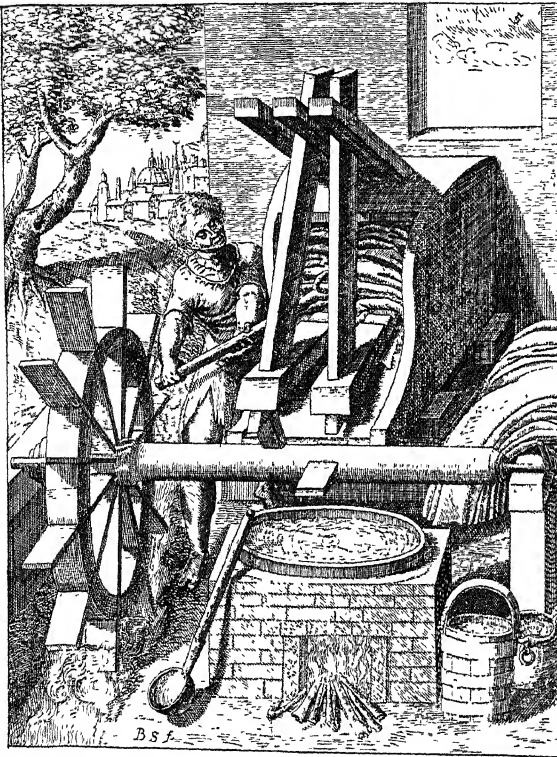


Abb. 325. »Eine Art einer Walkmühlen so vom Wasser getrieben wirdt.« (Aus STRADA, Taf. V.)

der niederen Stufe, auf der damals der allgemeine Maschinenbau mit all seinen Hilfswissenschaften stand, teilweise aber auch in dem durch die Sklaverei hervorgerufenen Überfluß an billigen Arbeitskräften.

Die altertümliche Darstellung eines Stromrades findet man unter vielen andern bei STRADA (Taf. V)<sup>3)</sup> (Abb. 325). Dasselbst sind auch auf Taf. VI zwei Stoßräder verschiedener Bauart (Becher-, Löffelrad) aufgezeichnet (Abb. 326).

<sup>1)</sup> BECKMANN, Beiträge zur Geschichte der Erfindungen. II, S. 12. Leipzig 1784.

<sup>2)</sup> W. MÜLLER, Die Francis-Turbinen. II, 1905, S. 9.

<sup>3)</sup> STRADA, Kunstliche Abriß / allerhand Wasser- Wind- Roß- und Handmühlen . . . Durch den Edlen und Vesten / Herrn Jacobum de Strada . . . Frankfurt a. M. 1629.

(Abb. 325) häufig auf Schiffsmühlen, die vornehmlich zum Antrieb von Schöpfkrädern, oder von Getreidemühlen dienten<sup>1)</sup>, und es ist kein Grund anzunehmen, daß nicht auch in vorgeschichtlicher Zeit, von der manche Zeugen bemerkenswerter Kultur erhalten geblieben sind, in jenen und auch in andern Ländern solche und ähnliche Wasserkraftmaschinen zur Anwendung gekommen sein sollten. So wurde z. B. von Kolonisten berichtet<sup>2)</sup>, daß die Ureinwohner Zentralamerikas tangentielle Gleichdruckturbinen besaßen, deren becherförmige Schaufeln von einem im Steilgerinne herabschießenden Wasserstrahl getroffen wurden.

Wenn die Wasserräder trotz ihres allgemeinen Bekanntheits im Altertum keine größere Bedeutung gewinnen konnten, so lag dies zum größten Teile an

Eine Schiffsmühle ist in den *Machinae novae Fausti Verantii* . . . (um 1600 in Venedig) Taf. XVIII (Abb. 328) abgebildet, und es ist bemerkenswert, daß schon damals noch andere Antriebsmöglichkeiten in strömenden Flüssen vorgeschlagen

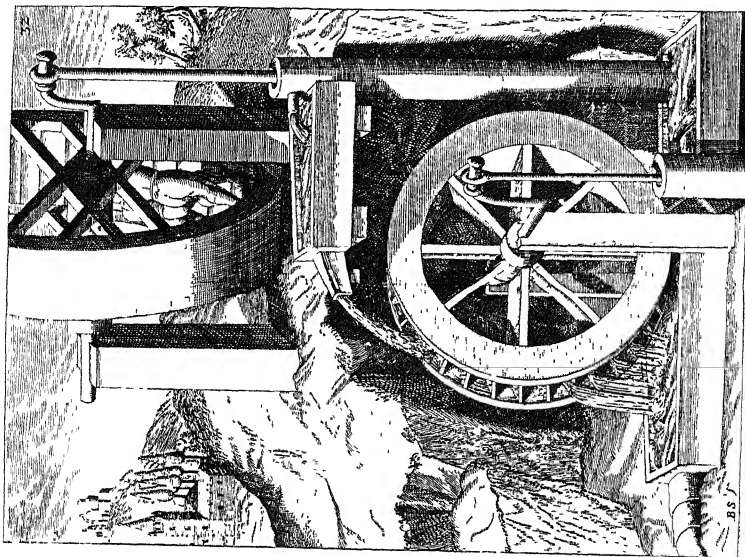


Abb. 327. »Ein ander Art eines Pompwerks so mit einem grossen Radt gezogen / rund das abfallende Wasser auff ein Wasserrad fällt / welches ein ander Pumpen ziehet.«  
(Aus STRADA, Taf. XXXII.)

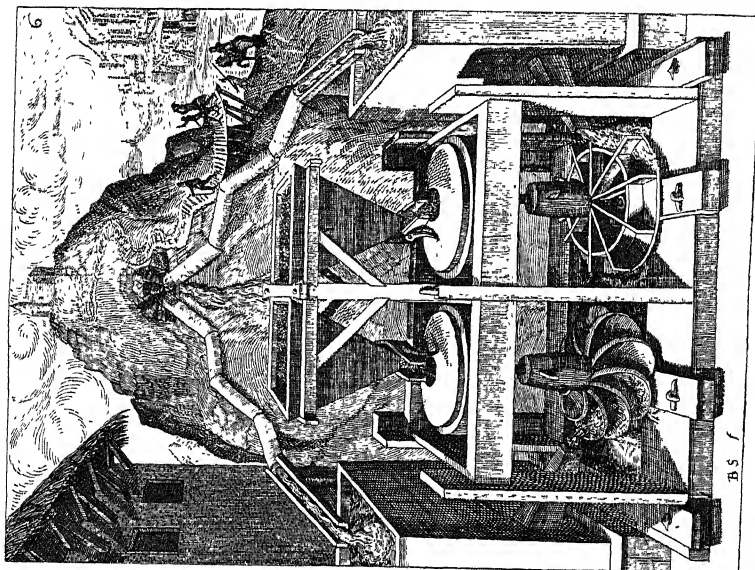


Abb. 326. »Eine Art einer Wassermühlen mit liegenden Wasserrädern.«  
(Aus STRADA, Taf. VI.)

wurden, die wie z. B. das Schaufelrad (Taf. XVI, Abb. 329) gelegentlich in neuen Patentgesuchen wiederkehren.

2. Erst im Mittelalter wurden Wasserkraftmaschinen der Lagenenergie ausgeführt, die wir als zweite Stufe im Bau der Wasserkraftmaschinen

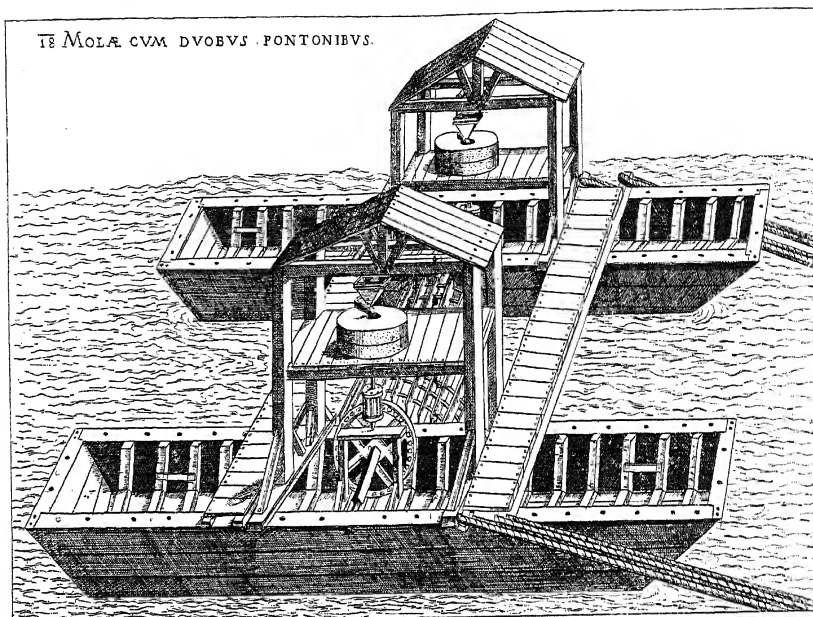


Abb. 328. »Muelen auff Schiffbruggen.« (Aus Machinae Novae, Taf. XVIII.)

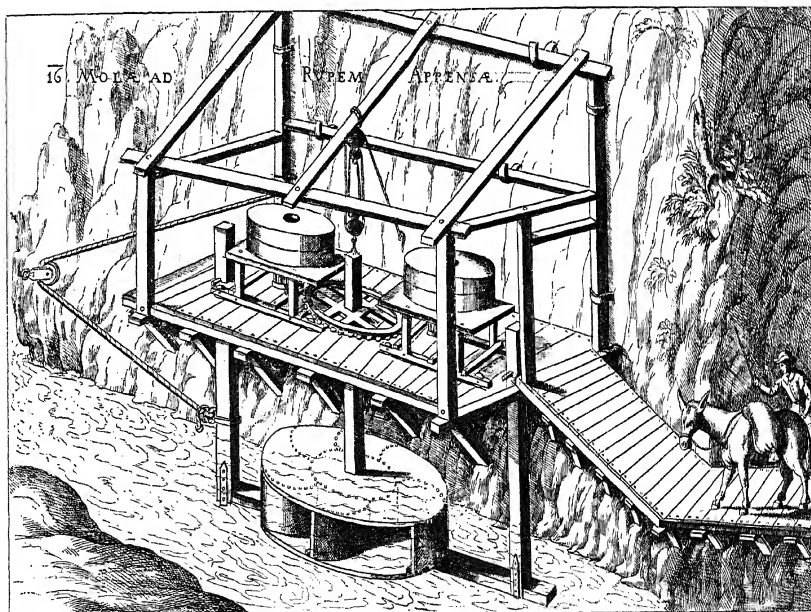


Abb. 329. »Muelen an einem Felsen gehencket.« (Aus Machinae Novae, Taf. XVI.)

bezeichnen können, und zwar wird die Erfindung der überschlächtigen Wasserräder, wie RUHLMANN angibt, von einigen den Deutschen zugeschrieben.

Auch hierfür gibt STRADA (Abb. 327) ein Beispiel mit eigentümlichem Kreisprozeß. Doch hat man bei Betrachtung der alten Maschinenbücher im ganzen den Eindruck, daß diese literarischen Erzeugnisse mit ihren technischen Unmöglichkeiten und ihren oft witzig sein sollenden, in Wirklichkeit aber häufig ganz unlogischen Spielereien weit hinter den praktischen Ausführungen zeitgenössischer Handwerker zurückgeblieben sein müssen, denn mit den meisten nach diesen Zeichnungen hergestellten Konstruktionen wären Dauerbetriebe nicht möglich gewesen, wie sie mit praktischen Ausführungen erwiesenermaßen stattgefunden haben.

Zu den Zeiten GALILAI (1564—1642) und DESCARTES (1569—1650) stellte man die nachweislich ersten Betrachtungen über die Wirkungsweise des Wassers in den Wasserrädern an, wobei freilich noch das ruhende Rad den Überlegungen zugrunde gelegt wurde.

Eine Berechnung des Bewegungszustands führte, wenngleich in fehlerhafter Weise, erst 1704 PARENT durch und wollte damit die günstigste Umfangsgeschwindigkeit eines Wasserrades bestimmen, während 1753 DEPARCIEUX die Überlegenheit der überschlächtigen Räder über die unterschlächtigen aus den Stoßverlusten nachzuweisen suchte.

Diese Betrachtungen über den Wasserstoß litten zwar an dem bis heute noch nicht völlig ausgerotteten Fehler (vgl. S. 165), das Wasser als eine Menge getrennter unelastischer Körper aufzufassen. Sie hatten aber das Gute, zur Vermeidung von Betriebszuständen anzuregen, bei denen der sogenannte Wasserstoß auftreten sollte und die ja in der Tat aus andern Gründen auch meistens ungünstig sind.

So gewannen die überschlächtigen Wasserräder eine immer wachsende Überlegenheit über die alten Strom- und Tangentialräder, deren schlechten Wirkungsgrad man vor allem dem erwähnten Wasserstoß zuschrieb.

3. Als einen dritten Schritt und als den Beginn des neuen Prinzips der Überdruckturbinen dürfen wir die Konstruktion eines Reaktionsrads aus dem Jahre 1750 von SEGNER in Göttingen<sup>1)</sup> bezeichnen, dessen Originalfigur in Abb. 330 abgebildet ist und dessen theoretische Grundlagen bereits in der berühmten Hydrodynamika von DANIEL BERNOULLI 1730 gegeben worden waren.

Dieses Segnersche Wasserrad wurde aber, und darin besteht sein Hauptverdienst, der unmittelbare Anlaß zur Begründung der wissenschaftlichen Turbinentheorie, indem es den großen Mathematiker LEONHARD EULER zur Abfassung von drei grundlegenden Abhandlungen veranlaßte, die unter den Titeln:

1. Recherches sur l'effet d'une machine hydraulique proposée par M. Segner à Goettingue,
2. Application de la machine hydraulique de M. Segner und
3. Théorie plus complète des machines, qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau

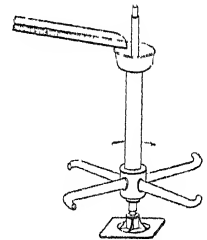


Abb. 330. Segnersches Wasserrad.  
(Aus RUHLMANN.)

<sup>1)</sup> KELLER: JOH. ANDR. SEGNER in Beiträge zur Geschichte der Technik und Industrie. Jahrbuch d. V. d. I. 1913. 5. Bd.

in der Geschichte der Königlichen Akademie zu Berlin in den Jahren 1750, 1751 und 1754 erschienen sind.

Dabei legte EULER seinen Untersuchungen eine in Abb. 331 wiedergegebene Konstruktion zugrunde, bei der, wie man sieht, das Wasser dem Laufrad durch eigens gekrümmte Kanäle zugeführt wird, und wurde damit zugleich der Erfinder des Leitapparats<sup>1)</sup>).

Anschließend sind zwei Konstruktionen des Franzosen MANOURY DECTOT zu erwähnen, die in den Abb. 332 und 333 dargestellt sind und durch CARNOT im Journal des mines 1813 bzw. im Bericht der Pariser Akademie eine günstige Beurteilung erfahren hatten.

Das erste stellt ein verbessertes Segnersches Wasserrad dar. Beim zweiten gießt das Betriebswasser tangential gegen die innere Wand eines Zylinders und wird dann durch radial gestellte Schaufeln in der Nähe der Achse abgeführt. Das Wasserrad wirkt sonach zunächst als Reibungsrads, dann als Zentripetalturbine, und scheint sonach den modernen Reibungsrädern (S. 207) wesentlich überlegen.

Die Anwendung des Leitapparats, den EULER in Vorschlag gebracht hatte, geschah aber erst wieder durch das Reaktionsrad des französischen Ingenieurs BURDIN 1826 (Abb. 334), der auch zum ersten Male den Namen Turbine (von turbo = Kreisel) für seine Konstruktion angewendet hat.

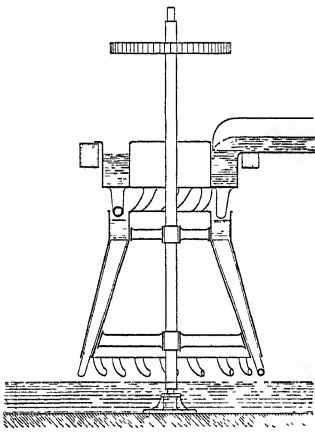


Abb. 331. Reaktionsrad von EULER.

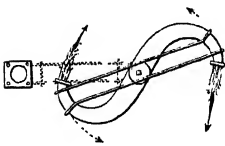


Abb. 332. Reaktionsrad  
von MANOURY DECTOT.  
(Aus RUHLMANN.)

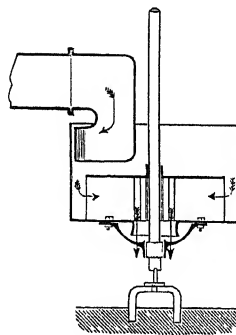


Abb. 333. Danaide von  
MANOURY DECTOT (1813).  
(Aus RUHLMANN.)

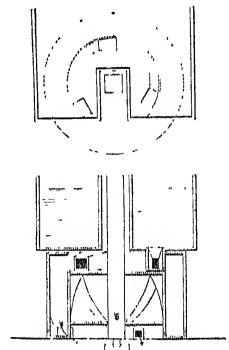


Abb. 334. Reaktionsrad  
von BURDIN, >Turbine<.  
(Aus RUHLMANN.)

Noch aber erreichte der Wirkungsgrad all dieser Turbinen bei weitem nicht den von guten überschlächtigen Wasserrädern, wenn auch eine Turbine von BURDIN zu Pont Gibaud 67% gegeben haben soll, und man wandte daher für kleine Gefälle den unterschlächtigen Wasserrädern neue Aufmerksamkeit zu.

Ihre Vervollkommnung aus den alten Stoßrädern wurde dadurch unterstützt, daß die von PARENT bemerkten Stoßverluste 1766 durch BORDA und 1795 durch Professor GERSTNER in Prag eine mathematisch vervollkommnete Behandlung

<sup>1)</sup> BRAUER, Eulers Turbinentheorie. Z. g. T., 1908, S. 21.

erfahren und daß auch wissenschaftliche Versuche von SMEATAN (Phil. transact. 1759) und von BOSSUT (Hydrodynamique 1777) an ober- und unterschlächtigen Wasserrädern angestellt worden waren.

So gelang es 1825 dem genialen französischen Artilleriekapitän PONCELET, das noch jetzt nach ihm benannte Wasserrad (Abb. 253, S. 190) zu erfinden, bei dem rasche Richtungswechsel des Betriebswassers fast völlig vermieden sind.

1826 aber schlug PONCELET noch ein Wasserrad mit vertikaler Achse vor (Abb. 335), das als Vorläufer der heutigen Zentripetalturbinen bezeichnet werden darf und deutlich den geistigen Zusammenhang mit Abb. 253 erkennen läßt.

Auch die wertvollen hydraulischen Versuche über den Ausfluß von Wasser von PONCELET und LESBROS 1827 dürfen hier nicht unerwähnt bleiben<sup>2)</sup>.

4. Den vierten wichtigen Fortschritt im praktischen Bau der Wasserkraftmaschinen brachte das Jahr 1827, als der Schüler BURDINS, der Zivilingenieur FOURNEYRON zu Pont-sur-Oignon eine zentrifugale Vollturbine mit konzentrischem Leitapparat (Abb. 336) konstruierte, die die erste brauchbare Turbine überhaupt darstellte und als Fourneyron-Turbine bezeichnet wird. Der gewaltige

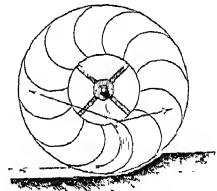


Abb. 335. PONCELET'S Vorschlag zur Zentripetalturbine.  
(Nach RUEHLMANN.)

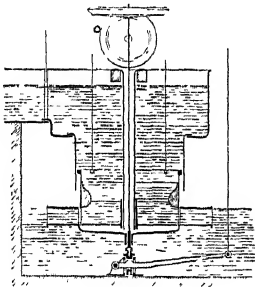


Abb. 336 Fourneyron-Turbine.  
(Aus REDTENBACHER.)

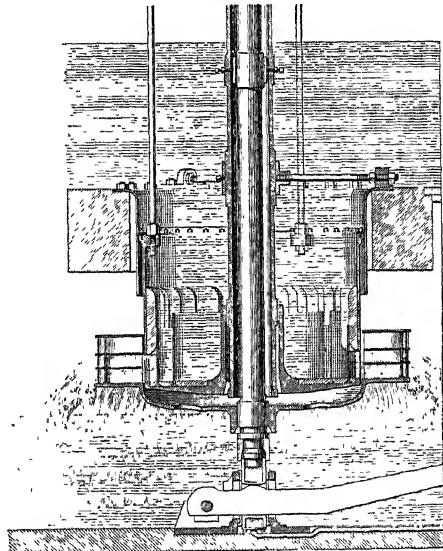


Abb. 337. Dreikränzige Fourneyron-Turbine.  
(Aus ARMENGAUD.)

Fortschritt bestand hier nicht nur in ihren guten Wirkungsgraden, die bis gegen 80% betragen haben, sondern auch in ihrer verhältnismäßig leichten Regulierbarkeit durch die in der Abbildung sichtbare, zwischen Leit- und Laufrad befindliche Ringschütze. Dabei hat FOURNEYRON zur Einhaltung der richtigen Laufradquerschnitte bei drei verschiedenen Beaufschlagungen gelegentlich drei Kränze angeordnet (Abb. 337).

<sup>2)</sup> Expériences sur les lois d'écoulement de l'eau . . . Paris 1832.

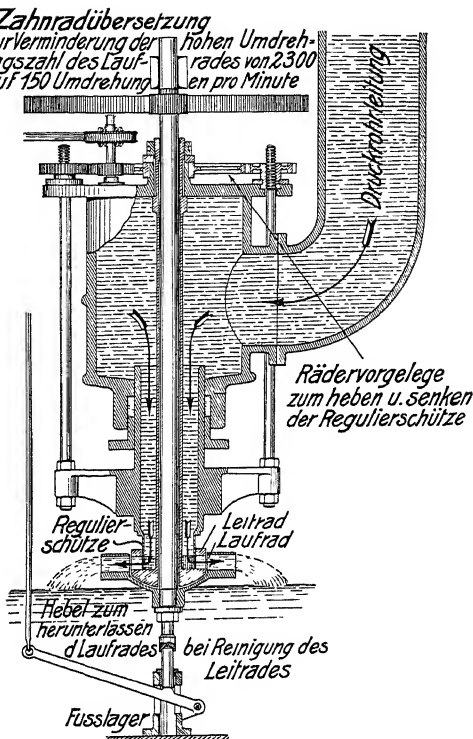


Abb. 338. Fourneyron-Turbine von 1834.  
(Deutsches Museum.)

Verzögerung des austretenden Wassers etwa 3% Wirkungsgrad gewonnen wurden<sup>4</sup>).

Die Fourneyron-Turbine hat einen raschen Siegeslauf gehabt<sup>1</sup>). Sie wurde von FOURNEYRON auch für hohen Druck in geschlossenem Gehäuse ausgeführt, und eines ihrer berühmtesten Exemplare ist die Turbine, die für 108 m Gefälle in St. Blasien im Schwarzwald aufgestellt war, bei 2300 Umdrehungen in der Minute 40 PS. geleistet hat und sich nun im deutschen Museum zu München befindet (Abb. 338).

Andere, vielleicht die besten Ausführungen der Fourneyron-Turbine, geschahen aber durch den begabten amerikanischen Konstrukteur U. A. BOYDEN 1844 und 1846 in Massachusetts, deren letztere (Abb. 273, 276 u. 277, S. 196 f.) von FRANCIS gebremst wurde und einen besten Wirkungsgrad von 88% ergeben haben soll<sup>2</sup>). Dabei hat BOYDEN auch einen eigenen Apparat zur Verzögerung des Wassers nach dem Austritt aus dem Laufrad erfunden<sup>3</sup>) und als Diffusor bezeichnet (Abb. 339), in dem durch

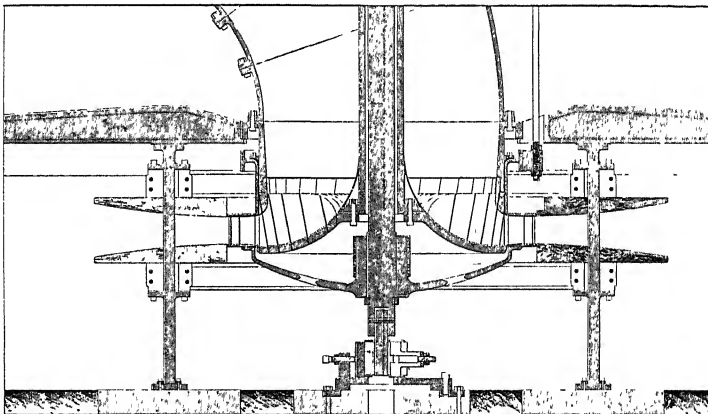


Abb. 339. Zentripetalturbine mit Diffusor von BOYDEN. (Aus FRANCIS.)

<sup>1</sup>) KELLER, BENOIT FOURNEYRON in Beiträge zur Geschichte der Technik und Industrie. Jahrbuch d. Ver. d. Ing., 1912.

<sup>2</sup>) Über diese hohen Wirkungsgrade vgl. S. 389.

<sup>3</sup>) FRANCIS, 1868, S. 4.

<sup>4</sup>) FRANCIS, 1868, S. 5.



5. Aber schon im Jahre 1837 erstand der Fourneyron-Turbine eine mächtige Konkurrentin in der axialen Überdruckturbine (Abb. 340), die die Mechaniker Henschel & Sohn in Cassel zum Patent angemeldet hatten und die wir als fünfte Entwicklungsstufe der Wasserkraftmaschinen bezeichnen können. Sie besitzt zwar nicht mehr die günstige Regulierbarkeit der Fourneyron-Turbine, dagegen aber den großen Vorteil, mit Saugrohr arbeiten zu können, wodurch ihre Aufstellung erleichtert und die Gefällsausnutzung verbessert wurde. Später ist diese Turbine mehr als Jonval-Turbine bekannt geworden, nach dem Werkmeister JONVAL von Andrée Köchlin in Mühlhausen genannt, der zu ihrer Verbreitung und konstruktiven Verbesserung wesentlich beigetragen hatte.

Diese Henschel-(Jonval-)Turbinen (vgl. auch Abb. 266—268, 271) sind bis an das Ende des letzten Jahrhunderts in Deutschland führend gewesen und haben im Laufe dieser Zeit eine stattliche Zahl von Sonderkonstruktionen erfahren, die sich vor allem auf die Wellenlagerung und die Regulierung erstreckten.

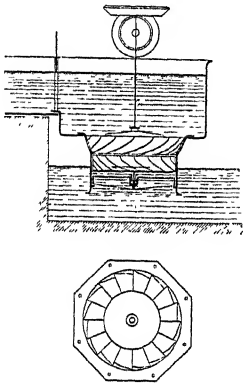


Abb. 340. Henschel-Jonval-Turbine.  
(Aus REDTENBACHER.)

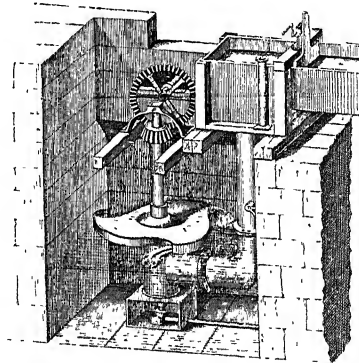


Abb. 341. Schottische Turbine.  
(Aus HARZER.)

Gleichzeitig mit dem Aufkommen der axialen Überdruckturbinen wurde auch das von PONCELET angegebene Prinzip zentripetaler Turbinen wieder aufgegriffen und in erfolgreicher Weise von ZUPPINGER, dem Direktor von Escher Wyss in Zürich, 1841 in der zentripetalen Gleichdruckturbine (Abb. 293), bekannt als Zuppingers Tangentialrad, zu zahlreicher Ausführung gebracht, während das Patent des Schotten WHITELAW einer Fourneyron-Turbine ohne Leitrad (Abb. 341) aus dem Jahre 1841, die als Schottische Turbine bekannt ist und an das Segnersche Wasserrad erinnert, einen Rückschritt darstellte.

Zu der anlässlich der Henschelturbine berührten Frage der Regulierung ist es erwünscht, hier ein paar Worte beizufügen.

Wenn die Wassermenge des ausgenutzten Flußlaufs zurückgeht, müssen die Durchflußquerschnitte der Turbine entsprechend verringert werden. Das gleiche Mittel wird zur Verringerung der Betriebswassermenge angewendet, wenn die Leistung der Turbine den Kraftbedarf der Arbeitsmaschinen übersteigt. Beide Vorgänge bezeichnet man als Regulierung.

Es ist einleuchtend, daß die Anpassung an die Wassermenge, bzw. ihre willkürliche Veränderung, theoretisch richtig nur durch eine gleichmäßige Veränderung aller Durchflußquerschnitte erfolgen kann.

Bei der Fourneyron-Turbine sahen wir diese Forderung für das Leitrad durch die verschiebbaren Holzbacken bei allen Wassermengen und für das Laufrad durch die zwei eingefügten Zwischenwände (Abb. 337) wenigstens für drei verschiedene Wassermengen erfüllt.

Noch weitergehende Anpassung zeigt die von LAURENT und DECKHERR um das Jahr 1845 erfundene, theoretisch ideale, aber praktisch zu empfindliche

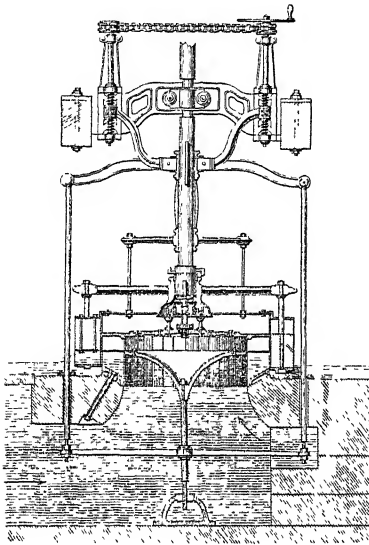


Abb. 342. Regulierturbine von LAURENT und DECKHERR. (Aus HARZER.)

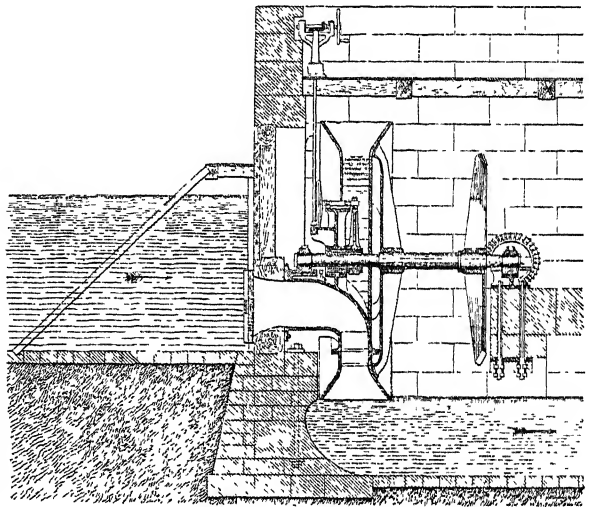


Abb. 343. Horizontale Girard-Turbine. (Aus MEISSNER.)  
(Schwamkrug-Turbine.)

Regulievorrichtung (Abb. 342) der Fourneyron-Turbine<sup>1)</sup>, bei der die Laufrad ebenso wie die Leitradkanäle je durch einen verschiebbaren Boden der Wassermenge proportional verkleinert werden können.

Die Henschel-Turbine läßt eine solche allmähliche Querschnittsverkleinerung nicht zu. Die ersten Ausführungen hatten nur eine Drosselklappe im Saugrohr, bei deren Betätigung der Wirkungsgrad der Turbine rasch zurückging. Später half man sich durch Abschließen einzelner Leitkanäle (Abb. 303), was aber infolge der gestörten Wasserbewegung im Laufrad eine immer noch starke Verminderung des Wirkungsgrads zur Folge hatte.

Man hat in diesem Sinne die verschiedensten Konstruktionen: Klappen, Drehschieber und Rollschützen erdacht, hat auch den abgeschützten Laufradzellen Luft zugeführt, wodurch aber die Saughöhe vernichtet wurde und das Laufrad wieder in das Unterwasser gelegt werden mußte.

<sup>1)</sup> FRIEDRICH HARZER, Die Turbinen. Weimar 1851, S. 147.

6. Viel günstiger verhielten sich gegenüber einer Regulierung die zentrifugalen und axialen Gleichdruckturbinen, die zwar theoretisch nichts Neues waren, praktisch aber von GIRARD so wesentlich vervollkommen wurden, daß wir sie als eine sechste Stufe im Bau der Wasserkraftmaschinen bezeichnen können. 1851 konstruierte GIRARD die erste Turbine nach seinem »Prinzip der freien Ablenkung«, das ihn darauf geführt hatte, die Laufradkanäle durch starke Erweiterung zu »lüften« (Abb. 265 u. 303), so daß der Wasserstrahl nur einseitig anzu- liegen kam. Die Abb. 343 zeigt eine solche zentrifugale Turbine für kleines Gefälle. Abb. 344 und 345 zeigen die axiale Anordnung einmal für kleines und dann für hohes Gefälle<sup>1)</sup>.

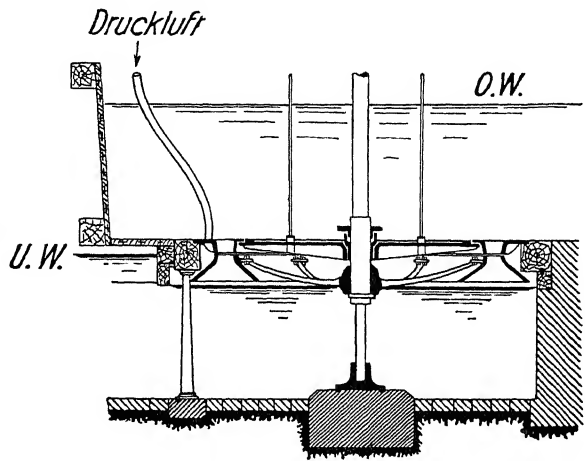


Abb. 344. Hydropneumatische Girard-Turbine.  
(Aus MEISSNER.)

Diese Turbinen durften wegen der Lüftung des Laufrades nicht im Unterwasser laufen. Um nun auch bei Wechsel des Unterwasserspiegels das Gefälle voll auszunutzen, erfand GIRARD die »hydropneumatische« Einrichtung, die in Abb. 344 abgebildet ist und mit der er durch Luftzufuhr unter das nach oben und seitlich abgeschlossene Rad den Unterwasserspiegel in gewünschter Entfernung vom Rad halten konnte. GIRARD hat damit das Saugrohr der Druckturbinen schon angedeutet, nur sah er nicht, daß der gewünschte Abstand des Unterwassers sich ganz automatisch einstellt, sobald man sein Steigen durch einen Schwimmer mit Luftventil (Abb. 302) begrenzt, da das abfließende Wasser stets Luft mitreißt und so den Saugraum evakuiert.

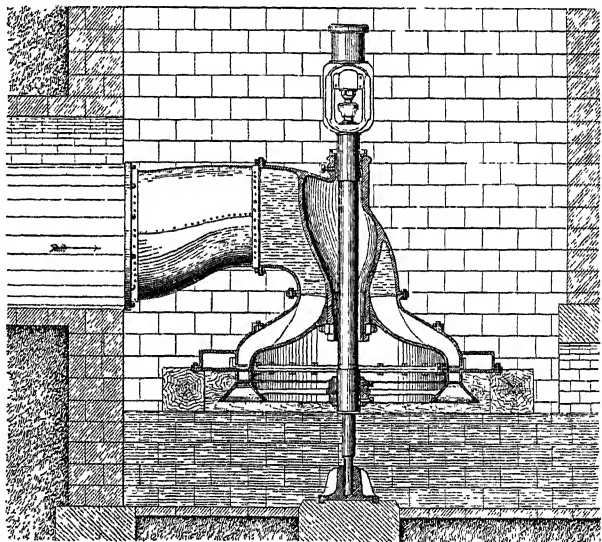


Abb. 345. Vertikale Girard-Turbine. (Aus MEISSNER.)

<sup>1)</sup> Die zentrifugale Bauart mit horizontaler Welle (Abb. 343) ist zuerst von SCHWAMKRUG ausgeführt worden. WEISSBACH, II 1865, S. 553.

Die Unbequemlichkeit der hydropneumatischen Einrichtung wollten die Grenz-  
turbinen (S. 204) vermeiden, die von EDUARD HANEL in Magdeburg<sup>1)</sup> und  
Prof. RITTINGER durch die sogenannten Rückschaufeln (Abb. 308) bzw. verdickten  
Schaufeln (Abb. 309), von KNOP in den sechziger Jahren durch seitliche Ein-  
schnürung des Strahls (Abb. 310) die Erhaltung des Atmosphärendrucks in der  
gefüllten Laufradzelle und damit die gleichzeitige Möglichkeit der Lüftung des  
ganzen Laufrades mit dem Laufen im Unterwasser vereinigten. Bei diesen Tur-  
binen wirkte ein teilweises Abschützen von Leitkanälen weniger ungünstig wie bei  
den Überdruckturbinen, da das Wasser die gelüfteten Laufradkanäle jederzeit und  
ohne Störung verlassen bzw. neu beaufschlagen konnte.

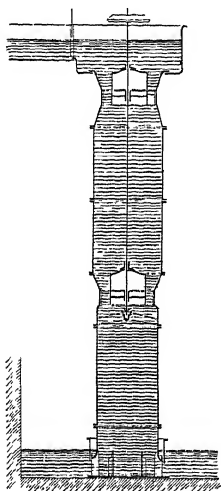


Abb. 346. Stufenturbine  
von REDTENBACHER.  
(Aus REDTENBACHER.)

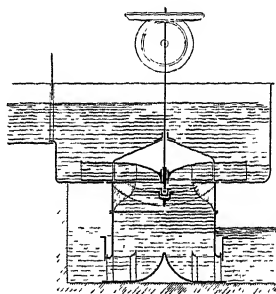


Abb. 347. Zentripetale Voll-  
turbine von REDTENBACHER.  
(Aus REDTENBACHER.)

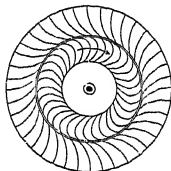


Abb. 348. Howd wheel.  
(Aus FRANCIS.)

Schon in die Zeit bald nach der Erfindung der Henschelturbine fallen aber  
auch die für den Bau der Wasserkraftmaschinen bahnbrechenden Werke des  
Karlsruher Professors REDTENBACHER: Theorie und Bau der Turbinen und Ven-  
tilatoren 1844, in zweiter Auflage 1860 und Theorie und Bau der Wasserräder  
1846, in zweiter Auflage 1858, in denen es zum ersten Mal gelungen war, aus  
theoretischen Betrachtungen allgemeine, praktische Konstruktionsregeln abzuleiten.

Dabei zeigt sich REDTENBACHER als Erfinder der Stufenturbine, bei der das Ge-  
fälle in zwei Stufen geteilt wird, und die er entgegen dem heutigen Sprachgebrauch  
als Zwillingturbine bezeichnet. Es gibt davon eine größere Zahl möglicher  
Kombinationen, deren einfachste in Abb. 346 dargestellt ist.

7. Außerdem führt er die Abbildung einer zentripetalen Vollturbine (Abb. 347)  
an, und bringt durch ihre Bezeichnung als »Founeyron-Turbine mit äußerem Leit-  
rad« mit vollem Recht zum Ausdruck, daß seine für die »Founeyron-Turbine mit  
innerem Leitrad« (d. h. die im allgemeinen als Founeyron-Turbine bezeichnete  
Anordnung) ausführlich abgeleitete Turbinentheorie auch für die zentripetale Voll-  
turbine sinngemäße Anwendung finden kann.

<sup>1)</sup> MEISSNER, II, S. 738 ff.

Damit kommen wir aber zur siebenten Stufe in der Entwicklung der Wasserkraftmaschinen: der Zentripetal-Vollturbine, die heute für kleine und mittlere Gefälle den Markt beherrscht.

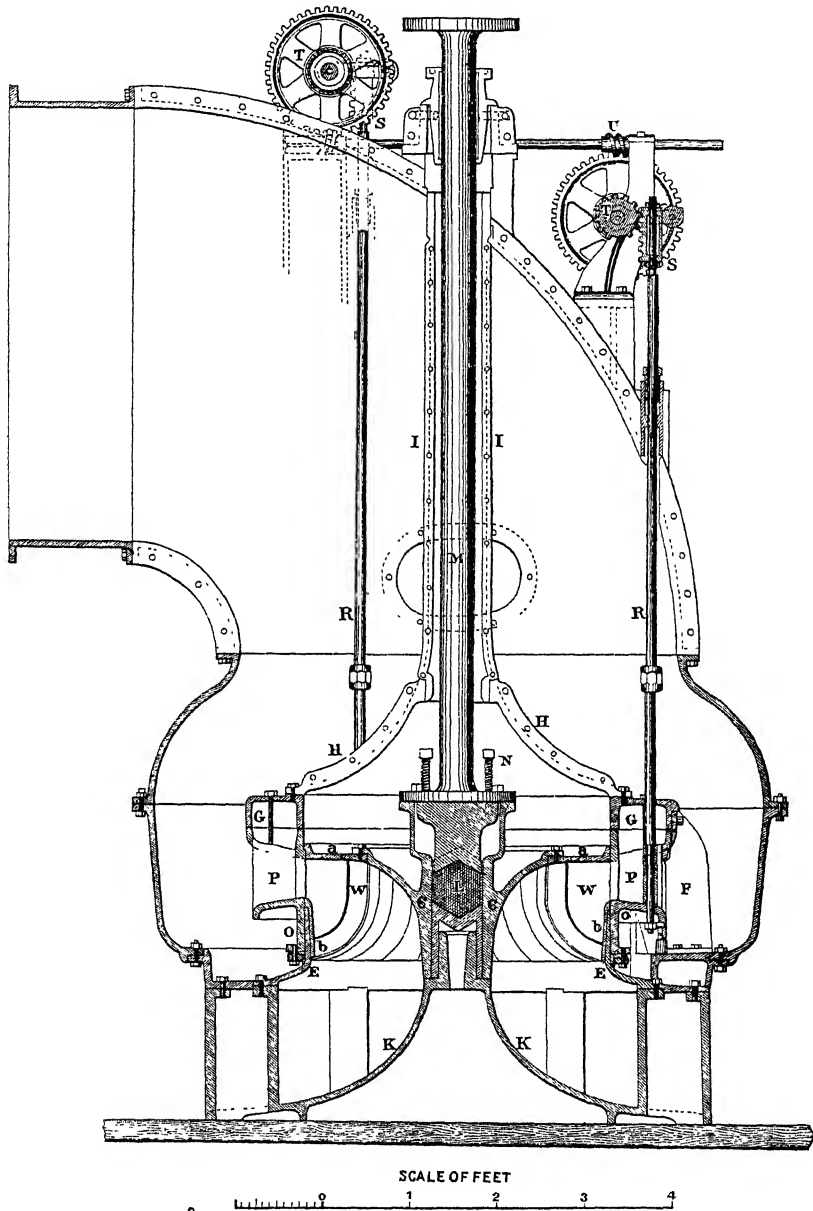


Abb. 349. Gemischte Zentripetalturbine von SWAIN. (Aus The Swain Turbine-Water-Wheel. Lowell 1872.)

Die Anregung REDTENBACHERS blieb freilich in Europa unbeachtet, vielmehr begann die Zentripetalturbine davon unabhängig ihren Siegeszug in zunächst bescheidenen Anfängen in Amerika. Dort erhielt 1838 SAMUEL HOWD im Staat

New-York ein Patent auf eine voll beaufschlagte zentripetale Überdruckturbine, die unter dem Namen Howd wheel oder United States wheel häufig, aber meist in einfachster Weise zum Teil aus Holz ausgeführt wurde und in Abb. 348 dargestellt ist <sup>1)</sup>.

Eine solche einfache, aber mit aller Sorgfalt ausgeführte Konstruktion wurde auch von FRANCIS gebaut und geprüft und ergab über 70% Wirkungsgrad.

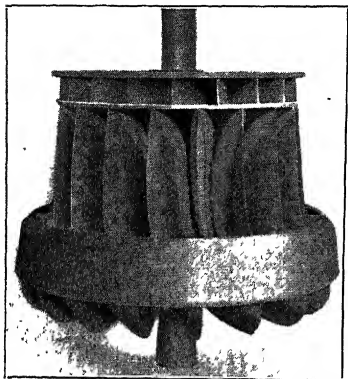


Abb. 350. Samson-Turbine.

Die Beschreibung gibt FRANCIS in den schon S. 70 erwähnten berühmten Lowell Hydraulik Experiments New-York 1868, die noch heute als in vieler Beziehung mustergültig dastehen.

Anschließend hat FRANCIS eine weitere zentripetale Überdruckturbine, er nennt sie »a centre-vent water-wheel«, gebaut, die nach seiner eigenen Aussage noch unter das Patent von HOWD fallen dürfte, dabei aber in der konstruktiven Durchbildung wesentliche Verbesserungen zeigte (Abb. 281). Sie ergab bei der Prüfung nahezu 80% Wirkungsgrad.

Charakteristisch für diese, an HOWD angelehnte Konstruktionen ist, daß sie dem Wasser im Bereich der Laufradschaufeln noch keinerlei axiale Abweichung gestatten. Sie sind somit »reine« Zentripetalturbinen (S. 197).

Erst SWAIN hat <sup>2)</sup> 1869 den Mut gehabt, das Wasser schon innerhalb der Schaufeln axial abzulenken (Abb. 349) und ist damit der Vater der modernen »gemischten« Zentripetalturbine geworden.

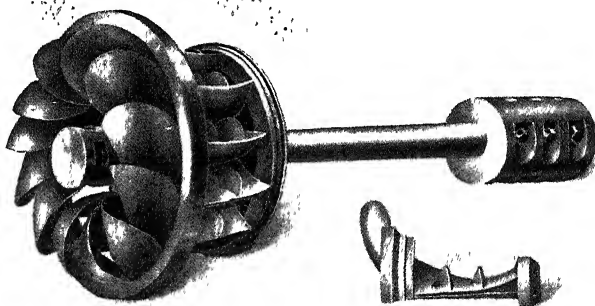


Abb. 351. Herkulesturbine.

Diese axiale Ablenkung hat sich in der Folgezeit äußerst fruchtbar erwiesen und wurde mit dem Bedürfnis gesteigerten Wasserdurchlasses immer weiter ausgebildet. Bekannte amerikanische Beispiele hierfür stellen die Samsonturbine (Abb. 350) und die Herkulesturbine (Abb. 351) dar (vgl. auch Abb. 282—290).

<sup>1)</sup> LOWELL, Hydraulik Experiments by J. B. FRANCIS New-York 1868, S. 61.

<sup>2)</sup> Zur Geschichte und Umbenennung der Francis-Turbinen. Z. g. T. 1906, S. 17 u. 150.

Dabei kann man eine interessante und in ihrer Art typische Erscheinung beobachten, die in dem begründet ist, was TREITSCHKE einmal den »Mut der Unwissenheit« genannt hat, das ist, daß die kühnsten Neuerungen mit Wasserführungen, vor denen dem gebildeten Hydrauliker der damaligen Zeit grausen mußte, von Konstrukteuren gewagt wurden, die von der Schwierigkeit, annähernd geordnete Wasserführungen zu erzielen, keine Kenntnis besaßen.

Darin ist auch begründet, daß die in der Hydraulik im allgemeinen mehr bewanderte alte Welt die vermeintlichen Extravaganzen der gemischten Wasserführung lange Zeit mit Entschiedenheit abgelehnt hat. Es war das Verdienst der Firma Voith, mit ihrem damaligen Oberingenieur PFARR die zentripetale Überdruckturbine in Deutschland eingeführt zu haben. Es folgten Briegleb, Hansen & Co., als deren Chefkonstrukteur auch dem Verfasser vergönnt war, insbesondere im Ausbau extremer Schnellläufer mitzuarbeiten.

Charakteristisch ist aber auch, daß die alte Welt bei schließlicher Übernahme der gemischten Zentripetal-Vollturbinen sich an den Namen des wissenschaftlich bedeutendsten Turbinenkonstrukteurs der neuen Welt, nämlich an FRANCIS hielt, und diese Turbinen als Francis-Turbinen auch heute noch bezeichnet, obgleich die von FRANCIS konstruierten Turbinen nur verbesserte reine Zentripetalturbinen nach HOWDS Patent gewesen sind, und er selbst nicht diese Turbinengattung, sondern die zentrifugalen Vollturbinen (Founeyron-Turbinen) bevorzugte <sup>2)</sup>.

Nachdem das alte Europa einmal die zentripetale Überdruckturbine aufgenommen und sein wissenschaftliches Rüstzeug auf sie angewendet hatte, hat es rasch seine Lehrmeister überholt <sup>3)</sup>, wovon die großen Turbinenanlagen am Niagara von Riva-Monneret (Mailand), Escher-Wyss (Zürich) und Voith (Heidenheim) beredtes Zeugnis ablegen. Lange wird dieser Vorsprung vermutlich aber nicht währen, denn das technische Können wird bald Allgemeingut aller Kulturvölker.

Wenn die Verdienste um die Entwicklung der heutigen Zentripetal-Vollturbine aufgezählt werden, darf vor allem Prof. FINK nicht übergangen werden, der ihr durch die Erfindung der Drehschaufeln für die Leiträder (Abb. 352) erst ihre eminente Regulierfähigkeit und damit einen ihrer größten Vorzüge gegeben hat <sup>3)</sup>.

Die moderne Zentripetal-Vollturbine ergibt in günstigen Fällen bis 87% Wirkungsgrad und beim Wechsel der Beaufschlagung durch Finksche Drehschaufeln sind bei halber Wassermenge schon über 80% Wirkungsgrad beobachtet worden.

8. Beherrscht die zentripetale Vollturbine die kleineren und mittleren Gefälle, so gilt dies heute in gleichem Maße bezüglich der großen Gefälle für die besondere Ausführungsform der tangentialen Teilturbine, die von Ingenieur PELTON 1880

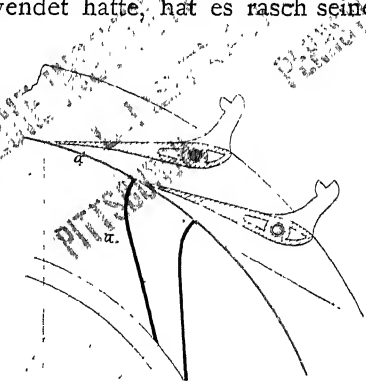


Abb. 352. Finksche Drehschaufeln.  
(Aus FINK.)

<sup>1)</sup> Zur Geschichte und Umbenennung der Francis-Turbinen. Z. g. T. 1906, S. 17 u. 150.

<sup>2)</sup> Bremsversuche an einer New American-Turbine Z. 1902, S. 845, vgl. auch Z. 1903, S. 639.

<sup>3)</sup> FINK, Theorie und Konstruktion der Turbine, 1877.

in San Francisco erfunden wurde, als Peltonrad bezeichnet wird und den achten Merkmstein in der Entwicklung der Wasserkraftmaschinen darstellt.

Die Pelton-turbinen waren aus dem einfachen Löffelrad hervorgegangen, das zu den ältesten Wasserkraftmaschinen gerechnet werden muß (Abb. 326). Das Verdienst PELTONS aber lag darin, daß er die Löffel oder Becher mit einer Schneide (Abb. 353) ausgestaltet hat, die den Strahl jeweils mit geringem Umlenkungsverlust in den Becher leitet (vgl. auch S. 170), und daß er dessen Wölbung so gestaltet hat, daß ihn das Wasser mit kleinster Geschwindigkeit verläßt<sup>1)</sup>.

Ähnliche Konstruktionen, für die heute häufig auch der Name Pelton-turbinen in Anspruch genommen wird, waren in den Abb. 295 und 297 dargestellt.

Mit diesen Turbinen sind bis 90% Wirkungsgrad festgestellt worden<sup>2)</sup> und ihre Regulierfähigkeit ist bis zu den kleinsten Beaufschlagungen eine vorzügliche<sup>3)</sup>.

9. Das letzte Glied in der Ausnutzung der Wasserkräfte bilden die automatischen Regulatoren der Wasserkraftmaschinen<sup>4)</sup>.

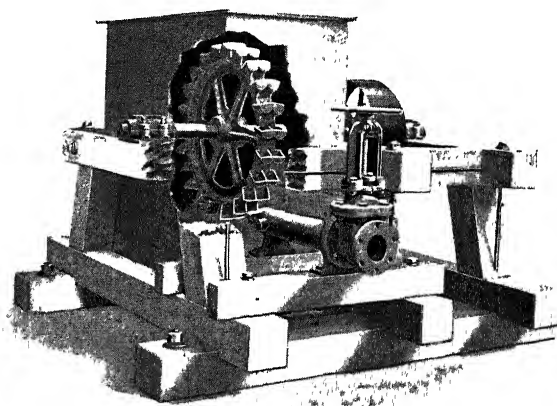


Abb. 353. Pelton-turbine. (Pelton Co.)

Mit Rücksicht auf die beim Öffnen und Schließen der Turbinen auftretenden großen Kräfte kommen hierbei fast nur indirekte Regulatoren in Frage, die durchweg von Fliehkraftpendeln, seltener von Trägheitspendeln<sup>5)</sup> gesteuert werden.

So ist die Entwicklung der Turbinenregulatoren in den Hauptpunkten gleichbedeutend mit der des indirekten Regulators oder der des »mechanischen Relais«.

Sein Hauptfehler, das Nachhinken der Regulierung gegenüber der Steuerung, mit der Folge eines Pendelns des ganzen Vorgangs ist im wesentlichen durch die Erfindung der »Rückführung« durch LINCKE behoben worden<sup>6)</sup>. In Abb. 354 kommt sie dadurch zur Wirkung, daß der vom Pendel kommende Stab *J* nicht unmittelbar auf das Steuerventil *S*<sub>1</sub> *S*<sub>2</sub> wirkt, sondern durch den Hebel *s*, der

<sup>1)</sup> Engineering, Bd. LXII, S. 319. REULEAUX, Das Peltonrad. Z., 1892, S. 1181.

<sup>2)</sup> Peltonrad von Briegleb, Hansen & Co., Gotha in Todtnauberg, Schwarzwald.

<sup>3)</sup> REICHEL und WAGENBACH, Untersuchungen Z. 1913, S. 441 ff.

<sup>4)</sup> Vgl. BUDAU, Beiträge zur Frage der Regulierung hydraulischer Motoren. 1906.

<sup>5)</sup> DORNIG, Beitrag zur Theorie des indirekt wirkenden Beharrungsreglers. Dissertation. München 1911.

<sup>6)</sup> LINCKE, Das mechanische Relais. Mechanismen zur Ausführung indirekter Bewegungen. Berlin 1880.



auch mit der Kolbenstange *E* verbunden ist. Schließt die letztere etwa bei Kraftüberschuß die Turbine, so führt sie damit von selbst das Steuerventil in seine Nullage zurück und verhindert dadurch Überregulieren und Pendeln.

Die nötige Regulierkraft wird hier — und das ist in steigendem Maß zur Regel geworden — durch Öldruck geliefert, der entweder in einem Windkessel dauernd oder auch ohne einen solchen nur nach Bedarf erzeugt wird, wofür ich die Bezeichnungen »Dauerdruck-Regler« bzw. »Bedarfsdruck-Regler« in Vorschlag gebracht habe<sup>1)</sup>.

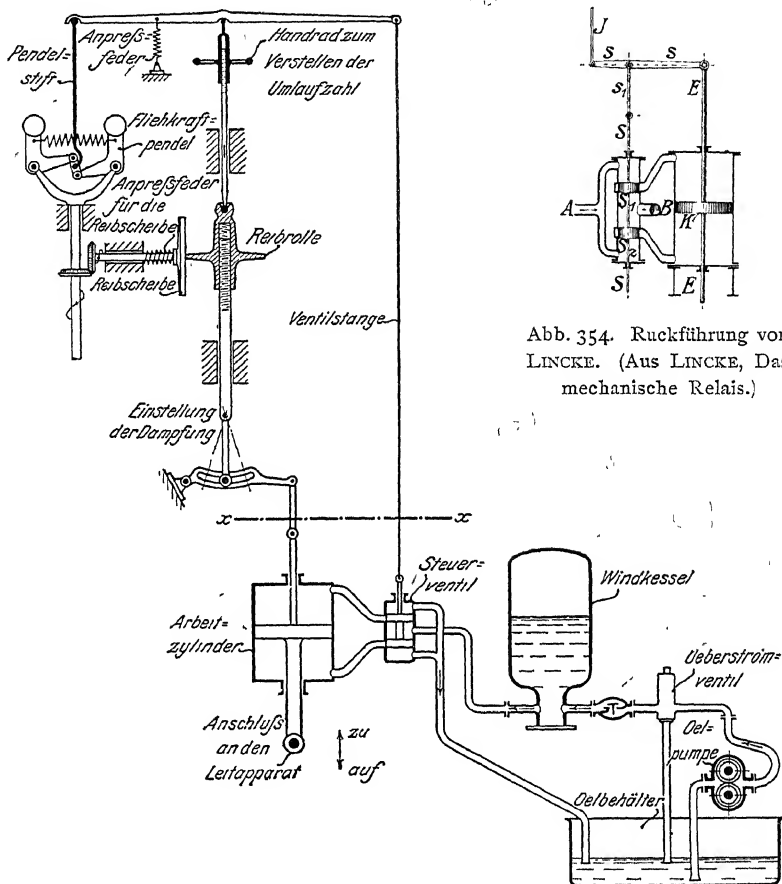


Abb. 354. Rückführung von LINCKE. (Aus LINCKE, Das mechanische Relais.)

Abb. 355. Schema eines Turbinenregulators nach THOMA.

Die »mechanischen« Regulatoren, die Riementreibe, Reibungskupplungen und Sperrzähne zur Kraftentfaltung herangezogen haben, sind fast ausgestorben, da die Trägheit ihrer bewegten Massen bei den modernen hohen Reguliergeschwindigkeiten höchst schädlich gewirkt hat.

Als Beispiel für die mancherlei Anforderungen, die heute an einen indirekten Turbinenregulator gestellt werden können, sei auf Abb. 355<sup>2)</sup> verwiesen. Man

<sup>1)</sup> Starkstromtechnik, 1912, S. 306.

<sup>2)</sup> Aus Z., 1912, S. 122, Abb. I.

bemerkt dort das Fliehkraftpendel, das durch einen doppelarmigen Hebel das Steuerventil betätigt. Letzteres führt dem Arbeitszylinder das Drucköl aus einem Windkessel zu, der von einer Ölpumpe gespeist wird, die durch ein Überströmventil leer läuft, sobald im Windkessel der Höchstdruck erreicht ist.

Die Bewegung des Arbeitskolbens betätigt einerseits durch den Leitapparat der Turbine deren Öffnen und Schließen, andererseits die Rückführung — hier Dämpfung genannt — deren Wirkung verschieden eingestellt werden kann.

Durch die letztere wird für jede Turbinenöffnung eine bestimmte Drehzahl des Pendels der Nullstellung des Steuerventils zugeordnet, d. h. die Turbine besitzt bei jeder Öffnung eine andere Normaldrehzahl. Dies ist an sich nicht erwünscht, weshalb die Reibrolle nach beendigem Regulierungsvorgang die Wirkung der Rückführung langsam wieder aufhebt und die Turbine auf die gleiche Normaldrehzahl zurückbringt.

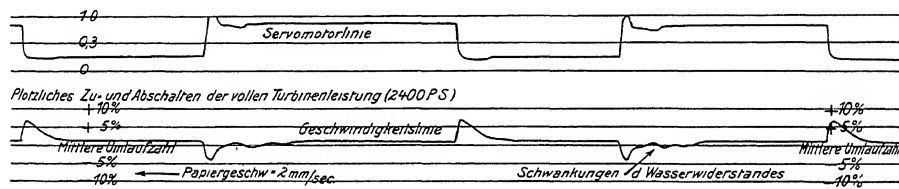


Abb. 356. Modernes Reglerdiagramm (HANSEN). M:  $\frac{3}{4}$ .

Moderne Turbinenregulatoren arbeiten mit großer Präzision. Sie öffnen oder schließen die Turbine in kaum einer Sekunde. Entsprechend ergeben sich auch bei den plötzlichsten und größten Belastungsschwankungen nur geringe und nur vorübergehende Änderungen der Drehzahl. So zeigt das mit dem Tachographen abgenommene Reglerdiagramm der Abb. 356 für volle Entlastung (2400 PS.) nur vorübergehende Schwankungen von 6—7%.

### Schlußbemerkung.

Betrachten wir nun nochmals in Kürze den Entwicklungsgang der Wasserkraftmaschinen und das, was mit ihnen heute geleistet wird, und fragen wir schließlich, welche Aufgaben vielleicht noch einer absehbaren Zukunft vorbehalten sind, so bemerken wir zunächst in der geschichtlichen Entwicklung neun auffallende Stufen oder Merkmale

1. Die Strom- und Stoßräder, die in die vorgeschichtliche Zeit zurückreichen und lediglich die sinnenfällige Bewegungsenergie der Wasserläufe mit schlechtem Wirkungsgrad ausnutzen.
2. Die Wasserräder der Lagenenergie, deren Erfindung vermutlich in das Mittelalter fällt, die unmittelbar vom Gewicht des Wassers getrieben werden, und an die schon theoretische Betrachtungen über Stoßverluste angeknüpft wurden.
3. Das Segnersche Wasserrad (1750). Ein Reaktionsrad als Folge von BERNOULLIS Hydrodynamika 1730, das Anlaß zu EULERS Turbinentheorie (1751 und 1754) gegeben hat.

4. Die zentrifugale Vollturbine, Fourneyron-Turbine 1827, als erste technisch brauchbare Turbine, die mit gutem Wirkungsgrad reguliert werden konnte.
5. Die axiale Vollturbine von HENSCHEL 1837, deren Aufstellung mit Hilfe des Saugrohrs hoch über dem Unterwasser ermöglicht wurde.
6. Die Gleichdruck-Teilturbinen von GIRARD 1851, die eine bis dahin unerreichte Regulierfähigkeit besaßen.
7. Die gemischte zentripetale Vollturbine (Francisturbine) von SWAIN 1868, entstanden aus der von PONCELET 1826 angeregten, von HOWD 1838 konstruierten und von FRANCIS verbesserten reinen Zentripetal-Vollturbine. Die moderne Turbine für kleine und mittlere Gefälle.
8. Die tangential-Teilturbine von PELTON 1880, die weitgestellte Doppelbecher besitzt, deren Schneiden sich in einer Ebenen senkrecht zur Turbinenwelle befinden. Die moderne Turbine für hohe Gefälle.
9. Der automatische Turbinenregulator mit befriedigenden Leistungen etwa seit dem Ende des vergangenen Jahrhunderts.

Die genannten Entwicklungsstufen zeigen Fortschritte in verschiedenen Punkten. Zunächst hat sich der Wirkungsgrad der Wasserkraftmaschinen, d. h. das Verhältnis von nützlich abgegebener zu aufgenommener Energie von 20—30% bei den Strom- und alten Löffelradern auf über 80% bei den modernen Turbinen gehoben, und zwar treten so hohe Werte bei Zentripetal-Vollturbinen von voll bis etwa  $\frac{1}{2}$  oder  $\frac{2}{3}$  der Beaufschlagung, bei Tangential-Teilturbinen bis zu  $\frac{1}{5}$  der Beaufschlagung auf (vgl. S. 378 u. 576).

Auch die Präzision der Regulierung zur Einhaltung gleichmäßigen Maschinen-ganges ist durch die automatischen Regulatoren, freilich erst im letzten Jahrzehnt auf eine Höhe gebracht worden, die sich mit den besten Dampfmaschinenregulierungen messen kann.

In dritter Linie wurde die Betriebssicherheit und die Zugänglichkeit der Maschinen, deren Lager jetzt grundsätzlich von Wasser geschützt und zugänglich ausgeführt werden, in hohem Maße gesteigert.

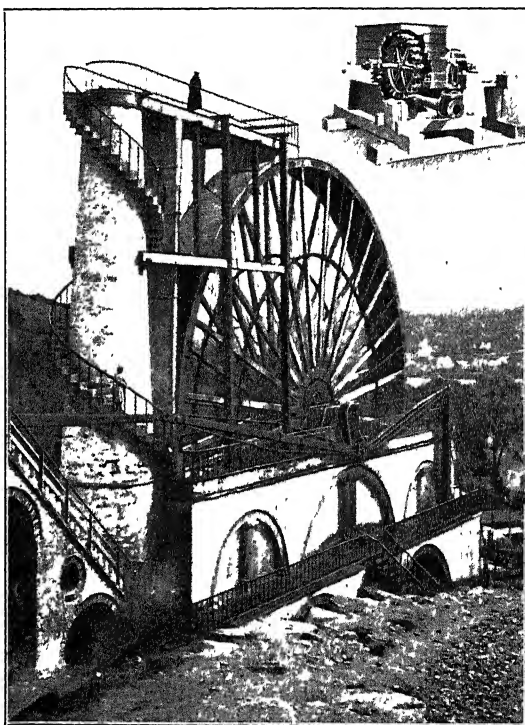


Abb. 357. Vergleich zwischen Wasserrad und Peltonrad.  
(PELTON Co.)

Dazu ist die Leistungsfähigkeit der Wasserkraftmaschinen sowohl absolut als relativ zu ihrem Gewicht enorm gewachsen. Abb. 357 gibt ein anschauliches Bild aus dem Pelton-Katalog, wo die Größenverhältnisse eines Wasserrades und eines Peltonrades von gleicher Leistung unter sonst gleichen Umständen in populärer Weise einander gegenüber gestellt sind.

Hierbei spielt die Schnellläufigkeit einer Wasserkraftmaschine eine wesentliche Rolle, die durch die in 1 m Gefälle erzielte Drehzahl derjenigen Turbinengröße gemessen wird, die in 1 m Gefälle 1 PS. leistet. Diese sogenannte »spezifische Drehzahl« (vgl. S. 295 f.), die für Wasserradanlagen etwa 2—10 betrug, erreichte bei axialen Vollturbinen etwa 150—200, während sie bei zentripetalen Vollturbinen 300, ja in abnormen Fällen schon 400 überschritten hat <sup>1)</sup>.

Aber auch die absolute Leistungsfähigkeit der Wasserkraftmaschinen ist heute unvergleichlich größer als zur Zeit der Wasserräder. Damals stellten etwa 12 m Gefälle bei 0,5 cbm in Sek. einerseits und 1,2 m Gefälle bei 5 cbm/sek, d. h. im Durchschnitt 60 PS. <sup>2)</sup> das Maximum dessen dar, was Wasserräder hergeben konnten. Heute ist man mit Gefällen bis gegen 1000 m gegangen <sup>3)</sup> und man hat 20 cbm und mehr in einer Turbine verarbeitet (vgl. S. 498, Anlage Keokuk mit rund 100 cbm/sek. in einem Laufrad!). Leistungen über 10000 PS. gehören nicht mehr zu den Seltenheiten, wobei man freilich nicht vergessen darf, daß die Aufstellung solcher Einheiten die Fortleitung und Verteilung der Energie auf elektrischem Wege zur Voraussetzung hatte.

Fragen wir uns zum Schluß, welche neue Aufgaben schon jetzt für die Zukunft des Wasserkraftmaschinenbaues gestellt werden können, so darf zum letzterwähnten Punkt ausgesprochen werden, daß unter günstigen Bedingungen, d. h. bei genügend hohem Gefälle der Bau auch von Einheiten über 100000 PS. technisch keinen unüberwindlichen Schwierigkeiten begegnen dürfte.

In der Konstruktion selbst wird man sich aber immer mehr auf die bewährtesten Gattungen beschränken und diese zur höchsten Vollkommenheit entwickeln.

Dabei ist vor allem die Turbinentheorie weiter, und zwar weniger im Sinne mathematischer Eleganz als im Sinne möglicher Übereinstimmung mit der Wirklichkeit auszubilden; denn neben den überwältigenden Erfolgen der Technik ist unsere Theorie — das darf offen ausgesprochen werden — noch in mancher Beziehung recht unvollkommen geblieben.

Daß aber auch hier noch weitere Erfolge erzielbar sind, möchte man nicht verneinen, wenn man, wie ich, als beratender Ingenieur bei Briegleb, Hansen & Co. Gelegenheit hatte, eine Turbine wiederholt zu prüfen, die bei längerem Betriebszustand langsam wachsend schließlich ganz unerklärlich hohe Wirkungsgrade (bis 94 %) aufwies, die mit andern, nach dem gleichen Modell gebauten Turbinen sich nicht wieder eingestellt haben.

Ich habe mir dieses Phänomen dadurch erklärt, daß bei der fraglichen Turbine — die in der Fabrik den Namen Wunderturbine erhalten hatte — durch bisher nicht bekannte und unscheinbare Eigenheiten der Formgebung die sonst beim

<sup>1)</sup> Z., 1911, S. 995.

<sup>2)</sup> Nach REDTENBACHER, Tafel IV, Abb. 37.

<sup>3)</sup> VOUVRY mit 920 m, KOEHN 1908, S. 468. ADAMELLO mit 853—920 m. Z. g. T., 1912, S. 107.

Durchfluß des Wassers stets auftretenden Wirbel im Laufe eines längeren Dauerzustandes allmählich zum größten Teil verschwunden sind, so daß das Wasser durch die ganze Turbine in ähnlich glatter Strömung hindurchfloß, wie etwa durch eine gut gearbeitete Ausflußdüse.

Wie dem auch sei, darüber kann kein Zweifel bestehen, daß die technische Entwicklung des Turbinenbaues auf einer Höhe angelangt ist, daß weitere Verbesserungen nicht mehr auf allein theoretischem Wege, sondern nur mit Hilfe einer auf das genaueste arbeitenden Versuchsstation erzielt werden können.

Dieser experimentelle Weg wird praktisch dadurch wesentlich erleichtert, daß man aus den Betriebseigenschaften eines kleinen Versuchsmodells mit großer Genauigkeit auf das Verhalten einer geometrisch ähnlich vergrößerten Ausführung der Turbine schließen kann (vgl. S. 290ff.). Deshalb sollte jede neue Turbinengattung, ehe sie auf den Markt gebracht wird, an einem kleinen Versuchsmodell praktisch durchgeprüft werden, zumal die heutzutage verlangten Garantien zu scharf sind, als daß sie auf rein rechnerischem Wege vorausbestimmt werden konnten.

In richtiger Erkenntnis dieser Tatsache haben sich vorsichtige und große Firmen mit kostspieligen Versuchsstationen vor noch kostspieligeren Enttäuschungen geschützt. Der Allgemeinheit aber dienen amtliche Prüfstationen, wie auch jetzt eine solche dem neuen hydraulischen Institut der Technischen Hochschule München angegliedert werden soll, und die Zeit wird vielleicht nicht allzu fern sein, wo der Abnehmer einer Turbine das amtliche Zeugnis des Versuchsmodells ebenso verlangen wird, wie etwa beim Kauf einer Präzisionsuhr das Zeugnis der Sternwarte.

---

## Vierter Teil.

# Allgemeine Theorie der Turbinen.

---

### A. Arten der Behandlung.

In den letzten Abschnitten der Hydraulik haben wir die Arbeitsweise des Wassers in Turbinen gewissermaßen im schematischen Bilde kennen gelernt, der dritte Teil der Vorlesungen hat uns mit der Verwirklichung dieser Arbeitsweise in den Turbinen in beschreibender Art bekannt gemacht. Nunmehr soll uns eine eingehende Anwendung der hydrodynamischen Gesetze auf die in wirklichen Turbinen auftretenden Vorgänge die Grundlagen zu einer theoretischen Untersuchung der Turbinen geben.

Ich habe schon bei der Einleitung zur Hydraulik S. 25 auf die zwei verschiedenen Arten hingewiesen, nach denen hydrodynamische Vorgänge behandelt werden können.

Dasselbe gilt nun auch hier. Die eine Behandlungsart betrachtet die inneren Vorgänge in der Wasserströmung einer Turbine, sucht sie in mathematisch gesetzmäßiger Form auszudrücken und hieraus die Berechnung und Konstruktion der Maschine abzuleiten. Beachtet man dabei die Erfahrungstatsache, daß die Strömung der Flüssigkeit oberhalb der kritischen Geschwindigkeit niemals regelmäßig verläuft, — nicht einmal in einem geraden Rohrstrang, viel weniger noch in den eigenartig geformten Kanälen der Turbinen — und daß die technisch in Frage kommenden Zustände sich stets weit oberhalb der kritischen Geschwindigkeit abspielen, so liegt auf der Hand, daß eine der Strömung untergeschobene Gesetzmäßigkeit nur eine Annäherung an die Wirklichkeit sein kann, und im besten Fall, die Tendenz — wenn ich mich so ausdrücken darf — der Wasserströmung wiedergibt, gewissermaßen ihre Hauptströmung im Gegensatz zu den störenden und regellosen Nebenströmungen (vgl. S. 62).

Das wäre nun an sich noch nicht schlimm. Müssen wir uns doch bei Beschreibung der Natur fast durchweg damit begnügen, Hauptmerkmale hervorzuheben und das weniger Wichtige oder das weniger Greifbare zu vernachlässigen.

Was aber sehr bedenklich gegen diese Behandlungsart spricht, das sind zwei ganz andere Punkte. Der erste liegt darin, daß die einzige bisher für Turbinenberechnungen aufgestellte Gesetzmäßigkeit, nämlich die reibungsfreie Strömung, im eigenen Wesen Unstimmigkeiten mit der Wirklichkeit enthält, deren Vernachlässigung geeignet ist, die konstruktive Entwicklung des jungen Ingenieurs in ungünstiger Weise zu beeinflussen. Ist ja doch die stete Beachtung und peinlichste Bewertung der Wasserreibung neben der Beobachtung der allgemeinen

Gesetze der Mechanik die wichtigste und schwierigste Aufgabe für den Turbineningenieur. In ihrer Beherrschung liegt die Kunst des Konstruierens, und man sieht leicht ein, welche Gefahren damit verbunden sind, seine ganze Entwicklung auf einer Grundlage aufzubauen, die diesen wichtigen Faktor nicht enthält.

Ich glaube daher, daß die Betrachtung der reibungsfreien Strömung, die ja sicherlich bis zu einem gewissen Grad die Hauptströmungen einer Flüssigkeit wiedergeben kann, zwar wohl geeignet ist, das Gefühl für die Entwicklung einer Strömung zu schärfen und zu heben und daß sie, wie wir auch später tun werden, mit Vorteil auf gegebene Kanalförmigkeiten angewandt werden kann, daß es aber verfehlt ist, aus ihr die Formen für neue Konstruktionen entwickeln zu wollen.

Als zweiter Nachteil dieser Methode kommt aber noch weiter in Betracht, daß die aus der Bedingung reibungsfreier Strömung im allgemeinen und wirbelfreier Strömung im Achsialschnitt der Turbine entwickelten Schaufelflächen zum Teil auf Ausführungsformen der Turbinenlaufräder führen, die nicht nur den Gesetzen kleinster Reibungsverluste widersprechen, sondern neben denen auch wichtige und bewährte moderne Konstruktionen verschwinden müßten.

Daß die auf reibungsfreier Strömung aufgebaute Turbinentheorie die gesamte in Frage kommende Wassermasse als einen gleichmäßigen Rotationskörper faßt und daher eine unendlich große Schaufelzahl annehmen muß, ist ein weiterer nicht unbedeutender Fehler gegenüber der zur Verminderung der benetzten Flächen verlangten geringen Schaufelzahl.

Störend wirkt dazu auch, daß sich die für die Integrationskonstanten benötigten Anfangs- und Endzustände konstruktiv oft nicht genau verwirklichen lassen.

Als fühlbarster Mangel aber zeigt sich schließlich die Tatsache, daß die Methode gerade da versagt, wo man sie am nötigsten hätte, nämlich bei der Betrachtung anormaler Betriebszustände<sup>1)</sup>.

Selbstverständlich sollen diese Ausführungen die wissenschaftlichen Leistungen, die in der bezeichneten Richtung vorliegen, in keiner Weise herabsetzen. Man wird aber zugeben müssen, daß nicht nur die Schwierigkeit der mathematischen Behandlung des wirbelfreien Strömungsproblems es gewesen ist, die seine Anwendung auf die Turbinentheorie hintangehalten hat. Im Gegenteil, wäre dies Problem leichter zu überschauen, so wären seine Mängel wohl schon früher und allgemeiner hervorgetreten.

Aus all diesen sowie aus den schon in der Einleitung zur Hydraulik S. 25 hervorgehobenen Gründen verfolge ich diese erste Behandlungsart der Turbinentheorie trotz ihres mathematisch hohen Wertes nur in bescheidenem Maße.

Zu ihrem Studium sei auf die in der Fußnote<sup>2)</sup> angeführten Abhandlungen

<sup>1)</sup> LORENZ, Die Theorie in der Technik. Hochschulfestrede. Danzig 1911 bei Schwital & Rohrbeck.

<sup>2)</sup> Ihre Grundlagen von EULER und LAGRANGE, vgl. FOPPL IV, 1909, S. 370; VI, 1910, S. 355. — Ihre Anwendung auf Rotationshöhlräume von PRASIL, Schw. Bauztg. 1903, 1, S. 203; auf Kranzprofile und Schaufelformen, Schw. Bauztg. 1906, 2, S. 277; auf Turbinen von LORENZ, Neue Theorie und Konstruktion der Kreiselräder, 1906, 2. Aufl., 1911, von BAUERSFELD Z. 1912, S. 2045. — Kleinere Aufsätze zu demselben Thema finden sich in der Z. g. T. und zwar von LORENZ, 1907, S. 53 u. 87, 1908, S. 277; PRASIL, 1907, S. 72; KAPLAN, 1907, S. 69, 189 u. 205; 1912, S. 533, 549 u. 565; RIEBENSAHM, 1907, S. 158; BAUERSFELD, 1907, S. 265; LÖWY, 1908, S. 133, 153 u. 172; 1909, S. 197 u. 221; FISCHER, 1908, S. 396; 1909, S. 458 u. 475; 1910, S. 196, 216 u. 232; LANGEN, 1910, S. 518. Vgl. auch v. MISES, Theorie der Wasserräder 1908.

sowie auf die Bremsversuche<sup>1)</sup> hingewiesen, die an zwei nach den Gesetzen reibungsfreier Stromung konstruierten Turbinen ausgeführt worden sind.

Wir werden im folgenden auf zwei verschiedenen Wegen eine andere Behandlungsweise anwenden, die sich mit der in der Einleitung zur Hydraulik in zweiter Linie beschriebenen im wesentlichen deckt.

Nach ihr lassen wir das innere Wesen der Flüssigkeit zunächst völlig außer acht. Wir ziehen lediglich einen Anfangs- und einen Endzustand in den Kreis unserer Betrachtung, schreiben für beide den mathematischen Ausdruck der Bewegungsgröße bzw. des mechanischen Arbeitsvermögens an und bringen dann die beiden Zustände nach den allgemeinen Gesetzen der Mechanik — unbekümmert um Zwischenzustände — mit einander in Beziehung.

Dazu benutzen wir einmal den Flächensatz und dann das Energiegesetz.

Im ersten Fall können wir für den Beharrungszustand und für gegebene Grenzbedingungen das ausgeübte Moment der äußeren Kräfte unmittelbar mit mathematischer Schärfe angeben.

Im zweiten Fall benutzen wir die in der Hydrodynamik S. 60 angeführten Arbeitsgleichungen. Auch hierbei läßt die Genauigkeit nichts zu wünschen übrig; denn wir haben gesehen, daß die Gleichungen mathematisch richtig sind, insofern alle Energieverwandlungen in nichtmechanisches Arbeitsvermögen als Verlust angesprochen werden dürfen.

So ist denn die Grundlage, auf der diese Turbinentheorie aufgebaut ist, durchaus einwandfrei, und dasselbe gilt für die sämtlichen aus ihr abgeleiteten Beziehungen.

Daß bei der späteren praktischen Messung der eingeführten Energiegrößen Vernachlässigungen gemacht werden müssen, ist selbstverständlich, es ist aber ein großer Vorteil, daß dieselben erst so spät in die Rechnung eintreten. Daß dabei gleichzeitig die konstruktive Freiheit nach Möglichkeit gewahrt bleibt, ist als eine Grundbedingung zur Entwicklung des Konstrukteurs wie des Turbinenbaues ganz besonders zu begrüßen.

Wenn ich nun im folgenden zwei getrennte Wege einschlage, um die Hauptgleichung der Turbinentheorie abzuleiten, so liegt das an dem verschiedenen Lehrwert, den ein jeder von beiden darbietet; denn während die Anwendung des Flächensatzes die Trägheitswirkung des Wassers unmittelbar zur Anschauung bringt, läßt die des Energiegesetzes die jeweiligen Arbeitsmengen einschließlich der betreffenden Arbeitsverluste klar erkennen.

## B. Ableitung der Hauptgleichung aus dem Flächensatz.

### I. Der Flächensatz.

Für jeden beliebigen Momentenpunkt ist die zeitliche Änderung des statischen Moments der Bewegungsgröße oder nach FOPPLs Bezeichnung<sup>2)</sup>: »des Dralls« irgend eines Punkthaufens gleich der geometrischen Summe der statischen Momente

<sup>1)</sup> REICHEL, Versuche an einer Lorentzturbine. Z. g. T. 1908, S. 293 u. 312; GOLDSCHMIDT, Bremsergebnisse einer Lorentzturbine. Z. g. T. 1909, S. 65 u. 150.

<sup>2)</sup> FOPPL, IV, 1909, S. 137.



aller äußeren Kräfte. Bei Abwesenheit äußerer Kräfte, oder wenn die geometrische Summe der äußeren Kräfte durch den Momentenpunkt geht, beschreibt danach der Radiusvektor der Bewegung in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume, weshalb man auch das ganze in obigen Worten ausgedrückte Gesetz als »den Flächensatz« bezeichnet.

Er schreibt sich im rechtwinkligen Koordinatensystem (Abb. 358) mit den Massen  $m$  und den nach  $x$ ,  $y$  und  $z$  gerichteten Kräften  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  und den Geschwindigkeitskomponenten  $c_x$ ,  $c_y$  und  $c_z$  z. B. für ein Moment um die  $x$ -Achse

$$\Sigma (Yz - Zy) = \frac{d}{dt} \Sigma (m c_{y,z} - m c_{z,y}) \quad (265)$$

oder einfacher in Vektoren zu

$$\Sigma V \mathfrak{P} r = \frac{d}{dt} \Sigma V m c \cdot r = \frac{d \mathfrak{B}}{dt}, \quad (266)$$

wobei  $V \mathfrak{P} r$  das äußere Produkt aus Kraft und Hebelarm,  $V c r$  das äußere Produkt aus Geschwindigkeit und Hebelarm und  $\mathfrak{B}$  den Drall darstellt.

Der Flächensatz soll uns nun in erster Linie dazu dienen, das Drehmoment  $M$  abzuleiten, das eine durch ein Turbinenlaufrad strömende Wassermenge auf die Turbinenachse ausübt.

## II. Der Arbeitsvorgang.

Dazu müssen wir den Arbeitsvorgang, wie er wirklich stattfindet, möglichst genau ins Auge fassen. Wir haben im dritten Teil gesehen, in welcher Weise das Wasser das Laufrad durchströmt (Abb. 263), wie es ihm durch den sogenannten Leitapparat (z. B. Abb. 292, 303, 304) zufließt, und daß sowohl »Voll-Turbinen« (z. B. Abb. 271, 273, 276) ausgeführt werden, deren Laufradeintritt vom Leitrad völlig umschlossen ist, als auch »Teil-Turbinen« (z. B. Abb. 275, 293, 295, 304), bei denen das Wasser nur auf einem Teil des Umfangs ins Laufrad eintritt.

Da das Wasser das Laufrad, wie oben hervorgehoben, unter keinen Umständen in wirbelfreier Stromung durchfließt, sich vielmehr stets in wirbelnden Wogen durch die ihm vom Laufrad dargebotenen Querschnitte hindurchwälzt, betrachten wir der Eindeutigkeit halber zunächst nur ein einzelnes Wasserelement. Da sehen wir, daß es auf seinem Weg durch die Turbine einmal an eine Stelle kommt, an der es zum ersten Mal einen Einfluß auf die Laufradschaufeln bzw. auf das Drehmoment  $M$  des Laufrades gewinnt. Diesen Punkt bezeichnen wir als »Eintrittspunkt« ins Laufrad und geben ihm den Index »1« (Abb. 359).

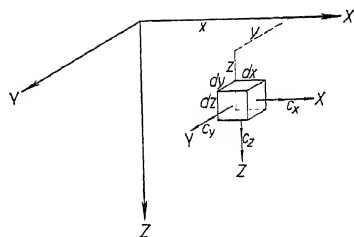


Abb. 358. Gleichgewicht am Volumenelement.

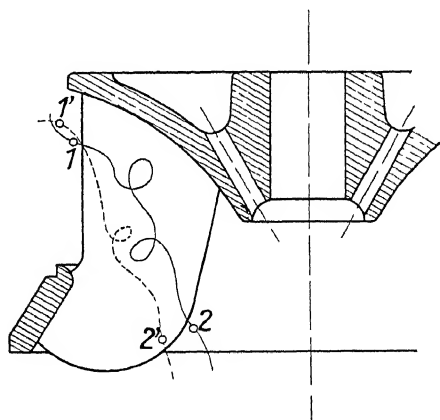


Abb. 359. Wasserwege, dargestellt in einem axialen Schnitt durch das Laufrad einer Zentripetal-Vollturbine.

Ebenso wird es einen Punkt geben, an dem das Teilchen seinen Einfluß auf Schaufel und Torsionsmoment endgültig aufgibt. Er sei als »Austrittspunkt« mit »2« bezeichnet.

Ein anderes Teilchen, das etwa die Rotationsfläche, welche die Schaufeleintrittskanten umhüllt, an der gleichen Stelle durchfließt, wie das erstere, wird einen andern Weg durch das Laufrad zurücklegen und dabei andere Ein- und Austrittspunkte 1' und 2' (Abb. 359) besitzen.

Dabei rührt der Wechsel im Stromverlauf und in den Lagen der Ein- und Austrittspunkte nicht nur von den Wasserwirbeln her, unter deren Einfluß er völlig regellos verläuft, sondern auch von den Schaufeln des Laufrades, zum Teil auch von denen des Leitrades, die ihm periodische von der Schaufelzahl abhängige Schwankungen verleihen.

Dasselbe, was hier für einen Wasserweg galt, trifft sicherlich für alle Wasserwege zu, die das Laufrad erfüllen. Die Folge ist, daß wir in der Gesamtheit der Punkte 1 bzw. 2 als Ein- und Austrittsflächen eigenartige und in gewissem Betrag pulsierende Gebilde vor uns sehen, die nicht im gewöhnlichen Sinn als Querschnitte anzusprechen sind. Es ist selbstverständlich, daß auch die Wasser-

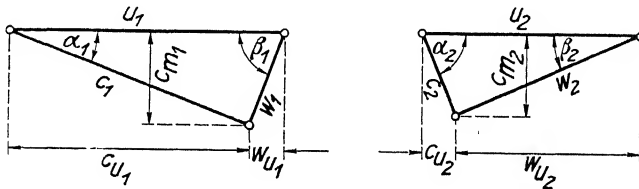


Abb. 360.

geschwindigkeiten und insbesondere ihre für den Flächensatz in Frage kommenden Ein- und Austrittsdreiecke (Abb. 360) mit den Umfangskomponenten  $c_u$  bei dem zeitlichen Wogen der Ein- und Austrittsflächen Lage und Größe in regelloser Weise ändern.

Für die mathematische Behandlung kommt nun einmal ein gedachter Augenblickswert dieser wechselnden Größen in Betracht, für den wir die erste Anschreibung des Flächensatzes ausführen wollen, dann aber auch die Frage, in welchem Maße Mittelwerte der genannten Größen in die Rechnung eingeführt werden können, um die Integration auszuführen, deren Ergebnis einer experimentellen Beobachtung zugänglich ist, und das allein technische Bedeutung besitzt.

Zu letzterem darf gesagt werden, daß solche Mittelwerte, soweit die oben genannten Variationen von den Schaufeln herrühren und periodischer Natur sind, in bestimmter Größe auftreten, sobald der beobachtete Zustand ein Vielfaches der Perioden umfaßt.

Soweit die Variationen dagegen von den Wasserwirbeln herkommen und in gewissen Grenzen regellos verlaufen, versagt die Genauigkeit der Mittelwerte innerhalb dieser Grenzen, sodaß wir aus einer Reihe von Beobachtungen nicht auf die Zukunft des Vorgangs schließen können.

Abb. 361 möge das veranschaulichen. Dabei stelle die gestrichelte Kurve etwa die periodische Variation der Umfangskomponente  $c_{u1}$  dar, die sich in Bruch-

teilen einer Sekunde abzuspielen pflegt. Durch Addition der nicht periodischen Variationen, deren Veränderung sich erfahrungsgemäß über Minuten, ja über Bruchteile von Stunden erstrecken kann, wie das z. B. vom Auftreten und Verschwinden der Wasserwirbel eines Flußlaufs bekannt ist, folgt dann die der Wirklichkeit entsprechende ausgezogene Kurve der  $c_{u1}$ .

Bei Turbinen mit guter Wasserführung sind die letzteren Veränderungen zwar meist so gering, daß sie sich unserer Beobachtung entziehen. Es sind aber Fälle bekannt (vgl. S. 228), wo sie einen Wechsel von 10 und mehr Prozent des Wirkungsgrades hervorriefen und sich dabei über Stunden erstreckten.

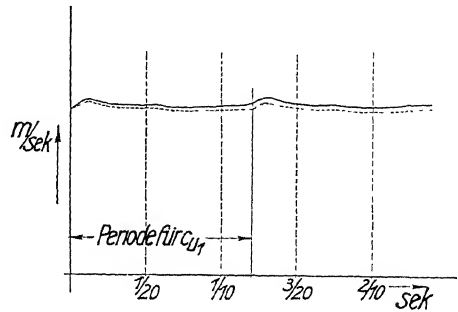


Abb. 361.

Als besonderer Fall muß schließlich noch der hervorgehoben werden, wo die Beobachtung nur einen Bruchteil der durch die Schaufelzahl gegebenen Periode umfaßt, wenn wir etwa die einzelnen Phasen in der Beaufschlagung eines Peltonbechers untersuchen wollen. Da müssen natürlich die einzelnen Augenblickswerte punktweise verfolgt werden (vgl. S. 557 ff.).

### III. Anwendung des Flächensatzes.

Die Anwendung des Flächensatzes beziehe sich nun zunächst auf das Massenelement  $ddm$  eines Wasserfadens (Abb. 362), dessen Masse  $dm$  sei, entsprechend der Gesamtmasse  $m$  im ganzen Laufrad, die dann als  $\int ddm$  bzw. als  $\iint ddm$  erscheint.

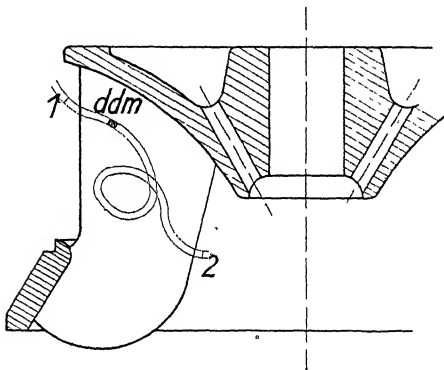


Abb. 362.

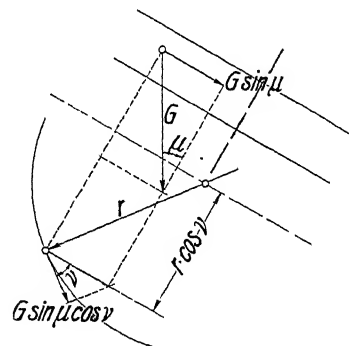


Abb. 363.

Für irgend ein solches Element  $ddm$  kann man sagen, daß die innerhalb der Zeit  $dt$  erfolgende Verminderung des auf die Turbinenachse bezogenen Dralls

$$- \frac{d}{dt} V ddm \cdot c \cdot r$$

einem Moment der äußeren Kräfte  $-V ddm \cdot r$  das Gleichgewicht hält, das gleich

dem an die Welle abgegebenen Moment  $ddM$  abzüglich dem Moment ist, das die Schwerkraft  $ddG$  des Massenteilchen um dieselbe Achse hervorbringt.

Setzen wir, um das letztere einzuführen, entsprechend den in der Hydraulik gewählten Bezeichnungen (Abb. 228 S. 168) den Winkel der Achse gegen die Vertikale (Abb. 363 Aufriß)  $= \mu$  und den der Umfangsrichtung gegen die Vertikalebene durch die Achse  $= \nu$ , so ist das äußere Produkt  $VddG \cdot r$  nach der Abbildung  $= ddG \cdot \sin \mu \cdot \cos \nu \cdot r$  und somit

$$- \frac{d}{dt} Vddm \cdot c \cdot r = - Vdd\mathfrak{P} \cdot r = ddM - ddG \cdot \sin \mu \cdot \cos \nu \cdot r. \quad (267)$$

Diese Anschreibung gilt, einerlei ob ein Beharrungszustand vorliegt oder nicht, und das Integral über die gesamte im Laufrad zwischen den Ein- und Austrittsflächen befindliche Wassermasse gibt in jedem Fall das Gesamtmoment weniger der Schwerkraftwirkung für das betreffende Zeitelement.

Eine solche Integration macht aber sowohl bezüglich der Bestimmung der Wassermasse  $m$ , wie der Zeit  $t$  praktische Schwierigkeiten.

Man führt deshalb eine Wassermenge pro Zeiteinheit  $= Q$  in die Rechnung ein.

Bei nicht vorhandenem Beharrungszustand wird diese Größe über den Weg des Massenelements nicht konstant, sondern eine im allgemeinen unbekannte Funktion der Zeit sein. Dann ist die Auswertung des Integrals nicht möglich. Setzen wir aber den Beharrungszustand oder, da wie bemerkt, ein gewisses pulsierendes Wogen unvermeidlich ist, den Mittelwert eines Beharrungszustandes im Sinn der obigen Bemerkungen für  $Q$  voraus, so gilt für jeden Ort des Weges von  $ddm$  (Abb. 362) in gleicher Weise

$$ddm = \frac{dQ \cdot \gamma}{g} \cdot dt.$$

Durch Einsetzen in obige Gleichung fällt dann die Zeit hinaus und wir behalten:

$$- dVdQ \frac{\gamma}{g} c \cdot r = ddM - ddG \sin \mu \cos \nu \cdot r. \quad (268)$$

Für den ganzen Wasserfaden zwischen den Punkten 1 und 2 (Abb. 362), wobei die Umfangskomponente von  $c$  mit  $c_u$  (Abb. 360) bezeichnet wird, folgt

$$dQ \cdot \frac{\gamma}{g} (r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2}) = dM - \int ddG \sin \mu \cdot \cos \nu \cdot r \quad (269)$$

und die Gesamtwirkung des Laufrades schließlich aus einer Summierung der Wirkungen der einzelnen Wasserfäden als

$$\frac{\gamma}{g} \left\{ \int dQ \cdot r_1 c_{u1} - \int dQ \cdot r_2 c_{u2} \right\} = M - \iint ddG \cdot \sin \mu \cdot \cos \nu \cdot r, \quad (270)$$

wobei die  $r_1 c_{u1}$  und  $r_2 c_{u2}$  den Veränderungen unterliegen, die sich, wie auf S. 235 ausgeführt, auf den eigenartig geformten Ein- und Austrittsflächen in dem betrachteten Augenblick abspielen.

Dabei wird es stets mittlere  $r \cdot c_u$  geben, die den Gleichungen genügen:

$$r_1 c_{u1} = \frac{\int dQ \cdot c_{u1} r_1}{Q} \quad \text{und} \quad r_2 c_{u2} = \frac{\int dQ c_{u2} r_2}{Q} \dots \quad (271)$$

Führt man diese ein, so kann man auch schreiben

$$\frac{Q \cdot \gamma}{g} (r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2}) = M - \iint d d G \sin \mu \cdot \cos \nu \cdot r, \quad (272)$$

darf aber nicht vergessen, daß die  $r_1 \cdot c_{u1}$  und  $r_2 \cdot c_{u2}$  dabei nur räumliche Mittelwerte nach der obigen Anschreibung sind, die mit dem Produkt aus dem arithmetischen Mittel der Einzelwerte im allgemeinen nicht zusammenfallen, und deren praktische Bestimmung im einzelnen bisher nur angenähert gelungen ist.

$M$  ist das gesamte Torsionsmoment an der Turbinenwelle,  $\iint d d G \cdot \sin \mu \cdot \cos \nu \cdot r$  kann nach der Abbildung 363 zerlegt werden in  $d d G \cdot \sin \mu$ , das ist die senkrecht zur Achsenrichtung fallende Komponente der Schwerkraft, und in  $r \cdot \cos \nu$ , das ist der senkrechte Abstand von der durch die Achse gelegten Vertikalebene.

$d d G \cdot \sin \mu \cdot r \cdot \cos \nu$  bildet daher das statische Moment der Kraftkomponente  $d d G \sin \mu$  von der genannten Vertikalebene.

Nun ist  $\sin \mu$  konstant für alle Gewichtsteilchen und man kann sonach das Integral gleich setzen

$$G \cdot \sin \mu \cdot r_s \cdot \cos \nu_s, \quad (273)$$

wobei  $G$  das Gesamtgewicht des im Rad befindlichen Wassers,  $r_s \cdot \cos \nu_s$  aber den Abstand seines Schwerpunkts von der durch die Achse gelegten Vertikalebene darstellt.

Das Ergebnis lautet sonach

$$Q \cdot \frac{\gamma}{g} (r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2}) = M - G \cdot \sin \mu \cdot r_s \cdot \cos \nu_s. \quad (274)$$

Der letzte Summand verschwindet für Turbinen mit vertikaler Welle  $\mu = 0$ , oder wenn der Schwerpunktsabstand  $r_s \cdot \cos \nu_s$  des Wassergewichts von der Vertikalebene gleich Null wird, d. h. für sämtliche Laufräder mit symmetrischer Beaufschlagung, wozu in erster Linie die voll beaufschlagten Überdruckturbinen gehören.

Zur hydraulischen Arbeitsleistung  $L_e$  kommen wir durch Multiplikation des Moments mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  desjenigen Körpers, der das Moment nach außen überträgt, d. h. des Laufrades.

Unter Beachtung, daß  $\omega \cdot r =$  der Umfangsgeschwindigkeit  $u$ , folgt dann

$$L_e = M \cdot \omega = \frac{Q \cdot \gamma}{g} (u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}) + G \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s, \quad (275)$$

eine Form, die wir ähnlich schon bei der Entwicklung der Arbeitsleistung eines einzelnen Kanals in der Hydraulik (S. 169) kennen gelernt hatten.

Zum Schluß möge nochmals hervorgehoben werden, daß die gefundenen Gleichungen, abgesehen von den Einschränkungen bezüglich des Beharrungszustandes, mit der Wirklichkeit in mathematischer Schärfe übereinstimmen, und daß insbesondere die Reibungsverluste im Laufrad unmittelbar keine Rolle spielen, da es ganz einerlei ist, auf welche Art  $c_{u1}$  in  $c_{u2}$  übergeführt wird. Nur mittelbar sind die Reibungsverluste auf die abgegebene Leistung dadurch von Einfluß, daß sie die Entwicklung der Wassergeschwindigkeiten mehr oder weniger hemmen.

#### IV. Die Hauptgleichung.

Auf die erste der beiden Formen der Hauptgleichung wird die obige Arbeitsgleichung übergeführt, wenn man die hydraulische Leistung  $L_e$  mit dem vorhandenen Gefälle  $H$  in Beziehung bringt. Das Gefälle multipliziert mit dem sekundlichen Wassergewicht stellt die von der Natur gebotene Arbeitsleistung  $L$  dar als

$$L = Q \cdot \gamma \cdot H^3. \quad (276)$$

Das Verhältnis der hydraulischen Leistung  $L_e$  zu ihr bildet den hydraulischen Wirkungsgrad  $\varepsilon$ <sup>1)</sup>

$$\varepsilon = \frac{L_e}{L}.$$

Durch Einsetzen von  $L_e = L \cdot \varepsilon = Q \cdot \gamma \cdot H \cdot \varepsilon$  folgt dann die erste Form der Hauptgleichung als:

$$g \cdot H \cdot \varepsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} + \frac{gG}{Q\gamma} \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \gamma_s. \quad (277)$$

Für Vollturbinen sowie für Teilturbinen mit symmetrischer Beaufschlagung oder mit vertikaler Achse vereinfacht sie sich zu

$$g \cdot H \cdot \varepsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}. \quad (278)$$

### C. Ableitung der Hauptgleichung aus dem Energiegesetz.

#### I. Die Energiegleichungen.

Nunmehr möge die Hauptgleichung noch auf eine zweite Art abgeleitet werden, die zwar etwas langwieriger ist, uns aber von vornherein auch mit den Energieverlusten in Beziehung bringt und weitere Einblicke in die ganze Wasserführung der Turbine, sowie in die Aufteilung der Gefälls- und Druckgrößen gewährt, als es bei der Entwicklung aus dem Flächensatz der Fall war.

Entsprechend unseren Darlegungen in der Hydraulik (S. 60) vergleichen wir hier, und zwar der Eindeutigkeit wegen, zunächst für ein Wasserelement die ihm in zwei verschiedenen Lagen  $x$  und  $y$  innewohnenden mechanischen Arbeitsvermögen nach der Beziehung

$$H_x + h_x + \frac{c_x^2}{2g} = H_y + h_y + \frac{c_y^2}{2g} + R + N, \quad [90]$$

die nach dem Energiegesetz aussagt, daß die Summe des aus Lagen-, Druck- und Bewegungsenergie bestehenden Arbeitsvermögens in einem Punkte  $x$  gleich derselben Summe im Punkte  $y$  ist, vermehrt um die im Innern umgewandelte oder nach außen abgegebene verlorene Energie  $R$  und die nach außen nützlich abgegebene Energie  $N$ .

Nach dieser Beziehung ist man in der Lage, das Arbeitsvermögen eines Wasserelements in ganz beliebigen Punkten des Weges zu vergleichen, den es vom Oberwasser durch die Turbine bis zum Unterwasser zurücklegt.

Man bemerkt gegenüber der auf dem Flächensatz aufgebauten Ableitung, daß die Anschreibung hier noch über das Laufrad hinaus erstreckt werden kann,

<sup>1)</sup> Die genauere Definition von Gefälle und Wirkungsgrad kann erst im nächsten Abschnitt S. 248ff. gebracht werden.

sowie daß sie keinen Beharrungszustand voraussetzt, sondern so allgemeine Gültigkeit besitzt wie unsere Energiegleichung selbst (vgl. S. 60ff).

Der Betrachtung wollen wir zunächst acht Punkte unterziehen, in denen das Wasserelement acht für die Betriebsverhältnisse charakteristische Durchflußquer-

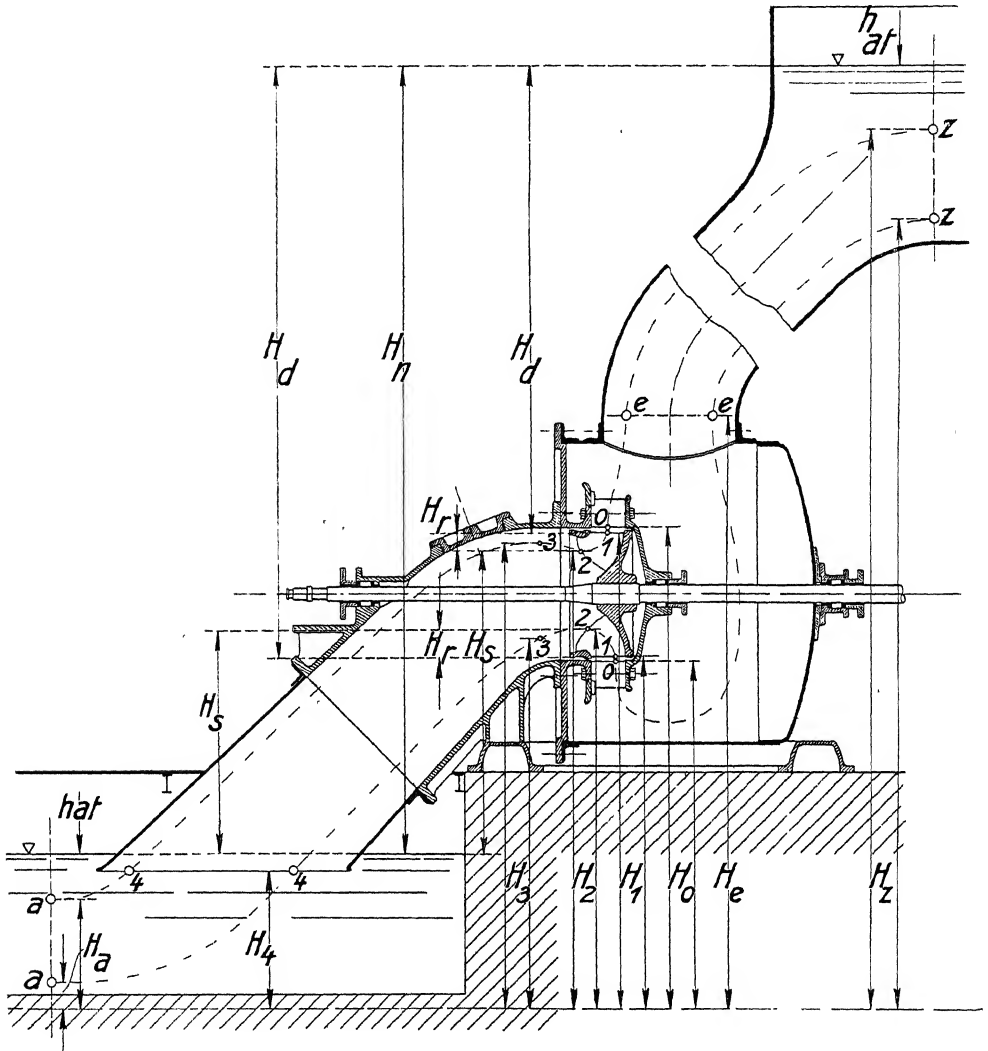


Abb. 364. Die charakteristischen Punkte von zwei in eine geschlossene, horizontale Zentripetal-Vollturbine eingezeichneten Wasserwegen.

schnitte auf seinem Wege durch die Turbinenanlage durchströmt. Diese »charakteristischen Punkte« seien mit folgenden Indizes bezeichnet und mögen sich befinden (Abb. 364):

1. »z« in der Zuleitung oder im Hochreservoir,
2. »e« im Eintritt in die Turbine, d. h. da, wo der Verantwortungsbereich der Turbine beginnt,
3. »o« im Leitradaustritt,

4. »1« im Laufradeintritt da, wo die Abgabe nützlicher Arbeit an das Laufrad beginnt,
5. »2« im Laufradaustritt da, wo die Abgabe nützlicher Arbeit an das Laufrad beendet ist,
6. »3« im Beginn des Saugrohrs,
7. »4« im Ende des Saugrohrs,
8. »a« im Austritt, im Unterwasser da, wo der Verantwortungsbereich der Turbine beendet ist.

Lage und Gestalt dieser unter 1—3 und 6—8 angeführten charakteristischen Querschnitte können beliebig und feststehend angenommen werden, während die Ein- und Austrittsquerschnitte des Laufrades, die von der wechselnden Arbeitsabgabe der Wasserströmung abhängen, wie S. 233 ausgeführt, eigenartige und pulsierende Formen besitzen. Mit welchen Zahlenwerten wir sie in die Turbinenberechnung einzusetzen haben, kann erst aus späteren Erörterungen geschlossen werden, die mit Bremsergebnissen bestimmter Konstruktionen angestellt sind. Vorläufig muß es genügen, anzugeben, wo wir uns die fraglichen Querschnitte und Durchflußpunkte ungefähr zu denken haben. Das ist in Abb. 364, die den Schnitt durch eine geschlossen eingebaute zentripetale Vollturbine mit horizontaler Welle wiedergibt, für zwei Wasserelemente und ihre schätzungsweise angenommenen Wege zur Darstellung gebracht. Dabei ist besonders darauf hinzuweisen, daß sich die charakteristischen Punkte im allgemeinen für jede betrachtete Strömungslinie an verschiedenen Orten befinden werden.

Im Gegensatz zu diesen nicht einfachen Betrachtungen macht die Anschreibung der betreffenden Arbeitsgleichungen selbst keinerlei Schwierigkeit, wenigstens solange als nützliche Arbeitsabgabe nach außen nicht in Frage kommt.

Wir erhalten für den Übergang von Punkt  $z$  nach  $e$ , wobei das Gefäß in Ruhe, d. h.  $N = 0$  ist,

$$1. \quad H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} = H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} + R_e. \quad (279)$$

Die Reibungshöhen  $R$  bezeichnen wir jeweils mit dem Index des Endpunkts, d. h.  $R_e$  = Reibung zwischen  $z$  und  $e$ ,  $R_o$  = Reibung zwischen  $e$  und  $o$  usw.

In gleicher Weise ergibt sich für den Übergang von  $e$  nach  $o$

$$2. \quad H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} = H_o + h_o + \frac{c_o^2}{2g} + R_o \quad (280)$$

und ebenso von  $o$  bis  $i$

$$3. \quad H_o + h_o + \frac{c_o^2}{2g} = H_i + h_i + \frac{c_i^2}{2g} + R_i. \quad (281)$$

Für den Durchgang durch das bewegte Laufrad würde die Gleichung entsprechend die Form annehmen:

$$H_i + h_i + \frac{c_i^2}{2g} = H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} + R_z + N.$$

Diese Anschreibung würde uns aber, wie weiter unten gezeigt werden soll, keinen Einblick in den Arbeitsvorgang des Laufrades gewähren. Das gelingt vielmehr, wenn man die Arbeiten betrachtet, die relativ zum Laufrad geleistet werden, gewissermaßen mit den Augen eines Beobachters, der sich im Laufrad befindet, d. h. für den das Laufrad in Ruhe ist.



Für ihn scheint sich das Wasser mit der sogenannten Relativgeschwindigkeit  $w$  zu bewegen, die sich nach Abb. 360 aus der absoluten Geschwindigkeit  $c$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  zusammensetzt.

Wir wären danach geneigt, einfach die auf das Laufrad bezogenen »relativen Arbeitsvermögen« wie vorhin einander gleich zu setzen und zu schreiben:

$$H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + R_2.$$

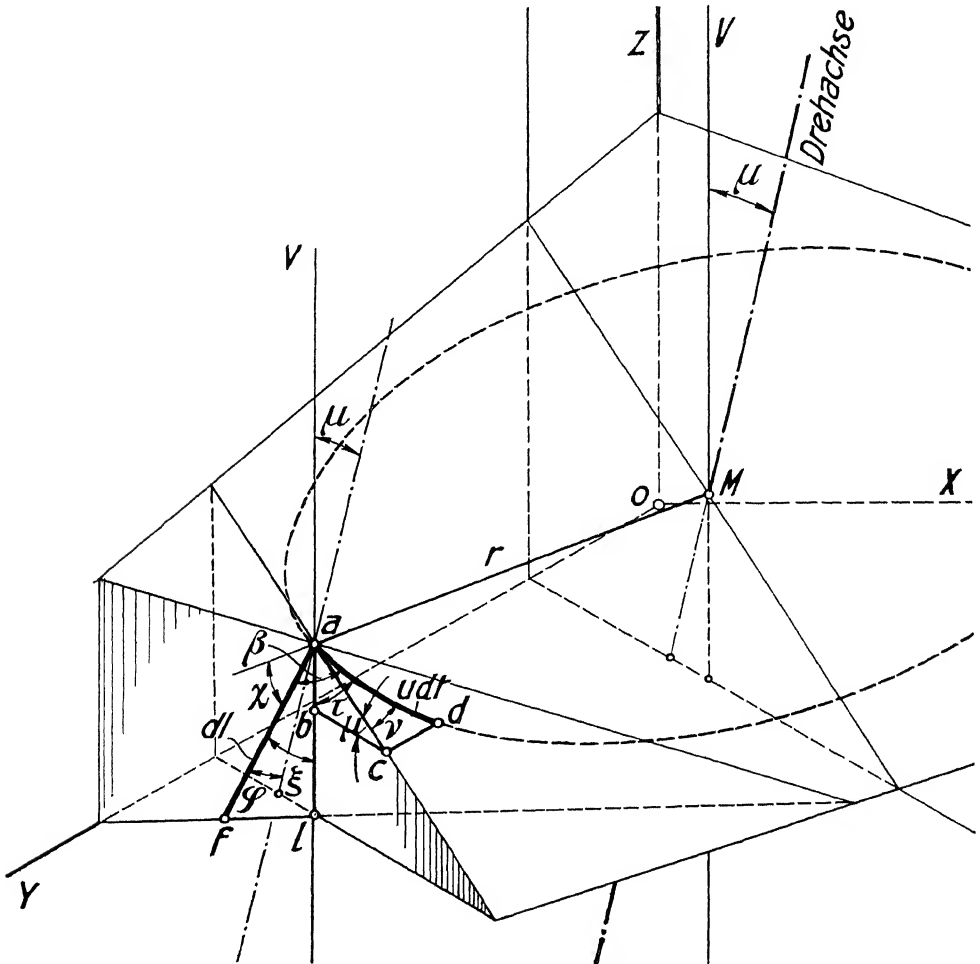


Abb. 365. Elementarwege eines Wasserteilchens im Laufrad.

Das ist aber offenbar nur dann richtig, wenn der Nullpunkt, auf den sich das relative Arbeitsvermögen bezieht, für die Dauer der Betrachtung ungeändert bleibt, d. h. wenn während dieser Zeit keine Beschleunigungsarbeiten an unserem mitfahrenden Beobachter ausgeübt werden. Solche Arbeiten treten aber auf, wenn 1. das Laufrad seine Winkelgeschwindigkeit, 2. der Beobachter seine Entfernung von der Drehachse und 3. wenn er seine absolute Höhenlage verändert.

Im allgemeinen Fall können diese drei Möglichkeiten gleichzeitig auftreten. Um hierfür die Änderung des relativen Arbeitsvermögens kennen zu lernen, bestimmen wir zunächst die von dem Wasserelement ausgeübten aktiven Kräfte, die aus Trägheits- und Schwerkraftswirkung (vgl. S. 136) bestehen, und bilden durch ihre Multiplikation mit den im Laufrad zurückgelegten Wegen die geleisteten relativen Arbeiten. Ihnen sind dann die Arbeiten gleichzusetzen, die auf denselben Wegen von den Widerständen verrichtet werden, die von den Druckdifferenzen und von der Reibung herrühren.

Da wir zur Bestimmung der Trägheitswirkung hier nicht mit der Verzögerung der absoluten Geschwindigkeit rechnen können, müssen wir die Verzögerung der relativen Geschwindigkeit und die der Umfangsgeschwindigkeit, sowie die sogenannte Zusatzverzögerung, wie S. 175 gezeigt, geometrisch addieren.

Die Rechnung ergibt sich dann in folgender Weise kurz für den Raum, wie sie im letzten Abschnitt der Hydraulik (S. 181) bei einem rotierenden Kanal für die Ebene durchgeführt worden war.

In Abb. 365 sind die Elementarwege des Wasserteilchens zur Anschauung gebracht. Dabei bedeute  $dl$  das Element des Relativweges im Laufrad,  $df$  die senkrecht zu  $dl$  vorhandene Querschnittsfläche des Wasserelements von der Masse  $ddm$ , dessen Rauminhalt durch das Produkt  $df \cdot dl$  festgelegt werden möge.

Durch die schräg gestellte Drehachse des Laufrades ist eine Vertikalebene gelegt, die die Vertikale  $V$  enthält und den Winkel  $\mu$  zwischen  $V$  und der Achse erkennen läßt. Das Wasserteilchen befinde sich in  $a$ . Sein Elementarweg in der Umfangsrichtung des Rades  $udt$  sei  $\overline{ad}$ , in Richtung der Relativbewegung im Rad  $dl = w \cdot dt = \overline{af}$ .  $\overline{ad}$  ist auf die oben genannte, nach  $a$  verschobene Vertikalebene in  $\overline{ac}$  projiziert ( $\overline{ac} = udt \cdot \cos \nu$ ). Weiter ist  $\overline{ac}$  auf die Vertikale  $V$  projiziert:  $\overline{ab} = \overline{ac} \cdot \sin \mu$ , so daß  $\overline{ab} = udt \cdot \cos \nu \cdot \sin \mu$ . Auch durch  $dl$  ist eine Vertikalebene gelegt, die den Winkel  $\xi$  und die Projektion von  $dl$  auf die Vertikale  $\overline{al}$  erkennen läßt.  $\overline{al} = dl \cdot \cos \xi$ .

Dazu beachten wir nun, wie oben erwähnt, daß die für die absolute Trägheitswirkung maßgebende absolute Beschleunigung bzw. Verzögerung sich als die geometrische Summe aus der Verzögerung des Fahrzeugs und der der Relativbewegung des Wassers im Fahrzeug, sowie aus einer sogenannten Zusatzverzögerung ergibt, die von der Drehung des Fahrzeugs herrührt.

Wie früher (S. 175) werden wir dabei auch hier die Verzögerungen des Fahrzeugs, sowie die der Relativgeschwindigkeit zerlegt in die tangentielle und in die radiale Richtung in die Rechnung einführen, da sich die erstere dann einfach als Umfangsverzögerung, die letztere als Zentrifugalverzögerung anschreiben läßt.

Danach ergeben sich:

# I. Die aktiven Arbeiten durch

## 1. die Trägheitswirkung, bestehend aus

### a) Verzögerung der Umfangsgeschwindigkeit

#### $\alpha$ ) in der Umfangsrichtung:

$$\text{Kraft} = - ddm \frac{du}{dt},$$

$$\text{Arbeit in } dl = - ddm \cdot \frac{du}{dt} \cdot dl \cdot \cos \beta \quad (\text{Abb. 360 und 365}),$$

da  $\beta$  den Winkel zwischen  $u$  und  $dl$  bezeichnet,

$\beta$ ) in der Radialen:

$$\text{Kraft (zentrifugal)} = ddm\omega^2 r,$$

$$\text{Arbeit} = ddm\omega^2 r \cdot dl \cdot \cos \chi,$$

wobei  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Laufrades und  $\chi$  den

Winkel zwischen  $dl$  und dem Radius darstellt (Abb. 365).

b) Verzögerung der Relativgeschwindigkeit

$\alpha$ ) in der Tangente an den relativen Wasserweg:

$$\text{Kraft} = - ddm \cdot \frac{dw}{dt},$$

$$\text{Arbeit} = - ddm \cdot \frac{dw}{dt} \cdot dl,$$

$\beta$ ) im Krümmungsradius  $\varrho$  des relativen Wasserwegs:

$$\text{Kraft (zentrifugal)} = ddm \frac{w^2}{\varrho},$$

$$\text{Arbeit} = 0,$$

da die Kraft  $\perp$  zu  $dl$ ;

c) Zusatzverzögerung:

$$\text{Kraft} = - ddm \cdot 2 \cdot \omega \cdot w \cdot \sin \varphi,$$

wobei  $\varphi$  = Winkel zwischen  $dl$  und Drehachse,

$$\text{Arbeit} = 0,$$

da die Kraft  $\perp$  auf der Ebene durch  $dl$  und die Drehachse;

2. die Schwerkraftswirkung:

$$\text{Kraft} = ddm \cdot g,$$

$$\text{Arbeit} = ddm \cdot g \cdot dl \cdot \cos \xi;$$

## II. die widerstehenden Arbeiten

1. durch Druckzunahme in Richtung  $dl$ :

$$\text{Kraft} = df \cdot dh \cdot \gamma,$$

$$\text{Arbeit} = df \cdot dh \cdot \gamma \cdot dl = ddm \cdot g \cdot dh,$$

da  $df$  senkrecht zu  $dl$  angenommen,

2. durch die Schleppkraft der Reibung (S. 148):

$$\text{Kraft} = df \cdot dR \cdot \gamma \quad (R = \text{Widerstandshöhe}),$$

$$\text{Arbeit} = df \cdot dR \cdot \gamma \cdot dl = ddm \cdot g \cdot dR,$$

da sie gleichfalls in Richtung von  $dl$  fällt.

Nun setzen wir die aktiven Arbeiten den widerstehenden gleich, wobei  $ddm$  wegfällt, und erhalten:

$$-\frac{du}{dt} \cdot dl \cdot \cos \beta + \omega^2 r dl \cos \chi - \frac{dw}{dt} dl + g dl \cdot \cos \xi = g \cdot dh + g \cdot dR. \quad (282)$$

Zum Zweck der Integration formen wir etwas um. Mit

$$\frac{dl}{dt} = w, \quad w \cos \beta = w_u \quad \text{und} \quad dl \cos \chi = dr$$

vereinfachen sich die drei ersten Glieder. Das vierte Glied verlangt aber noch eine eigene Überlegung.  $dl \cos \xi$  entspricht der Projektion des Relativwegs auf die Vertikale ( $\overline{al}$  Abb. 365). Nun legt aber  $dl$  mit der Bewegung des Laufrades selbst in der Zeit  $dt$  einen Weg zurück, dessen Projektion auf die Vertikale

$u dt \cdot \cos \nu \sin \mu$  beträgt ( $\overline{ab}$  Abb. 365; vgl. Abb. 241, S. 179). Um diesen Betrag wird daher die absolut gemessene Hohendifferenz  $-dH$  (negativ, da  $H$  in Richtung der Schwerkraft abnimmt) der Lage des Wasserelements vor und nach der Zeit  $dt$  größer ausfallen als die Projektion des stillstehend gedachten  $dl$ , so daß

$$-dH = \overline{al} + \overline{ab} = dl \cos \xi + u dt \cos \nu \sin \mu. \quad (283)$$

Durch Einsetzen folgt

$$-w_u du + \omega^2 r dr - w dw - g dH - g u dt \cos \nu \sin \mu = g dh + g dR \quad (284)$$

oder

$$-\frac{w_u du}{g} + \frac{\omega^2 d(r^2)}{2g} - \frac{d(w^2)}{2g} - dH - u dt \cos \nu \sin \mu = dh + dR. \quad (285)$$

Integriert von Laufradeintritt bis -austritt, d. h. von 1 bis 2, ergibt sich

$$-\frac{1}{g} \int_1^2 w_u du + \int_1^2 \frac{\omega^2 d(r^2)}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + H_1 - H_2 - \int_1^2 u dt \cos \nu \sin \mu = h_2 - h_1 + R_r. \quad (286)$$

Dabei kann  $\frac{w_u du}{g}$  als eine im Zeitelement  $dt$  wirksame Arbeitshöhe  $dH_w$  aufgefaßt werden, die der Änderung der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  und der Umfangskomponente von  $w$  proportional ist. Das Integral  $\int_1^2 \frac{w_u du}{g} = \int dH_w = H_w$  (287) stellt dann die Summe der betreffenden während des Durchlaufs des Wasserelements durch das Rad zur Wirkung kommenden Arbeiten dar.

Entsprechend möge die Summe der durch das Integral  $\int_1^2 \frac{\omega^2 d(r^2)}{2g}$  dargestellten Arbeitshöhen durch eine Höhe  $H_u$  bezeichnet werden. (288)

Am einfachsten aber läßt sich  $\int_1^2 u dt \cos \nu \sin \mu$  interpretieren, das nach Abb. 365

nichts anderes ist als die Projektion der Summe der einzelnen Umfangswege  $u dt$  auf die Vertikale. Diese Summe wollen wir als »Schwerkraftsglied« und mit  $H_x$  bezeichnen. (289)

Durch Einsetzen und Umstellung erhalten wir dann die Beziehung für die Änderung des relativen Arbeitsvermögens in der Form

$$H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + R_r + H_w - H_u + H_x, \quad (290)$$

die sich ohne besondere, später zu besprechende Annahmen nicht weiter vereinfachen läßt.

Ein Vergleich mit der Arbeitsgleichung, wie sie für das relative Arbeitsvermögen bei einer gleichmäßigen und horizontal verlaufenden Bewegung des Gefäßes als

$$H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + R_r$$

angeschrieben werden konnte, zeigt deutlich, in welcher Weise die durch Beschleunigung und Drehung, sowie durch die Änderung der Höhenlage des betreffenden Laufradkanals bzw. Wasserfadens hervorgerufenen Arbeitshöhen

$$H_w = \int_1^2 \frac{w_u du}{g}, \quad H_u = \int_1^2 \frac{\omega^2 d(r^2)}{2g} \quad \text{und} \quad H_x = \int_1^2 u dt \cos \nu \sin \mu$$

in die Rechnung eintreten.

Diese Energiegleichungen können natürlich auch zwischen beliebigen andern als den zuerst ausgewählten charakteristischen Punkten aufgestellt werden.

Insbesondere erscheint es gelegentlich erwünscht, zu besondern Untersuchungen, sowie zum Vergleich mit andern Festsetzungen in der Literatur <sup>1)</sup>, noch die durch die endlichen Dicken der Laufradschaufeln hervorgerufenen besondern Ein- und Austrittsstörungen durch eigene Indizes der Betrachtung zugänglich zu machen. Demnach bezeichnen wir mit Index ' den Zustand unmittelbar nach erfolgtem Eintritt und mit Index '' den unmittelbar vor dem Beginn des Austritts (Abb. 366).

An Reibungsverlusten im Laufrad sind dann folgende Arbeitshohen zu unterscheiden:

Eintrittsverlust  $R'$  von 1 bis ',  
 Austrittsverlust  $R''$  von '' bis 2,  
 Zwischenliegender Verlust  $R_2$  von ' bis '',  
 während für das ganze Laufrad einschließlich  $R'$  und  $R''$  der Radverlust mit  $R_r$  bezeichnet werden möge. Die entsprechenden Größen von  $H_w$ ,  $H_u$  und  $H_x$  seien durch gleiche Indizes unterschieden.

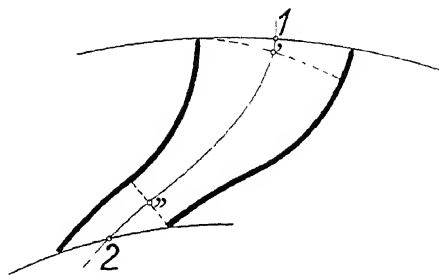


Abb 366

Damit läßt sich die Gleichung für den Durchgang durchs Laufrad in drei Gleichungen (4, 5 und 6) zerlegen, die ohne weiteres durch die folgenden Anschreibungen an Hand von Abb. 366 verständlich sind:

$$4. \quad H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H' + h' + \frac{w'^2}{2g} + R' + H'_{w'} - H'_{u'} + H'_{x'},$$

$$5. \quad H' + h' + \frac{w'^2}{2g} = H'' + h'' + \frac{w''^2}{2g} + R_2 + H''_{w_2} - H''_{u_2} + H''_{x_2},$$

$$6. \quad H'' + h'' + \frac{w''^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + R'' + H''_{w''} - H''_{u''} + H''_{x''}$$

und deren Addition für

$$R' + R_2 + R'' = R_r, \quad H'_{w'} + H''_{w_2} + H''_{w''} = H_{w'}, \quad H'_{u'} + H''_{u_2} + H''_{u''} = H_u, \\ H'_{x'} + H''_{x_2} + H''_{x''} = H_x$$

wieder auf obige Gleichung führt.

Für den weiteren Verlauf des Wassers von Punkt 2 über 3 und 4 nach  $a$  schreiben wir, da keine nützliche Arbeit nach außen abgegeben wird, unsere Gleichungen wieder für das absolute Arbeitsvermögen an und erhalten

$$7. \quad H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} = H_3 + h_3 + \frac{c_3^2}{2g} + R_3, \quad (291)$$

$$8. \quad H_3 + h_3 + \frac{c_3^2}{2g} = H_4 + h_4 + \frac{c_4^2}{2g} + R_4, \quad (292)$$

$$9. \quad H_4 + h_4 + \frac{c_4^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + R_a. \quad (293)$$

<sup>1)</sup> Manche Verfasser legen den Punkt 1, der den Beginn der Arbeitsabgabe kennzeichnen soll, nach erfolgtem Eintritt. Dadurch verliert die Hauptgleichung ihre allgemeine Bedeutung, indem eine eventuelle Arbeitsabgabe durch Eintrittsstoß in ihr nicht erscheint.

Damit haben wir die Energiegleichungen für den Wasserdurchfluß durch eine Turbinenanlage abgeleitet. Ihrer Bedeutung wegen seien sie zu besserer Übersicht noch eigens zusammengestellt.

$$\begin{aligned}
 \text{I.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} 1. \quad H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} = H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} + R_e, \\ 2. \quad H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} = H_o + h_o + \frac{c_o^2}{2g} + R_o, \\ 3. \quad H_o + h_o + \frac{c_o^2}{2g} = H_i + h_i + \frac{c_i^2}{2g} + R_i, \end{array} \right. \\
 \text{II.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} 4. \quad H_i + h_i + \frac{w_i^2}{2g} = H' + h' + \frac{w'^2}{2g} + R' + H'_w - H'_u + H'_x, \\ 5. \quad H' + h' + \frac{w'^2}{2g} = H'' + h'' + \frac{w''^2}{2g} + R_2 + H'_{w2} - H'_{u2} + H'_{x2}, \\ 6. \quad H'' + h'' + \frac{w''^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + R'' + H''_w - H''_u + H''_x, \end{array} \right. \\
 \text{III.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} 7. \quad H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} = H_3 + h_3 + \frac{c_3^2}{2g} + R_3, \\ 8. \quad H_3 + h_3 + \frac{c_3^2}{2g} = H_4 + h_4 + \frac{c_4^2}{2g} + R_4, \\ 9. \quad H_4 + h_4 + \frac{c_4^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + R_a. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Von diesen neun Gleichungen umfassen die drei ersten den »Druckbereich« vom Zulaufgerinne bis zum Eintritt ins Laufrad, die drei nächsten den »Radbereich« mit dem Durchfluß durch das Laufrad und die drei letzten den Wasserabfluß vom Laufrad durch das Saugrohr bis zum Untergraben als den »Saugbereich«.

Durch jeweilige Addition der Gleichungen einer Gruppe erhalten wir die drei folgenden durch römische Ziffern unterschiedenen Gleichungen, die uns später noch öfters beschäftigen werden.

$$\text{I.} \quad H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} = H_i + h_i + \frac{c_i^2}{2g} + R_d, \quad (294)$$

$$\text{II.} \quad H_i + h_i + \frac{w_i^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + R_r + H_w - H_u + H_x, \quad (295)$$

$$\text{III.} \quad H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + R_s, \quad (296)$$

wobei

$$R_e + R_o + R_i = R_d = \text{Reibung im Druckbereich}, \quad (297)$$

$$R' + R_2 + R'' = R_r = \text{Reibung im Radbereich}, \quad (298)$$

$$R_3 + R_4 + R_a = R_s = \text{Reibung im Saugbereich}. \quad (299)$$

Diese Energiegleichungen entsprechen dem allgemeinsten Fall einer beliebigen Wasserbewegung bei beliebig bewegtem Laufrad. Daß die Gewichtsmenge  $ddm \cdot g$  weggefallen ist, bedeutet keine Einschränkung, da die Gleichungen stets mit einer beliebig gewählten Gewichtseinheit multipliziert gedacht sein können.

Ist diese Gewichtseinheit eine Elementargröße, so sind die ihr beigefügten Größen unmittelbar meßbar. Sie entsprechen dagegen im Sinne unserer Ausführungen in der Hydraulik (S. 61) gewissen Mittelwerten, wenn die Größe des Wassergewichts endlich ist.

Wesentliche Vereinfachungen der Energiegleichung II für das Laufrad treten ein:

1. Wenn die Winkelgeschwindigkeit des Laufrades gleichmäßig ist, dann wird

$$H_w = \int_1^2 w_u du = 0, \quad (300)$$

da  $du = 0$ , während im Ausdruck für  $H_u$  die Winkelgeschwindigkeit unter das Differentialzeichen treten kann, so daß mit

$$H_u = \int_1^2 \frac{\omega^2 d(r^2)}{2g} = \int_1^2 \frac{d(\omega^2 r^2)}{2g} = \int_1^2 \frac{d(u^2)}{2g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad (301)$$

$$\text{II. } H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r + H_x. \quad (302)$$

2. Wenn der Wasserdurchfluß gleichmäßig ist.

Damit können wir dem Ausdruck  $H_x = \int_1^2 u dt \cos \nu \sin \mu$  eine einfache Auslegung geben. Denn wir sind dadurch in der Lage, wie auch schon bei der Ableitung der Hauptgleichung durch den Flächensatz geschehen (S. 236), das Zeitintegral über den Durchgang des Massenelements  $ddm$  durch das Laufrad auf das Raumintegral der in einem beliebigen Zeitpunkt einen Wasserfaden erfüllenden Wasserelemente  $dQ \cdot dt$  zurückzuführen. Wenn wir nämlich in unseren Arbeitsgleichungen S. 236  $ddmg$  durch  $dQ\gamma dt$  ersetzen und  $dt$  als gemeinschaftlichen Faktor wegstreichen, so bleibt das letzte Glied in der Form:

$$\int_1^2 dQ\gamma u dt \cos \nu \sin \mu.$$

Nun ist  $dQ\gamma dt$  einfach das Wassergewicht pro Zeitelement in einem Wasserfaden. Es ist für gleichmäßigen Wasserdurchfluß konstant und sei mit  $ddG$  bezeichnet.  $ddG \cdot \sin \mu$  ist seine senkrecht zur Drehachse auftretende Gewichtskomponente, die gleichfalls im Integrationsbereich ihren konstanten Wert behält, während  $u \cos \nu$  veränderlich ist. Schreiben wir statt dessen  $\omega r \cos \nu$ , so zeigt sich  $r \cdot \cos \nu$  als Normalabstand des Wasserelements von der Vertikalebene durch die Drehachse (Abb. 363), und wenn wir nun

$$\int_1^2 ddG \sin \mu \cdot \omega r \cos \nu = dG \cdot \sin \mu \cdot \omega \cdot r_s \cdot \cos \nu_s \quad (303)$$

setzen, so ist  $dG$  einfach das Wassergewicht des betreffenden Wasserfadens zwischen den Punkten 1 und 2 und  $r_s \cos \nu_s$  ist der Abstand seines Schwerpunkts von der genannten Vertikalebene.  $\omega \cdot r_s = u_s$  bezeichnet dann die Umfangsgeschwindigkeit dieses Schwerpunkts.

In diesem Fall hebt sich  $dQ$  aus der Energiegleichung nicht hinaus. Sie lautet bei gleichzeitig konstanter Winkelgeschwindigkeit:

$$\text{II. } H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r + \frac{dG}{dQ \cdot \gamma} \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s \quad (304)$$

und für eine endliche Wassermenge

$$\text{II. } H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r + \frac{G}{Q \cdot \gamma} \cdot \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s. \quad (305)$$

3. Wenn das Laufrad dazu symmetrisch beaufschlagt ist oder wenn seine Drehachse vertikal steht, wird jeweils  $H_x = 0$ , da im einen Fall der Schwerpunkt des Wassergewichts in die Drehachse fällt ( $u_s = 0$ ), im andern Fall  $\sin \mu = 0$  ist.

Dann erhält Gleichung II die Form

$$\text{II. } H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r. \quad (306)$$

Bevor wir nun die Aufstellung der Hauptgleichung vornehmen, sollen die Größen näher besprochen werden, die wir als »Gefälle« und »Wirkungsgrad« bezeichnen.

## II. Das Gefälle.

Wenn wir hier von dem Gefälle reden, das der Wasserkraftmaschine zu Gebote steht, so denken wir dabei nicht an das Relativgefälle eines Flußlaufs, sondern an die Differenz zwischen der mechanischen Energie, die das Wasser beim Eintritt in die Maschine mitbringt, und der Energie, mit der es nach dem Arbeitsvorgang entlassen werden muß.

In diesem Sinne kann man von einem »Energiegefälle« reden, das z. B. zwischen den Punkten  $z$  und  $a$  (Abb. 364) durch den Ausdruck

$$\left( H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} - \left( H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} \right) \right) Q\gamma \quad (307)$$

dargestellt wird und das dem gesamten im genannten Bereich ausnutzbaren Energiebetrag entspricht.

Der Ausdruck besteht aus dem sekundlichen Wassergewicht und einem Klammerausdruck, der Lagen-, Druck- und Geschwindigkeitshöhen enthält und, wie die Umschreibung

$$\left( (H_z - H_a) + (h_z - h_a) + \frac{c_z^2 - c_a^2}{2g} \right) Q\gamma \quad (308)$$

erkennen läßt, die Summe darstellt aus dem »Lagengefälle«  $H_z - H_a$ , dem »Druckgefälle«  $h_z - h_a$  und dem »Geschwindigkeitsgefälle«  $\frac{c_z^2 - c_a^2}{2g}$ . Diese Summe, über die gewünschten Grenzen genommen, nennen wir nun im besondern Sinne das betreffende Gesamtgefälle und bezeichnen es mit dem Buchstaben  $H_g$ , so daß

$$H_g = H_z - H_a + h_z - h_a + \frac{c_z^2 - c_a^2}{2g}. \quad (309)$$

Multipliziert mit dem sekundlichen Wassergewicht ergibt es die in denselben Grenzen zur Ausnutzung vorhandene Energie.



Für die Beurteilung der Turbine allein schaltet man die Zuleitung, die von Fall zu Fall sehr verschiedene Dimensionen annehmen kann, meist aus und begrenzt den Verantwortungsbereich zwischen den Punkten  $e$  und  $a$  (Abb. 364).

Das reine Turbinengefälle, das mit  $H$  bezeichnet sei, ergibt sich dann zu

$$H = H_e - H_a + h_e - h_a + \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g} \quad (310)$$

In manchen Lehrbüchern wird als Turbinengefälle ein Ausdruck

$$H_e - H_a + h_e - h_a + \frac{c_e^2}{2g}$$

Darin ist die Forderung eingeschlossen, die Turbine solle das Wasser mit der Geschwindigkeit  $c_a = 0$  aus dem Saugrohr (Abb. 364) entlassen. Das erscheint nicht berechtigt. Denn wenn  $c_a$  bzw. die Geschwindigkeit  $c_{a'}$  nach dem Saugrohr (Abb. 367) kleiner gewählt wird, als die durch die örtlichen Verhältnisse gegebene Abflußgeschwindigkeit  $c_a$  im Untergraben sein kann, so ist zu ihrer Entwicklung eine neue Gefällshöhe nötig, die nicht nur neue Verluste im Gefolge hat, sondern auch die Messung von  $H_{a'}$  illusorisch macht.

Abb. 367 zeigt diesen Fall in ausgesprochener Weise, wobei, wenn wir von Reibungsverlusten absehen, einfach

$$H_{a'} = H_a + \frac{c_a^2 - c_{a'}^2}{2g},$$

und woraus man erkennt, daß durch eine Verkleinerung von  $c_{a'}$  bzw. von  $c_a$  unter  $c_a$  nichts gewonnen wird.

Die Differenz zwischen Ober- und Unterwasserspiegel bezeichnen wir als »Nettogefälle« mit  $H_n$ <sup>2)</sup>. Bei geschlossenen Turbinen (Abb. 364) wird

$$H_n = H_e + h_e - H_a - h_a. \quad (311)$$

Bei offenen Turbinen (Abb. 368) fällt der Abschnitt  $z$  bis  $e$  weg. Wir behalten

$$H_n = H_e + h_e - H_a - h_a.$$

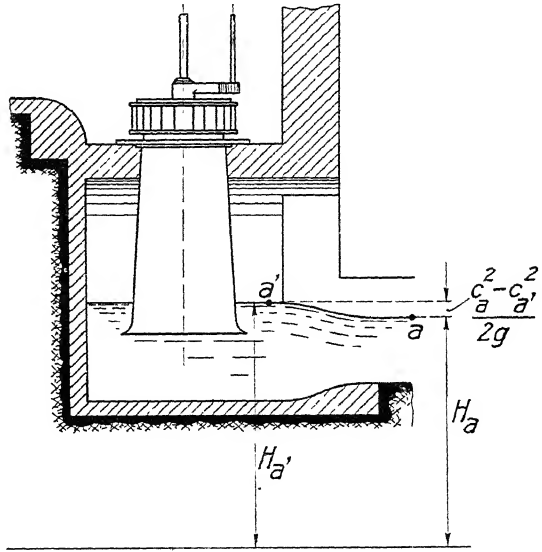


Abb. 367.

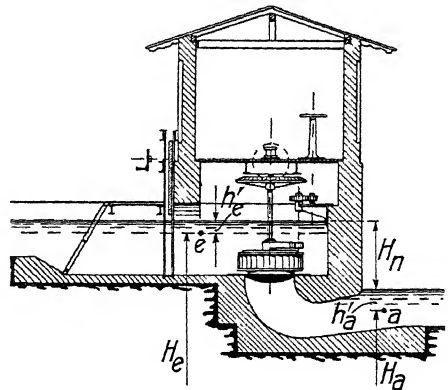


Abb 368

<sup>1)</sup> Diese Definition wurde nach dem Vorschlag des Verfassers auf der Berliner Konferenz zur Vereinheitlichung der Bezeichnungen im Turbinenbau angenommen. Z. g. T., 1906, S. 393 und Z., 1906, S. 1993.

<sup>2)</sup> Besonders einleuchtend, wenn die Punkte  $e$  und  $a$  in die Wasserspiegel gelegt werden, wodurch  $h_e = h_{at} = h_a$ .

Dabei kann häufig die Differenz der Geschwindigkeitshöhen  $\frac{c_s^2 - c_a^2}{2g}$  vernachlässigt werden, womit  $H \approx H_n$ .

Mit der Festsetzung des Gefälles  $H$  oder der von der Natur gebotenen Energie  $Q \cdot \gamma \cdot H$  ist dann in jedem Fall der Wirkungsgrad bestimmt als das Verhältnis der abgenommenen zur dargebotenen Leistung.

### III. Die Wassermengen und die Wirkungsgrade.

Nicht die gesamte, der Turbine zugeführte Wassermenge fließt durch das Laufrad. Ein kleiner Teil derselben strömt durch den unvermeidlichen Spielraum zwischen Laufrad und Gehäuse (den Kranzspalt *K. S.*, Abb. 527, S. 440) und geht als sog. Spaltverlust (S. 542) für die nützliche Arbeitsabgabe verloren.

Wir haben somit zu unterscheiden:

1. die der Turbine zugeführte Gesamtwassermenge  $Q_g$ ,
2. die durch das Laufrad fließende Wassermenge  $Q$ , die um den Spaltverlust  $Q_v$  kleiner ist als  $Q_g$ ,

$$Q = Q_g - Q_v;$$

entsprechend folgt dann:

3. die der Turbine mit  $Q_g$  gebotene Gesamtleistung

$$L_g = Q_g \cdot \gamma \cdot H \quad (312)$$

und

4. die dem Laufrade mit  $Q$  gebotene Leistung

$$L = Q \cdot \gamma \cdot H, \quad (313)$$

und es ist hervorzuheben, daß in den Arbeitsgleichungen der vorangegangenen Abschnitte durchweg nur mit den dem Laufrad zugeführten Wassermengen und Energien gerechnet wurde.

Was die abgegebenen Arbeitsleistungen anbetrifft, so ist einmal die oben entwickelte,

5. von der Wassermenge  $Q$  an das Laufrad abgegebene »hydraulische Leistung«  $L_e$  hervorzuheben, und
6. die von der Turbinenwelle nach außen geleitete »effektive Leistung«  $L_e$ .

Die effektive Leistung ist kleiner als die hydraulische, einmal um die durch die Lager- und Stopfbüchsen, sowie die Radseitenreibung hervorgerufenen Verluste  $L_r$ , und dann um die mit dem Spaltverlust verknüpfte Arbeitsleistung  $L_v$ .

Den Verhältnissen dieser Leistung entsprechen dann die verschiedenen Wirkungsgrade, und zwar bezeichnen wir mit

$$\varepsilon = \frac{L_e}{L} \quad (314)$$

den »Hydraulischen Wirkungsgrad«, als das Verhältnis zwischen der an das Laufrad abgegebenen, hydraulischen zu der dem Laufrad zugeführten Leistung, mit

$$e = \frac{L_e}{L_g} \quad (315)$$

den »Effektiven Wirkungsgrad« als das Verhältnis der effektiven, von der Turbine abgegebenen zu der der Turbine zugeführten Leistung.

Beide sind durch den »Mechanischen Wirkungsgrad  $\eta$ « derart miteinander verknüpft, daß

$$e = \varepsilon \cdot \eta. \quad (316)$$

Er läßt sich nach der Anschreibung

$$\eta = \frac{c}{\varepsilon} = \frac{L_e}{L_g} \cdot \frac{L}{L_\varepsilon} = \frac{L_e}{L_\varepsilon} \cdot \frac{L}{L_g} = \eta_r \cdot \eta_v \quad (317)$$

in zwei Faktoren zerlegen, von denen  $\eta_r = \frac{L_e}{L_\varepsilon}$  den Wirkungsgrad der rotierenden Teile (Lager-, Stopfbüchsen-, Radseitenreibung),  $\eta_v = \frac{L}{L_g}$  und auch  $= \frac{Q}{Q_g}$  den Wirkungsgrad der — für den Spaltverlust maßgebenden — Spaltdichtigkeit darstellt.

#### IV. Die Hauptgleichung.

Die Hauptgleichung ergibt sich nun einfach durch eine Addition der in Abschnitt II aufgestellten Energiegleichungen.

Soll der Verantwortungsbereich der Turbinenanlage schon in der Zuleitung des Wassers beginnen, so addieren wir die neun Gleichungen von  $z$  bis  $a$ , soll er erst vom Eintritt in die Turbine gerechnet werden, so sind die Gleichungen 2 bis 9 von  $e$  bis  $a$  zusammenzuzählen.

Im ersten Fall erhalten wir, unter Einsetzen der Werte

$$H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} - H_a - h_a - \frac{c_a^2}{2g} = H_g \quad [309]$$

und

$$R_e + R_o + R_i + R' + R_2 + R'' + R_3 + R_4 + R_a = R_g, \quad (318)$$

$$H_g - R_g = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2}{2g} + H_w - H_u + H_x. \quad (319)$$

Im zweiten Fall ergibt sich mit

$$H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} - H_a - h_a - \frac{c_a^2}{2g} = H \quad [310]$$

und

$$R_o + R_i + R' + R_2 + R'' + R_3 + R_4 + R_a = R \quad (320)$$

$$H - R = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2}{2g} + H_w - H_u + H_x. \quad (321)$$

Wenn man nun beachtet, daß die verfügbare Energie des Massenteilchens  $ddm$  gleich  $ddm \cdot g \cdot H$ , seine hydraulischen Verluste gleich  $ddmgR$ , der hydraulische Wirkungsgrad  $\varepsilon$  nach vorigem demnach gleich

$$\varepsilon = \frac{ddmgH - ddmgR}{ddmgH} = \frac{H - R}{H} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_g = \frac{H_g - R_g}{H_g},$$

so ergibt sich die Hauptgleichung auch als

$$H_g \varepsilon_g = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2}{2g} + H_w - H_u + H_x \quad (322)$$

bzw.

$$H \varepsilon = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2}{2g} + H_w - H_u + H_x. \quad (323)$$

Dabei ist zu beachten, daß das Produkt  $H_g \cdot \varepsilon_g$  stets gleich  $H \cdot \varepsilon$  ist, daß es für dieses Produkt, und damit auch für die Größe des rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Ausdrucks, somit einerlei ist, wo man den Verantwortungsbereich der Turbine begrenzt. Es kann ja auch die Definition von Gefälle und Wirkungsgrad, die der Willkür des Forschers überlassen ist, keinen Einfluß auf die wirklich auftretenden Wassergeschwindigkeiten ausüben, die rechts vom Gleichheitszeichen stehen. Und man ist deshalb wohl berechtigt, für  $H_g \cdot \varepsilon_g = H \cdot \varepsilon$  einen eigenen Ausdruck, etwa  $H_i = \text{»Ideelles Gefälle«}$ , einzuführen, das ohne Verluste dieselbe Leistung hervorbringen würde, wie das Gefälle  $H_g$  oder  $H$  mit den Reibungsverlusten ( $H_i = H$  Gl. 324).

So sind die beiden Gleichungen für die verschiedenen Verantwortungsbereiche mathematisch genau gleichartig und wir wollen uns daher im folgenden darauf beschränken, nur die zwischen den Punkten  $e$  und  $a$  aufgestellte Hauptgleichung

$$H\varepsilon = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2}{2g} + H_w - H_u + H_x$$

näher ins Auge zu fassen.

Für ihre Zuständigkeit gilt genau das, was S. 243 ff. bei Diskussion der Energiegleichung II auseinandergesetzt wurde, d. h. sie gilt in obiger Form für jede Wassermenge und jede Art der Wasser- und Laufradbewegung.

Bei gleichmäßiger Bewegung des Laufrades fällt das Glied  $H_w = \int_1^2 \frac{w_u}{g} du$  weg und  $-H_u$  wird  $= \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$ . Bei gleichmäßiger Wasserströmung kann  $H_x$  ersetzt werden durch  $\frac{G}{Q\gamma} \sin \mu u_s \cos \nu_s$ , d. h. für den Beharrungszustand lautet die Hauptgleichung allgemein

$$H\varepsilon = \frac{c_1^2 - w_1^2 + u_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2 + u_2^2}{2g} + \frac{G}{Q\gamma} \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s \quad (325)$$

und geht schließlich bei symmetrischer Beaufschlagung oder vertikaler Turbinenachse in die einfache Form über:

$$H\varepsilon = \frac{c_1^2 - w_1^2 + u_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2 + u_2^2}{2g} \quad (326)$$

Prüfen wir schließlich noch, zu welchem Ergebnis man durch Anschreibung der Gleichung für die Änderung der absoluten Energie im Laufrad (vgl. S. 240) und nachfolgende Addition sämtlicher Energiegleichungen geführt wird, so zeigt sich, daß bei der Summation die sämtlichen Geschwindigkeiten hinausfallen und daß z. B. zwischen  $e$  und  $a$  überbleibt:

$$H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + R + N,$$

d. h., wie nicht anders zu erwarten, der Ausdruck des Energiegesetzes

$$H - R = N,$$

Gefälle weniger Reibungshöhe = nützlich abgegebene Arbeitshöhe;  
ein Ergebnis, das keinerlei Einblick in die Arbeitsverhältnisse der Turbine gewährt.

## D. Allgemeine Diskussion der Hauptgleichung.

Ich habe die Ableitung der Hauptgleichung nach dem Flächensatz und nach dem Energiegesetz in den beiden vorangegangenen Abschnitten so ausführlich behandelt, nicht nur weil sie die Grundlage der Turbinentheorie bildet, sondern auch der belehrenden Einblicke wegen, die eine genaue Betrachtung der Strömungsvorgänge in die Arbeitsweise des Wassers gewährt, deren Untersuchung uns im folgenden noch öfters beschäftigen wird.

Dazu gibt die räumliche Zerlegung der verschiedenen Kraftkomponenten und ihre Behandlung nach den Gesetzen der Mechanik, wie das z. B. bei Aufstellung des Schwerkraftgliedes durchgeführt wurde, eine willkommene und wichtige Gelegenheit, den Anfänger in solche Probleme einzuführen. Auch sollte es ja, wie ich in der Einleitung zu den Vorlesungen hervorgehoben habe, unser vornehmster Grundsatz sein, uns über die Tragweite von Vernachlässigungen jederzeit Rechenschaft zu geben.

Stellen wir nun die gefundenen Ergebnisse zusammen, so zeigt sich, daß wir mit Hilfe des Flächensatzes die Hauptgleichung für den Beharrungszustand in der Form

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} + \frac{gG}{Q \cdot \gamma} \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s \quad [277]$$

erhalten hatten.

Bei Anwendung des Energiegesetzes hatten wir zunächst keinen Beharrungszustand vorausgesetzt, wonach sich

$$H\varepsilon = \frac{c_1^2 - w_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2}{2g} + H_w - H_u + H_x \quad [323]$$

ergeben hatte, was dann für den Beharrungszustand auf

$$H\varepsilon = \frac{c_1^2 - w_1^2 + u_1^2}{2g} - \frac{c_2^2 - w_2^2 + u_2^2}{2g} + \frac{G}{Q\gamma} \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s \quad [325]$$

zurückgeführt werden konnte.

Wenn wir nun aus den Geschwindigkeitsdreiecken Abb. 360 nach dem Cosinus-Satz anschreiben:

$$\begin{aligned} c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 &= 2u_1 c_1 \cos \alpha_1 = 2u_1 c_{u1} \\ c_2^2 - w_2^2 + u_2^2 &= 2u_2 c_2 \cos \alpha_2 = 2u_2 c_{u2}, \end{aligned}$$

so erkennt man leicht, wie durch Einsetzen dieser Beziehung die Identität der ersten mit der zweiten Form der Hauptgleichung hergestellt wird. In Zukunft werden wir dann je nach Bedarf die eine oder die andre anwenden.

Was das letzte Glied unsrer Hauptgleichung:  $\frac{G}{Q \cdot \gamma} \sin \mu \cdot u_s \cdot \cos \nu_s$  angeht, das wir als Schwerkraftglied bezeichnet haben, so ist es bisher in der Literatur des Maschinenbaus m. W. nicht erwähnt worden. Wir hatten es in ähnlicher Form schon bei Ableitung der Kraftwirkungen abgelenkter Strahlen S. 156 kennen gelernt, und seine Notwendigkeit sieht man leicht ein, wenn man die übliche Form der Hauptgleichung ohne Schwerkraftglied etwa auf den extremen Fall anwendet, in dem ein Wasserstrahl durch ein schräg gestelltes Laufrad mit  $u_1 = u_2$  (nach Abb. 369), dessen Schaufeln so ausgebildet sind, daß vom Wasser keinerlei Druck auf sie ausgeübt wird, hindurchfällt.

Man erkennt dabei, daß  $c_{u_2}$  infolge des Fallgesetzes gegen  $c_{u_1}$  zugenommen hat, ohne daß eine Arbeitsentnahme von seiten des Rades erfolgt ist. Hier versagt somit die übliche Gleichung  $\varepsilon g H = u_1 c_{u_1} - u_2 c_{u_2}$ . Erst durch die Einführung des Schwerkraftgliedes löst sich der Widerspruch.

Eine solche Überlegung hatte mich auf die Existenz dieses Gliedes geführt. Sein mathematischer Nachweis machte dann in der Anschreibung des Flächen-

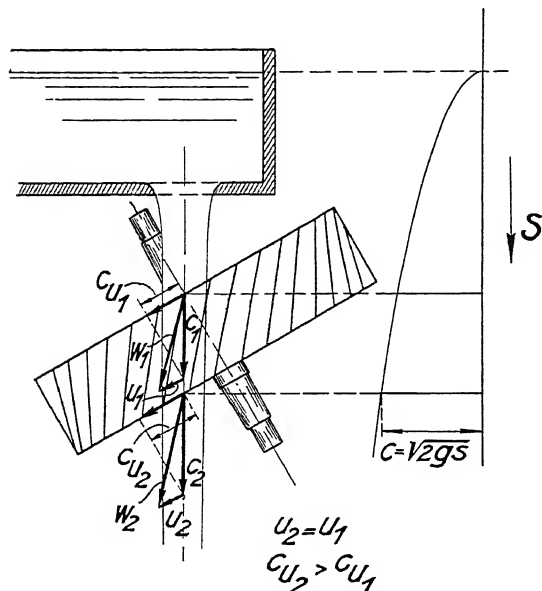


Abb. 369. Arbeitsfreies Laufrad.

dem Energiegesetz erst nach Erkenntnis der Verschiebung des Nullpunkts für  $d\ell \cdot \cos \xi$  gegenüber dem von  $dH$  (S. 243 f.) aufgefunden wurde.

Die praktische Bedeutung des Schwerkraftgliedes ist freilich nicht gerade hoch zu veranschlagen. Wir haben S. 248 gesehen, daß es wegfällt, sobald die Turbine eine vertikale Welle besitzt oder voll beaufschlagt ist. Das letztere trifft für das wichtigste Gebiet der zentripetalen Vollturbinen (Francisturbinen) zu. Aber auch bei den Teilturbinen mit unsymmetrischer Beaufschlagung und gleichzeitig horizontal oder schräg gestellter Achse kann man dieses Glied im allgemeinen deshalb vernachlässigen, weil die hier allein in

Frage kommenden Gleichdruckturbinen (Peltonturbinen) nur bei so hohem Gefälle Verwendung zu finden pflegen, daß die im Laufrad ausgeübte reine Arbeit der Schwere gegenüber der lebendigen Kraft des Strahles gar keine Rolle spielt.

Wir werden daher auch hier das Schwerkraftglied weglassen, bleiben uns aber der betreffenden Vernachlässigung bewußt und behalten uns vor, geeigneten Falls auf die richtigere Gleichung zurückzugreifen.

Damit werden wir gleichzeitig, wie bemerkt, von der Größe der Wassermenge  $Q$  und des Wassergewichts  $G$  unabhängig, und die Hauptgleichung schreibt sich in den vereinfachten Formen:

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u_1} - u_2 c_{u_2} \quad [278]$$

und

$$2gH\varepsilon = c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - u_2^2, \quad [326]$$

oder noch etwas übersichtlicher:

$$g(H - R) = u_1 c_{u_1} - u_2 c_{u_2} \quad (327)$$

und

$$g(H - R) = \frac{c_1^2 - w_1^2 + u_1^2}{2} - \frac{c_2^2 - w_2^2 + u_2^2}{2}. \quad (328)$$

Gelegentlich führen wir auch die auf die Gefällseinheit bezogene Reibungshöhe als  $\frac{R}{H} = \varrho$  ein, wodurch  $\varepsilon = \frac{H-R}{H} = 1 - \varrho$ .

Zur weiteren Diskussion dieser Gleichungen möge nun zunächst hervorgehoben werden, in welch hohem Maße die physikalische Bedeutung und praktische Realisierbarkeit der hier versammelten Größen verschiedenartig ist.

Was zunächst die Bedeutung der Größen rechts vom Gleichheitszeichen angeht, so fanden wir aus der Ableitung der Hauptgleichung durch den Flächensatz, daß sie nichts andres darstellen als die von der sekundlichen Masseneinheit an das Laufrad abgegebene Leistung in kgm, und zwar wird dieses Ergebnis nur beeinflusst durch den Anfangs- bzw. Endzustand der mit der betreffenden Masse verknüpften Geschwindigkeiten.

Wie die Geschwindigkeiten zustande kamen, welche Wege sie zurückgelegt und welche Hemmungen sie auf ihren Wegen erfahren haben, spielt hier, und das verdient besondere Beachtung, gar keine Rolle. Es ist deshalb auch nicht möglich, was gelegentlich versucht worden ist, auf die in einer Turbine auftretenden Reibungsverluste zu schließen, wenn man nur die hydraulische Leistung  $L_s = M \cdot \omega$  mit den beim Versuch aufgetretenen Massen und Geschwindigkeiten in Beziehung setzt.

Mit einer solchen Anschreibung wendet man nur die dynamische Grundgleichung bzw. den Flächensatz auf die in der Turbine bewegte Wassermasse an und die Schwierigkeiten ihrer praktischen Durchführung bleiben auf die Messung der Anfangs- und Endzustände bzw. auf die der abgegebenen Arbeit beschränkt. Dabei handelt es sich um Schwierigkeiten, die zwar für genaue Beobachtungen oder für Neukonstruktionen gewiß nicht klein, und immer nur mit einiger Annäherung zu überwinden sind, aber doch in keinem Verhältnis stehen zu den Schwierigkeiten, die uns dann entgegentreten, wenn wir diese mathematisch verhältnismäßig einfachen Beziehungen der Mechanik zur Hauptgleichung der Turbinentheorie erweitern.

Das geschah in der Ableitung nach dem Flächensatz dadurch, daß wir die besprochene nützliche Arbeit der Arbeit gleichsetzten, die unserer Wasserkraftanlage zu Gebote steht, vermindert um die, die durch die Reibungswiderstände verloren geht, und in der Ableitung mit dem Energiegesetz dadurch, daß wir die Energiemengen an den charakteristischen Punkten der Turbine miteinander verglichen.

Den Störenfried bilden auch hier, wie wir das früher (S. 6, Einleitung) schon ausführlich betont haben, die Reibungsverluste, unter welchem Begriff wir alle verlorenen hydraulischen Arbeitsmengen zusammenfassen. Sie stehen in einem höchst verwickelten Zusammenhang mit den in der Hauptgleichung auftretenden Geschwindigkeiten der Endzustände, denn nicht nur diese kommen hierbei in Betracht, sondern auch alle die Größen, die den gesamten hydraulischen Reibungsverlust  $R$  bzw. den hydraulischen Wirkungsgrad  $\varepsilon$  der Turbine beeinflussen, insofern sie nur mit den in der Hauptgleichung auftretenden Geschwindigkeiten in Funktion stehen. Zu ihrer Bewertung muß man daher den ganzen Strömungsverlauf in der Turbine mit den sämtlichen Wassergeschwindigkeiten, Reibungs- und Wirbelverlusten kennen, die von der konstruktiven Formgebung aller betroffenen Teile

einerseits und von dem jeweiligen Betriebszustand der Turbine andererseits bedingt sind.

Zur mathematisch restlosen Auswertung der Hauptgleichung benötigt man daher noch eine zweite Gleichung, in der  $R$  als Funktion der sämtlichen hier erwähnten Größen gegeben ist. Wir werden im 5. Teil einen Versuch machen, diese Funktion zu berechnen. In befriedigender Weise ist diese Aufgabe freilich bis heute noch nicht gelungen, und ihre Lösung wird wohl stets als das schwierigste Problem der Turbinentheorie bestehen bleiben.

Was schließlich die Größe des Gefälles  $H$  anbetrifft, die durch die Gleichung

$$H = H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} - H_a - h_a - \frac{c_a^2}{2g}$$

definiert ist, so gibt sie zu besonderen Schwierigkeiten keinen Anlaß. Die Messung der Größen, aus denen sie aufgebaut ist, läßt sich im allgemeinen mit befriedigender Genauigkeit ausführen, dazu treten diese Größen — und das interessiert hier am meisten — als gegebene Naturdaten in die Hauptgleichung als Konstante ein, da sie für einen bestimmten Betriebszustand durch die äußeren Verhältnisse gegeben sind. Ja wir werden sogar sehen, daß die absolute Größe des Gefälles für den Wirkungsgrad  $\varepsilon$  in weiten Grenzen nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Der tatsächliche Vorgang, nach dem sich bei Inbetriebsetzung einer Turbine die verschiedenen Arbeiten einstellen, erfolgt dann ganz analog dem Fall, wo wir in der Hydraulik S. 92 uns die Frage vorlegten, welches die größte Wassergeschwindigkeit sei, die sich zwischen zwei Behaltern einstellen kann.

Dort fand sich aus einer Anschreibung des Energiegesetzes zwischen Eintritt und Austritt (Abb. 136 mit 0 und 2 bezeichnet).

$$H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + R,$$

oder mit unsrer neuen Definition des Gefälles:

$$H = H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} - H_a - h_a - \frac{c_a^2}{2g},$$

$$H = R,$$

daß die Geschwindigkeiten nur unmittelbar vom Gefälle abhängen, indem sie so lange wachsen, bis die von ihnen hervorgerufenen Reibungsverluste das ganze Gefälle aufzehren.

Ähnlich ist es auch hier, nur daß bei den Turbinen noch die nach außen abgegebene, durch

$$\frac{u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}}{g} = L_e$$

dargestellte hydraulische Leistung hinzukommt, indem

$$H = R + \frac{u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}}{g}$$

wird.

Hier wachsen sonach die Geschwindigkeiten solange, bis der durch sie hervorgerufene Reibungsverlust mit der nach außen abgegebenen Arbeitsleistung dem Gefälle das Gleichgewicht hält.



Bei der außerordentlich verwickelten Art, in der die Reibungsverluste von den Geschwindigkeiten abhängen, erscheint es zur Einführung in das Verständnis der Turbinentheorie zweckmäßig, zunächst die Aufgabe dadurch zu vereinfachen, daß man die Reibungsverluste in einem der Betrachtung unterzogenen engeren Betriebsbereich der Turbine als konstant annimmt, ähnlich wie wir auch schon bei der Hydraulik zum Studium gewisser Strömungsvorgänge die Reibung konstant und gelegentlich auch gleich Null gesetzt haben, und dieser Weg ist hier um so mehr geboten, als die Untersuchung der Reibungsfunktion nicht mehr allgemein, sondern nur an Hand ganz bestimmter Turbinenkonstruktionen durchgeführt werden kann.

Damit erscheint dann  $R$  bzw.  $\varepsilon \cdot H$  oder  $H_i$  gegeben und die gegenseitige Abhängigkeit der Geschwindigkeiten wird zu einer mathematisch einfachen Aufgabe.

Dabei zeigt sich aber auch deutlich die durch die große Zahl der Variablen bedingte außerordentliche Freiheit in der Anwendung der Hauptgleichung; denn innerhalb der Grenzen, in denen  $\varepsilon$  als konstant angesehen werden darf, erscheinen die Geschwindigkeitsgrößen als unabhängige Veränderliche.

In dieser Freiheit liegt z. T. die mannigfaltige Entwicklung des Turbinenbaues, die auch heute noch nicht abgeschlossen ist.

Zusammenfassend kann somit gesagt werden: die gegenseitige Abhängigkeit der in der Hauptgleichung auftretenden 5 bzw. 7 Größen wird gebildet:

1. Durch eine aus dem Flächensatz entwickelte mathematisch einfache Beziehung der Geschwindigkeiten.

2. Durch eine im Energiegesetz eingeführte, mathematisch höchst verwickelte Beziehung der Reibungsverluste  $R$  bzw. des Wirkungsgrades  $\varepsilon$  zu den Geschwindigkeiten, eine Beziehung, in der nicht nur die Geschwindigkeiten der Hauptgleichung, sondern sämtliche in dem Verantwortungsbereich der Turbine auftretenden Geschwindigkeiten, dazu die räumliche und Oberflächenbeschaffenheit der Kanäle, die Druckverhältnisse und noch manches andre eine Rolle spielen.

Durch dieses Hineinwirken von Größen in den Funktionsbereich der Hauptgleichung, die nicht in ihr enthalten sind, zeigt sich, daß sie in der Tat das Problem nur zum Teil bestimmt, im scharfen Gegensatz zu der aus dem Flächensatz entwickelten Momentengleichung, die in sich völlig geschlossen und bestimmt war.

Zu dem gegebenen Funktionsbereich der Hauptgleichung treten daher für die konstruktive Ausführung noch neue Bedingungen hinzu, die wir erst an späterer Stelle besprechen können.

## E. Allgemeine rechnerische Behandlung der Hauptgleichung.

Nach den im vorigen Kapitel ausgesprochenen Grundsätzen wollen wir nunmehr eine rechnerische und anschließend eine graphische Behandlung der Hauptgleichung unter der vereinfachenden Einschränkung durchführen, daß der hydraulische Wirkungsgrad  $\varepsilon$  konstant zu setzen sei. Dabei soll über die an den verschiedenen Stellen der Turbine auftretenden hydraulischen Drucke, die anschließend im Abschnitt G. besprochen werden, zur allgemeinen Lösung des Problems keine andere Bedingung vorausgesetzt werden, als daß diese Drucke

sich weit genug über dem absoluten Nullpunkt befinden, um Vakuumerscheinungen mit entsprechendem Abfall des Wirkungsgrades auszuschließen.

Erst später werden wir in die Hauptgleichung die besonderen Druckbedingungen einführen, die sich aus bestimmten und eigenartigen Konstruktionsgrundsätzen, wie z. B. für die Gleichdruckturbinen, ergeben.

Danach braucht man zur Berechnung einer der in der Hauptgleichung auftretenden Geschwindigkeiten bei gegebenem  $H$  und geschätztem  $\varepsilon$  nach der ersten Form (Gl. 278) noch die Annahme von 3, nach der zweiten Form (Gl. 326) die Annahme von 5 nur durch die Dreiecksbedingungen (zwei Seiten größer als dritte Seite) beschränkten, aber sonst willkürlichen Größen, und hierin liegt die Schwierigkeit für eine allgemeine Behandlung der Gleichung, die auf eine graphische Methode hinweist. In besonderen Fällen aber, wo bestimmte Forderungen von vornherein vorliegen, ist die rein rechnerische Durchführung am Platz.

Meist handelt es sich bei ihr um die Bestimmung der Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$  bei vorgeschriebenen Austrittsverhältnissen des Laufrades.

Dazu ersetzen wir nach dem Sinussatz  $c_1$  durch  $u_1$  (Abb. 360), indem

$$\frac{c_1}{u_1} = \frac{\sin \beta_1}{\sin(180 - (\alpha_1 + \beta_1))}.$$

Durch Einsetzen in  $gH\varepsilon = u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2$  und Auflösen nach  $u_1$  folgt

$$u_1 = \sqrt{(gH\varepsilon + u_2 c_2 \cos \alpha_2) \frac{\sin(\alpha_1 + \beta_1)}{\cos \alpha_1 \sin \beta_1}}, \quad (329)$$

und durch trigonometrische Umformung der Winkelfunktion außerhalb der Klammer

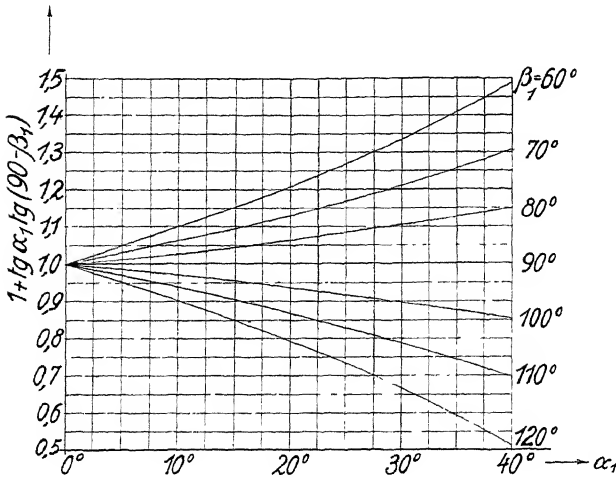


Abb. 370.

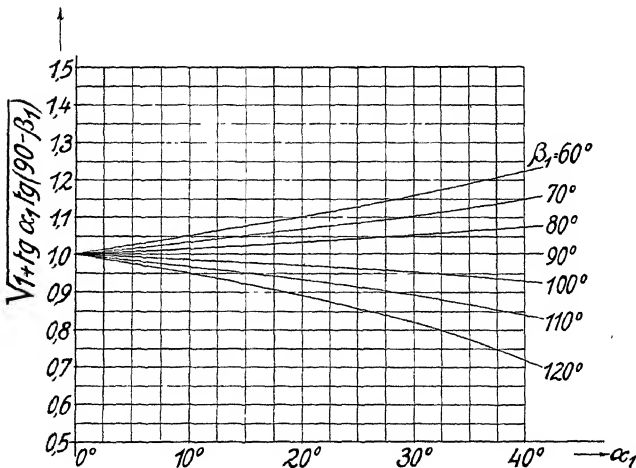


Abb. 371.

ergibt sich die für die rechnerische Behandlung, besonders mit dem Rechenschieber, bequemere Form:

$$u_1 = \sqrt{gH\varepsilon + u_2 c_2 \cos \alpha_2} (1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}(90 - \beta_1)), \quad (330)$$

woraus man nebenbei erkennt, daß der Winkel  $\alpha_1$  denselben Einfluß auf die Umfangsgeschwindigkeit hat, wie das Komplement von  $\beta_1$ .

In welchem Maße sich der Winkelausdruck  $1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}(90 - \beta_1)$  für verschiedene  $\beta_1$  mit wechselndem  $\alpha_1$  ändert, ist in Abb. 370 dargestellt. Abb. 371 enthält die für  $u_1$  maßgebenden Wurzelwerte, aus denen man bemerkt, daß bei kleinem Winkel  $\alpha_1$  eine Änderung der Umfangsgeschwindigkeit durch Wechsel von  $\beta_1$  nur in geringen Grenzen möglich ist.

Für  $\beta_1 = 90^\circ$ , den sogenannten »senkrechten Eintritt« wird  $1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg}(90 - \beta_1)$  auf alle Fälle  $= 1$ .

Da obige Formel in  $u_2$  und  $c_2$  noch Größen des Austrittsdreiecks enthält, die im allgemeinen von  $u_1$  abhängig sind, eignet sich ihre Anwendung nur, wenn hiervon bestimmte Beziehungen vorgeschrieben sind.

Von solchen Beziehungen haben vor allem zwei eine praktische Bedeutung erlangt. Die erste ist die Bedingung des senkrechten Austritts, von der wir schon in der Einleitung S. 8 f. gesprochen hatten. Für sie ist  $\alpha_2 = 90^\circ$  (Abb. 372). Mit ihr fällt das Glied  $u_2 c_2 \cos \alpha_2$  weg. Ihre Werte versehen wir gelegentlich mit Index  $\perp$  und erhalten

$$u_{1\perp} = \sqrt{gH\varepsilon (1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}(90 - \beta_1))}, \quad (\alpha_2 = 90^\circ), \quad (331)$$

und wenn gleichzeitig  $\beta_1 = 90^\circ$  in einfachster Form

$$u_{1\perp} = \sqrt{gH\varepsilon}, \quad (\beta_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 90^\circ). \quad (332)$$

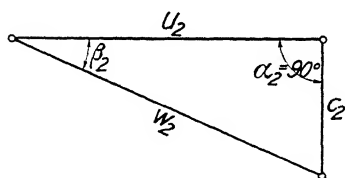


Abb. 372.

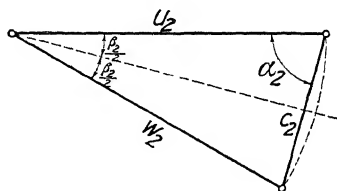


Abb. 373.

Die zweite Bedingung setzt die relative Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$  gleich der Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$ . Sie bezeichnen wir auch als »gleichschenkligen Austritt« und mit Index  $\triangleleft$ . Dann folgt aus Abb. 373:

$$u_2 \cdot \cos \alpha_2 = \frac{c_2}{2},$$

$$u_2 c_2 \cos \alpha_2 = \frac{c_2^2}{2}.$$

Bezeichnen wir nun noch die auf 1 m Gefälle bezogene kinetische Energie mit  $\varkappa$ , das heißt

$$\varkappa_2 = \frac{c_2^2}{2gH},$$

so folgt

$$u_{1\triangleleft} = \sqrt{gH(\varepsilon + \varkappa_2)(1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg}(90 - \beta_1))}, \quad (w_2 = u_2), \quad (333)$$

und wenn gleichzeitig senkrechter Eintritt stattfindet

$$u_{1\triangle} = \sqrt{gH(\varepsilon + \alpha_2)}, \quad (\beta_1 = 90^\circ, w_2 = u_2). \quad (334)$$

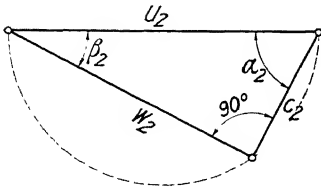


Abb. 374

In derselben Weise folgt für die Bedingung, daß  $c_2$  senkrecht auf  $w_2$  steht, nach Abb. 374:

$$u_1 = \sqrt{gH(\varepsilon + 2\alpha_2)(1 + \tan \alpha_1 \tan(90^\circ - \beta_1))}, \quad (c_2 \perp w_2)$$

$$u_1 = \sqrt{gH(\varepsilon + 2\alpha_2)}, \quad (\beta_1 = 90^\circ, c_2 \perp w_2).$$

Ist über die Gestalt des Austrittsdreiecks nichts bekannt, wie das z. B. bei der Nachrechnung von Laufradversuchen der Fall ist, so muß  $u_2$  durch  $u_1$  ausgedrückt werden. Die Formeln werden unhandlich und unübersichtlich und lassen sich häufig nicht unmittelbar lösen. Dann ist ein graphisches Verfahren am Platz, dessen Anwendung im folgenden gegeben werden soll.

## F. Allgemeine graphische Behandlung der Hauptgleichung.

### I. Darstellung der Diagramme.

Als Assistent von Prof. PFARR hatte ich, zunächst lediglich zu meiner eigenen Belehrung, den Versuch gemacht, die Hauptgleichung graphisch darzustellen. Durch die Aufgabe, ein neues Laufrad für ein gegebenes Leitrad und Saugrohr zu konstruieren, wurde ich in überraschender Weise auf die wertvolle Brauchbarkeit des Verfahrens aufmerksam gemacht, das ich dann unter der Bezeichnung: Neue Diagramme zur Turbinentheorie im DINGLERS Polyt.

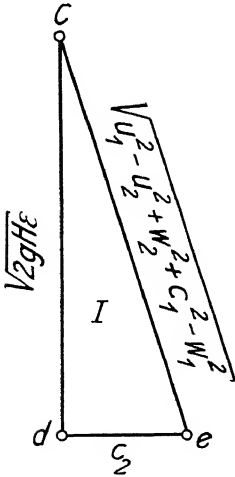


Abb. 375.

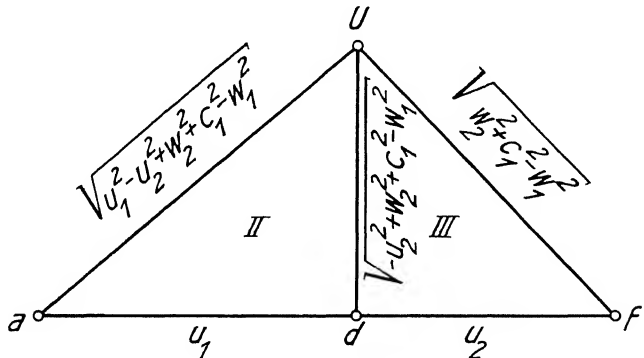


Abb. 376.

Journ. 1902, S. 677 veröffentlicht habe, und das sich seitdem in der Turbinentheorie bestens bewährt hat.

Es besteht darin, daß wir die zweite Form der Hauptgleichung als eine Summe von 7 Quadraten folgendermaßen anschreiben:

$$\sqrt{2gH\varepsilon}^2 + c_2^2 - u_1^2 + u_2^2 - w_2^2 - c_1^2 + w_1^2 = 0, \quad (335)$$

und unter entsprechender Zusammenfassung durch eine Reihe von 5 rechtwinkligen Dreiecken nach dem Pythagoräischen Lehrsatz zur Darstellung bringen.

In einem ersten Dreieck (Abb. 375) wurden  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  und  $c_2$  als Katheten angetragen, so daß die Hypotenuse  $= \sqrt{u_1^2 - u_2^2 + w_2^2 + c_1^2 - w_1^2}$ .

Die letztere bildet die Hypotenuse eines zweiten Dreiecks (Abb. 376), dessen eine Kathete  $= u_1$ , so daß sich die andre zu  $\sqrt{-u_2^2 + w_2^2 + c_1^2 - w_1^2}$  ergibt.

Diese bildet gleichzeitig die Kathete des anliegenden dritten Dreiecks (Abb. 376). Die andre Kathete machen wir  $= u_2$ , so daß die Hypotenuse  $= \sqrt{w_2^2 + c_1^2 - w_1^2}$ .

Der letzteren setzen wir die Hypotenuse des vierten Dreiecks (Abb. 377) gleich und erhalten mit der einen Kathete  $= w_2$  die andere  $= \sqrt{c_1^2 - w_1^2}$ , und diese wird schließlich im anstoßenden fünften Dreieck in  $c_1$  und  $w_1$  aufgelöst.

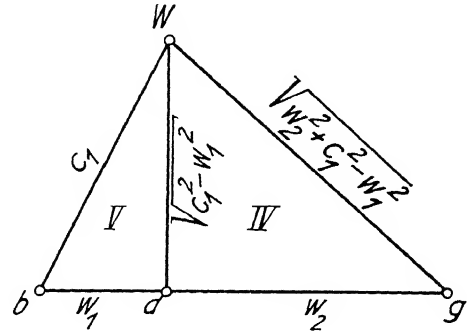


Abb. 377.

Zum einfachen Gebrauch legen wir die fünf Dreiecke in der in Abb. 378 aufgezeigten Weise übereinander, und bezeichnen die Spitze über  $c_2$  mit  $C$ , die über  $u_1$  und  $u_2$  mit  $U$ , die über  $w_1$  und  $w_2$  mit  $W$ . Die Diagrammpunkte an der Basis erhalten die Buchstaben  $a, b, d, e, f, g$ .

Die Diagramme zeigen in übersichtlicher Weise die Variationsfähigkeit der einzelnen Geschwindigkeiten und ihren Einfluß auf die andern.

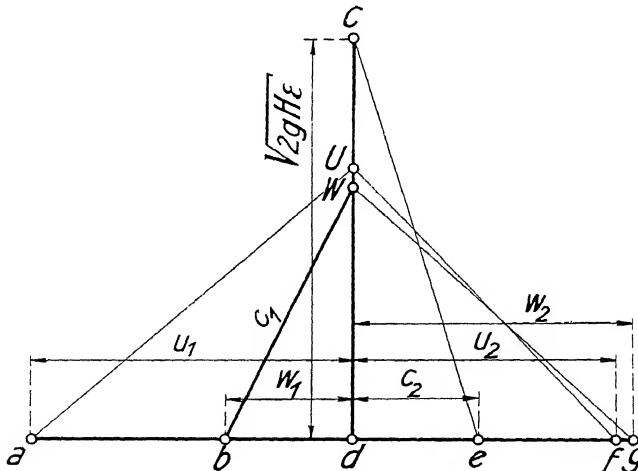


Abb. 378.

Freilich müssen die Geschwindigkeiten in gewissen Grenzen gehalten werden, wenn das geschätzte  $\varepsilon$  unverändert bleiben soll. Im übrigen aber ist nur zu beachten, daß  $\overline{Ua} = \overline{Ce}$  und daß  $\overline{Wg} = \overline{Uf}$  gemacht wird, sowie daß die 3 zum Eintritt bzw. die 3 zum Austritt gehörenden Geschwindigkeiten sich je zu einem Dreieck vereinigen lassen.

Um das letztre leicht zu erkennen, fügt man zweckmäßig die beiden Dreiecke durch Schlagen der entsprechenden Kreise dem Diagramm an, so daß es schließlich die in Abb. 379 angegebene Form erhält. Dabei ist es zweckmäßig, die in

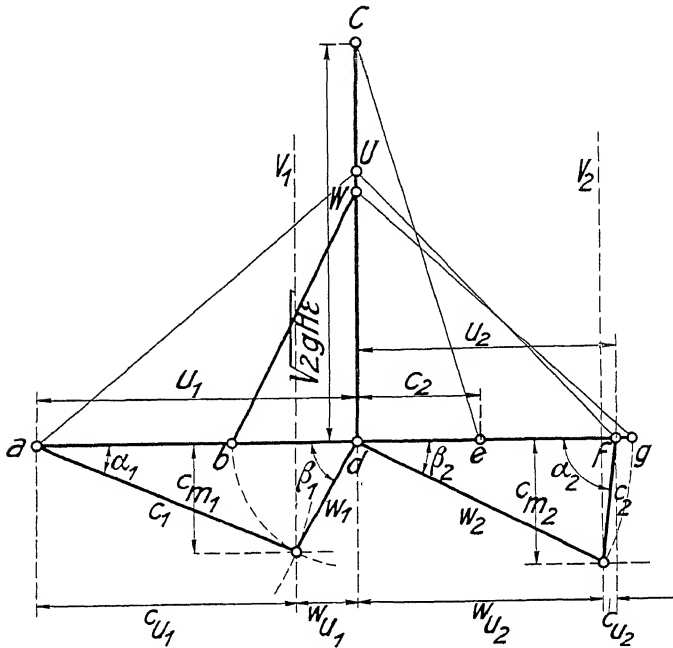


Abb. 379.

der Hauptgleichung auftretenden Größen stark, die übrigen schwach, die Hilfslinien aber gestrichelt auszuziehen. Als solche wollen wir schließlich noch die Vertikalen durch die Spitzen von Ein- und Austrittsdreieck, die uns wertvolle Dienste leisten sollen, durch die Bezeichnungen  $V_1$  und  $V_2$  hervorheben.

## II. Einige wichtige Eigenschaften der Diagramme.

### 1. Die Umfangskomponenten $c_{u1}$ und $c_{u2}$ und die Vertikalen $V_1$ und $V_2$ .

Die erste Form der Hauptgleichung

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad [278]$$

zeigt, daß für die Größe der Arbeitsleistung neben den Umfangsgeschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$  nur die Größen der Umfangskomponenten  $c_{u1}$  und  $c_{u2}$ , aber nicht die absoluten Größen  $c_1$ ,  $w_1$ ,  $c_2$  und  $w_2$  in Frage kommen, und daß bei

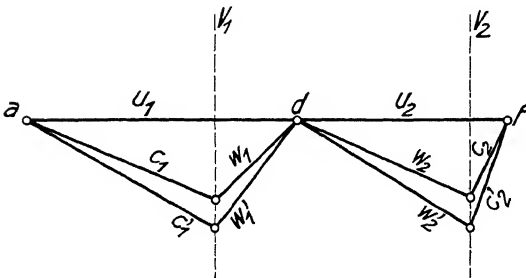


Abb. 380.

gegebener Leistung und Umfangsgeschwindigkeit  $c_{u_1}$  nur von  $c_{u_2}$  abhängt und umgekehrt. Mit andern Worten: Eine bei ungeändertem  $u_1$  und  $u_2$  ausgeführte, beliebige Verschiebung der Spitzen von Ein- oder Austrittsdreieck auf den Vertikalen  $V_1$  und  $V_2$  (Abb. 380) ist auf die Diagrammgröße  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  bzw. auf die Lage des Punktes  $C$  ohne Einfluß.

Man kann aber noch weiter zeigen, daß eine Verschiebung auf  $V_x$  auch die Punkte  $W$  und  $U$  ungeändert läßt, indem (Abb. 381)  $c_x^2 - c_{u_x}^2 = c_{w_x}^2 = w_x^2 - w_{u_x}^2$ , somit  $c_x^2 - w_x^2 = c_{u_x}^2 - w_{u_x}^2$  mit  $w_{u_x} = u_x - c_{u_x}$  und  $c_{u_x}$  und  $u_x = \text{konstant}$ , auch  $\sqrt{c_x^2 - w_x^2} = \overline{Wd} = \text{konstant}$ .

Mit  $W$  liegen dann aber natürlich auch die Punkte  $U$  und  $C$  fest.

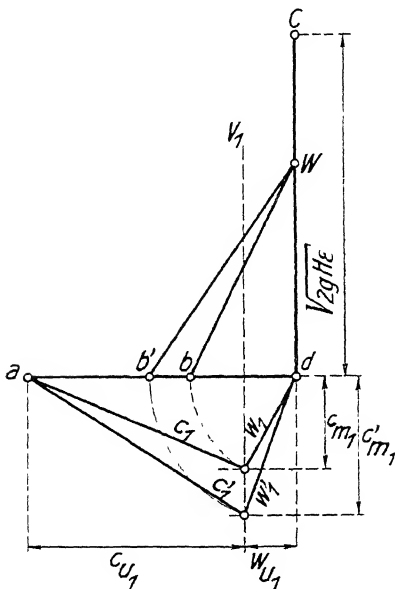


Abb. 381.

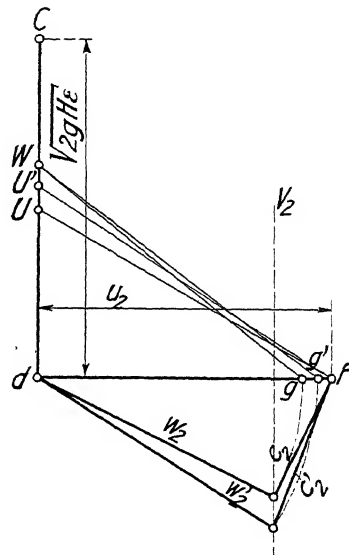


Abb. 382.

Eine Verschiebung der Spitze des Austrittsdreiecks ändert die Lage von Punkt  $U$ , wie Abb. 382 zeigt, während  $W$  und  $C$  nach vorigem ungeändert bleiben.

Die genannte Verschiebbarkeit der Spitzen der Geschwindigkeitsdreiecke ist zur Anwendung der Diagramme besonders wertvoll und dient dazu, die Ein- und Austrittswinkel mit gegebenen Wassermengen und Querschnitten bzw. mit gegebenen Größen  $c_{m1}$  und  $c_{m2}$  (Abb. 379) in Beziehung zu bringen.

## 2. Der senkrechte Austritt.

Der senkrechte Austritt, der schon die rechnungsmäßige Behandlung wesentlich vereinfachte, hat hier eine ähnliche Eigenschaft. Für ihn verschwindet die Summe  $c_2^2 - w_2^2 + u_2^2$  und es bleibt

$$2gH\varepsilon = c_I^2 - w_I^2 + u_I^2.$$







Da können wir im ersten Fall schreiben:  $2gH\varepsilon - c_1^2 = u_1^2 - w_1^2$ , wenn  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  und  $c_1$  gegeben sind, was durch Abb. 387 zur Darstellung kommt. Ist neben  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  aber  $u_1$  vorgeschrieben, so macht man  $u_1^2 - 2gH\varepsilon = w_1^2 - c_1^2$  (Abb. 388). Für  $w_2 = u_2$  fällt wieder Punkt  $W$  mit  $U$  zusammen, woraus sich die Diagrammfigur Abb. 389 ergibt.

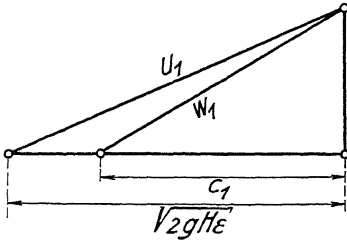


Abb. 388.

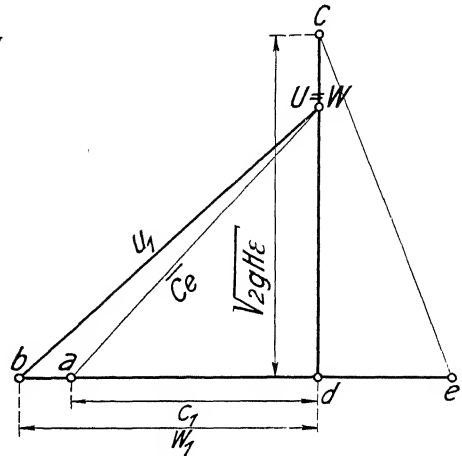


Abb. 389.

Weiter wollen wir noch den Fall betrachten, in dem auf der Austrittsseite  $w_2 > \overline{Uf}$  wird, so daß unser viertes Dreieck versagt. Zur Lösung vertauschen wir auch hier zwei gleichwertige Größen, und zwar  $w_2$  mit  $c_1$ .

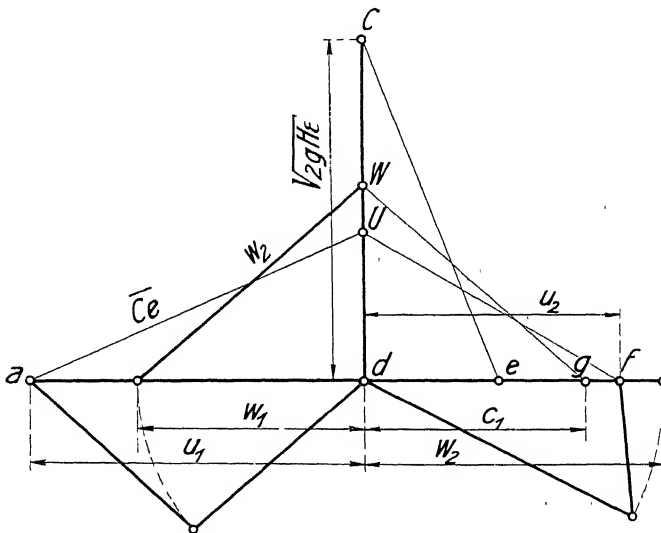


Abb. 390.

Dann erfolgt die Aufzeichnung des Diagramms für normale Umfangsgeschwindigkeit in der Reihenfolge

$$2gH\varepsilon + c_2^2 - u_1^2 + u_2^2 - c_1^2 - w_2^2 + w_1^2 = 0,$$

nach Abb. 390.





laufiger  $c'_x$  und  $w'_x$  und damit in einem vorläufigen Eintrittsdreieck das gesuchte  $c_{ux}$  liefert. Zur Vereinfachung lassen wir aber  $b'$  mit  $a$  zusammenfallen, d. h. wir fassen vorübergehend  $\overline{Wa} = \overline{Wb'}$  als  $c'_x$  und  $u_x$  als  $w'_x$  auf. Durch Schlagen der Kreise von  $\overline{Wa}$  um  $a$  und von  $u_x$  um  $d$  finden wir dann die Spitze des vorläufigen Eintrittsdreiecks. Auf der Vertikalen  $V_x$  durch die Spitze wird  $c_{mx}$  aufgetragen und damit das richtige Eintrittsdreieck mit  $\alpha_x = 25,5^\circ$  und  $\beta_x = 55^\circ$  bestimmt.

### b) Mit gleichschenkligen Austritt

$$w_2 = u_2.$$

Hier fällt  $W$  auf  $U$ . Das Austrittsdreieck verschwindet, wenn  $c_2$  gegeben ist, gleichfalls. Wir setzen  $c_2 = 0,30$ , machen in Abb. 394  $\overline{Cd} = \overline{Ve} = 0,92$ ,  $\overline{de} = c_2 = 0,30$ ,  $\overline{ad} = u_x = 0,75$ ,  $\overline{aU} = \overline{aW} = \overline{Ce}$ . Die Kreise um  $a$  und  $d$  liefern dann wie vorhin die Vertikale  $V_x$  und mit  $c_{mx} = 0,27$  die Dreiecksspitze und damit  $\alpha_x = 23,5^\circ$ ,  $\beta_x = 65^\circ$ . Wie man sieht, benötigt der senkrechte Austritt zur Erzielung einer bestimmten Umfangsgeschwindigkeit einen kleineren Winkel  $\beta_x$  als der gleichschenklige Austritt.

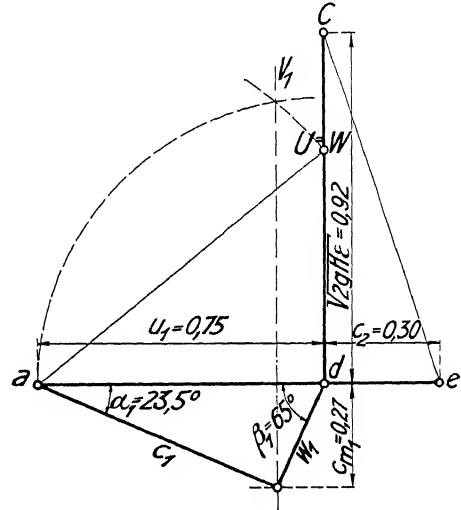


Abb. 394.

### c) Mit beliebigem Austritt.

Dabei sei  $u_2 = 0,60$ ,  $w_2 = 0,70$ ,  $c_{m2} = 0,30$ . Wir machen (Abb. 395)

$$\overline{Cd} = \overline{Ve} = 0,92, \quad \overline{ad} = u_x = 0,75 \quad \text{und} \quad \overline{df} = u_2 = 0,60.$$

Der Kreis mit  $\overline{dg} = w_2$  um  $d$  bestimmt auf der Parallelen durch  $c_{m2}$  die Spitze des Austrittsdreiecks. Damit wird  $c_2 = 0,303$  und nebenbei  $\beta_2 = 25^\circ$  und  $\alpha_2 = 97^\circ$  gefunden. Nun macht man

$$\overline{de} = c_2, \quad \overline{aU} = \overline{Ce}, \\ \overline{Wg} = \overline{Uf}.$$

Die Kreise mit  $\overline{aW}$  um  $a$  und mit  $\overline{da}$  um  $d$  liefern wieder wie vorhin durch  $c_{ux}$  und  $c_{mx}$  das Eintrittsdreieck und die gesuchten Winkel  $\alpha_x = 27^\circ$  und  $\beta_x = 52^\circ$ .

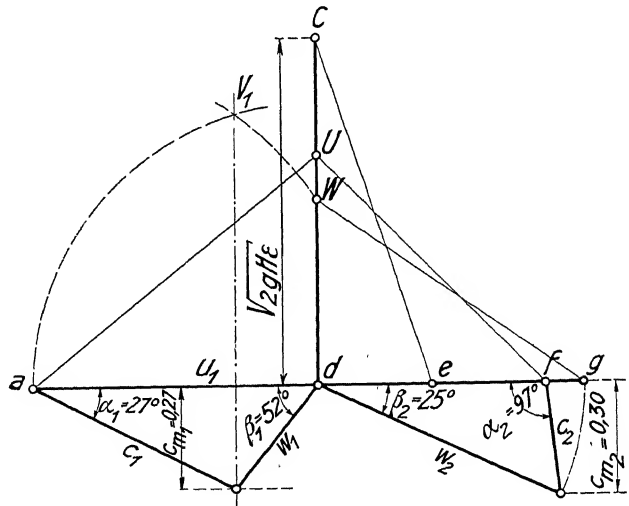


Abb. 395.

d) Dasselbe für eine außergewöhnlich hohe Umfangsgeschwindigkeit,

$$\text{wobei } u_1 > \sqrt{2gH\varepsilon + c_2^2}.$$

Es sei hier  $u_1 = 1,10$ ,  $u_2 = 0,90$ ,  $w_2 = 0,85$ ,  $c_2 = 0,30$ . Zur Konstruktion benutzen wir unter Vertauschung von  $u_1$  mit  $c_1$  das Diagramm für hohe Umfangsgeschwindigkeit (Abb. 386). Es wird (Abb. 396) wieder  $\overline{Cd} = \overline{V\varepsilon} = 0,92$ , das Austrittsdreieck ist festgelegt mit  $\overline{df} = u_2 = 0,90$ ,  $\overline{dg} = w_2 = 0,85$  und  $c_2 = 0,30$ . Dann folgt  $\overline{de} = c_2$  und  $\overline{aU} = \overline{Ce}$ . Nun ist freilich  $\overline{ad} = c_1$  noch unbekannt. Wir wissen aber, daß bei gegebenem Austrittsdreieck die Größe von  $c_{n_1}$  bzw. die Vertikale  $V_1$  durch die Spitze des Eintrittsdreiecks bereits festliegt, gleichgültig welches  $c_1$  wir haben werden. Wir wählen deshalb ein vorläufiges  $c'_1$ , und zwar um möglichst an Hilfslinien zu sparen  $c'_1 = \overline{de} = c_2$ . Dann fallen unsere vorläufigen Punkte  $a'$  mit  $e$  und  $U'$  mit  $C$  zusammen und  $\overline{W'g} = \overline{U'f}$  liefert Punkt  $W'$ , von dem  $u_1$  abgetragen in  $\overline{b'd}$  das  $w'_1$  abschneidet. Nun läßt sich, wie früher, mit  $c'_1$  und  $w'_1$  über  $u_1$  die Vertikale  $V_1$  konstruieren.

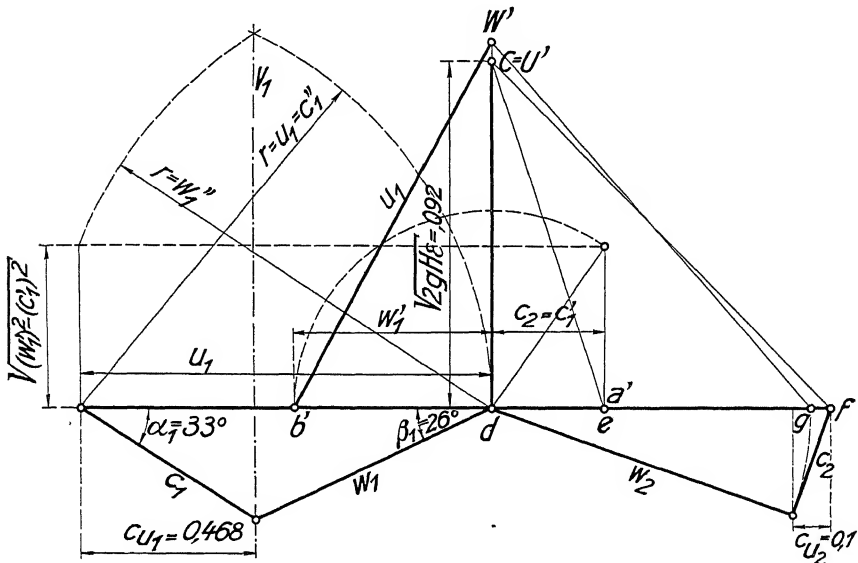


Abb. 396.

Wenn  $c'_1$  und  $w'_1$  von den Endpunkten von  $u_1$  abgetragen sich nicht schneiden, wie dies in Abb. 396 der Fall ist, so beachten wir, aus der Tatsache des konstanten Wertes von  $c_1^2 - w_1^2$ , daß die richtigen Größen von  $c_1$  und  $w_1$  sich zu den vorläufigen  $c'_1$  und  $w'_1$  so verhalten müssen, daß  $\sqrt{c_1^2 - w_1^2} = \sqrt{c'^2_1 - w'^2_1} = \text{konstant}$ .

Danach findet man zusammengehörige Werte von  $c$  und  $w$  aus einem rechtwinkligen Dreieck, dessen eine Kathete  $\sqrt{c'^2_1 - w'^2_1}$  bzw. für  $w_1 > c_1$ , gleich  $\sqrt{w'^2_1 - c'^2_1}$  ist. Im ersteren Falle konstruieren wir dieses Dreieck, indem wir einen Kreis mit  $\overline{de} = c'_1$  um  $d$  mit einer Vertikalen durch  $b'$ , im zweiten Fall (Abb. 396) einen Kreis mit  $\overline{b'd} = w'_1$  um  $d$  mit einer Vertikalen durch  $e$  zum Schnitt bringen. Damit schneiden wir auf der Vertikalen  $\sqrt{c'^2_1 - w'^2_1}$  bzw.  $\sqrt{w'^2_1 - c'^2_1}$

aus. Tragen wir diese über dem rechten bzw. linken Endpunkt von  $u_x$  senkrecht auf, so liefert sie (Abb. 396) mit  $u_x$  die Größe  $w_x''$  als Hypotenuse, die mit  $c_x'' = u_x$  in bekannter Weise die Vertikale  $V_x$  ergibt, mit deren Hilfe bei gegebenem  $c_{u_1}$  das Eintrittsdreieck und damit  $u_x = 33^\circ$  und  $\beta_x = 26^\circ$  bestimmt sind.

Hier wird, wie man sieht, die Diagrammkonstruktion nur dann einfach, so lange  $c_x'$  und  $w_x'$  unmittelbar zum Schnitt auf  $V_x$  führen. Im andern Falle wird der, welcher nicht mit den Diagrammen vertraut ist, vielleicht rascher zum Ziel kommen, wenn er sich  $c_{u_2}$  aus dem Austrittsdreieck abgreift und dann die Lage von  $V_x$  durch die Hauptgleichung mit

$$c_{u_1} = \frac{gH\varepsilon + u_2 c_{u_2}}{u_1}$$

berechnet. Das führt in unserm Beispiel auf

$$c_{u_1} = \frac{0,5 \cdot 0,85 + 0,9 \cdot 0,1}{1,1} = 0,468,$$

und stimmt, wie man sieht, mit dem graphischen Ergebnis überein.

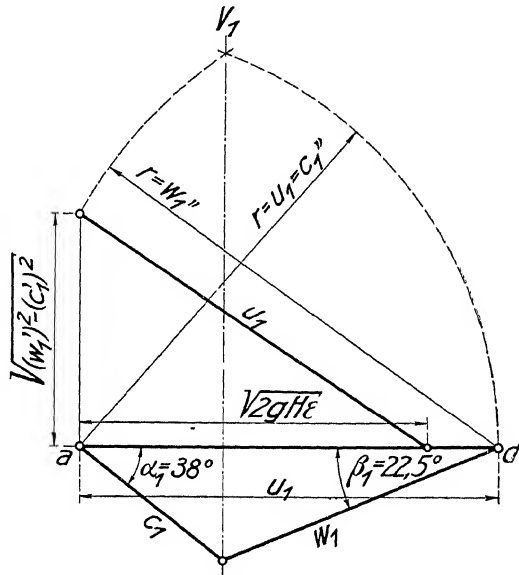


Abb. 397.

Für senkrechten Austritt schreiben wir hier

$$u_x^2 - \sqrt{2gH\varepsilon} = w_x^2 - c_x^2,$$

und bilden aus  $u_x = 1,1$  und  $\sqrt{2gH\varepsilon} = 0,92$ , genau wie vorhin die Kathete  $\sqrt{w_x^2 - c_x^2}$ , die wir auf dem linken Endpunkte von  $u_x$  senkrecht errichten (Abb. 397).

Sie bildet dann mit  $u_x$  das rechtwinklige Dreieck, das uns wieder durch  $c_x''$  und  $w_x''$  auf die Vertikale  $V_x$  führt, mit deren Hilfe bei  $c_{m_x} = 0,30$  das Eintrittsdreieck und die Winkel  $\alpha_x = 38^\circ$  und  $\beta_x = 22,5^\circ$  bestimmt sind.

e) Dasselbe, wenn  $w_2 > \overline{Uf}$ .

Wir machen (Abb. 398), wie unter c),

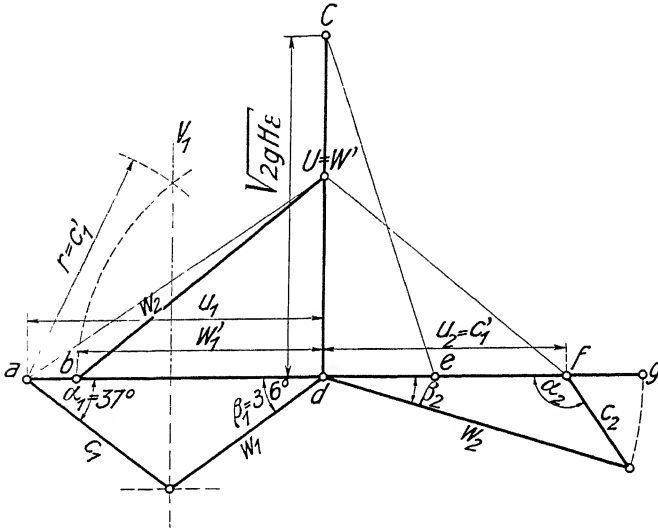


Abb. 398.

$$\overline{Cd} = \overline{V\varepsilon} = 0,92,$$

$$\overline{ad} = u_1 = 0,80,$$

$$\overline{de} = c_2 = 0,30,$$

$$\overline{df} = u_2 = 0,65,$$

$$\overline{\alpha U} = \overline{Ce}.$$

Nun ergebe sich aus dem Austrittsdreieck mit  $w_2 = 0,86, w_2 > \overline{Uf}$ .

Damit Kreis  $g\overline{W}$  noch einen reellen Schnittpunkt liefert, vertauschen wir  $c_1$  mit  $w_2$ , und da  $c_1$  noch unbekannt ist, wählen wir ein vorläufiges  $c'_1 = \overline{df}$ , wodurch  $W'$  auf  $U$  fällt.

Kreis mit  $w_2$  um  $U$  liefert dann  $\overline{b'd} = w'_1$ .

Aus  $w'_1$  und  $c'_1$  läßt sich schließlich, wie oben, die Vertikale  $V_x$  und damit für  $c_{mx}$  das  $w_x$  und  $c_x$  bzw.  $\alpha_x = 37^\circ$  und  $\beta_x = 36^\circ$  bestimmen.

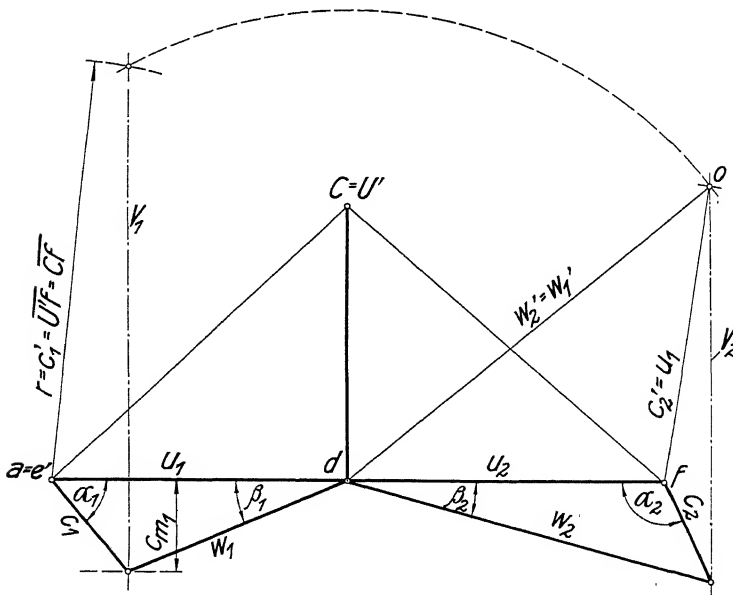


Abb. 399.



f) Dasselbe für  $u_1 > \sqrt{2gH\epsilon + c_2^2}$  und  $w_2 > \bar{U}f$  bzw.  $w_1^2 > c_1^2$  mit Diagrammanwendung nach Pfeiffer.

Es sei  $u_1 = 0,98$ ,  $u_2 = 1,05$ ,  $w_2 = 1,25$ ,  $c_2 = 0,36$ ,  $\sqrt{\epsilon} = 0,90$  und  $c_{m1} = 0,30$ . Zur Aufzeichnung des Diagrammes (Abb. 399) machen wir  $\bar{ad} = u_1 = 0,98$ ,  $\bar{df} = u_2 = 1,05$ ,  $\bar{cd} = \sqrt{\epsilon} = 0,90$ . Das Austrittsdreieck ist mit  $w_2 = 1,25$  und  $c_2 = 0,36$  festgelegt. Damit ist auch  $V_2$  bekannt. Um  $V_1$  zu finden, tragen wir  $fo = u_1 = 0,98$  von  $f$  aus auf  $V_2$  ab und erhalten in  $\bar{do}$  das dem angenommenen  $c'_2 = u_2 = 0,98$  entsprechende  $w'_2$ . Kreisbögen mit  $\bar{do} = w'_2 = w'_1$  um  $d$  und mit  $\bar{U}f = \bar{C}f = c'_1$  um  $a$  liefern dann in ihrem Schnittpunkt die Eintrittsvertikale  $V_1$ .  $c_{m1} = 0,30$  auf  $V_1$  abgetragen ergibt die Spitze des gesuchten Eintrittsdreiecks.

## 2. Die Bestimmung der Umfangsgeschwindigkeiten.

Gegeben seien die Dreieckswinkel  $\alpha_1 = 20^\circ$ ,  $\beta_1 = 70^\circ$ ,  $\alpha_2 = 68^\circ$ ,  $\beta_2 = 25^\circ$ , das Gefälle  $H = \frac{1}{2g}$ , der Wirkungsgrad  $\epsilon = 0,85$  und das Durchmesserverhältnis  $\frac{D_1}{D_2} = 1,25$ .

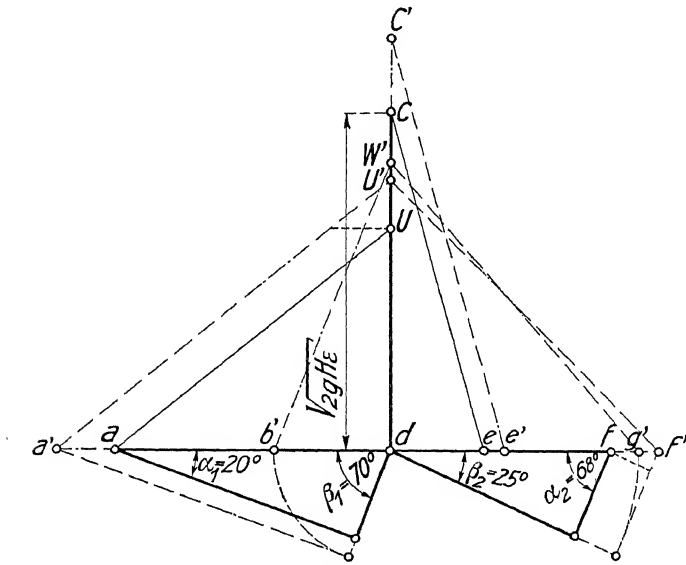


Abb. 400.

Damit können für ein vorläufig angenommenes  $u'_1$  etwa  $= 0,9$  und  $u'_2 = 0,72$  die Geschwindigkeitsdreiecke und damit die Diagrammseiten in folgender Reihenfolge gezeichnet werden (Abb. 400):

$\bar{ad} = u'_1 = 0,90$ ,  $\bar{df} = u'_2 = 0,72$ ,  $\alpha_1 = 20^\circ$ ,  $\beta_1 = 70^\circ$ ,  $\alpha_2 = 68^\circ$ ,  $\beta_2 = 25^\circ$ ,  $\bar{b'd} = w_1$ ,  $\bar{b'W'} = c'_1$ ,  $\bar{W'g'} = \bar{U'f'}$ ,  $\bar{d'e'} = c'_2$ ,  $\bar{U'a'} = \bar{C'e'}$ ,  $\bar{C'd} = \sqrt{2gH'\epsilon} = 1,122$ .

Daraus folgt mit gegebenem  $\epsilon = 0,85$  das Gefälle  $H' = \frac{1,48}{2g}$ , bei dem sich die angenommenen Umfangsgeschwindigkeiten einstellen. Bei dem gegebenen Gefälle

$H = \frac{1}{2g}$  sind sie um  $\sqrt{\frac{2gH\epsilon}{2gH'\epsilon}} = \sqrt{\frac{H}{H'}} = 0,82$  größer, so daß  $u_1 = 0,9 \cdot 0,82 = 0,74$ ,  $u_2 = 0,72 \cdot 0,82 = 0,59$ . Diese Proportion ist in Abb. 400 graphisch ausgeführt.

Für senkrechten oder gleichschenkligen Austritt mit  $\alpha_2 = 90^\circ$  bzw.  $w_2 = u_2$  treten dieselben Vereinfachungen ein, die wir vorhin kennen gelernt haben, auch läßt sich derselbe Konstruktionsgang auf die Diagramme für hohe Umdrehzahl anwenden.

### 3. Bremsdiskussion einer Turbine.

In besonderem Maße eignet sich die Diagrammdarstellung zur Diskussion einer Turbinenbremsung, die mit ihr, abgesehen von den durch die in den einzelnen Querschnitten vorhandenen Strömungsunterschiede hervorgerufenen Ungenauigkeiten, ohne Vernachlässigung durchgeführt werden kann.

Wir nehmen an, die für die Hauptgleichung in Frage kommenden Mittelwerte der Laufraddimensionen seien bekannt, und zwar sei  $D_1 = 1,0$  m,  $D_2 = 0,885$  m,  $\beta'_1 = 84^\circ$ ,  $\beta'_2 = 21^\circ$ ; der dem Leitradwinkel  $\alpha'_0$  entsprechende Winkel  $\alpha'_1$  sei berechnet zu  $\alpha'_1 = 18^\circ$ , der zu  $c_{m1}$  senkrechte Querschnitt zu  $F_1 = 0,967$  m<sup>2</sup>, der zu  $w_2$  senkrechte Querschnitt zu  $s_2 \cdot f_2 = 15 \cdot 0,0236$  m<sup>2</sup> = 0,354 m<sup>2</sup> <sup>1)</sup>.

Die Bremsung habe im Gefälle von  $H = 5,1$  m eine Wassermenge von

$Q_g = 2,1$  m<sup>3</sup>/sek und eine minutliche Drehzahl  $n = 143$  ergeben, wobei der  $l = 2,4$  m lange Hebel des Pronyschen Zaumes (Abb. 401) mit  $P = 227$  kg belastet war.

Hieraus folgt ein effektiver Wirkungsgrad (vgl. S. 250) als Verhältnis der gewonnenen zur eingeleiteten Arbeitsleistung (Gl. 315)

$$e = \frac{L_e}{L_g}.$$

Abb. 401. Pronyscher Zaum.

Eine jede berechnet sich als Nutzkraft mal sekundlich zurückgelegtem Weg. Für  $L_e$  ist die Kraft  $= P$ , ihr Weg für eine Umdrehung (in kinematischer Umkehrung)  $= 2 l \pi$ , d. h. in der Sekunde  $= 2 l \pi \frac{n}{60}$ , somit

$$L_e = P \cdot 2 l \pi \frac{n}{60}. \quad (336)$$

Die Nutzkraft der eingeleiteten Arbeit ist das Wassergewicht  $= Q_g \cdot \gamma$ , sein Weg ist das Gefälle, somit

$$L_g = Q_g \cdot \gamma \cdot H \quad [312]$$

und

$$e = \frac{L_e}{L_g} = \frac{P \cdot 2 l \pi \cdot \frac{n}{60}}{Q_g \cdot \gamma \cdot H} = \frac{227 \cdot 2 \cdot 2,4 \cdot \pi \cdot \frac{143}{60}}{2,1 \cdot 5,1 \cdot 1000} = 0,76.$$

<sup>1)</sup> Die eingehende Besprechung der Berechnungsweise folgt im fünften Teil (S. 326 ff.).

Unter der Annahme, der Wirkungsgrad der Spaltdichtigkeit (S. 251) betrage  $\eta_v = 0,985$ , folgt die durch das Laufrad fließende Wassermenge zu  $Q = 0,985 \cdot 2,1 = 2,07 \text{ m}^3/\text{sek}$ , und mit dem Wirkungsgrad der rotierenden Teile  $\eta_r = 0,98$  ergibt sich der mechanische Wirkungsgrad  $\eta = \eta_v \cdot \eta_r$  zu  $0,985 \cdot 0,98 = 0,966$  und der hydraulische Wirkungsgrad  $\varepsilon$  zu

$$\varepsilon = \frac{e}{\eta} = \frac{0,76}{0,966} = 0,787.$$

Die Geschwindigkeit  $w_2$  folgt aus

$$w_2 = \frac{Q}{z_2 \cdot f_2} = \frac{2,07}{0,354} = 5,85 \text{ m/sek},$$

mit ihr kann das Austrittsdreieck (Abb. 402) gezeichnet werden, wobei  $\beta_2$  an

$$u_2 = \frac{D_2 \pi n}{60} = \frac{0,885 \cdot \pi \cdot 143}{60} = 6,6 \text{ m/sek}$$

angetragen wird.

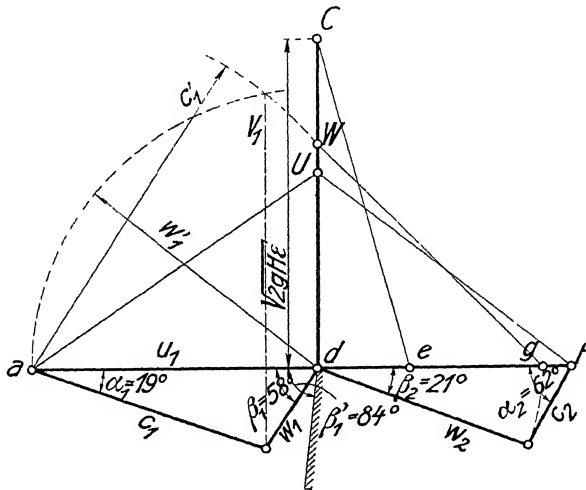


Abb. 402.

Daraus folgt  $c_2$  und mit  $\overline{de} = c_2$  und  $\sqrt{2gH\varepsilon} = \sqrt{2g \cdot 5,1 \cdot 0,787} = 8,87 \text{ m/sek}$  das  $\overline{Ce}$ , mit  $\overline{ad} = u_1 = \frac{D_1 \pi n}{60} = 7,49$  und  $\overline{aU} = \overline{Ce}$  Punkt  $U$ , mit  $\overline{Wg} = \overline{Uf}$  Punkt  $W$  und mit den bekannten Kreisen  $c'_1$  und  $w'_1$  die Vertikale  $V_1$  durch die Spitze des Eintrittsdreiecks.

Aus  $F_1$  folgt nun das  $c_{m1}$  als

$$c_{m1} = \frac{Q}{F_1} = \frac{2,07}{0,967} = 2,14 \text{ m/sek}$$

und damit das Eintrittsdreieck mit den Wasserwinkeln  $\alpha_1 = 19^\circ$  und  $\beta_1 = 58^\circ$ .

Wir sehen nun, daß  $\beta_1$  mit dem Schaufelwinkel  $\beta'_1$ , der  $84^\circ$  beträgt, nicht übereinstimmt. Dann kann man die Frage aufwerfen, ob und wie solche Unstimmigkeit vermieden werden könnte, wenn von einer Änderung der Schaufelwinkel abgesehen werden soll.

Dazu nehmen wir einmal an, das Eintrittsdreieck der Wasserwinkel stimme in der Tat bei gleichem  $u_1 = 7,49$  mit dem der Schaufelwinkel überein. Damit liegt das Eintrittsdreieck (Abb. 403 strichpunktiert) fest und der zugehörige Punkt  $W'$  läßt sich in bekannter Weise finden.

Das Austrittsdreieck ist dabei durch Winkel  $\beta_2$  und den Umstand gegeben, daß sich  $w_2$  in demselben Verhältnis ändern muß wie  $c_{m1}$ , d. h. von 5,85 auf 6,6 m/sek, da die Laufradquerschnitte ungeändert vorliegen. (Daß hier  $w_2 = u_2$  ist nur zufällig.)

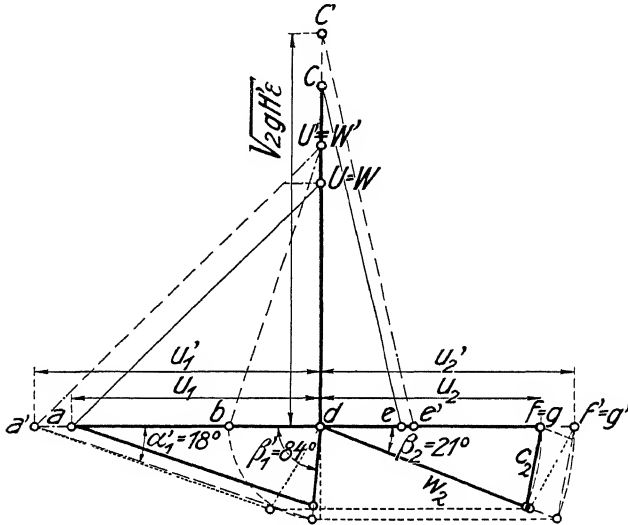


Abb. 403.

Somit ist durch  $\overline{dg'} = w_2$  und  $\overline{W'g'} = \overline{U'f}$  auch Punkt  $U'$  und durch  $\overline{de'} = c_2$  und  $\overline{C'e'} = \overline{U'a}$  auch  $\sqrt{2gH'}\varepsilon$  und  $H' = 6,8$  gegeben.

Es läßt sich somit stets das Gefälle angeben, in dem bei der vorhandenen Drehzahl das Eintrittsdreieck erfüllt ist, oder wie wir S. 292 sehen werden, die entsprechende Drehzahl und Wassermenge bei dem gegebenen Gefälle.

Hier müßte bei ungeändertem Gefälle die Drehzahl auf  $n = 143 \cdot \sqrt{\frac{5,1}{6,8}} = 124$  erniedrigt werden, wenn  $\beta_1$  mit  $\beta_1'$  übereinstimmen soll, wobei die Wassermenge  $Q_s$  zu  $2,1 \cdot \frac{6,6}{5,85} \cdot \sqrt{\frac{5,1}{6,8}} = 2,05$  erwartet werden darf.

Das ist in Abb. 403 stark ausgezogen dargestellt.

Zu genauerer Rechnung wäre dabei noch eine Veränderung des Wirkungsgrads infolge der geänderten Strömungsverhältnisse wenigstens schätzungsweise zu berücksichtigen.

#### 4. Änderung des Eintrittsdreiecks bei Drehschaufelregulierung.

Um dasselbe Laufrad, mit verschiedener Wassermenge voll beaufschlagen zu können, ändert man mit Hilfe der von Prof. FINK erfundenen Drehschaufeln (vgl. S. 223) den Eintrittswinkel  $\alpha_1'$ , der sich damit unter gewissen Voraussetzungen ohne weiteres in den Wasserwinkel  $\alpha_1$  einstellt.  $\beta_1$  fällt aber im allgemeinen

nicht mit  $\beta'_1$  zusammen und das Wasser erfährt dadurch eine Umlenkung am Eintritt ins Laufrad.

Wir wollen diese Verhältnisse nun für drei verschiedene Annahmen bezüglich der gleichzeitigen Änderung des hydraulischen Wirkungsgrads  $\varepsilon$  betrachten. Dabei sei ein ähnliches Laufrad und Gefälle wie im vorigen Beispiel zugrunde gelegt und weiter angenommen, daß für die normale Umdrehzahl der Schaufelwinkel  $\beta'_1$  mit dem Wasserwinkel  $\beta_1$  übereinstimmt, bei einer Beaufschlagung, für die  $w_2 = u_2$  wird und die wir mit  $Q_1$  bezeichnen wollen. Die Untersuchung sei jeweils für  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{3}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{1}{3}$  der genannten Beaufschlagung durchgeführt.

a) Der hydraulische Wirkungsgrad sei konstant.

Wir zeichnen nach Abb. 404 im Diagramm das  $u_1$ ,  $u_2$  und auf  $\beta_2$  die den Beaufschlagungen entsprechenden  $w_2$  und damit die Austrittsdreiecke auf.

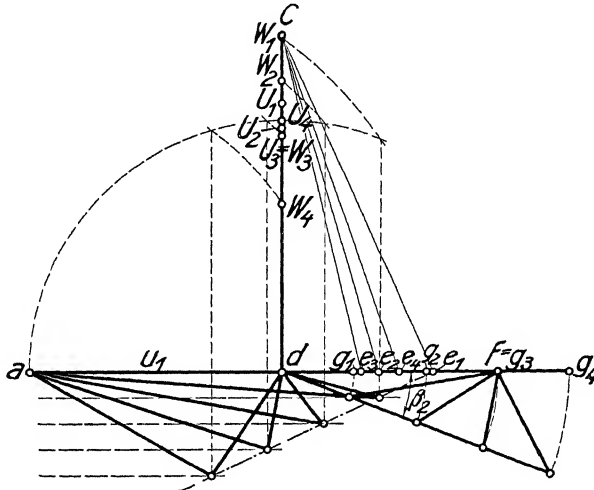


Abb. 404. Eintrittsdreiecke für  $\varepsilon = k$ .

Aus jedem folgt ein  $c_2$  und damit ein entsprechendes  $\overline{Ce}$  bzw. ein entsprechender Punkt  $U$ .

Genau wie in Aufgabe III. 1. c. S. 269 findet man nun die jeweiligen Eintrittsdreiecke und bemerkt, daß ihre Spitzen auf einer Geraden liegen, die für  $Q = 0$  die Linie der Umfangsgeschwindigkeiten schneidet<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Der Beweis hierfür ergibt sich, wenn man in Gleichung

$$gHe = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}$$

aus dem Austrittsdreieck mit

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}},$$

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2},$$

und weiter  $c_{m2} = c_{m1} \cdot \frac{F_1}{F_2}$  setzt, wodurch mit  $gHe = u_1 c_{u1} - u_2^2 + c_{m1} \cdot u_2 \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2}$  der lineare Verlauf von  $c_{u1}$  mit  $c_{m1}$  begründet ist.

Der Schnittpunkt der Geraden mit der  $u$ -Richtung ergibt sich für  $c_{m1} = 0$  bei  $c_{u1} = \frac{gHe + u_2^2}{u_1}$ .

b) Der hydraulische Wirkungsgrad  $\varepsilon$  einschließlich der spezifischen

Austrittsenergie  $\alpha_2 = \frac{c_2^2}{2gH}$  sei konstant.

Diese Annahme stimmt erfahrungsgemäß mit der Wirklichkeit schon viel besser überein wie die erste (vgl. S. 364) und hat den weiteren Vorzug, daß mit ihr der Punkt  $U$  seine Lage im Diagramm behält, da ja

$$\overline{\alpha U} = \sqrt{2gH(\varepsilon + \alpha_2)}$$

ist.

Die Konstruktion Abb. 405 wird daher hier noch einfacher wie im ersten Fall, indem wir vom Punkt  $U$  ausgehen. Im übrigen ist sie genau analog und führt,

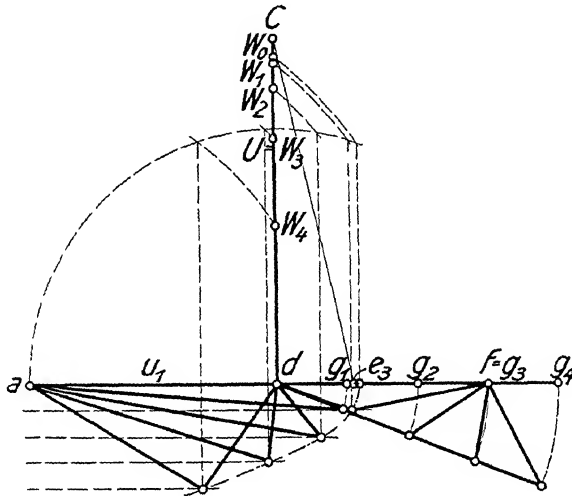


Abb 405. Eintrittsdreiecke für  $\varepsilon + \alpha_2 = \text{konst.}$

wie leicht nachzuweisen, darauf, daß die Spitzen der Eintrittsdreiecke auf einer Parabel liegen; denn setzen wir

$$2gH\varepsilon + c_2^2 = c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 + w_2^2 - u_2^2 = 2gH(\varepsilon + \alpha_2) = \text{konstant},$$

so folgt mit

$$c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 = 2u_1 c_{u_1} = 2gH(\varepsilon + \alpha_2) + u_2^2 - w_2^2, \quad (337)$$

d. h., da  $w_2$  der Wassermenge proportional, die genannte Parabel, deren Scheitel für  $w_2 = 0$ , für

$$c_{u_1} = \frac{2gH(\varepsilon + \alpha_2) + u_2^2}{2u_1} \quad (338)$$

zu bemerken ist<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Meines Wissens hat HONOLD (I, S. 20 u. 21) auf diese »Eintrittsparabel« zuerst aufmerksam gemacht.

c) Die Änderung des hydraulischen Wirkungsgrads wird einer erfahrungsmäßigen Bremskurve entnommen.

Diese Konstruktion (Abb. 406) ist wiederum mit den früheren identisch bis dahin, daß hier für jede Beaufschlagung die dem Diagramm (Abb. 407) entnommene Größe  $\varepsilon$  einzusetzen ist.

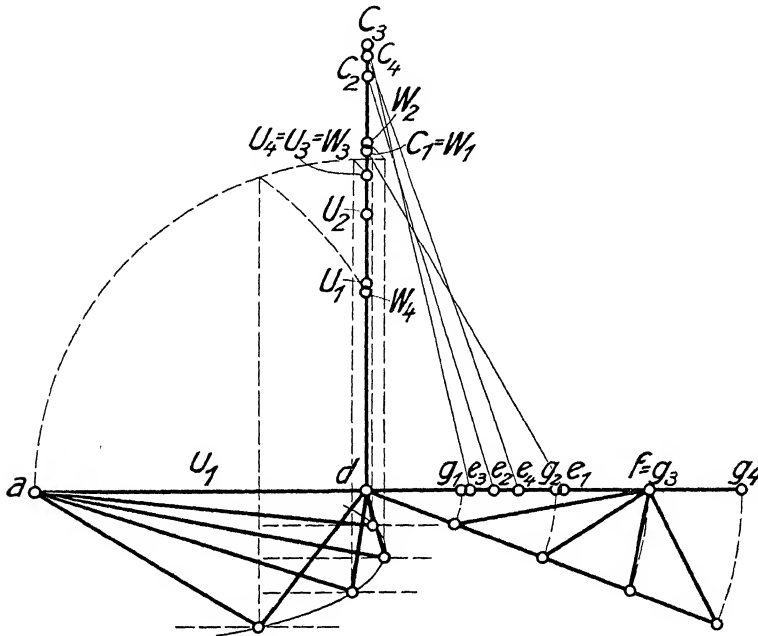


Abb. 406. Eintrittsdreiecke für  $\varepsilon$  nach Abb. 407.

Man bemerkt, daß durch die Abnahme des Wirkungsgrads ein rasches Umbiegen der Kurve erfolgt, auf der die Dreieckspitzen liegen.

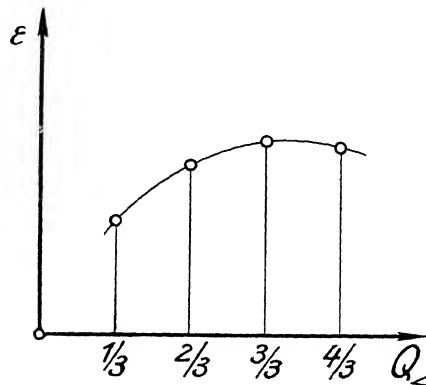


Abb. 407. Wirkungsgrade nach Wassermengen geordnet.

Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit praktischen Untersuchungen wird uns aber erst nach genauer Kenntnis bestimmter Turbinenkonstruktionen weiter beschäftigen.

## G. Die Druckverhältnisse in der Turbine.

### I. Berechnungsformeln.

Im Anschluß an die rechnerische Auswertung der Hauptgleichung sollen nun die Drucke an den durch die Hauptgleichung hervorgehobenen Stellen einer kurzen Betrachtung unterzogen werden, wobei wir uns zur Einführung wiederum damit begnügen, die Reibungsverluste als gegeben und im Bereich unserer Betrachtungen als unveränderlich anzusehen.

Wir greifen zu dem Zweck auf die S. 246 angeführten drei Arbeitsgleichungen für den Druck-, den Rad- und den Saugbereich zurück.

Ihrer Bedeutung wegen seien sie nochmals, und zwar unter der vereinfachenden Annahme des Beharrungszustandes (vgl. S. 247) und des Wegfallens des Schwerkraftgliedes (vgl. S. 248) hier zusammengestellt

$$\text{I. } H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} = H_1 + h_1 + \frac{c_1^2}{2g} + R_d, \quad [294]$$

$$\text{II. } H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_2 + h_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r, \quad [306]$$

$$\text{III. } H_2 + h_2 + \frac{c_2^2}{2g} = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} + R_s. \quad [296]$$

Zur Ableitung der Druckbedingungen denken wir uns einer vereinfachten Einführung des Atmosphärendrucks wegen die Punkte  $z$  und  $a$  je in den betreffenden Wasserspiegel gelegt, was unter der Voraussetzung konstanter Energie in den mit  $z$  und  $a$  bezeichneten Querschnitten der Abb. 364 (S. 239) keine Einschränkung unserer Gleichungen bedeutet.

Damit wird  $h_z = h_{at}$  und  $h_a = h_{at}$ ,  $H_z - H_1$  erscheint als Druckhöhe  $H_d$ ,  $H_2 - H_a$  als Saughöhe  $H_s$ . Dazwischen liegt die Radhöhe  $H_r$  und die Summe der drei Höhen bildet das Nettogefälle  $H_n$  (vgl. Abb. 364).

Aus Gleichung I. folgt nun der Druck im Laufradeintritt

$$\text{I. } h_1 = H_d + h_{at} + \frac{c_z^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} - R_d \quad (339)$$

als Druckhöhe plus Atmosphärendruck und kinetischer Energie der Zulaufgeschwindigkeit, aber abzüglich der kinetischen Energie der Geschwindigkeit im Eintritt und abzüglich der Reibung.

Entsprechend erhalten wir aus III. den Druck im Laufradaustritt

$$\text{III. } h_2 = h_{at} - H_s - \frac{c_z^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g} + R_s \quad (340)$$

als Atmosphärendruck weniger Saughöhe und weniger dem Verzögerungsdruck  $\frac{c_z^2 - c_a^2}{2g}$ , aber plus der Reibung; denn letztere muß von  $h_2$  überwunden werden.

Von besonderem Interesse ist auch der durch  $h_1 - h_2$  gebildete Überdruck im Laufrad, den wir als Reaktionsdruck und mit  $h_{r,2}$  bezeichnen wollen, da er für die Reaktionswirkung im Laufrad wesentlich ist, und der entweder durch Subtraktion der Gleichung III. von I. oder auch aus Gleichung II. unmittelbar erhalten werden kann.



Im ersten Fall folgt

$$h_{1,2} = h_1 - h_2 = H_d + H_s + \frac{c_s^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g} - R_d - R_s \quad (341)$$

oder auch mit  $H_d + H_s = H_n - H_r$  und  $R_d + R_s = R - R_r$

$$h_{1,2} = H_n - H_r + \frac{c_s^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g} - R + R_r \quad (342)$$

und mit  $H_n + \frac{c_s^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g} = H$ ; da  $h_s = h_{at} = h_n$

$$h_{1,2} = H - H_r - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} - (R - R_r). \quad (343)$$

Danach wächst der Überdruck mit dem ideellen Gefälle  $(H - R)$ , mit der Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  und mit dem Reibungsverlust im Laufrad  $R_r$ , während er durch die Radhöhe  $H_r$  und die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_1$  entlastet wird.

Aus Gleichung II. ergibt sich

$$h_{1,2} = h_1 - h_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} - H_r + R_r. \quad (344)$$

Der Überdruck hat hiernach die Beschleunigungsarbeit der Relativgeschwindigkeit, sowie die Zentrifugaldifferenz des Laufrades und die Reibung zu überwinden, während er wiederum von dem Gefälle der Radhöhe entlastet wird.

Das Verhältnis des Überdrucks zum Gefälle  $\frac{h_{1,2}}{H}$  nennt man den »Reaktionsgrad«. Er charakterisiert die verschiedenen Überdruckturbinen und spielte früher in der Literatur eine große Rolle. Sein Wesen wird besonders deutlich, wenn man die Vernachlässigung einführt, daß  $\frac{c_2^2}{2g} = R - R_r + H_r$ , was für Turbinen mit kleinem Gefälle gelegentlich zutreffen mag. Dann wird

$$\frac{h_{1,2}}{H} = 1 - \frac{c_1^2}{2gH} \quad \text{und} \quad -\frac{c_1^2}{2gH} = 1 - \frac{h_{1,2}}{H},$$

daraus

$$c_1 = \sqrt{2gH \left( 1 - \frac{h_{1,2}}{H} \right)}, \quad (345)$$

woraus man bemerkt, welcher Teil des Gefälles zur Bildung der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit bei einem Reaktionsgrad  $\frac{h_{1,2}}{H}$  in Frage kommt.

Auch der sogenannte »Spaltdruck«, d. h. der Überdruck am Kranzspalt, wird uns später noch bei der Berechnung der durch den Spalt entweichenden Wassermenge beschäftigen. Er hängt neben den Größen von  $h_1$  und  $h_2$  vor allem vom Zustand des Wassers ab, das das Laufrad umgibt.

Befindet sich das Wasser in Ruhe, so ändert sich der äußere Druck zwischen den Punkten 1 und 2 entsprechend der jeweiligen Radhöhe  $H_r$  (Abb. 364). Dann wird der Spaltüberdruck =

$$h_1 - h_2 + H_r = \xi_{1,2} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r. \quad (346)$$

Im allgemeinen rotiert aber das zwischen Rad und Leitradboden bzw. Leitraduntersatz befindliche Wasser (Abb. 408) mehr oder weniger mit dem Laufradkörper mit, wodurch Zentrifugalpressungen auftreten. Dazu erfährt es Druckdifferenzen infolge seines Überströmens durch den Spalt. (Spaltverlust!)

Beide Einwirkungen, die die obige Anschreibung modifizieren, können erst an Hand bestimmter Konstruktionen im sechsten Teil S. 520f. näher studiert werden.

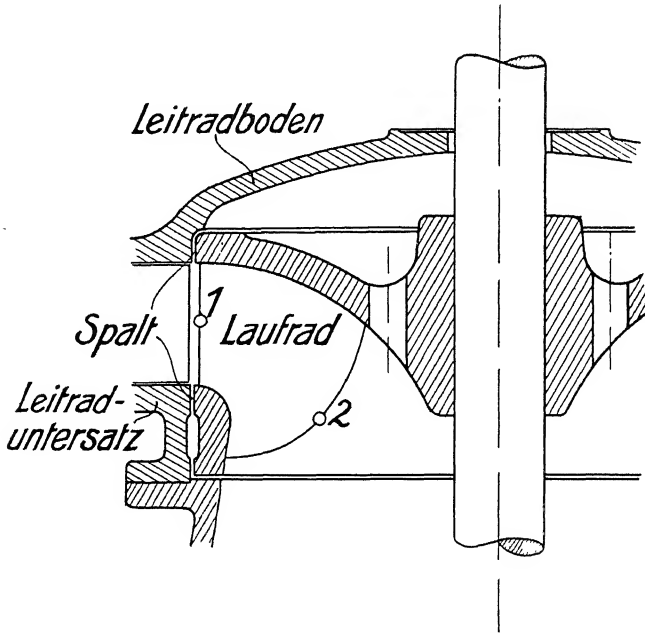


Abb. 408. Axialschnitt durch eine Zentripetal-Vollturbine.

Wir wollen uns bei diesen Ableitungen ebenso wie bei den vorangegangenen Geschwindigkeitsberechnungen nicht mit der Frage beschäftigen, wie sich die aus den Arbeitsgleichungen berechneten Mittelwerte auf die fraglichen Querschnitte verteilen, dazu müssen wir die wirklichen Laufradkonstruktionen und ihre zeichnerische Darstellung erst näher kennen lernen. Nur das eine sei schon hier hervorgehoben, daß für die absoluten Größen von  $h_1$  und  $h_2$  zwar die wirkliche Höhenlage der jeweiligen Punkte in der Anlage, für den Überdruck  $h_1 - h_2$  aber, wie aus den Gleichungen (342) und (344) hervorgeht, nur die Radhöhe in Frage kommt, die im allgemeinen für verschiedene Wasserfäden (vgl. Abb. 364) wechselnde Werte annimmt.

Von ihr wird man frei, wenn die Differenz des Lagendruckes  $\mathfrak{S}_1 - \mathfrak{S}_2 = \mathfrak{S}_{1,2}$  angeschrieben wird. Dann folgt, da  $\mathfrak{S}_1 - \mathfrak{S}_2 = H_1 - H_2 + h_1 - h_2 = H_r + h_{1,2}$ ,

$$\mathfrak{S}_{1,2} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + R_r \quad [346]$$

bzw.

$$\mathfrak{S}_{1,2} = H - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} - (R - R_r), \quad (347)$$

woraus man erkennt, daß die von der verschiedenen Lagenhöhe stammenden Differenzen von  $h_{1,2}$  keine ungleiche Entwicklung der Wassergeschwindigkeiten zur Folge haben.

## II. Graphische Darstellung des Energieverlaufs nach Pfarr.

Wir denken uns bei einer liegenden Spiralturbine (Abb. 409) die Drücke in den Punkten 1 und 2 dadurch gemessen, daß Piezometerröhrchen  $a_1$  und  $a_2$  und Pitotröhrchen  $b_1$  und  $b_2$  bis unmittelbar an die Schaufelkante herangeführt werden. Wir nehmen dabei an, daß die mittleren Druck- und Geschwindigkeitshöhen in der Tat auf diese Weise meßbar seien und nicht durch die Wirbel der Schaufeln gestört werden. Dann wird sich (vgl. Abb. 409) in  $a_1$  der Überdruck  $h_1 - h_{at}$  einstellen, der  $= H_d + \frac{c_1^2}{2g} - \left(R_d + \frac{c_1^2}{2g}\right)$  (vgl. Gl. 339), während im Röhrchen  $b_1$  der Druck  $h_1 - h_{at} + \frac{c_1^2}{2g} = H_d + \frac{c_1^2}{2g} - R_d$  auftritt.

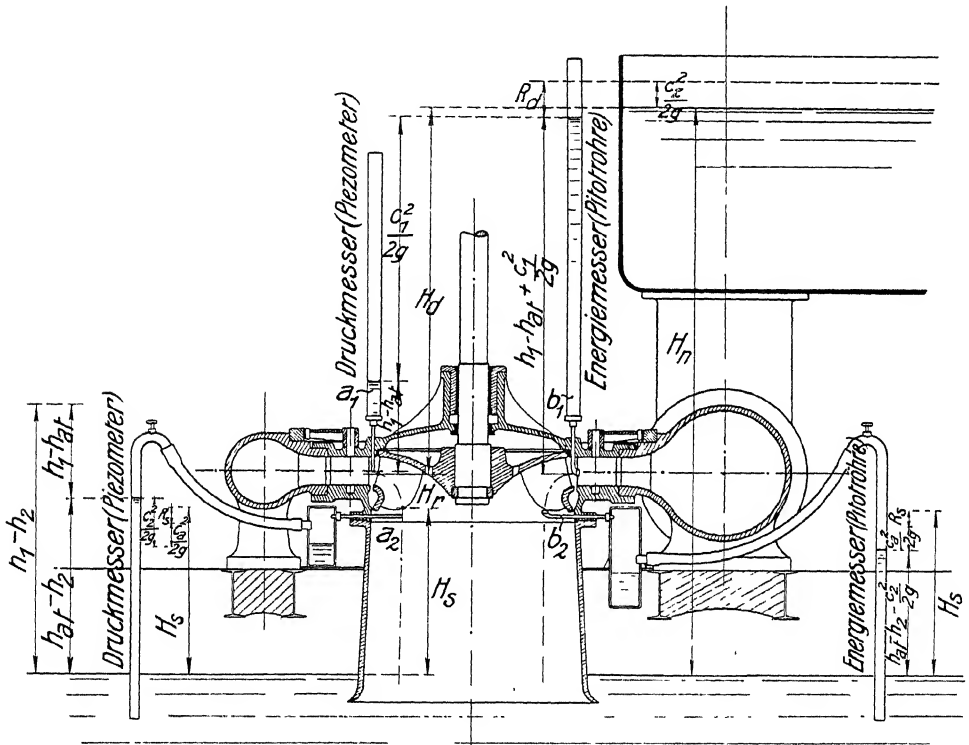


Abb. 409.

Entsprechend finden wir in

$$a_2 \text{ den Überdruck } h_2 - h_{at} = \frac{c_a^2}{2g} + R_s - \left(\frac{c_s^2}{2g} + H_s\right) \text{ (vgl. Gl. 340),}$$

$$\text{in } b_2 \text{ den Überdruck } h_2 - h_{at} + \frac{c_s^2}{2g} = \frac{c_a^2}{2g} + R_s - H_s.$$

Ist der Überdruck, wie in Abb. 409, negativ, so wird Wasser angesaugt und wir bemerken den Unterdruck gleich der Saughöhe

$$h_{at} - h_2 = H_s - \left(\frac{c_a^2}{2g} + R_s\right) + \frac{c_s^2}{2g}$$

bzw. in der Pitotröhre zu

$$h_{at} - h_2 - \frac{c_s^2}{2g} = H_s - \left(\frac{c_a^2}{2g} + R_s\right).$$

Die Größe des Überdrucks  $h_{1,2} = h_1 - h_2$  zeigt sich nur dann unmittelbar im Bilde, wenn  $h_2$  größer ist als der Atmosphärendruck. Dann wird das ganze Bild viel einfacher als in Abb. 409, entspricht aber nicht den gewöhnlichen Einbauverhältnissen, nach denen man die Turbine aus Gründen der Betriebssicherheit, wenn irgend möglich, über dem Unterwasser aufstellt. Hier muß  $h_1 - h_{at}$  zu  $h_{at} - h_2$  eigens addiert werden (Abb. 409), um  $h_1 - h_2$  sichtbar zu machen.

### III. Graphische Darstellung des Energieverlaufs nach Ancona.

Eine andere graphische Darstellung der Energieänderung des Wassers beim Durchgang durch eine Turbine ist von ANCONA <sup>1)</sup> angegeben worden. Ich habe sie in der Abb. 410 in der Art erweitert, daß das Energiegesetz gleichzeitig sinnbildlich wird.

Man bemerkt dabei eine Axialturbine mit Saugrohr im Schnitt gezeichnet. Sie erhält ihr Wasser durch eine Rohrleitung aus dem Zulaufgerinne. Die Höhenlagen der in unsern Arbeitsgleichungen betrachteten Punkte sind horizontal auf ein Achsenkreuz projiziert, dessen Nullpunkt in die Untergrabensohle gelegt ist und von dessen Ordinate aus die Lagenenergien nach links, die Bewegungsenergien nach rechts aufgetragen sind. Den letztern wird dann noch die Druckenergie zugefügt. Eine Gerade durch deren Endpunkt unter  $45^\circ$ , d. h. parallel zur Linie der Lagenenergie, charakterisiert das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Innerhalb beider Parallelen muß sich die ganze Energieverwandlung abspielen.

Dabei nimmt das mechanische, aus Lagen-, Bewegungs- und Druckenergie zusammengesetzte Arbeitsvermögen in dem Maß ab, als Reibungsarbeit verbraucht wird.

Wir beginnen die Betrachtung mit einem beliebigen Punkt  $z$  einer Niveaufläche des Zulaufgerinnes (vgl. S. 239) mit der Lagenenergiehöhe  $H_z$ . Die Bewegungsenergie  $\frac{c_z^2}{2g}$  ist hier noch klein. Der Druck  $h_z$  setzt sich zusammen aus der Eintauchtiefe  $t_z$  und dem Atmosphärendruck  $h_{at}$ .

Zuerst langsam, dann im Bereich des Leitrads immer schneller, nimmt die Wassergeschwindigkeit und damit die Bewegungsenergie zu. Entsprechend nimmt der Druck ab und wir sehen, wie in unserm Beispiel schon im Leitrad der Druck an der Stelle unter den Atmosphärendruck sinkt, wo die im Abstand  $h_{at}$  zur Reibungslinie gezogene Äquidistante die Linie der Geschwindigkeitshöhe schneidet.

Im Schaufelspalt haben wir infolge der durch den Wegfall der Schaufelstärken bedingten Querschnittserweiterung eine kleine Wasserverzögerung, die dann im Laufrad sich durch die Arbeitsabgabe nach außen rasch vermehrt. Im Laufradaustritt herrscht nur noch die Geschwindigkeit  $c_2$ , die aber nach dem Austritt auf  $c_3$  und anschließend im erweiterten Saugrohr bis auf  $c_4$  sinkt. Dann folgt schließlich noch der plötzliche Abfall auf  $c_a$ .

In der Reibungslinie finden wir eine entsprechende Zunahme der Verluste. Besonders ausgesprochen ist sie bei allen Stellen plötzlicher Querschnittsänderungen, dann auch in dem Bereich großer Wassergeschwindigkeiten.

<sup>1)</sup> Civilingenieur, 1893, S. 360f.

Die Drucklinie trennt sich mit der beginnenden Arbeitsabgabe von der Linie der Bewegungsenergie. In welchem Maß das geschieht, ergibt sich, wenn wir die Arbeitsgleichung für den Durchfluß durchs Laufrad für einen beliebigen Punkt  $x$  im Laufrad anschreiben als

$$H_1 + h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = H_x + h_x + \frac{w_x^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_x^2}{2g} + R_x.$$

Die eingeschriebenen Pfeile zeigen die Addition dieser Energiegrößen zwischen Punkt 1 und 2 für das im beigefügten Diagramm gegebene Beispiel.

Der Abstand der Drucklinie von der Geschwindigkeitslinie im Punkt 2 zeigt die nach außen nützlich abgegebene Arbeit  $N_s$ . Von nun an laufen beide Linien parallel, und wenn wir richtig gerechnet haben, muß die erstere auf der Horizontalen durch den Punkt  $a$  die Druckenergie  $t_a + h_{at}$  abschneiden.

Dabei wird die Drucklinie die Linie des atmosphärischen Drucks wieder in der Nähe des Unterwasserspiegels schneiden (vgl. Punkt  $P$  in Abb. 410). Geschieht dies unterhalb des letztern, so heißt das, daß die Saugrohrverzögerung von der Höhe des Unterwasserspiegels bis zum Saugrohraustritt einen Druckrückgewinn liefert, der größer ist als der im gleichen Bereich stattfindende Reibungsverlust.

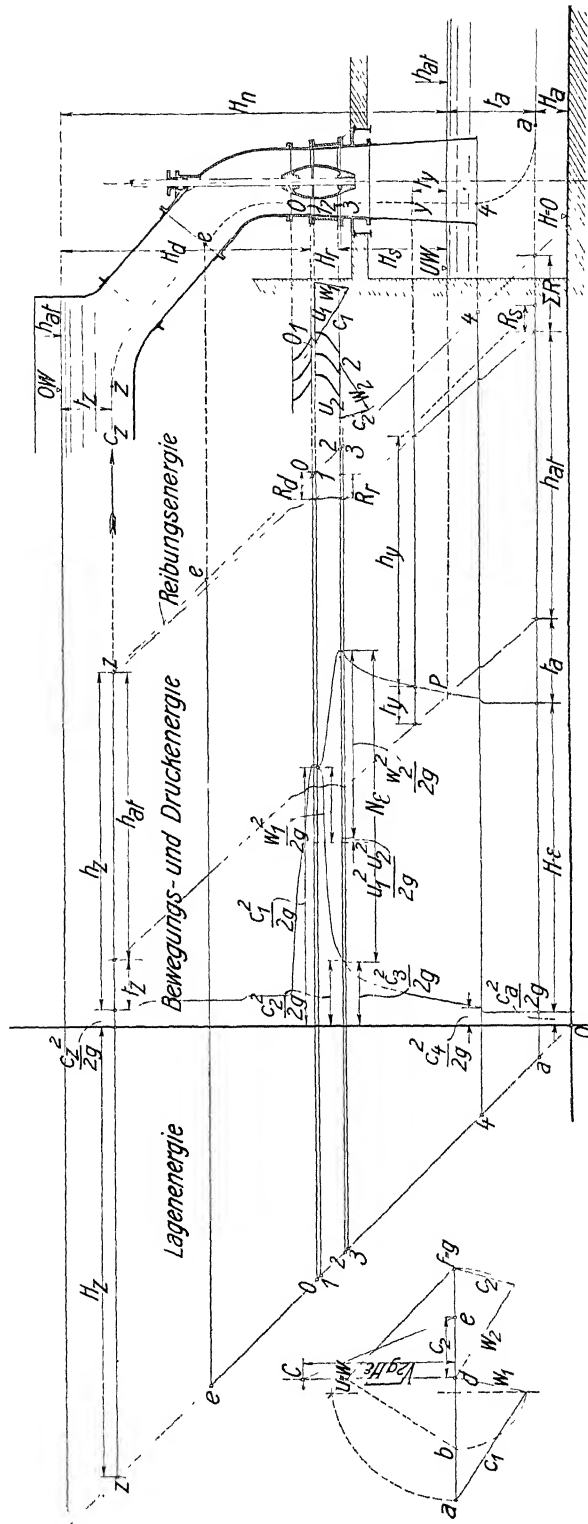


Abb. 410. Energieverlauf in einer Axial-Vollturbine nach ANCONA.

## H. Zur Theorie der Gleichdruckturbinen.

Die Behandlung der Hauptgleichung in den Abschnitten E. und F. nahm keine Rücksicht auf die sich in der Turbine einstellenden Drucke. Werden in dieser Richtung bestimmte Forderungen erhoben, so wird die Hauptgleichung in entsprechender Weise eingeschränkt.

Die wichtigste derartige Einschränkung betrifft die Gleichdruckturbinen, die wir auf S. 200 kennen gelernt haben und die dadurch ausgezeichnet sind, daß sie teilweise beaufschlagt werden können und daß der Wasserstrahl die Schaufeln meist nur auf der konkaven Seite bespült.

Mathematisch heißt die Bedingung für Gleichdruckturbinen einfach  $p_2 = p_1$  bzw.  $h_2 = h_1$ . Sie erscheint unmittelbar nicht in der Hauptgleichung, da in ihr die Drucke überhaupt nicht auftreten, dagegen in den Gleichungen (343) und (344) für den Überdruck, die jetzt lauten:

$$h_{1,2} = h_1 - h_2 = 0 = H - H_r - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g} - (R - R_r) \quad (343a)$$

$$h_{1,2} = h_1 - h_2 = 0 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} - H_r + R_r. \quad (344a)$$

Wenn eine von beiden erfüllt ist, liegt eine Gleichdruckturbine vor und damit ist auch die andere erfüllt, denn ihre Gleichsetzung liefert ja die Hauptgleichung.

Neu für die weitere Behandlung ist, daß nicht nur die Gesamtreibung  $R$ , sondern auch der Teilbetrag  $R_r$  richtig geschätzt werden muß, wenn man mit Sicherheit auf Gleichdruck rechnen will.

Für die folgende rechnerische Behandlung benutzen wir Gleichung (343a). Denn da für eine bestimmte Anlage  $H$ ,  $H_r$ ,  $R$  und  $R_r$  annähernd festliegen und auch  $c_2$ , wie wir gleich sehen werden, in die Verlustgrößen eintritt, so ist — und hierin liegt ein weiteres Merkmal der Gleichdruckturbinen —  $c_1$  aus dieser Gleichung völlig bestimmt.

Wir erhalten aus ihr

$$c_1 = \sqrt{2g \left( H - H_r + \frac{c_2^2}{2g} - (R - R_r) \right)} \quad (345a)$$

und durch Einsetzen dieses Werts in die Hauptgleichung

$$gHe = g(H - R) = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2},$$

deren eingeschränkte Form und damit eine Bestimmungsgleichung für  $u_1$  mit  $c_{u1} = c_1 \cos \alpha_1$

$$u_1 = \frac{g(H - R) + u_2 c_{u2}}{c_1 \cos \alpha_1} = \frac{g(H - R) + u_2 c_{u2}}{\sqrt{2g \left( H - H_r + \frac{c_2^2}{2g} - (R - R_r) \right)} \cdot \cos \alpha_1}. \quad (348)$$

Für senkrechten Austritt erhält man mit  $u_2 c_{u2} = 0$

$$u_1 = \frac{g(H - R)}{\sqrt{2g \left( H - H_r + \frac{c_2^2}{2g} - (R - R_r) \right)} \cdot \cos \alpha_1}. \quad (349)$$

Für gleichschenkligen Austritt ist  $u_2 c_{u2} = \frac{c_2^2}{2}$ . Erlaubt man sich dabei die allerdings etwas grobe Vernachlässigung, daß  $H_r - R_r = 0$ , so folgt

$$u_1 = \frac{g \left( (H - R) + \frac{c_2^2}{2g} \right) \cdot 2}{\sqrt{2g \left( H - R + \frac{c_2^2}{2g} \right) \cdot 2 \cdot \cos \alpha_1}} = \frac{\sqrt{2g \left( H - R + \frac{c_2^2}{2g} \right)}}{2 \cdot \cos \alpha_1} = \frac{c_1}{2 \cdot \cos \alpha_1}, \quad (350)$$

d. h. unter diesen Annahmen und Vernachlässigungen erhalten wir im Eintritt einfach ein gleichschenkliges Dreieck (Abb. 411), dessen Basis gleich  $c_1$  ist und dessen Seitenlängen vom Winkel  $\alpha_1$  abhängen.

Zur zahlenmäßigen Ausrechnung dieser Formeln ist die Schätzung oder Berechnung der einzelnen Reibungsverluste von besonderer Bedeutung. Bei Gleichdruckturbinen ist nun im allgemeinen die Gesamtsumme der Reibung  $R$  sowie der Betrag  $R_r$  im Laufrad viel weniger leicht zu ermitteln als der Verlust im Druck- und im Saugbereich  $R_d$  und  $R_s$ .

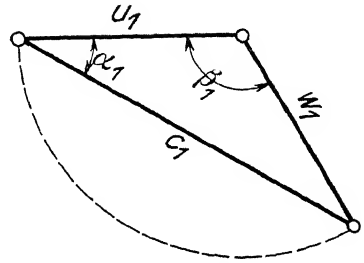


Abb. 411.

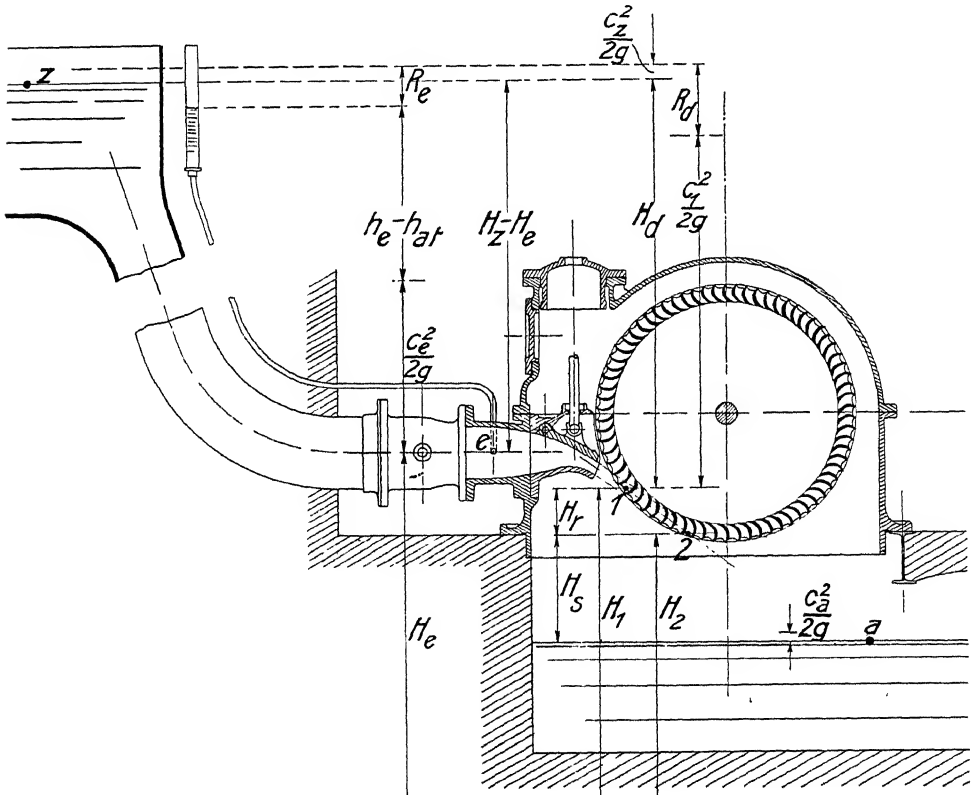


Abb. 412. Tangential-Gleichdruckturbinen ohne Saugrohr.

Wir schreiben daher

$$R - R_r = R_d + R_s \quad \text{und} \quad H - H_r = H_d + H_s + \frac{c_z^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g}, \quad (351)$$

wodurch nach Gleichung (334)

$$c_r = \sqrt{2g \left( H_d + H_s + \frac{c_z^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g} + \frac{c_s^2}{2g} - (R_d + R_s) \right)}.$$

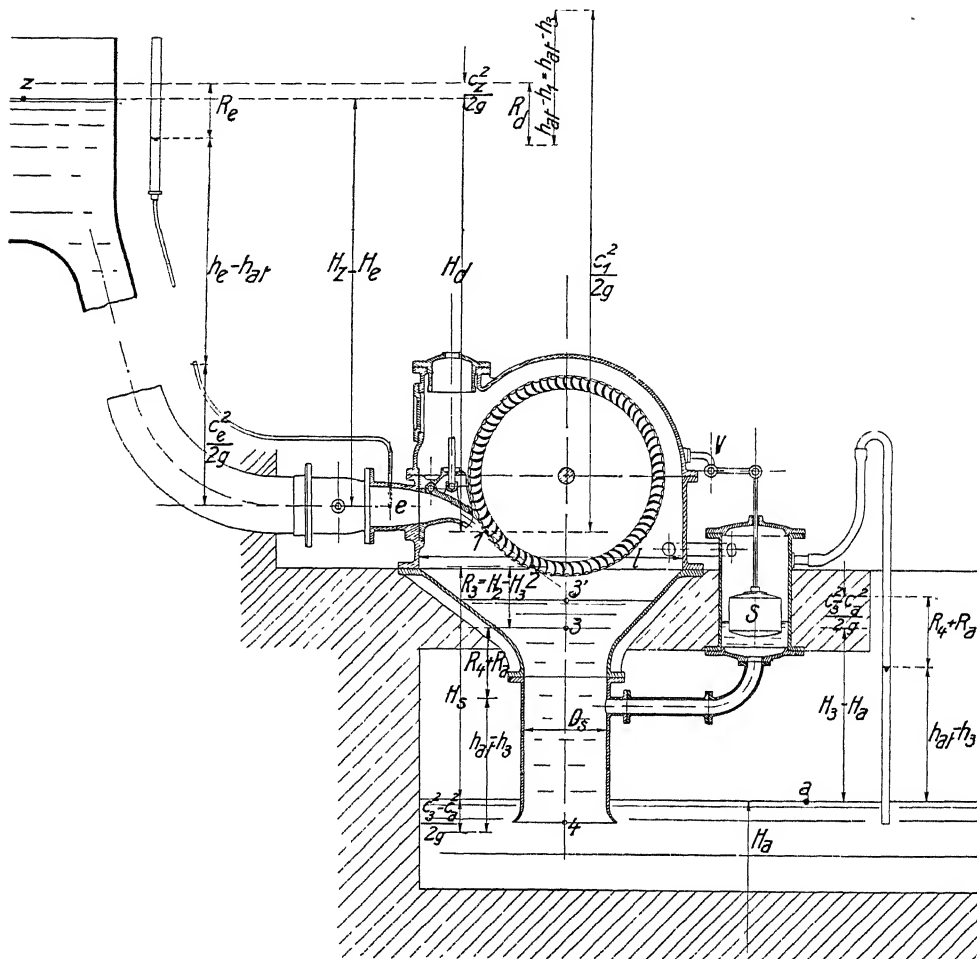


Abb. 413. Tangential-Gleichdruckturbine mit Saugrohr.

Zu ihrer Ausrechnung ist nun die jeweilige Aufstellungsart der Turbine zu berücksichtigen. Im allgemeinen empfängt sie ihr Druckwasser aus einer längeren Rohrleitung (Abb. 412). Der in ihr auftretende Rohrleitungsverlust ist in bekannter Weise (S. 112) leicht zu berechnen und bildet den wesentlichsten Teil von  $R_d$ .

Was  $R_s$  anbetrifft, so haben wir entweder den Fall der im Atmosphärendruck frei ausgießenden Turbine (Abb. 412), der die Regel bildet, oder den der Gleichdruckturbine mit Saugrohr (Abb. 413).



Im ersten Fall ist die ganze Saughöhe  $H_s$  verloren, dazu die Differenz der Energie des mit  $c_a$  austretenden und mit  $c_a$  abfließenden Wassers, so daß

$$R_s = H_s + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g}, \quad (352)$$

wonach

$$c_i = \sqrt{2g\left(H_d + \frac{c_a^2}{2g} - R_d\right)}, \quad (353)$$

was bei den meist hohen Gefällen praktisch unbedenklich gleich

$$c_i = \sqrt{2g(H_d - R_d)} \quad (354)$$

gesetzt werden kann.

Bei der Anordnung mit Saugrohr wird noch ein Teil der Saughöhe ausgenutzt. Das aus dem Rad ausspritzende Wasser mengt sich mit der Luft und führt die letztere mit nach außen, sodaß der Wasserspiegel im Saugrohr allmählich steigt. Damit das Rad selbst nicht überschwemmt wird, läßt ein Ventil  $V$  (Abb. 413) Luft eintreten, sobald der Wasserspiegel den Schwimmer  $S$  hebt.

Dann läßt sich an Hand der Abbildung der Saugverlust  $R_s$  in seine 3 Bestandteile  $R_3 + R_4 + R_a$  zerlegen, von denen  $R_3$  wiederum den Verlust durch das Freihängen  $H_2 - H_3$  mit der Austrittsenergie  $\frac{c_a^2}{2g} - \frac{c_3^2}{2g}$  darstellt.

Dabei muß die effektive Lage des Punktes 3 niedriger als der Wasserspiegel 3' angegeben werden, da die Beimengung der Luft das spezifische Gewicht und damit die Saugwirkung des Wassers im Saugrohr vermindert.

Danach wird

$$c_i = \sqrt{2g(H_d + H_s) + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g} - \left(R_d + (H_2 - H_3) + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{c_3^2}{2g} + (R_4 + R_a)\right)} \quad (355)$$

oder

$$c_i = \sqrt{2g\left(H_d + \frac{c_a^2}{2g} - R_d\right) + 2g\left(H_s + \frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_a^2}{2g} - (H_2 - H_3) - (R_4 + R_a)\right)} \quad (356)$$

in Worten

$$c_i = \sqrt{2g(\text{effektives Druckgefälle}) + 2g(\text{effektives Sauggefälle})}. \quad (357)$$

Hier kann in noch unbedenklicherer Weise wie oben die Gleichung auf

$$c_i = \sqrt{2g(H_d - R_d) + 2g\left(H_s - \left(H_2 - H_3 - \frac{c_3^2}{2g}\right) - (R_4 + R_a)\right)} \quad (358)$$

vereinfacht werden, da  $c_s$  zum Teil gegen  $c_a$  wegfällt.

Durch Einsetzen dieser Reibungsgrößen in (335) wird die allgemeine Formel für die Umfangsgeschwindigkeit:

$$u_i = \frac{g(H - R_d - R_r - R_s) + u_2 c_{u2}}{\cos \alpha_i \sqrt{2g(H_d - R_d) + 2g\left(H_s - \left(H_2 - H_3 - \frac{c_3^2}{2g}\right) - (R_4 + R_a)\right)}}, \quad (359)$$

wobei der Einfluß des Austrittsdreiecks wiederum lediglich in  $u_2$  und in der Lage der Vertikalen  $V_i$  in die Rechnung eintritt.

Aus  $u_i$ ,  $c_i$  und  $\cos \alpha_i$  läßt sich das Eintrittsdreieck zeichnen.

Auch das graphische Verfahren durch Diagramme läßt sich anwenden, doch sind hierbei, der hinzukommenden Gleichdruckbedingung entsprechend, zwei Bestimmungsgrößen gegeben. Wir berechnen etwa  $\sqrt{2gH_e}$ , das wieder (Abb. 414) als  $\overline{Cd}$  aufgetragen wird, dazu nach einer der obigen Formeln  $c_1$ . Aus  $u_1$ ,  $u_2$

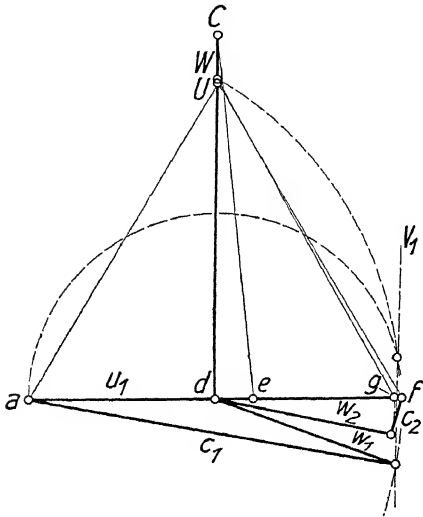


Abb. 414.

Man bemerkt hieraus, daß die häufig auftretende Ansicht, die Güte des Wirkungsgrades sei für Gleichdruckturbinen an kleine Winkel  $\alpha_1$  gebunden, nicht zutreffend ist.

## J. Verhalten geometrisch ähnlicher, in gleichem Betriebszustand befindlicher Turbinen beim Wechsel von Gefälle, Wasserwärme, Turbinengröße und Rauheit der Kanäle.

### I. Einleitung.

Gegeben sei eine bestimmte Turbine in einem bestimmten Betriebszustand, einerlei ob normal oder abnormal. Wir wollen nun einmal untersuchen, welche Veränderungen der maßgebenden Größen auftreten, wenn sich dieselbe Turbine in demselben Betriebszustand unter andern äußeren Verhältnissen befindet.

In zweiter Linie soll betrachtet werden, wie sich die Verhältnisse ändern, wenn eine der betrachteten, geometrisch ähnlichen Turbinen wiederum einem gleichartigen Betriebszustand ausgesetzt wird.

Der gleiche Betriebszustand wird dadurch charakterisiert, daß in der Hauptgleichung ihre sämtliche Glieder in ungeändertem Verhältnis zueinander bestehen bleiben.

Es wird sich daher nur darum handeln, festzustellen, welche Veränderung eines der Glieder erfährt, und dies geschieht naturgemäß am besten bei dem Glied  $2gH_e$ , in dem sich eine Änderung der Reibungsverluste bzw. des Wirkungs-

und dem Austrittsdreieck, die in gewissen Grenzen beliebig gewählt werden können, ergeben sich dann die Punkte U und W mit der Eintrittsvertikalen  $V_1$  genau wie bei der früheren Konstruktion. Aber jetzt ist die Lage der Dreiecksspitze auf  $V_1$  nicht mehr beliebig, sondern wird durch einen Kreis mit  $c_1$  um a auf  $V_1$  abgeschnitten.

Haben wir richtig konstruiert, so muß die Bedingung der Gleichung (344a), die wir mit  $H_r = 0$  und  $R_r = \zeta w_2^2 / 2g$  als

$$u_2^2 + w_1^2 = u_1^2 + (1 + \zeta)w_2^2 \quad (360)$$

schreiben können, durch die gefundenen Geschwindigkeitsgrößen erfüllt werden.

Diese Bedingung wird besonders übersichtlich, wenn wir wieder  $R_r = 0$  bzw.  $\zeta = 0$  setzen. Das führt für  $w_2 = u_2$  wie früher (S. 287) auf  $w_1 = u_1$ .

grades, und damit des ideellen Gefälles für einen neuen Zustand unmittelbar bemerklich macht.

Zur Betrachtung der Größenverhältnisse geometrisch ähnlicher Turbinen, wie überhaupt ähnlicher Gebilde, genügt es, die Längen irgend eines entsprechenden Teils miteinander zu vergleichen. Dazu benutzt man hier allgemein den Eintrittsdurchmesser des Laufrades, den wir kurz als »Turbinendurchmesser« mit  $D$  bezeichnen wollen. Wie derselbe im einzelnen Fall, wo häufig der Eintrittsdurchmesser nicht für alle Punkte des Eintritts gleich groß ist, gemessen werden soll, muß jeweils Gegenstand eines besonderen Übereinkommens sein, worauf wir an geeigneter Stelle zurückkommen werden (S. 315).

Als zurzeit genaueste und gleichzeitig der Rechnung leicht zugängliche Abhängigkeit der Wasserreibung  $R$  von äußeren Einflüssen haben wir in der Hydraulik die Bielsche Gleichung (S. 105) kennen gelernt, die für Rohre, Kanäle und Flüsse gelten soll und

$$R = \frac{l \cdot U}{1000 F} c^2 \left( 0,12 + \frac{\sqrt{\frac{F}{U}}}{\sqrt{\frac{F}{U}}} + \frac{2,5}{100 \sqrt{\frac{F}{U}} + 2} \cdot \frac{[\eta]}{c \sqrt{\frac{F}{U}} \cdot \gamma} \right) \quad [140]$$

ergibt.

Dabei konnte der mit  $\psi$  bezeichnete Klammerausdruck in erster Annäherung konstant gesetzt werden.

Dem entsprachen zwei bedeutsame Folgerungen. Einmal ergab sich die Reibung proportional dem Quadrat der Wassergeschwindigkeit  $c^2$  bzw. auch dem Gefälle, indem  $\frac{c^2}{2g} = H - R$  gesetzt werden kann, und weiter zeigte sich die auf die Gefälleseinheit bezogene Reibungshöhe  $\frac{R}{c^2}$  im Rahmen dieser Annäherung als konstant, sobald der Ausdruck  $\frac{l \cdot U}{F}$ , den ich als Kanalkonstante  $K_k$  bezeichnet hatte, ungeändert bleibt, d. h. bei geometrisch ähnlichen Turbinen.

Auch die andern in der Hydraulik (S. 113—121) betrachteten Verluste ließen sich durchweg angenähert  $c^2$  proportional setzen. Führen wir diese Abhängigkeit für die sämtlichen in der Turbine auftretenden Verluste ein, so ergeben sich außerordentlich einfache Beziehungen, die wir nun zusammenstellen wollen.

## II. Erste Annäherung: Die Reibungsverluste in geometrisch ähnlichen Turbinen konstant und dem Gefälle proportional.

### 1. Änderung des Gefälles.

Sind die Reibungsverluste dem Gefälle proportional, so ist, wenn wir die Hauptgleichung (Gl. 326 u. 328) schreiben:

$$2gH\varepsilon = 2g(H - R) = 2gH \left( 1 - \frac{R}{H} \right) = c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - u_2^2,$$

der Ausdruck  $\frac{R}{H}$ , bzw.  $\left( 1 - \frac{R}{H} \right) = \varepsilon$  konstant. Daraus folgt: die sämtlichen Geschwindigkeiten sind bei ungeändertem Betriebszustand der Wurzel aus dem Gefälle proportional. Die Diagrammdarstellung zeigt dies auch aufs deutlichste und liefert für den betrachteten Fall eine mit  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  proportionale, ähnliche Vergrößerung bzw. Verkleinerung aller Geschwindigkeitsdreiecke.

Im einzelnen findet sich dann:

a) Die **minutliche Drehzahl**  $n$  (die der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  proportional ist, indem  $n = \frac{60 \cdot u}{D \cdot \pi}$ ), als  $n_x$  bei einem Gefälle  $H_x$ , wenn sich im gleichen Betriebszustand beim Gefälle  $H$  die Drehzahl  $n$  ergeben hatte, zu

$$n_x = n \sqrt{\frac{H_x}{H}}. \quad (361)$$

Vergleichsweise fragt man wohl nach den Geschwindigkeiten, die in 1 m Gefälle auftreten. Sie erhalten nach den »einheitlichen Bezeichnungen« den Index  $I$ , und so wird mit  $H_x = 1$  und  $n_x = n_I$

$$n_I = \frac{n}{\sqrt{H}}. \quad (362)$$

Charakteristische Werte der Geschwindigkeiten erhält man auch für das Gefälle  $H_x = \frac{1}{2g}$ , für das die theoretische Fallgeschwindigkeit  $\sqrt{2gH} = 1$  wird. Zur Unterscheidung sollen diese mit deutschen Buchstaben bezeichnet werden, somit für  $H_x = \frac{1}{2g}$  und  $n_x = n$ ,

$$n = n \sqrt{\frac{1}{\frac{2g}{H}}} = \frac{n}{\sqrt{2gH}} \quad ^1). \quad (363)$$

b) Die **sekundliche Wassermenge**  $Q$  ist, da die Querschnitte für die gleiche Turbine ungeändert bleiben, ebenfalls der Wassergeschwindigkeit und somit der Wurzel aus dem Gefälle proportional. Man erhält somit in Übereinstimmung mit den Werten für die Drehzahl:

$$Q_x = Q \sqrt{\frac{H_x}{H}}, \quad (364)$$

$$Q_I = \frac{Q}{\sqrt{H}}, \quad (365)$$

$$\mathfrak{Q} = \frac{Q}{\sqrt{2gH}}. \quad (366)$$

c) Die **Leistung** der Turbine  $L$  in kgm, bzw.  $N$  in Pferdestärken ist, da  $N = Q \cdot H \cdot \gamma \cdot \frac{e}{75}$ , sowohl der Wassermenge, als dem Gefälle, d. h. der  $\frac{3}{2}$  Potenz des letzteren proportional<sup>2)</sup>. Daraus ergibt die gleiche Umrechnung:

$$N_x = N \frac{H_x \sqrt{H_x}}{H \sqrt{H}} \quad ^3), \quad (367)$$

$$N_I = \frac{N}{H \sqrt{H}}, \quad (368)$$

$$\mathfrak{N} = \frac{N}{2gH \sqrt{2gH}}. \quad (369)$$

<sup>1)</sup> THOMANN arbeitet mit Vorliebe mit diesen auf  $H = \frac{1}{2g}$  reduzierten Geschwindigkeiten und nennt sie »spezifische Geschwindigkeiten«. THOMANN, S. 12.

<sup>2)</sup> Unter der Annahme, daß die mechanischen Verluste der Lager- und Radseitenreibung, sowie der Spaltverlust proportional  $H$  bzw. daß  $e$  konstant.

<sup>3)</sup> Zur Umrechnung mit dem Rechenschieber, die hier meist angewendet wird, empfiehlt sich die getrennte Anschreibung der Potenz.

d) Das Moment  $M$  an der Turbinenwelle, oder auch die Bremsbelastung  $P$ , ist dem Gefälle direkt proportional. Somit ergibt sich entsprechend:

$$M_x = M \frac{H_x}{H}, \quad (370)$$

$$M_I = \frac{M}{H}, \quad (371)$$

$$\mathfrak{M} = \frac{M}{2gH}. \quad (372)$$

## 2. Geometrisch ähnliche Veränderung der Turbinengröße.

Nach der in der Einleitung gemachten ersten Annäherung ist der Reibungsverlust in geometrisch ähnlichen Gefäßen und somit auch in Turbinen ähnlicher Bauart konstant. Dann steht bei gleichem Gefälle verschieden großen, aber ähnlichen Turbinen auch das gleiche wirksame oder ideelle Gefälle  $H \cdot \varepsilon$  oder  $H_I$  zur Verfügung, und daraus folgt für den gleichen Betriebszustand:

a) Die minutliche Drehzahl  $n^y$  einer Turbine vom Laufraddurchmesser  $D^y$  aus der Drehzahl einer ähnlichen Turbine mit  $D$  bei gleichem Gefälle zu

$$n^y = n \cdot \frac{D}{D^y}, \quad (373)$$

da die Drehzahl nach  $n = \frac{60 \cdot u}{D\pi}$  bei konstantem  $u$  dem Durchmesser umgekehrt proportional ist.

Wird der Vergleich der verschieden großen, aber ähnlichen Turbinen in 1 m Gefälle durchgeführt, so gilt

$$n_I^y = n_I \frac{D}{D^y}. \quad (374)$$

Dabei interessiert besonders die Drehzahl der Turbine von 1 m Durchmesser in 1 m Gefälle, die wir entsprechend mit  $n_I^I$  bezeichnen, und die ich »Einheitsdrehzahl« nennen möchte<sup>1)</sup>. Sie wird entsprechend (S. 292)

$$n_I^I = n_I \cdot D = \frac{n \cdot D}{\sqrt{H}}, \quad (375)$$

und bildet einen wertvollen Vergleichswert verschiedener Turbinen sowohl als verschiedener Betriebszustände derselben Turbinengattung, indem sie für geometrisch ähnliche Turbinen bei gleichem Betriebszustand konstant ist.

b) Die Wassermenge ist bei gleicher mittlerer Durchflußgeschwindigkeit dem Durchflußquerschnitt, d. h. für ähnliche Turbinen dem Quadrat einer linearen Abmessung, z. B. dem des Durchmessers  $D$  proportional. Somit folgt:

$$Q^y = Q \left( \frac{D^y}{D} \right)^2. \quad (376)$$

Auch hier erhalten wir entsprechend obigem für eine Turbine von 1 m Durchmesser ( $D^y = 1$ ) in 1 m Gefälle nach meiner obigen Bezeichnung die Einheitswassermenge

$$Q_I^I = \frac{Q_I}{D^2} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad (377)$$

aus der Wassermenge  $Q$  einer Turbine vom Durchmesser  $D$  beim Gefälle  $H$ .

<sup>1)</sup> Starkstromtechnik 1912, S. 297.

c) **Die Leistung**, die dem Gefälle und der Wassermenge proportional ist, verhält sich hier, bei konstantem Gefälle, wie letztere, wir erhalten daher übereinstimmend

$$N^y = N \left( \frac{D^y}{D} \right)^2, \quad \text{und} \quad (378)$$

die Einheitsleistung

$$N_I^y = \frac{N_I}{D^2} = \frac{N}{D^2 H \sqrt{H}}. \quad (379)$$

d) **Das Moment** ist der abgelenkten sekundlichen Masse, d. h. gleichfalls der Wassermenge proportional. Somit gilt entsprechend:

$$M^y = M \left( \frac{D^y}{D} \right)^2, \quad \text{und} \quad (380)$$

das Einheitsmoment

$$M_I^y = \frac{M_I}{D^2} = \frac{M}{D^2 \cdot H}. \quad (381)$$

### 3. Anwendungen.

Die genannten Beziehungen gestatten in wertvoller Weise mit großer Annäherung, die Verhältnisse ähnlicher Turbinen bei verschiedenen Durchmessern und Gefällen zu berechnen.

Sei z. B. die günstigste Wassermenge einer Turbine von 0,6 m Durchmesser bei 14 m Gefälle 1,62 cbm gewesen, so ergibt sich ihre Einheitswassermenge zu

$$Q_I^y = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} = \frac{1,62}{0,6^2 \sqrt{14}} = 1,2.$$

Soll etwa eine Wassermenge von 6 cbm bei 9 m Gefälle, d. h. ein

$$Q_I = \frac{6}{\sqrt{9}} = 2 \text{ cbm/sek}$$

verarbeitet werden, so würde nach Gleichung 377 für dieselbe Turbinengattung, bzw. mit derselben Einheitsdrehzahl ein Durchmesser von

$$D = \sqrt{\frac{Q_I}{Q_I^y}} = \sqrt{\frac{2}{1,2}} = 1,3 \text{ m}$$

benötigt.

Ebenso gelingt es leicht, die Drehzahl ähnlicher Turbinen in verschiedenem Gefälle für gleichen Betriebszustand zu vergleichen. Man geht auch hier zweckmäßig auf die Einheitsdrehzahl zurück. Ist diese z. B. für eine Turbine von  $D = 0,6$  und  $n = 450$  bei 14 m Gefälle

$$n_I^y = \frac{n \cdot D}{\sqrt{H}} = \frac{450 \cdot 0,6}{\sqrt{14}} = 72,$$

dann wird die ähnliche Turbine vom Durchmesser  $D = 0,8$  m im Gefälle von 5 m

$$n = \frac{n_I^y \cdot \sqrt{H}}{D} = \frac{72 \cdot \sqrt{5}}{0,8} \approx 200$$

Umdrehungen in der Minute ausführen.

Bemerkenswert ist auch das rasche Anwachsen der Leistung für dasselbe Lauf-  
rad mit zunehmendem Gefälle. So leistet ein Rad beim 100fachen Gefälle nach

$$N' = N \frac{H'}{H} \cdot \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H}},$$

das 100fache, sofern die eigene Festigkeit eine solche Gefallsvermehrung zuläßt.

#### 4. Vergleich der Schnellläufigkeit; die spezifische Drehzahl.

Turbinen mit kleinem Durchmesser haben höhere Drehzahlen als solche mit großem Durchmesser und in hohem Gefälle laufen sie rascher als in niedrigem. Um verschiedene Bauarten miteinander vergleichen zu können, muß man sie daher auf die gleiche Basis bringen. Diese ist im einen Teil durch die Umrechnung auf das gleiche Gefälle gegeben. Im andern Teil könnte man verschiedene Turbinengattungen gleichen Durchmessers einander gegenüberstellen.

Ein solcher Vergleich ist bereits durch die Einheitsdrehzahlen verschiedener Turbinengattungen gegeben. Man bemerkt aber, daß der Eintrittsdurchmesser zwar für den Konstrukteur ein großes, für den Abnehmer aber keinerlei Interesse besitzt.

Aus diesem Grunde haben die Amerikaner schon vor längerer Zeit die Turbinen gleicher Wassermenge, oder wie man sagt, gleicher Schluckfähigkeit bei gleichem Gefälle bezüglich ihrer Drehzahlen miteinander verglichen.

Eine Konkurrenz auf dieser Basis bringt aber die Gefahr mit sich, daß Turbinen größter Schluckfähigkeit gebaut werden, ohne Rücksicht auf Wirkungsgrad und Leistung und das widerspricht dem Vorteil des Wasserkraftbesitzers. Aus diesem Grunde führte ich, als Chefkonstrukteur der Firma Briegleb, Hansen u. Co., im Jahre 1902 die Leistung als Vergleichsbasis ein <sup>1)</sup>.

Sie verlangt die Umrechnung jeder in Frage kommenden Wasserkraftmaschine auf diejenige Größe, die in einem bestimmten Gefälle eine bestimmte Leistung aufweist, und dann den Vergleich der Drehzahlen der umgerechneten Typen bei gleichem Gefälle.

Als Vergleichsbasis für die Leistung schlug ich 1 PS. bei 1 m Gefälle, als Vergleichsbasis für die Drehzahlen 1 m Gefälle und als Bezeichnung der so gewonnenen Drehzahlen den Ausdruck » $n_s$  = spezifische Drehzahl« vor, was auch in die »einheitlichen Bezeichnungen« Eingang gefunden hat.

Die spezifische Drehzahl bedeutet somit einfach die Drehzahl der einpferdigen Turbine in 1 m Gefälle.

Zu ihrer Berechnung multiplizieren wir die Einheitsdrehzahl mit der Wurzel aus der Einheitsleistung:

$$n_I^2 \cdot \sqrt{N_I} = \frac{n \cdot D}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{N}{D^2 H \sqrt{H}}} = \frac{n}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{N}{H \sqrt{H}}} = \frac{n \sqrt{N}}{H \sqrt[4]{H}} = n_I \cdot \sqrt{N_I}. \quad (382)$$

Man findet, daß dieses Produkt, da  $D$  hinausfällt, für gleiche Typen konstant ist. Es ist aber auch nichts anderes, als die Drehzahl der einpferdigen Turbine in 1 m Gefälle, denn für  $N_I$  erhält man

$$n_I \cdot \sqrt{N_I} = n_s \cdot \sqrt{1}.$$

<sup>1)</sup> Z. 1905, S. 380.

So ergibt sich die spezifische Drehzahl

$$n_s = n_I \sqrt{N_I} = \frac{n \sqrt{N}}{H \sqrt[4]{H}}. \quad (383)$$

Mit Hilfe der spezifischen Drehzahl können nun sämtliche Wasserkraftmaschinen hinsichtlich ihrer Schnellläufigkeit unterschieden werden<sup>1)</sup>.

Umgekehrt kann man aber auch sagen, daß für jede von der Industrie vorgeschriebenen Zusammengehörigkeit von  $N$ ,  $H$  und  $n$  ein Laufrad von entsprechender spezifischer Drehzahl gehört.

Es haben sich nun im Laufe der Zeit für die jeweils benötigten spezifischen Drehzahlen unter den vielen möglichen Turbinengattungen einige ganz bestimmte Bauarten eine führende Stellung erworben. Für die kleinen spezifischen Drehzahlen sind es die Tangential-Teilturbinen (Pelton-Turbinen), für die größeren spezifischen Drehzahlen kommen die Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen) in Betracht.

Wird die betreffende Turbine jeweils nur mit einem Leitapparat beaufschlagt, d. h. ist die Pelton-Turbine nur mit einem Laufrad und dieses mit einer Düse und die Francis-Turbine nur mit einem Laufrad, wobei ja nur ein Leitapparat in Frage kommen kann, ausgerüstet, so kann man nach modernen Ausführungen die folgenden spezifischen Drehzahlen unterscheiden:

Tangential-Teilturbinen (Pelton-Turbinen) (mit einem Leitapparat):

Langsamläufer $n_s$	etwa 10,
Normalläufer $n_s$	» 15,
Schnelläufer $n_s$	» 20 bis 30;

Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen) (mit einem Leitapparat):

Langsamläufer $n_s$	etwa 50 bis 150,
Normalläufer $n_s$	» 150 » 250,
Schnelläufer $n_s$	» 250 » 350.

Es haben somit insbesondere die letzteren ein auffallend weites Anwendungsgebiet, das einmal in der Änderung der Umfangsgeschwindigkeit, vor allem aber in der verschieden ausgestalteten Schluckfähigkeit begründet ist<sup>2)</sup>.

Die besten Wirkungsgrade weisen die Normalläufer auf, etwas geringere die Langsam- und Schnelläufer, und über die genannten Grenzen nach unten oder oben hinauszugehen, ist mit einem Leitapparat nicht empfehlenswert. Schaltet man dagegen die eine Turbine beaufschlagende Wassermenge parallel oder teilt man das Gefälle, so lassen sich die spezifischen Drehzahlen der Turbine, die nun mit  $n_{s_z}$  bezeichnet werden sollen, gegenüber den  $n_s$  mit einem Leitapparat theoretisch noch in beliebig weiten Grenzen verändern.

Bringt man nämlich an einer Teilturbine mehrere Düsen an (Taf. 52, Abb. 1 u. 3) oder setzt man mehrere Räder auf eine Welle (Abb. 311, S. 205), wodurch im ganzen  $z$  Düsen in Tätigkeit treten mögen, so wird die Leistung  $N$  der Turbine

um das  $z$ -fache vermehrt und man erhält, da  $n_{s_z} = \frac{n \sqrt{zN}}{H \sqrt[4]{H}}$ ,

$$n_{s_z} = n_s \cdot \sqrt{z}. \quad (384)$$

<sup>1)</sup> BAASHUS hat unabhängig von mir denselben Ausdruck zur Klassifikation der Turbinen verwendet, aber nicht als Drehzahl, sondern als Charakteristik bezeichnet. Z. 1905, S. 93.

<sup>2)</sup> Den Wechsel der Umfangsgeschwindigkeiten und Einheitswassermengen zeigt Tab. A S. 411.



Dasselbe gilt, wenn man bei Vollturbinen  $z$  Laufräder auf eine Welle setzt (Taf. 31, 32).

Praktisch geht man dabei für vertikale Tangential-Teilturbinen mit einem Laufrad nicht über 4 Düsen oder für horizontale Turbinen mit 2 Laufrädern nicht über  $2 \cdot 3 = 6$  Düsen, was einer Steigerung der spezifischen Drehzahl auf

$$n_{s_z} = \sqrt[4]{4} \cdot n_s \text{ bis } \sqrt[4]{6} \cdot n_s = 30 \text{ bis } 37 \text{ für Normalläufer,}$$

$$n_{s_z} = \sqrt[4]{4} \cdot n_s \text{ bis } \sqrt[4]{6} \cdot n_s = 40 \text{ bis } 75 \text{ für Schnellläufer}$$

entspricht, und wodurch, wie man sieht, gerade die Lücke bis zum Zentripetal-Langsamläufer ausgefüllt wird.

Bei Zentripetal-Vollturbinen wird die Zweifach- (Zwillings-), Dreifach- und Vierfach- (Doppelzwillings-) Turbine ausgeführt, wodurch  $n_{s_z}$  bei Schnellläufern für 2, 3 und 4 Laufräder

$$\text{auf } 350 \sim 430 \sim 500$$

$$\text{bis } 500 \sim 600 \sim 700$$

gesteigert werden kann.

Reicht auch das nicht, so vergrößert man die Gesamtzahl der Turbinenaggregate der Anlage, dann ergibt sich wiederum die spezifische Drehzahl der Anlage  $n_{s_a}$  als

$$n_{s_a} = n_s \sqrt[z]{z}, \quad (385)$$

wobei  $z$  die Gesamtzahl aller Leitapparate darstellt, oder man hilft sich durch Zahnrad- oder Riemenübersetzungen.

Umgekehrt kann die spezifische Drehzahl der Turbine  $n_{s_z}$  gegenüber der für einen Leitapparat geltenden Größe  $n_s$  dadurch erniedrigt werden, daß das Gefälle geteilt wird. Man erhält dadurch die »Stufenturbine« (Abb. 346 u. Taf. 35, Abb. 7) in Analogie mit den Druckstufen einer Zentrifugalpumpe.

Die Größe von  $n_{s_z}$  folgt hier bei 3 gleichgroßen Stufen aus der Überlegung, daß das Gesamtgefälle für das  $n_{s_a}$  der Anlage 3mal größer ist als das Gefälle für das  $n_s$  des einzelnen Rades, wodurch entsprechend Gleichung (382) S. 296

$$n_{s_a} = \frac{n_s}{\sqrt[3]{3}}. \quad (386)$$

Das wäre dann der Wert von  $n_{s_a}$  für 3 einzelne Turbinen.

Meist setzt man aber die einzelnen Laufräder auf eine Turbinenwelle. Dann steigt nach vorigem die spezifische Drehzahl der Turbine  $n_{s_z}$  wieder mit der Wurzel aus 3 und wir erhalten

$$n_{s_z} = n_s \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{n_s}{\sqrt[4]{3^3}}. \quad (387)$$

Ausführungen der ersten Art hat der Verfasser in Holyoke, Mass., kennen gelernt, wo in einer Zeit, als man großen Turbinen noch kein hohes Gefälle darzubieten wagte, eine Teilung des Gesamtgefälles in mehreren Stufen durchgeführt worden war.

Ausführungen der zweiten Art in einer Turbine sind meines Wissens bisher nur in zwei Stufen vorgenommen worden<sup>1)</sup>. Damit wird

$$n_{s_z} = 0,595 \cdot n_s$$

und der Langsamläufer von  $n_s = 50$  auf  $n_{s_z} = 30$  erniedrigt.

<sup>1)</sup> REDTENBACHER S. 16 und PFARR S. 282.

Der praktische Wert dieser Zweistufenturbine erscheint aber noch größer, wenn man bedenkt, daß sie praktisch nur bei hohem Gefälle vorkommt, für das eine Anordnung mit zwei gegenstehenden Laufrädern (Taf. 32) mit Rücksicht auf die Vermeidung des Axialschubes von vornherein geboten erscheint. Dann hat man die Stufenturbine mit  $0,595 \cdot n_s$  mit der Zwillingturbine mit  $1,414 \cdot n_s$  zu vergleichen, wodurch die spezifische Drehzahl der ersteren um  $\frac{0,595}{1,414} = 0,422$  gegen die der letzteren vermindert wird.

Zwei Beispiele seien angeschlossen:

1. Eine Anlage mit 7200 PS. bei 4 m Gefälle soll der schwankenden Belastungen und der Reserven wegen mit mindestens drei einzelnen Turbinen betrieben werden, deren Drehzahl nicht unter 110 liegen darf. Dann ist das vorläufige

$$n_{st} = \frac{110 \sqrt[4]{2400}}{4 \sqrt[4]{4}} = 953.$$

Die Zahl der Laufräder  $z$  würden dann für eine Turbine, wenn  $n_s = 300$  nicht überschritten werden soll,

$$z = \left( \frac{953}{300} \right)^2 \cong 10.$$

Da wir aber nicht mehr als vier Laufräder für eine Turbine nehmen wollen, müssen wir mehr einzelne Turbinen aufstellen. Da die spezifische Drehzahl der Anlage  $n_{sa} = 953 \sqrt[4]{3} = 1650$  ist, so folgt für  $n_s = 300$  die Gesamtzahl der Laufräder zu

$$z_a = \left( \frac{1650}{300} \right)^2 = 30.$$

Dafür kämen etwa die folgenden Möglichkeiten in Betracht:

1. 9 Turbinen mit je 4, d. h. im ganzen 36 Laufräder,
2. 9 „ „ „ 3, „ „ „ „ 27 „ ,
3. 6 „ „ „ 4, „ „ „ „ 24 „ .

Die letztere Möglichkeit ist am billigsten, liefert aber

$$n_s = \frac{1650}{\sqrt[4]{24}} = 338,$$

was immerhin mit Rücksicht darauf, daß bei der großen Zahl der Turbinen Teilbeaufschlagung mit ihrem für Schnellläufer schlechten Wirkungsgrad nicht in Betracht kommt, noch zulässig erscheint.

2. Für eine Anlage von 90000 PS. bei 200 m Gefälle soll die Größe der einzelnen Maschine mit Rücksicht auf die Belastungsschwankungen und die Generatorgrößen 15000 PS. nicht überschreiten.

Es sind daher sechs Turbinen dieser Größe zu projektieren, deren Drehzahl 215 betragen soll.

Es ergibt sich ein vorläufiges

$$n_{st} = \frac{215 \sqrt[4]{15000}}{200 \sqrt[4]{200}} = 35.$$

Damit könnte nach unserer Tabelle zur Ausführung kommen:

- a) Eine Tangential-Teilturbine mit vier Düsen (vertikal), deren spezifische Drehzahl pro Düse

$$n_s = \frac{35}{\sqrt[4]{4}} = 17,5.$$

- b) Konstruktiv einfacher und hydraulisch günstiger eine Tangential-Teilturbine mit zwei Laufrädern auf einer Welle, jedes mit drei Düsen, wonach

$$n_s = \frac{35}{\sqrt[6]{6}} = 14,3.$$

- c) Dagegen ließe sich auch eine Zentripetal-Vollturbine mit zwei Stufen auf einer Welle (Gl. 387) ausführen, deren

$$n_s = \frac{1}{0,595} \cdot n_{s_t} = \frac{1}{0,595} 35 = 58,7$$

somit ein ausgesprochener Zentripetal-Langsamläufer, der mit den guten Wirkungsgraden unter b) nur schwer konkurrieren kann.

Diese Beziehungen sind aber nicht nur für Neuberechnungen wertvoll, sondern bilden auch die Grundlage der auf Versuchsmodellen gegründeten neuzeitlichen Reihenaubauart der Wasserkraftmaschinen, wobei man aus der Bremsung kleiner Turbinen auf der Versuchsstation Schlüsse zieht auf das Verhalten ähnlicher Bauarten in geänderten Gefälle<sup>1)</sup>.

### III. Zweite Annäherung: Berücksichtigung der Reibungsverluste nach der Bielschen Gleichung<sup>2)</sup>.

Die Bielsche Gleichung gilt für gleichmäßige Strömung in Rohren, Kanälen und Flüssen. Nun treten in den Turbinen freilich noch andere Strömungen mit

<sup>1)</sup> Unter ähnlicher Bauart der Turbinen ist hierbei nicht nur zu verstehen, daß  $\frac{IU'}{F}$  für Leit- und Laufrad der Turbine unveränderlich bleibt, sondern diese Bedingung muß auch für den ganzen Einbau, soweit er in die Berechnung des Wirkungsgrads einbezogen wird, erfüllt sein. Dazu darf nicht außer acht gelassen werden, daß die Ähnlichkeit des Einbaues bei verschiedenen großen und in verschiedenem Gefälle arbeitenden Turbinen praktisch nur selten genau eingehalten werden kann. Für den Wechsel der Turbinengröße gelingt dies noch am ersten bei geschlossenen Turbinen mit kurzem Saugrohr; denn die ähnliche Vergrößerung eines längeren Saugrohrs findet bald ihre Grenze in der Forderung positiven Wasserdrucks. Beim Wechsel des Gefälles wird die Ähnlichkeit des Einbaues dadurch gestört, daß die Wassergeschwindigkeit in der Zu- und Ableitung im allgemeinen in geringerem Maß als nach der Wurzel aus dem Gefälle geändert werden soll. Am schwierigsten ist die Sachlage aber bei offen eingebauten Turbinen. Hier verlangt die Bedingung einer genau ähnlichen Vergrößerung oder Verkleinerung des ganzen Einbaues streng genommen, daß sich das Gefälle in gleichem Maß wie die Turbinengröße ändere, was im allgemeinen natürlich nicht zutrifft. In der Praxis finden sich im Gegenteil die größeren Turbinen meist bei den kleineren Gefällen, und die dadurch gegenüber dem Einbau der Versuchsturbine meist im ungünstigen Sinn geänderten Verhältnisse haben das Vertrauen in die sichere Vorausbestimmung der Wirkungsgrade bei der Reihenaubauart für solche Fälle schon öfters erschüttert. Praktische Bedeutung haben diese Bedenken in der Tat nur bei den kleinsten Gefällen; denn die betreffenden Verluste treten bei höheren Gefällen gegenüber den Gesamtverlusten rasch zurück.

<sup>2)</sup> Diese Beziehungen hat Verfasser in zwei Aufsätzen behandelt: »Die Abhängigkeit des Wirkungsgrads der Wasserturbinen von Gefälle, Wassermenge, Turbinengröße und Rauheit der Kanäle.« Z., 1909, S. 1541 und: »Die Änderung der Schnellläufigkeit 'ähnlicher' Wasserturbinen mit der Turbinengröße.« Z. g. T., 1909, S. 501.

eigenartigen Reibungsverlusten auf, wie z. B. die Wirbelverluste beim Übergang vom Leit- ins Laufrad, bei sehr verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten im Laufrad, bei starken Krümmungen und beim sogenannten Austrittsverlust.

Für das normale Arbeitsgebiet der Turbinen aber spielen die genannten Wirbelverluste, wie wir S. 365 ff. näher beobachten werden, nur eine verhältnismäßig geringe Rolle gegenüber den Verlusten der gewöhnlichen Wasserreibung in Kanälen, so daß in diesem Falle die Bielschen Beziehungen ohne bedenklichen Fehler auf die Gesamtverluste in der Turbine angewendet werden dürfen.

Galten sonach die vorigen, in erster Annäherung gemachten Anschreibungen für gleichartige, im übrigen aber ganz beliebige Betriebszustände, so kann hier, aber freilich nur für den normalen Betriebszustand, die Abhängigkeit des Wirkungsgrads und damit auch die der Hauptgleichung von den Größen angegeben werden, die in der Bielschen Gleichung auftreten.

Bezeichnen wir den zu berechnenden Fall mit Index ', so schreibt sich das Verhältnis des fraglichen zu einem gegebenen Reibungsverlust als

$$\frac{R'}{R} = \frac{l' \frac{F'}{U'} c'^2 \psi'}{l \frac{F}{U} \cdot c^2 \psi},$$

wobei  $\psi$  den Bielschen Klammerausdruck (S. 106) darstellt.

Setzen wir dabei noch das Quadrat der Geschwindigkeit ( $c^2$ ) proportional dem Gefälle  $H$ , was hier nur als eine Vernachlässigung zweiter Ordnung erscheint, so folgt mit  $\frac{R}{H} = \varrho$ ,  $\frac{R'}{H'} = \varrho'$

$$\frac{\varrho'}{\varrho} = \frac{l' \frac{F'}{U'} \psi'}{l \frac{F}{U} \psi}$$

und für Turbinen streng ähnlicher Bauart, d. h. mit  $l' \frac{F'}{U'} = l \frac{F}{U}$

$$\frac{\varrho'}{\varrho} = \frac{\psi'}{\psi}. \quad (388)$$

Durch Einführen von  $\varrho = 1 - \varepsilon$  und  $\varrho' = 1 - \varepsilon'$  ergibt sich dann der neue hydraulische Wirkungsgrad  $\varepsilon'$  zu

$$\varepsilon' = 1 - (1 - \varepsilon) \frac{\psi'}{\psi}. \quad (389)$$

Nun ist es praktisch und im Rahmen der vorhandenen Genauigkeit durchaus zulässig, den hydraulischen Wirkungsgrad  $\varepsilon$  durch den wenig verschiedenen gebremsten Gesamtwirkungsgrad  $e$  zu ersetzen, zumal sich die darin u. a. einbegriffene mechanische Reibung z. T. in gleicher Richtung ändert wie die hydraulische<sup>1)</sup>, so daß man auch schreiben kann:

$$e' = 1 - (1 - e) \frac{\psi'}{\psi}, \quad (390)$$

oder nach Einsetzung des Bielschen Wertes für  $\psi$ , wobei man zweckmäßig noch

<sup>1)</sup> Sie nimmt relativ ab mit der Turbinengröße, wächst aber mit dem Gefälle. Vgl. Fußnote S. 292.

den für geometrisch ähnliche Bauart konstanten Wert  $\left(\frac{F}{UD}\right)$  als »hydraulischen Einheitsradius« einführt:

$$e' = 1 - (1 - e) \frac{0,12 + \frac{\mathfrak{F}'}{\sqrt{\left(\frac{F}{UD}\right)^{D'}}} + \frac{2,5}{(100\mathfrak{F}' + 2)c'} \sqrt{\left(\frac{F}{UD}\right)^{D'}} \frac{[\eta']}{[\delta']}}{0,12 + \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{\left(\frac{F}{UD}\right)^D}} + \frac{2,5}{(100\mathfrak{F} + 2)c} \sqrt{\left(\frac{F}{UD}\right)^D} \frac{[\eta]}{[\delta]}}. \quad (391)$$

Da der dritte Summand »das Zähigkeitsglied« der Bielschen Konstanten gegenüber den beiden ersten Summanden für technisch übliche Werte sehr zurücktritt (vgl. S. 108), kann diese Formel für die praktischen Verhältnisse des Turbinenbaues durch Vernachlässigung der Änderung des dritten Summanden im Zähler und Nenner wesentlich vereinfacht werden. Mit der allgemeinen Form aber, in der sie hier niedergeschrieben ist, können auch Einflüsse, die in der Regel zu vernachlässigen sind, studiert werden. Z. B. verändert die Wassertemperatur den Zähigkeitskoeffizienten  $[\eta]$  und damit den dritten Summanden von  $\psi$ . Auch die Wassergeschwindigkeit  $c$  erscheint im dritten Summanden. In welchem Maße dies auf das Gesamtergebnis einwirkt, hängt von der Größe des dritten im Verhältnis zum ersten und zweiten Summanden ab und ist von Fall zu Fall verschieden.

Den ersten Summanden bildet die unveränderliche Zahl 0,12. Im zweiten findet man die Rauheitszahl  $\mathfrak{F}$ , die nach BIEL für glattes Kupferrohr zu  $\mathfrak{F} = 0,0064$ , für verzinktes Eisenrohr zu  $\mathfrak{F} = 0,018$  einzusetzen ist. Turbinenkanälen dürfte ein dem zweiten Falle naheliegender Wert zukommen. Das Verhältnis  $\frac{F}{UD}$ , d. h. der hydraulische Einheitsradius, ist für den Durchgang des Wassers durch die Turbine allerdings sehr veränderlich, und somit ist auch die Änderung des Wirkungsgrads bei Veränderung einer der andern Größen für die verschiedenen Teile der Turbine verschieden. Die größten Reibungsverluste treten aber an den Stellen größter Wassergeschwindigkeit auf, und mithin werden die größten Änderungen des Wirkungsgrads berücksichtigt, wenn für  $F$  und  $U$  die Austrittsquerschnitte von Leit- bzw. Laufrad  $f_0$  und  $f_2$  bzw.  $U_0$  und  $U_2$  in Rechnung gesetzt werden. Für volle Beaufschlagung wird dann  $\frac{f_2}{U_2 D}$  im Laufradaustritt, für kleine Beaufschlagung mit Drehschaufelregulierung (S. 223)  $\frac{f_0}{U_0 D}$  im Leitradaustritt einen Kleinstwert annehmen. Dabei zeigt die zahlenmäßige Rechnung, daß noch Schätzungsunterschiede von 10 bis 20 vom Hundert auf das Endergebnis nur einen verschwindend kleinen Einfluß ausüben.

Man bemerkt nun, daß  $\sqrt{\frac{F}{UD}}$  im Nenner sowohl des zweiten als des dritten Summanden vorkommt, daß somit beide mit wachsender Turbinengröße in gleicher Weise abnehmen. Welche Bedeutung dies für die Vernachlässigung des dritten Summanden hat, hängt von den zahlenmäßigen Größen ab, weshalb wir in der folgenden kleinen Rechnung vergleichsweise eine kleine und eine große Turbine zugrunde legen.

Die Wirkungsweise der übrigen im dritten Summanden befindlichen Größen ist bezüglich seiner Bedeutung gegenüber den beiden ersten Summanden eindeutig und daher leicht zu übersehen. Man bemerkt, daß seine Bedeutung wächst, je glatter die Kanäle sind, da sich hier die Rauheitszahl  $\mathfrak{F}$  im Nenner befindet, während sie beim zweiten Summanden im Zähler auftritt.

Die Wassergeschwindigkeit  $c$  bzw. das Gefälle beeinflusst nur den dritten Summanden. Seine Bedeutung wächst mit abnehmendem Gefälle, weshalb im folgenden ein kleines Gefälle in Rechnung gesetzt werden soll.

Die spezifische Masse  $[\delta]$  darf füglich konstant gesetzt werden, und welchen Einfluß die mit der Temperatur veränderliche Zähigkeit  $[\eta]$  ausüben kann, ergibt sich leicht aus einem kleinen Zahlenbeispiel.

Wählt man z. B.  $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}' = 0,015$  und  $\frac{F}{UD} = \frac{f_2}{U_2 D}$ , das für den Laufradaustritt etwa zwischen 0,02 und 0,04 wechselt, zu 0,0275, so folgt für eine kleine Turbine mit  $D = 0,3$   $\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D = 0,0083$  und  $\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D} = 0,091$ , und für eine große Turbine den neunfachen Durchmesser ( $D = 2,7$ ), oder  $\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D} = 0,273$ , so ergibt sich der zweite Summand zu 0,165 bzw. zu 0,055 oder die beiden ersten Summanden zusammen zu 0,285 bzw. zu 0,175.

Demgegenüber berechnet sich der dritte Summand z. B. für  $c = 4$  m/sek, was einem absichtlich kleinen Gefälle von rund 2 m entsprechen dürfte, mit  $\mathfrak{F} = 0,015$ ,  $\gamma = 1$  und  $[\eta]$  bei einer absichtlich niedrig gewählten Temperatur von  $5^\circ \text{C} = 0,015$

für die kleine Turbine mit  $\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D} = 0,091$  zu

$$\frac{2,5 \cdot 0,015}{(100 \cdot 0,015 + 2) 4 \cdot 0,091 \cdot 1} = 0,0295,$$

für die große Turbine mit  $\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D} = 0,273$  zu

$$\frac{2,5 \cdot 0,015}{(100 \cdot 0,015 + 2) 4 \cdot 0,273 \cdot 1} = 0,00983.$$

Man bemerkt, wie sehr diese beiden Werte, trotzdem sie sich durch die Annahme des Beispiels möglichst groß ergaben, gegenüber den Summen der beiden ersten Summanden von 0,285 bzw. 0,175 zurückstehen, sowie daß dies bei der großen Turbine in noch höherem Maße als bei der kleinen der Fall ist.

Nur wenn die beiden ersten Summanden ungeändert bleiben, spielt der dritte eine wenn auch kleine Rolle. In solchem Falle könnte z. B. für eine bestimmte unveränderte Turbine nach der allgemeinen Formel der sehr geringe Einfluß von Wasserwärme und Gefälle berechnet werden. So würde im obigen Beispiel der kleinen Turbine ein Wirkungsgrad von 80 vom Hundert durch Erwärmung des Wassers von  $5^\circ$  auf  $20^\circ$ , was einer Abnahme der Zähigkeit von 0,015 auf 0,01 entspricht (vgl. S. 18), steigen auf

$$\epsilon = 1 - 0,2 \frac{0,285 + 0,0196}{0,285 + 0,0295} = 0,8065,$$

oder bei Steigerung des Gefälles um das vierfache auf

$$e = 1 - 0,2 \frac{0,285 + \frac{0,0295}{\sqrt{4}}}{0,285 + 0,0295} = 0,8095,$$

wobei aber auch die ganzen Einbauverhältnisse ungeändert zu bleiben hätten. Bei verschiedenen Turbinen oder auch sogar bei derselben Turbine würde, wenn sie in größeren Zeitabschnitten untersucht würde, allein schon die Veränderlichkeit der Rauheitszahl den Einfluß von Gefälle und Temperatur unterdrücken. Die Ausschaltung der Wasserwärme und des Gefälles bei allgemeinen Vergleichen<sup>1)</sup> kann somit als besonderes Ergebnis hervorgehoben werden.

Somit lautet die vereinfachte Formel<sup>2)</sup>:

$$e' = 1 - (1 - e) \frac{0,12 + \frac{\mathfrak{F}'}{\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) \cdot D'}}}{0,12 + \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) \cdot D}}}. \quad (392)$$

Danach würde z. B. mit den obigen Annahmen von  $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}' = 0,015$ ,  $\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D} = 0,091$  beim Steigen der Turbinengröße auf das neunfache, d. h.  $\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D'} = 0,273$ , der Wirkungsgrad von 80 vom Hundert wachsen auf

$$e' = 1 - (1 - 0,8) \frac{0,12 + \frac{0,015}{0,273}}{0,12 + \frac{0,015}{0,091}} = 0,877 = 87,7 \text{ vom Hundert},$$

was nach den bisherigen Erfahrungen durchaus nicht unwahrscheinlich ist.

Liegen aber zwei Bremsungen ähnlicher Turbinen verschiedener Größen und gleicher Rauheit vor, so könnte damit auch die Rauheitszahl  $\mathfrak{F}$  berechnet werden, indem eine einfache Umrechnung ergibt:

$$\mathfrak{F} = \frac{0,12 (e' - e)}{\frac{1 - e'}{\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D}} - \frac{1 - e}{\sqrt{\left(\frac{f_2}{U_2 D}\right) D'}}}. \quad (393)$$

Betrachtet man in dieser Hinsicht z. B. die Versuche des Verfassers in Sagan<sup>3)</sup>, die mit einer ziemlich genauen Verdoppelung der Sundhauser Versuchsturbine angestellt worden waren, wobei

$$\frac{f_2}{U_2 D} = 0,0384, \quad D = 0,4, \quad D' = 0,8, \quad e = 0,8, \quad e' = 0,83,$$

<sup>1)</sup> Vakuum- und Anfrönsungserscheinungen bei hohen Gefällen liegen natürlich außerhalb dieser Betrachtung.

<sup>2)</sup> Unter Verzicht auf das Zähigkeitsglied, das auch als Mittelwert zum ersten Glied geschlagen werden könnte.

<sup>3)</sup> Z. 1906, S. 1221.

so ergibt sich

$$\mathfrak{F} = \frac{0,12 (0,83 - 0,8)}{\frac{0,17}{0,124} - \frac{0,2}{0,175}} = 0,0157,$$

ein Wert, der dem oben geschätzten auffallend nahe kommt.

Diese Erörterungen scheinen sonach darzulegen, daß mit einer derartigen Anwendung der Bielschen Formel die Genauigkeit in der Beurteilung der Turbinen trotz mancher Unsicherheit doch gegenüber dem einfachen Konstantsetzen von  $\psi$  wesentlich vermehrt wird. Unsicherheiten werden ja, sobald es sich um Fragen der Reibung handelt, nie zu vermeiden sein. Deshalb kann auch eine zuverlässige Nachprüfung der ins Auge gefaßten Anwendbarkeit der Bielschen Formel auf die Turbinen nur durch zahlreiche Nachrechnungen praktischer Bremsergebnisse gewonnen werden. Vorläufig aber darf als wahrscheinliches Ergebnis wiederholt werden, daß beim Vergleich der besten Wirkungsgrade ähnlich gebauter und ähnlich eingebauter Turbinen, wie er bei der auf Versuchsturbinen gegründeten neuzeitlichen Reihenbauart von besonderer Bedeutung ist, ein Wechsel von Wasserwärme und Gefälle belanglos ist, während die Turbinengröße und die Rauheit der Kanäle in einer den obigen Formeln entsprechenden Weise berücksichtigt werden müssen.

Dazu sei aus Gleichung (392) hervorgehoben, daß die fragliche Änderung des Wirkungsgrads um so bedeutungsvoller wird, je geringer seine absolute Größe ist.

In dem Maß aber, in welchem die Arbeitsweise der Turbinen von dem günstigsten Zustand abweicht, treten noch andere als die Bielschen Beziehungen in Wirksamkeit, deren Bewertung besondere Untersuchungen beansprucht.

Die Änderung des Wirkungsgrads ergibt nun für den gleichartigen Betriebszustand eine proportionale Änderung der in der Hauptgleichung

$$2gH\varepsilon = c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 - c_2^2 + v_2^2 - u_2^2 \quad [326]$$

auftretenden Summanden, bzw. eine Änderung aller Geschwindigkeiten (auch der Diagrammseiten) mit  $\sqrt{\varepsilon}$ .

In Analogie mit der auf S. 272 abgeleiteten Funktion von  $H$ , die ja in der Hauptgleichung mit  $\varepsilon$  gleichwertig auftritt, finden wir bei den verschiedenen Wirkungsgraden  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  bzw.  $e$  und  $e'$

$$n' = n \sqrt{\frac{e'}{e}}, \quad (394)$$

$$Q' = Q \sqrt{\frac{e'}{e}}, \quad (395)$$

$$N' = N \frac{e'}{e} \sqrt{\frac{e'}{e}}. \quad (396)$$

Man erhält sonach für die genauere Rechnung auch verschiedene Werte für die Einheitsgrößen einer bestimmten Turbinentype, je von welcher Größe, Rauheit u. dgl. aus die Umrechnung gemacht wird, indem auch

$$n_I' = n_I \sqrt{\frac{e'}{e}}, \quad (397)$$

$$Q_I' = Q_I \sqrt{\frac{e'}{e}}, \quad (398)$$

$$N_I' = N_I \frac{e'}{e} \sqrt{\frac{e'}{e}}. \quad (399)$$



Dasselbe gilt für die Änderung der spezifischen Drehzahl mit dem Wirkungsgrad, die sich durch Einsetzen ergibt als

$$n'_s = n'_l \cdot \sqrt{N'_l} = n'_l \sqrt{\frac{e'}{e}} \cdot \sqrt{N_l \cdot \frac{e'}{e}} = n_s \cdot \left(\frac{e'}{e}\right)^{\frac{5}{4}}. \quad (400)$$

Die spezifische Drehzahl ändert sich somit in noch höherem Maße als der Wirkungsgrad, Grund genug, um mit der betreffenden Garantie vorsichtig zu sein, wenn aus irgend einem Grunde der Wirkungsgrad einer Turbine kleiner zu erwarten ist als der der »geometrisch ähnlichen« Versuchsturbine (vgl. S. 415).

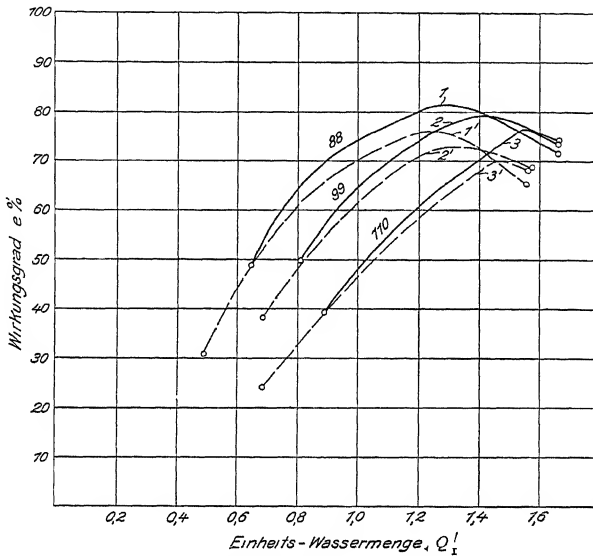


Abb. 415. Änderung des Wirkungsgrads mit der Einheitswassermenge für die beiden verschiedenen Turbinengrößen.

(Kurven 1, 2 und 3 gelten für  $D = 1,1$  m bei den Einheitsdrehzahlen 88, 99 und 110; Kurven 1', 2' und 3' entsprechen den gleichartigen Betriebszuständen bei  $D = 0,4$  m)

Ich habe hierzu eine kleine Rechnung angestellt<sup>1)</sup>, deren Ergebnis in den beiden Diagrammen (Abb. 415 und 416) wiedergegeben ist. Die ausgezogenen Kurven stellen die Versuchsergebnisse dar, die WAGENBACH mit einem Schnellläufer mit  $D = 1,1$  m erzielt hat<sup>2)</sup>. Die gestrichelten Kurven sollen zeigen, was mit Anwendung der Bielschen Gleichung für eine geometrisch ähnliche auf  $D = 0,4$  m verkleinerte Turbine erwartet werden kann.

Zunächst wurden unter der Schätzung des »hydraulischen Einheitsradius« für den Laufradaustritt zu  $\frac{f_2}{U_2 D} = 0,0275$  die neuen Wirkungsgrade berechnet als

$$e' = 1 - (1 - e) \frac{0,12 + \frac{0,015}{\sqrt{0,0275 \cdot D'}}}{0,12 + \frac{0,015}{\sqrt{0,0275 \cdot D}}} = 1 - (1 - e) 1,272. \quad [392]$$

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1909, S. 501.

<sup>2)</sup> REICHEL, Francisturbinen-Schnellläufer. Z. g. T., 1909, S. 421.

Dann wurden die zu erwartenden Einheitswassermengen bestimmt. Die gegenseitige Abhängigkeit zeigt in Abb. 415 deutlich den größten Abfall für  $e'$  wie für  $Q_1'$  bei den absoluten kleinsten Werten von  $e$ .

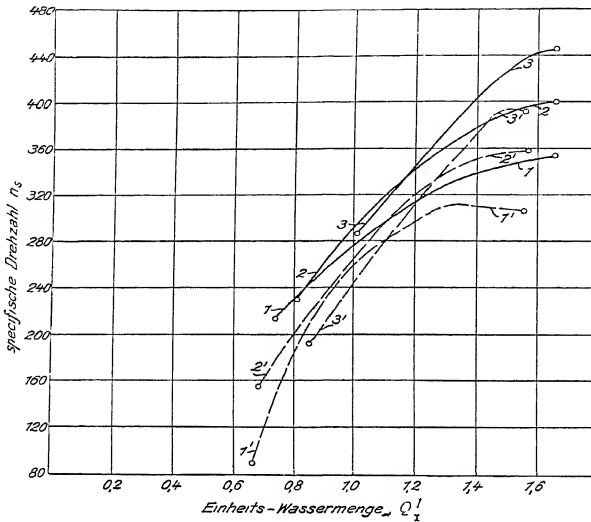


Abb. 416. Änderung der spezifischen Drehzahl mit den Einheitswassermengen für die beiden verschiedenen Turbinengrößen.

(Kurven 1, 2 und 3 gelten für  $D = 1,1$  m bei den Einheitsdrehzahlen 88, 99 und 110;  
Kurven 1', 2' und 3' entsprechen den gleichartigen Betriebszuständen bei  $D = 0,4$  m.)

Abb. 416 gibt das entsprechende Bild für die  $n_s$  nach  $Q_1^I$  geordnet. Man bemerkt, daß das höchste  $n_s$  von 445 auf  $n_s' = 392$  herunterfällt, dazu eine auf-fallende Veränderung der Form der Kurven.

Fünfter Teil.

## Theorie der Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen).

---

### A. Einleitung.

Die allgemeine Turbinentheorie, die wir im vorausgegangenen Kapitel betrachtet haben, soll nunmehr nach Tiefe und Umfang eine wesentliche Erweiterung erfahren, die sich in zweierlei Richtung bewegen wird.

Die bisher in die Hauptgleichung und deren Ableitungen eingeführten Veränderlichen bezogen sich entweder nur auf ein beliebig herausgegriffenes Massenelement bzw. auf seinen Weg durch die Turbine, oder sie stellten, wenn die Gesamtströmung durch die Turbine der Betrachtung zugrunde gelegt war, die entsprechenden Mittelwerte dieser Strömung im Sinne des Energiegesetzes dar. Auf eine nähere Zergliederung der betreffenden Mittelwerte waren wir nicht eingegangen. Das soll nunmehr erfolgen, wobei wir versuchen werden, ihre Trennung in die Größen auszuführen, aus denen sie zusammengesetzt sind und deren Wechsel über die verschiedenen Querschnitte uns eingehend beschäftigen wird.

Weiter hatten wir die gegenseitige Abhängigkeit der genannten Mittelwerte nach Maßgabe des einfachen mathematischen Zusammenhangs der Geschwindigkeiten in Rechnung und Diagramm nur soweit verfolgt, als Reibungsverlust bzw. Wirkungsgrad konstant gesetzt werden konnten. Jetzt soll auch diese Beschränkung fallen und der Versuch gemacht werden, die höchst verwickelte Funktion der Reibung so gut als möglich festzulegen.

Es ist einleuchtend, daß die beiden Schritte nur an Hand wirklich vorhandener Konstruktionen ausgeführt werden können, und da die verschiedenen Turbinengattungen hierin sehr verschiedene Aufgaben und Schwierigkeiten bieten, empfiehlt es sich, eine solche ins Spezielle erstreckte Turbinentheorie jeweils nur mit einer bestimmten Konstruktionsart zu verbinden.

So werden wir nun eingehend die heutzutage wichtigste Turbinengattung, die Zentripetal-Vollturbinen, ins Auge fassen und unsere Untersuchungen, die sich nunmehr schon recht eingehend mit konstruktiven Gesichtspunkten zu beschäftigen haben, werden sich hierbei grundsätzlich von der im sechsten Kapitel gebrachten Konstruktion der Turbinen wesentlich nur dadurch unterscheiden, daß es sich hier noch um die Nachrechnung und Diskussion gegebener Formen handelt, während wir dort dem Entwurf neuer Maschinen gegenüberstehen.

Die dabei auftretenden Probleme sind auch heute noch keineswegs als gelöst zu betrachten. Auch sind sie zu verwickelt und mannigfaltig, um mit einem Blick übersehen werden zu können, und es wird daher notwendig sein, Dinge vorab zu erwähnen, die erst an späterem Ort ihre nähere Erledigung finden können.

Dazu wird es für die fraglichen Untersuchungen vor allem erwünscht sein, die Turbinengattung näher kennen zu lernen, mit der wir uns zu befassen haben, und zu dem Zweck soll im folgenden zunächst eine Erläuterung ihrer bildlichen Darstellung, soweit sie aus dem Rahmen des üblichen Maschinenzeichnens hinausfällt, gegeben werden.

## B. Darstellung der Laufräder durch Axial- und Achsnormalschnitte.

Zur genaueren Beschreibung und vor allem zur zahlenmäßigen Festlegung der einzelnen Dimensionen müssen wir uns über die zeichnerische Darstellung der Laufräder einigen.

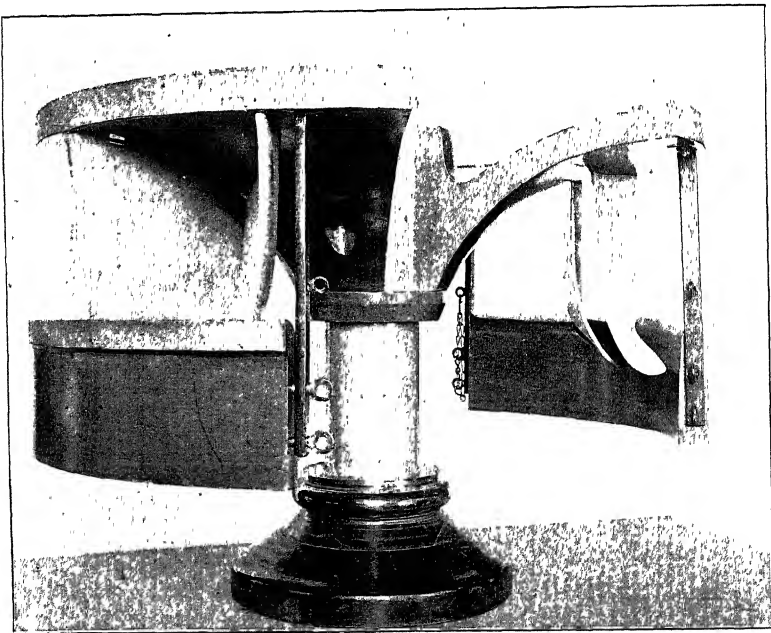


Abb. 417. Laufradmodell im Axialschnitt für 10 (links) und 20 (rechts) Schaufeln bei sonst gleichen Betriebsverhältnissen entworfen.

Der symmetrische Aufbau der Laufräder um ihre Achsen ist sowohl für die abrikmäßige Herstellung als für die zeichnerische Darstellung maßgebend gewesen. Die Laufräder bestehen im allgemeinen aus zwei Kränzen, die als Rotationskörper ausgebildet sind und die durch die eigentlichen Schaufeln zusammengehalten werden, mit denen sie die Laufradzellen bilden. Das zeigt sich hübsch in dem aufgeschnittenen Modell Abb. 417, das ich für die Hochschule entworfen habe. Der eine Kranz wird mit der Nabe verbunden und heißt Laufradboden, während der

andere sich dem abfließenden Wasser öffnet und als eigentlicher Laufradkranz bezeichnet wird.

Es liegt nahe, die beiden (vgl. Abb. 417) durch eine Axialebene zu schneiden, die als Aufriß (Abb. 418) des mit senkrechter Achse gedachten Rades erscheint und Boden  $B$  wie Kranz  $K$  durch die Leitlinien im Profil erkennen läßt. Der Grundriß zeigt dann (Abb. 419) die Draufsicht in der Achsrichtung bzw. im Achsnormalschnitt.

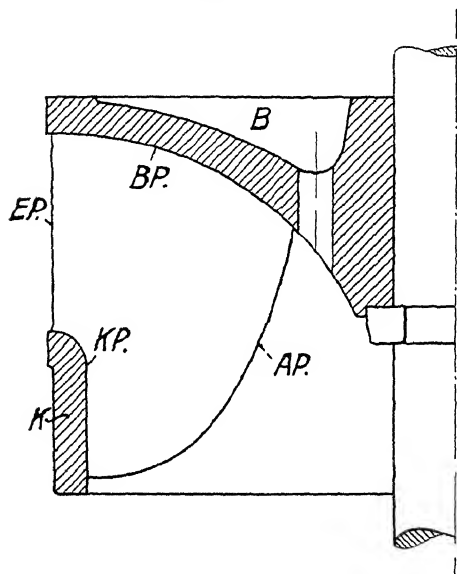


Abb. 418. Zirkularprojektion der Schaufelfläche.

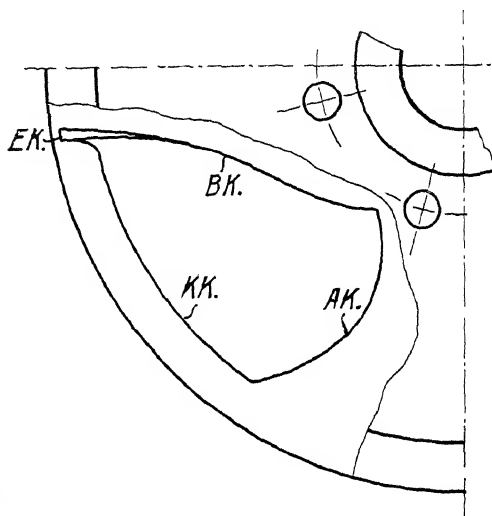


Abb. 419. Grundriß der Schaufelfläche.

Schwieriger als die Darstellung dieser einfachen Rotationskörper ist die der zwischen ihnen befindlichen Schaufeln, deren Flächen im allgemeinen nach keinem mathematischen Gesetz geformt sind. Man spricht dabei von einer »oberen Schaufelfläche« als der, die dem ankommenden Wasserstrom zunächst dargeboten wird und ihn durch ihre vorwiegend konkave Krümmung zur Ablenkung zwingt. Die Rückseite bildet entsprechend die »untere Schaufelfläche«. Bei Blechschaufeln fallen die beiden Flächen so ähnlich aus, daß man sich mit der Darstellung der einen von beiden unter gleichzeitiger Angabe der Blechstärke begnügt.

Der äußere Umriß einer Schaufelfläche läßt vier Kanten unterscheiden. Zwei von ihnen liegen in den erwähnten Rotationskörpern von Laufradboden und Laufradkranz. Wir nennen sie Bodenkante  $BK$  und Kranzkante  $KK$  (Abb. 419). Die beiden andern werden nach der Wasserbewegung durch das Rad als Eintritts- und Austrittskante ( $EK$  und  $AK$  Abb. 419) bezeichnet. Diese vier, eine Schaufelfläche begrenzenden Kanten stellt man nun im Aufriß nicht in Ansicht, sondern durch eine »Zirkularprojektion«<sup>1)</sup> dar, nach der jeder Punkt um die Laufradachse in die Zeichenebene gedreht wird. Die dort entstehenden Kurven bilden somit die Leitlinien des die Schaufelfläche einhüllenden Rotationskörpers. Die den Laufradboden und -kranz berührenden Boden- und Kranzkanten fallen in dieser

<sup>1)</sup> Vorschlag von Prof. Dr. BURMEISTER.

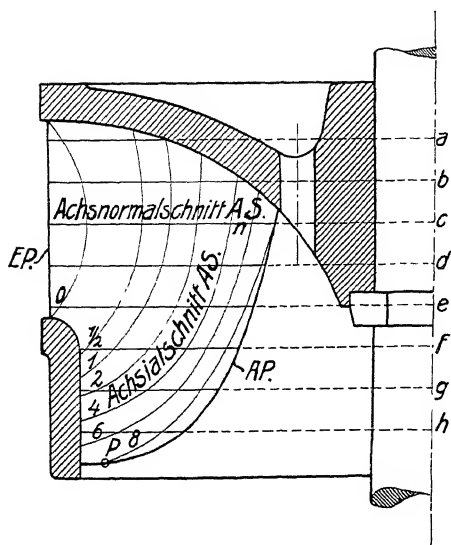


Abb. 420 Zirkularprojektion der Axialschnitte im Aufriß.

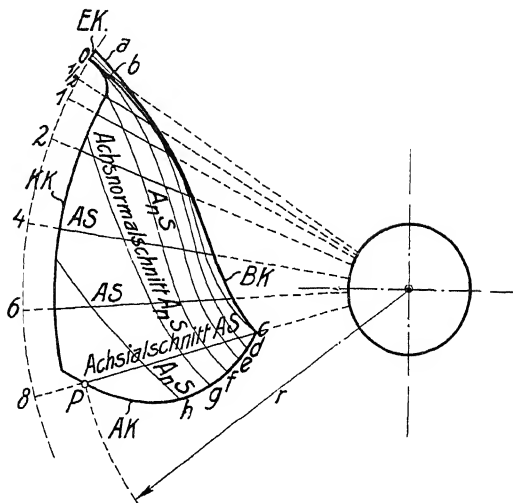


Abb. 421. Achsnormalschnitte im Grundriß.

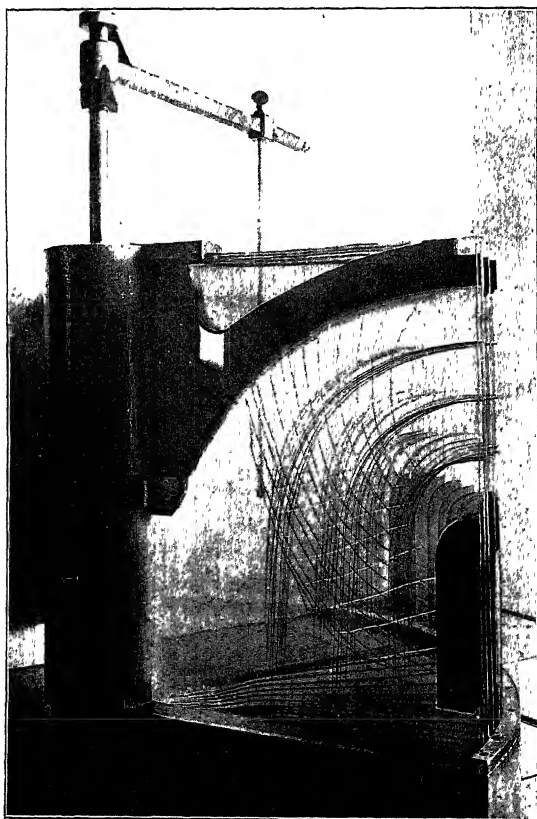


Abb. 422. Laufradmodell von PFEIFFER.

Darstellung mit dem Boden- und Kranzprofil  $BP$  und  $KP$  zusammen, während die Ein- und Austrittskante das Eintrittsprofil  $EP$  und das Austrittsprofil  $AP$  liefern (Abb. 418).

Durch diese vier Profile ist sonach nur der die Schaufelfläche umhüllende Rotationskörper festgelegt. Wie weit sich in ihm die Schaufelfläche in der Umfangsrichtung erstreckt, wird durch Schnittebenen angegeben, die fächerförmig durch die Achse gelegt werden. Meist gibt man ihnen gleichen Winkelabstand (Abb. 421), und zwar so, daß ihre Gesamtzahl ein Vielfaches der Schaufelzahl bildet, damit die von ihnen gelieferten »Axialschnitte« (AS Abb. 420) für jede Schaufel gleich ausfallen.

Zur Verdeutlichung dieser und auch der weiter unten erwähnten Schnitte hat mein

Assistent, Dipl.-Ing. PFEIFFER, ein hübsches Modell angefertigt, das in den

Abb. 422 abgebildet ist. In ihm werden die Axialebenen durch Glastafeln gebildet. Ihre Schnitlinien mit Laufradboden und -kranz sind durch die aufgeklebten Profile zu erkennen. Ihre Schnitte mit der Schaufelfläche, die Axialschnitte  $AS$ , zeigen sich als krumme, auf dem Glas verzeichnete Linien. Die Verbindung der letztern durch horizontale Faden geben mit ihnen ein Bild der Schaufelfläche <sup>1)</sup>.

Abb. 423 zeigt ein von unserem Studierenden WILHELM STIEBER verfertigtes Modell, bei dem die Axial- und Achsnormalschnitte aus Pappe, die Flutbahnen und Schaufelkanten aus Draht hergestellt sind.

Man dreht die Axialschnitte ( $AS$ ) gleichfalls in Zirkularprojektion in den Aufriß (Abb. 420, Abb. 422 Schwenkvorrichtung), und mit ihnen ist dann bei gleichzeitiger Angabe ihres Winkelabstands (Abb. 421) die Schaufelfläche völlig festgelegt.

Die Herstellung des Laufrades in der Fabrik und seine Berechnung verlangen aber noch eine andere Darstellung, die eigens für die Modelltischlerei bestimmt ist.

Das Herausarbeiten der Schaufelfläche läßt sich dort leichter mit Schnittkurven paralleler Schnittebenen als mit den im Raume fächerförmig angeordneten Axialschnitten ausführen.

Man schneidet daher die Schaufel noch durch vertikal zur Radachse in beliebigen Abständen gelegte Achsnormalebenen ( $A_nE$  Abb. 420). Sie liefern im Grundriß die Achsnormalschnitte  $A_nS$  (Abb. 421), die wir auch in Abb. 423 als Schnurzüge kennen gelernt hatten und wobei auch die vier Kanten der Schaufelfläche durch einfache Regeln der darstellenden Geometrie aus der Aufrißdarstellung gewonnen werden.

Um z. B. Punkt  $P$  der Austrittskante (Abb. 420 u. 421) aus dem Austrittsprofil des Aufnisses zu entnehmen, beachte man nur, daß er auf dem Kreis vom Radius  $r$  und gleichzeitig auf dem Axialschnitt  $\delta$  zu liegen kommt.

Weitere Darstellungen der Schaufelfläche, die zur Laufradberechnung und zur Beurteilung der Strömungsverhältnisse benötigt werden, wollen wir vorläufig zurückstellen, bis wir im folgenden Abschnitt die verschiedenen Konstruktionsarten näher kennen gelernt haben.

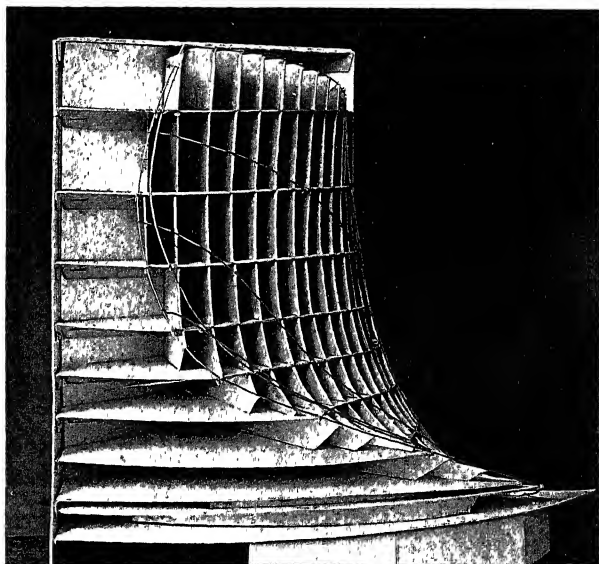


Abb. 423. Laufradmodell von STIEBER.

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1911, S. 497. Vgl. auch Schaufelmodell nach MÜLLER Z. g. T. 1914 S. 65.

## C. Beschreibung der Zentripetal-Vollturbine.

Wir hatten schon in der Übersicht des dritten Kapitels die Zentripetal-Vollturbine kurz kennen gelernt (S. 197). Auch die Ableitung der Hauptgleichung hatte sich an eine Schnittzeichnung dieser Maschinengattung (Abb. 364) angeschlossen. Jetzt wollen wir diesem Gegenstand so weit nähertreten, als es zum Verständnis der angeschlossenen theoretischen Untersuchungen notwendig ist.

Wiederholend sei erwähnt, daß das Wasser der Zentripetalturbine auf dem äußeren Umfang des Laufrades zufließt, um sich dann beim Durchgang durch das Laufrad mehr oder weniger der axialen Richtung anzuschließen, in der es abfließen soll. Die Vollturbine besitzt im allgemeinen einen Überdruck zwischen Lauf-

rad-Ein- und -Austritt und verlangt daher den völligen Luftabschluß des Laufrades. Sie gestattet damit aber auch seine Aufstellung über dem Unterwasser bei gleichzeitiger Abführung des Wassers durch eine mit Unterdruck wirkende Leitung, die als Saugrohr bezeichnet wird und unter dem Unterwasserspiegel endigt (Abb. 1—3, Taf. 14).

Die Zuleitung des Wassers zum Laufrad geschieht durch das Leitrad, das es rings umschließt und das dem Wasser die gewünschte Eintrittsgeschwindigkeit und Eintrittsrichtung erteilen soll.

Die Regulierung einer Vollturbine mit Überdruck sollte neben anderem besonders deshalb nicht durch Abschließen einzelner Leitkanäle geschehen, da sonst für die unter den Abschluß geratenden noch gefüllten Laufradkanäle Vakuum auftritt oder bei ihrer Lüftung der Unterdruck im Saugrohr geschädigt und dadurch die Aufstellung des Laufrades über dem Unterwasser verhindert wird.

Somit bleibt als theoretisch richtige Lösung des Regulierproblems nur die gleichzeitige Querschnittsveränderung sämtlicher Lauf- und Leitradkanäle.

Eine solche Konstruktion haben wir im geschichtlichen Abschnitt (Abb. 342, S. 218) von DECKHERR kennen gelernt.

Praktisch hat sich diese Bauart nicht bewährt, weil der Antrieb und die Beweglichkeit der zwischen den Schaufeln verschiebbaren Regulierwände zu viele Schwierigkeiten machte und weil die Laufräder dabei auf Schaufelflächen mit axial gerichteten Leitlinien (Zylinderflächen) beschränkt gewesen wären.

Man begnügt sich daher damit, die Querschnitte der Leitradkanäle zu verändern und nimmt die sich hieraus z. B. recht unerwünscht einstellenden Geschwindigkeitsänderungen im Leit- und vor allem im gleichgebliebenen Laufrad lieber in Kauf, als die genannten praktischen Unzuträglichkeiten; ein lehrreiches Beispiel dafür, wie von zwei Übeln das geringere gewählt wird.

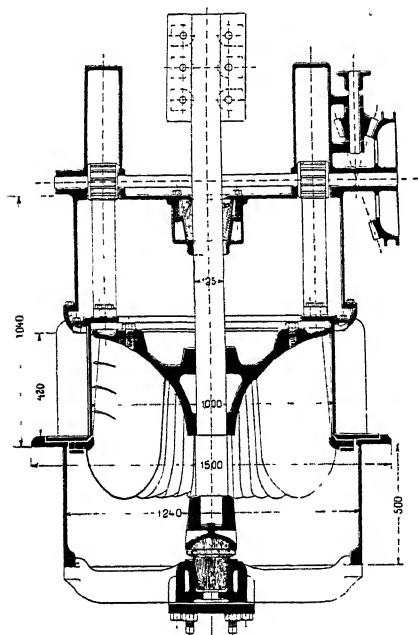


Abb. 424. Herkulesturbine mit Regulierung durch Ringschütze.



Es gibt vor allem drei Regulierarten der Leiträder: die Ringschütze (Abb. 424), den Gitterschieber (Abb. 425) und die Drehschaukeln (Abb. 426, vgl. auch Abb. 19, 289 u. 352). Die erstere wird meist zwischen Leit- und Laufrad geschoben und bewirkt, sobald sie in Tätigkeit tritt, sehr starke Kontraktionsverluste. Ähnlich, wenn auch in schwächerem Maße, ist es beim Gitterschieber. Wir werden uns deshalb in eingehender Weise nur mit der Drehschaukelregulierung beschäftigen, die weitaus die besten Wirkungsgrade aufweist. Diese Regulierung entläßt bei jeder Öffnung der Leitschaukeln das Wasser ohne nennenswerte Kontraktion und, was wichtiger ist, in einer Richtung, mit der es in der Lage ist, zwanglos, d. h. ohne wesentliche Änderung seiner Geschwindigkeit, den zwischen Leit- und Laufrad befindlichen Raum auszufüllen. Abb. 426 zeigt ein Leitrاد mit Drehschaukeln in verschiedenen Stellungen.

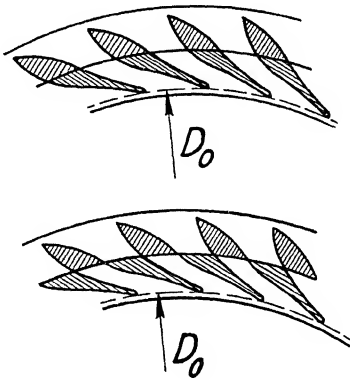


Abb. 425. Gitterschieber offen und geschlossen.

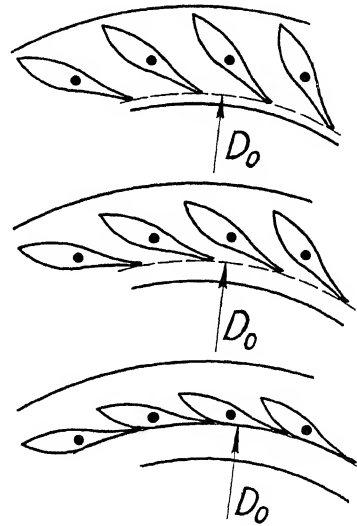


Abb. 426. Drehschaukeln offen, halböffnend und geschlossen.

Was nun die Laufräder der zentripetalen Vollturbinen anbetrifft, so erfahren sie entsprechend der S. 296 erwähnten großen Variationsmöglichkeit der spezifischen Drehzahl eine sehr verschiedene Bauart.

Ersetzen wir im Ausdruck für die spezifische Drehzahl

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H\sqrt[4]{H}}, \quad [383]$$

$n$  durch die Umfangsgeschwindigkeit  $u$  im Turbinendurchmesser  $D$ , wonach

$$n = \frac{u \cdot 60}{D \cdot \pi}$$

und  $N$  durch Wassergewicht  $Q \cdot \gamma$ , Gefälle  $H$  und Wirkungsgrad  $e$ , wonach

$$N = \frac{Q \cdot \gamma \cdot H \cdot e}{75},$$

so folgt

$$n_s = \frac{u \cdot 60}{D \cdot \pi} \sqrt[4]{\frac{Q \cdot \gamma \cdot H \cdot e}{75}} \frac{1}{H\sqrt[4]{H}}$$

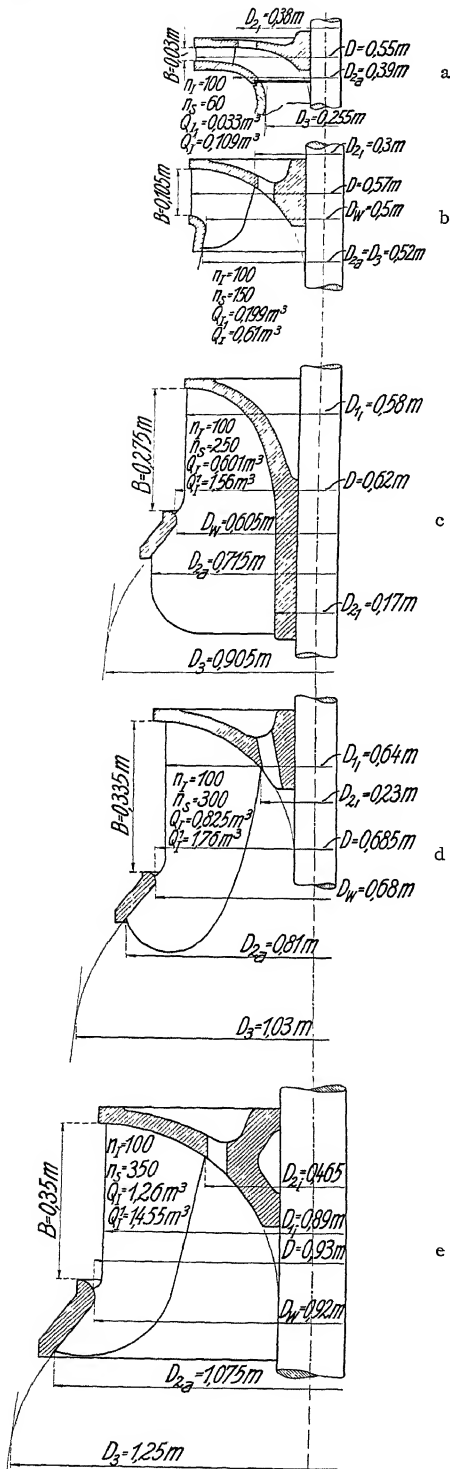


Abb. 427. Laufradprofile verschiedener Schnellläufigkeit für dieselbe Drehzahl ( $n_1 = 100$ ) entworfen.

und durch Umstellen

$$n_s = \frac{60}{\pi} \frac{V\gamma}{V_{75}} \cdot \sqrt{e} \cdot \frac{u}{\sqrt{H}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{D^2 V H}}, \quad (401)$$

das gibt mit Zusammenfassung der konstanten Glieder in  $k$

$$n_s = k \cdot \sqrt{e} \cdot u_I \sqrt{Q_I}, \quad (402)$$

d. h. die spezifische Drehzahl ist der Wurzel aus dem Wirkungsgrad, der Umfangsgeschwindigkeit bei 1 m Gefälle  $u_I$  und der Wurzel aus der Einheitswassermenge  $Q_I$  (S. 293) proportional.

Diese beiden Größen,  $u_I$  und  $Q_I$ , sind auch in der Tat zur Erzielung erwünschter spezifischer Drehzahlen in ausgiebiger Weise ausgestaltet worden. Dabei ist  $u_I$  wirksamer als  $Q_I$ , da das letztere unter der Wurzel steht. Die Einheitswassermenge ist aber andererseits viel größerer Variation fähig als die auf 1 m Gefälle reduzierte Umfangsgeschwindigkeit.

So hat man die »Langsamläufer« (Abb. 427a) mit geringer Umfangsgeschwindigkeit und kleinen Ein- und Austrittsbreiten ausgestattet. Die Normalläufer (Abb. 427b) weisen mittlere Werte auf, während bei Schnellläufern drei Ausführungsarten unterschieden werden. Einmal solche, die eine besonders hohe Einheitswassermenge besitzen und mit langen Schaufeln ausgeführt werden (Abb. 427c), dann solche, bei denen die Umfangsgeschwindigkeit besonders gesteigert ist, wobei die Schaufeln kurz gewählt werden müssen (Abb. 427e), und schließlich solche, bei denen die Umfangsgeschwindigkeit sowohl als die Schluckfähigkeit möglichst hoch gewählt sind (Abb. 427d), wobei sich aber gezeigt hat, daß es nicht angängig ist, die beiden Größen  $u_I$  und  $Q_I$  gleichzeitig bis zum äußersten zu steigern, ohne den Wirkungsgrad  $e$  zu sehr zu schädigen.

Die Umfangsgeschwindigkeit ist, wie wir im Abschnitt E und F des vierten

Kapitels gesehen haben, eine Funktion der Schaufelwinkel, die Einheitswassermenge eine solche der Querschnitte und ihrer senkrechten Durchflußgeschwindigkeiten. Die Querschnitte werden bei gegebenem Durchmesser durch die Ein- und Austrittsbreiten festgelegt.

Die Abb. 427 a—e sind jeweils für gleiche Drehzahl oder Winkelgeschwindigkeit gezeichnet. Ihre Umfangsgeschwindigkeiten sind somit den gezeichneten Durchmessern proportional und verhalten sich wie 550:570:620:685:930; ihre Einheitswassermengen verhalten sich etwa wie 0,109:0,61:1,56:1,76:1,455 und sonach ihre spezifischen Drehzahlen, mit Berücksichtigung einer geringen Veränderlichkeit des Wirkungsgrades, wie 60:150:250:300:350.

An Hand dieser charakteristischen Figuren wollen wir nun noch einige Bezeichnungen festlegen. Da ist zunächst der Durchmesser  $D_1$  zu erwähnen, in dem das Wasser in das Laufrad eintritt, sowie  $D_2$ , in dem es das Laufrad verläßt. Die verschiedenen Anschauungen, die man über diesen Durchmesser hegt, werden wir in Abschnitt G genauer würdigen. Vorläufig legen wir die Enden der Durchmesser in die betreffenden Schaufelkanten und bezeichnen die inneren und äußeren Grenzwerte mit den Indizes  $i$  und  $a$ . Während die Austrittsdurchmesser sich meist um erhebliche Beträge ändern, blieben die Eintrittsdurchmesser bis vor kurzem annähernd konstant, so daß man  $D_1$  als Maß der Laufradgröße anzugeben pflegte.

Neuerdings, nach dem Einführen der großen Schaufelspalte, wechselt  $D_1$  nicht unbedeutend, so daß sich diese Vergleichsbasis nicht mehr gut anwenden läßt. Ich möchte daher vorschlagen, den äußeren Eintrittsdurchmesser  $D_{1a}$  unter der Bezeichnung »Laufraddurchmesser«  $D$  als Merkmal für die Turbinengröße einzuführen. Er charakterisiert die letztere entschieden besser als ein zurückgenommener Durchmesser  $D_1$  und ist außerdem von den verschiedenen über  $D_1$  bestehenden Anschauungen unabhängig. In entsprechend präziser Weise wollen wir dann auch als Laufradbreite  $B$  den durch die Drehschaufeln gegebenen Abstand der parallelen Leitradkränze festlegen.

$D_0$  nennen wir weiter den durch die Spitzen der Leitschaufeln gelegten Durchmesser. Er ist durchweg für eine bestimmte Schaufelöffnung über die Schaufelkante konstant, wechselt aber seine Größe, wie aus Abb. 426 hervorgeht, mit Drehung der Schaufeln.

Von besonderer Wichtigkeit ist noch der Durchmesser  $D_3$ , der den Beginn des Saugrohrs bezeichnen möge. Wir legen ihn an die Stelle, wo die Fortsetzung des Kranzprofils in die Strömungsrichtung des Saugrohrs übergeht, d. h. an den Anschluß des Laufradkranzes an die Leitlinie des meist konisch erweiterten Saugrohrs.

Schließlich sei noch als »Wulstdurchmesser«  $D_w$  die lichte Weite im Schaufelwulst bezeichnet, die bei Schnellläufern von Bedeutung wird, da sie für die Meridiangeschwindigkeit den engsten Querschnitt bezeichnet, den das Wasser durchfließen muß.

Die Zuleitung des Wassers zum Leitrad geschieht im offenen Wasserkasten, im Kessel oder im Spiralgehäuse, wie wir in den Abb. 271, 315 und 313 des dritten Teiles gesehen haben. Die Ableitung erfolgt im Saugrohr am einfachsten axial, gelegentlich auch mit Krümmer. Dabei bezeichneten wir den letzten Saugrohrdurchmesser mit  $D_4$  (Abb. 430 S. 318).

## D. Darstellung des Laufrades durch Abwickelungen.

### Flutbahnen.

Nach dieser allgemeinen Beschreibung der Zentripetal-Vollturbinen wenden wir uns nun zu noch andern Darstellungen der Laufradschaufel, die uns zeigen sollen, welche Krümmungen das Wasser durchlaufen muß und welche Winkel seine Wege mit der jeweiligen Umfangsgeschwindigkeit des Rades einschließen.

Diese Darstellung bildet die Grundlage für die Nachrechnung und Neukonstruktion der Laufräder.

Um diesen Aufgaben näher zu treten, wollen wir zunächst das Problem der Einzeichnung von Stromfäden oder, nach WAGENBACHScher Bezeichnung, von Flutbahnen näher betrachten.

Man versteht, daß hierzu zunächst der Beharrungszustand vorausgesetzt und daß die wirbelnde Sekundärströmung vernachlässigt werden muß.

Auch so ist aber das Problem noch immer eines der schwierigsten und unsichersten im Turbinenbau.

Zu seiner Behandlung hat man deshalb durchweg noch die zweite Annahme hinzugefügt, die voraussetzt, daß die ganze Wasserströmung durch das Laufrad als Rotationskörper aufgefaßt werden darf, d. h. daß wir beim Umlauf auf irgend einem zur Achse zentrischen Ring stets den gleichen Strömungszustand antreffen. Diese Annahme ist natürlich nur eine ziemlich rohe Annäherung an die Wirklichkeit, da sie streng genommen nur unter dem Vorbehalt unendlich dünner, reibungsfreier, sowie unendlich vieler Schaufeln zutreffen könnte. Mit ihr finden wir auf der durch eine Flutbahn gelegten Rotationsfläche rundum gleichartige Flutbahnen; und solche Rotationsflächen, die man als »Flutflächen« bezeichnet hat, sind, wenn sie als ideelle Trennungswände betrachtet werden, geeignet, das ganze Laufrad in »Teillaufräder« oder »Teilturbinen« zu zerlegen, zwischen denen ein Überströmen von Wasser nicht stattfindet.

Der Schnitt einer Flutfläche mit der durch die Laufradachse gelegten Zeichenebene zeigt die Leitlinie der Rotationsfläche, und letztere bildet auch die Zirkularprojektion der in der Flutfläche liegenden Flutbahn. Wir wollen sie deshalb mit dem Ausdruck Flutprofil *F.P.* (Abb. 434, S. 321) bezeichnen.

Was nun die Darstellung dieser Flutprofile anbetrifft, so liegt auf der Hand, daß sie durch die Form und Weite der Laufradkanäle bestimmt sind und daß man daher zu ihrer Einzeichnung schon über diese im voraus wenigstens annähernd unterrichtet sein muß. Bei normal ausgeführten Laufrädern, und insbesondere bei Neukonstruktionen, hat man versucht, für die in der Axialebene (Zeichenebene) auftretende Wasserbewegung das Gesetz der wirbelfreien Strömung anzuwenden. Für die Strömung zwischen parallelen Wänden haben wir früher ein solches Gesetz in dem einfachen Ausdruck gefunden, daß Strömungs- und Niveaulinien das ganze Strömungsbild nach der Beziehung  $\frac{l}{s} = \text{konstant}$  (Abb. 211, S. 158) z. B. mit Quadraten überdecken sollten, oder nach LANCHESTER<sup>1)</sup>, daß die Einteilung der Strömung in Elemente gleichen Energieinhalts durch Flutflächen und Flächen

<sup>1)</sup> LANCHESTER, *Aérodynamik*, Bd. I, § 81.

gleichen Potentials erfolgen kann. Hier ist die Berechnung und Aufzeichnung wirbelfreier Strömungslinien ungleich schwieriger.

Es liegen mancherlei Versuche vor, diese Schwierigkeiten zu heben. Als Vorläufer hierzu ist die Arbeit von PRASIL: »Über Flüssigkeitsbewegung in Rotations-hohlräumen«<sup>1)</sup> zu nennen, die man zur Querschnittsbestimmung der Saugrohre verwenden wollte (vgl. S. 483). Abb. 428 zeigt die Flutprofile in einem Saugrohr, Abb. 429 die in einem durch zwei Kranzprofile begrenzten Rotationshohlraum nach PRASIL. Daran schließt sich die »Neue Theorie und Konstruktion der Kreiselräder« von H. LORENZ<sup>2)</sup>, die gleichfalls ein Gesetz für die Bestimmung der Kranzprofile vorschlägt, womit insofern eine unnötige Beengung hervorgerufen wird, als theoretisch bei jeder beliebigen Formgebung wirbelfreie Strömungen gedacht werden können. Abb. 430 zeigt den Vergleich zwischen einem nach LORENZ bestimmten Kranz- und Saugrohrprofil einer Schnellläuferturbine (links) und einem sonst gebräuchlichen Profil (rechts).

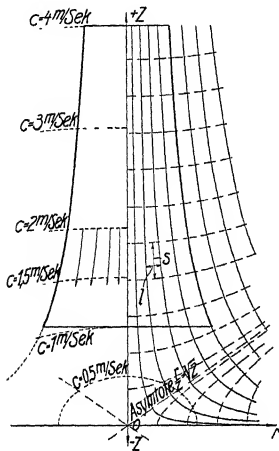


Abb. 428. Flutbahnen nach PRASIL.  
(Schw. Bztg. 1903.)

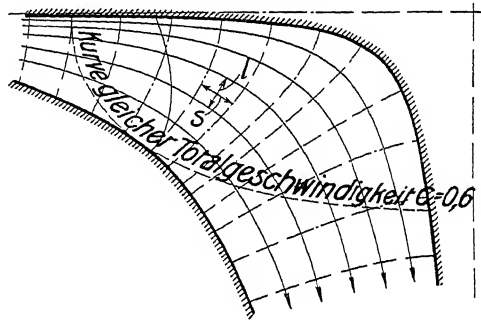


Abb. 429. Flutbahnen nach PRASIL.  
(Schw. Bztg. 1903.)

Davon macht sich BAUERSFELD frei, der auf den von PRASIL und LORENZ geschaffenen Grundlagen die Einzeichnung von Flutprofilen wirbelfreier Strömung in beliebig vorgegebene Kranzprofile unter dem Gesichtspunkt durchführt, daß sich die Geschwindigkeit längs einer Kurve konstanten Geschwindigkeitspotentials proportional der Krümmung des Flutprofils ändert<sup>3)</sup>. Damit eine solche Strömung wenigstens der Theorie nach auch wirklich eintritt, ist es nötig, die Entwicklung der Schaufelflächen gleichzeitig so durchzuführen, daß sie jeweils senkrecht stehen zu den Relativbeschleunigungen der Wasserbahnen in bezug auf das Laufrad. Abb. 431a stellt die Flutprofile für ein beliebig gewähltes Kranzprofil nach BAUERSFELD dar. Abb. 431b gibt den zugehörigen Schaufelgrundriß.

BROSZKO gibt eine noch etwas einfachere Darstellung wirbelfreier Flutprofile (Abb. 432), läßt jedoch bei Konstruktion der Schaufelflächen die letztgenannte Bedingung von BAUERSFELD außer acht<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> Schw. Bztg. 1903, Bd. XLI, S. 207, 233, 249, 282 u. 293.

<sup>2)</sup> 2. Aufl. 1911.

<sup>3)</sup> Die Konstruktion der Francis-Schaukel nach der Lorenzschen Turbinentheorie und ihre Eigenschaften. Z. 1912, S. 2045.

<sup>4)</sup> Z. 1913, S. 677, mit Entgegnung von BAUERSFELD, S. 679.

KAPLAN geht von der bis jetzt noch nicht bewiesenen, dem Satze von LAN-CHES-TER (vgl. S. 316) entsprechenden Voraussetzung aus, daß sich in einer wirbel-freien Strömung von Rotationscharakter, ähnlich wie in einer Strömung zwischen zwei festen Wänden, der Raum durch Flutflächen, Niveauflächen und Meridian-ebenen in Zellen gleichen Energieinhalts einteilen läßt, und gewinnt daraus in

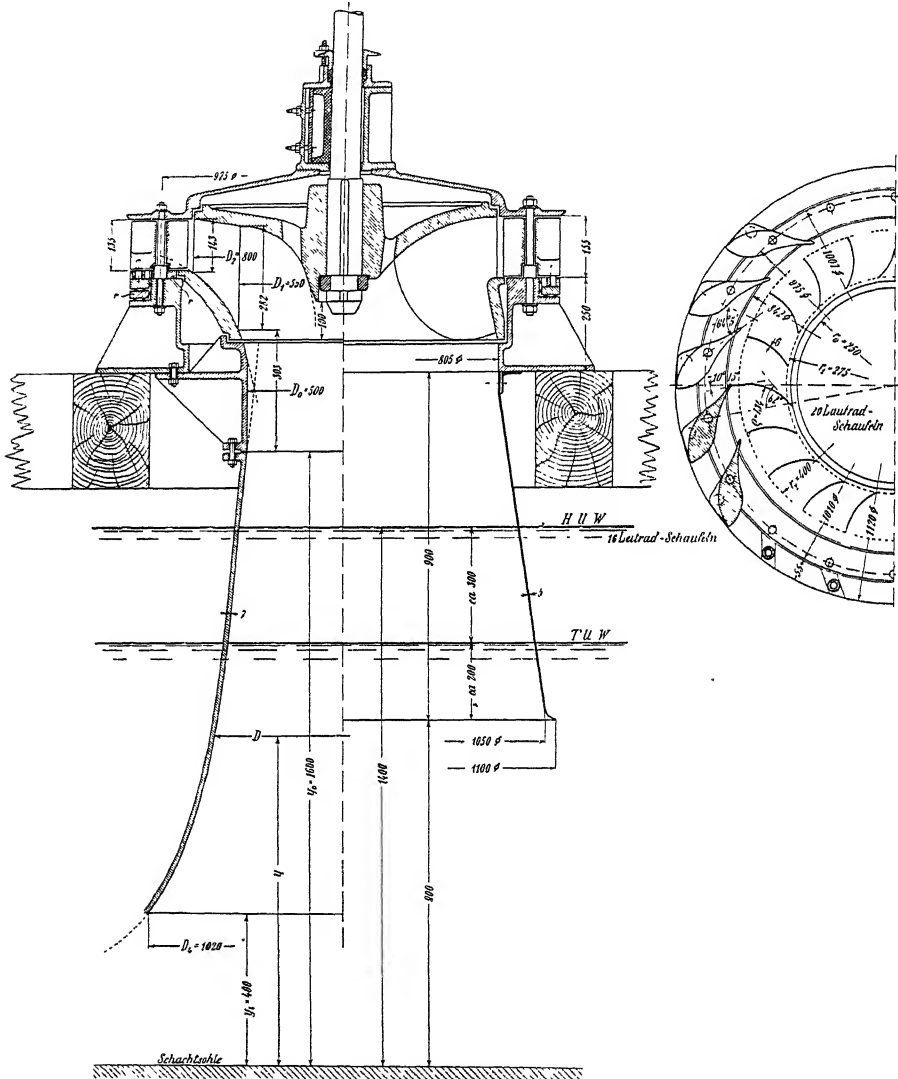


Abb. 430. Kranz- und Saugrohrprofile. (Links nach LORENZ, rechts bisherige Form.)  
(Aus Z. g. T., 1909, S. 68.)

dem Ausdruck  $\frac{r \cdot l}{s} = \text{konstant}$  ein einfaches Gesetz zur Aufzeichnung der Flut-profile<sup>1)</sup>. Abb. 433 zeigt ein solches Profil, wobei aber  $\Delta s$  statt  $s$  und  $\Delta n$  statt unserer Bezeichnung  $l$  gesetzt ist.

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1912, S. 533 ff.

Ein angstliches Festhalten an solchen Flutprofilen wirbelfreier Strömung in der Axialebene wurde nun aber meines Erachtens der konstruktiven Ausgestaltung der Turbinenlaufräder nicht förderlich sein. Wir werden deshalb im allgemeinen

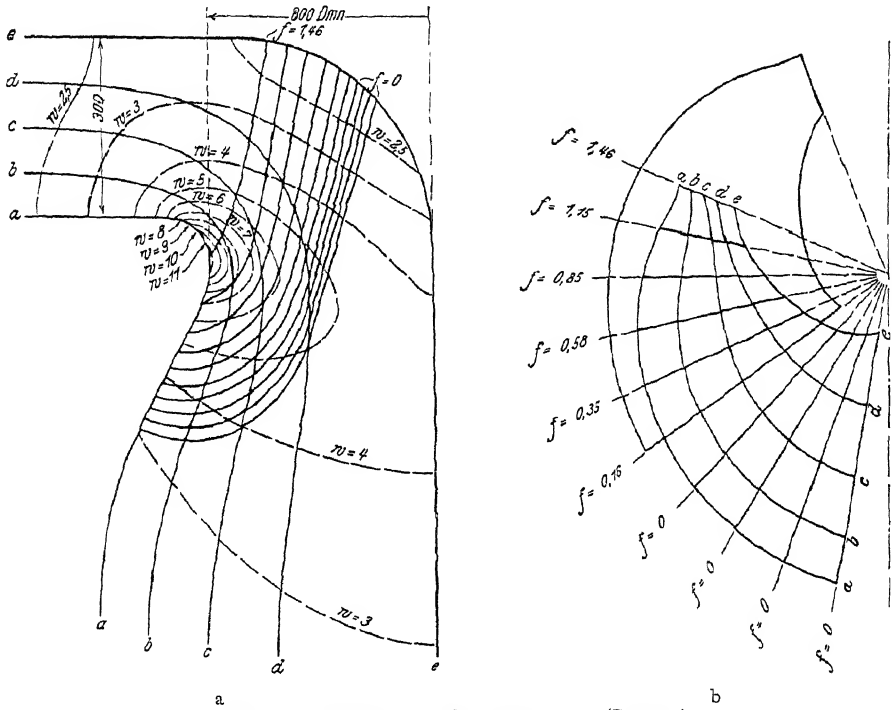


Abb. 431. Flutbahnen nach BAUERSFELD. (Z. 1912)

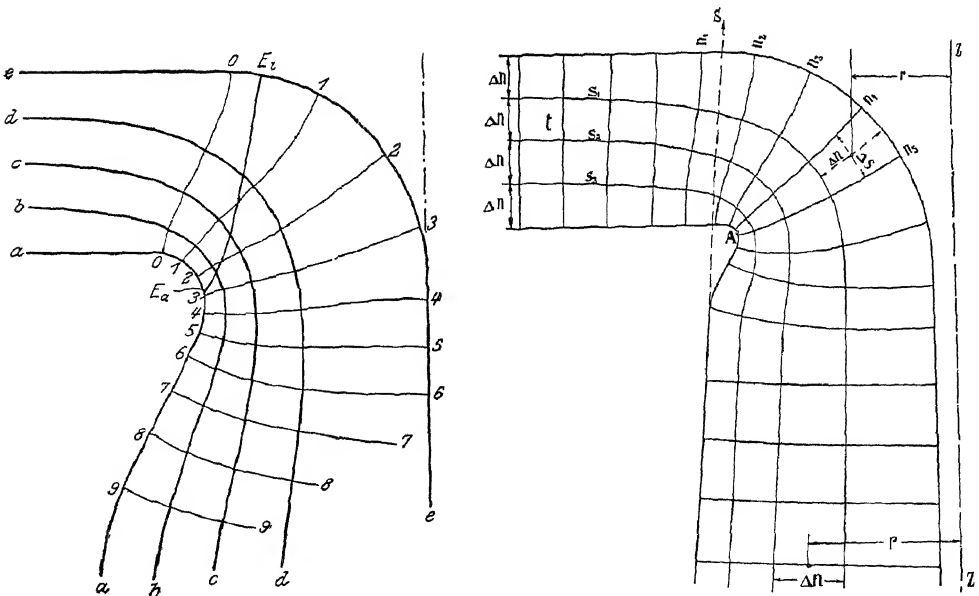


Abb. 432. Flutbahnen nach BROSZKO. (Z. 1913.)

Abb. 433. Flutbahnen nach KAPLAN. (Aus Z. g. T., 1912.)

eine Einzeichnung von Flutprofilen ausführen, die nur bestimmt ist durch die Wasserverteilung im Leitrad, im Saugrohr und die für den Laufradaustritt angenommenen Querschnitte.

Wenn wir uns daher an Stelle der wirbelfreien Strömung mit derartigen Flutprofilen begnügen, so kommen hierfür vor allem vier Gründe in Betracht.

1. Steht das Gesetz der wirbelfreien Strömung an sich in bemerkenswertem Gegensatz zur Wirklichkeit, und zwar nicht nur wegen seiner Vernachlässigung der Wasserreibung und der wirbelnden Sekundärströmungen, sondern hier vor allem noch wegen der durch die endlichen Schaufelweiten ganz beträchtlichen Druck- und Geschwindigkeitsveränderungen im Rotationsumfang.

2. Zeigen die für Schnellläufer konstruierten wirbelfreien Flutprofile so starke Wasserverzögerungen (vgl. Abb. 431—433), daß die gleichzeitig erforderlichen Druckvermehrungen praktisch kaum erzielbar scheinen.

3. Verlangt die theoretische Einhaltung der wirbelfreien Strömung im Axialschnitt auch bestimmte Gesetzmäßigkeiten für die Entwicklung der eigentlichen Schaufelform, die eine konstruktive Hemmung bedeuten und den Gesetzen geringsten Reibungsverlustes zum Teil widersprechen<sup>1)</sup>. Will man sich aber von den Folgerungen freihalten, so hat es keinen Zweck, die Voraussetzungen peinlich zu erfüllen.

4. Die für wirbelfreie Strömung im Axialschnitt durchgeführte Schaufelkonstruktion entspricht auch theoretisch nur einer bestimmten Wassermenge. Bei Änderung der Beaufschlagung tritt eine ganz bedeutende Verschiebung der Flutprofile ein, die für die modernen regulierbaren Turbinen die ganze Rechnung von Grund aus verschiebt und illusorisch macht.

5. Schließlich ist es, und das darf bei all diesen Schwierigkeiten als besonders erfreuliches Merkmal hervorgehoben werden, für die Gestaltung der Schaufelfläche von nur unerheblicher Bedeutung, wenn die Flutprofile eine Änderung erfahren, bzw. wenn sie nicht genau richtig eingezeichnet sind. Die folgenden Nachrechnungen werden zeigen, daß eine Parallelverschiebung eines Flutprofils fast keinen Einfluß hat und daß auch ein kleiner Richtungswechsel desselben nur unter besonders, anormalen Verhältnissen auf die Formgebung der Schaufel von wesentlichem Einfluß ist.

Aus diesen Gründen wollen wir der Schaufelberechnung folgenden Gang zugrunde legen, der den Vorteil größter Einfachheit und Freiheit hat und durch viele Turbinenkonstruktionen praktisch bewährt ist.

Wir nehmen zunächst die Flutprofile im Leitrad an. In einiger Entfernung vor dem Durchmesser  $D_0$ , etwa im Schnitt  $AA$  (Abb. 434a), werden sie parallel zu den Leitradwänden verlaufen. Geben wir ihnen gleiche Abstände voneinander, so werden die inneren Teilturbinen mit Rücksicht auf die hemmende Wirkung der Wandreibung wohl etwas mehr Wasser fördern als die äußeren; in der Rechnung dürfen wir diese Tatsache aber im allgemeinen vernachlässigen, da sie sich über die ganze Länge des Flut- bzw. Kranz- und Bodenprofils in gleicher Weise erstreckt.

<sup>1)</sup> So gibt BAUERSFELD an, 1. daß die Eintrittskante in eine Axialebene fallen muß, 2. daß die Schaufelfläche jeweils senkrecht zu den Relativbeschleunigungen der Wasserbahnen in bezug auf das Laufrad stehen muß.



Entsprechend teilen wir dann auch die Kreisfläche am Saugrohrbeginn (bei  $BB$  in Abb. 434a) in Ringflächen gleichen Querschnitts ein und nehmen schließlich, da wir über die Austrittsverhältnisse am Laufrad noch nicht unterrichtet sind, auch hier senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit konstante Querschnitte an ( $\varphi \cdot c_{m2} = \text{konstant}$ , vgl. S. 327).

Praktisch geschieht die Einzeichnung der Flutprofile in das gegebene Laufradprofil dann derart, daß man sie zunächst gefühlsmäßig durch die im Laufrad und Saugrohr gefundenen Teilpunkte legt und vergleicht, ob die Produkte  $\Delta b_2 \cdot D_2$  für jede Teilturbine im Laufradaustritt den gleichen Wert besitzen. Diese Bedingung wird für die erste Einzeichnung nicht gleich erfüllt sein, läßt sich aber durch probeweises Verschieben der Flutprofile, wobei man die Summe der  $\Delta b_2 \cdot D_2$  durch die Zahl der Teilturbinen dividiert und den Quotienten entsprechend berücksichtigt, leicht und rasch mit genügender Genauigkeit (3–5%) berichtigen.

Sind dann die Flutflächen auf diese Weise festgelegt, so gilt es, die auf ihnen verlaufenden Flutbahnen, die sich als ihre Schnittkurven mit der Schaufelfläche ergeben, zur Darstellung zu bringen. Das ist räumlich ohne weiteres möglich und in den schon erwähnten Modellen (Abb. 422 u. 423) durch Schnüre bzw. Drähte geschehen, die die jeweiligen Schnittpunkte der Schaufelfläche mit den Flutflächen verbinden. Dagegen ist es nicht möglich,

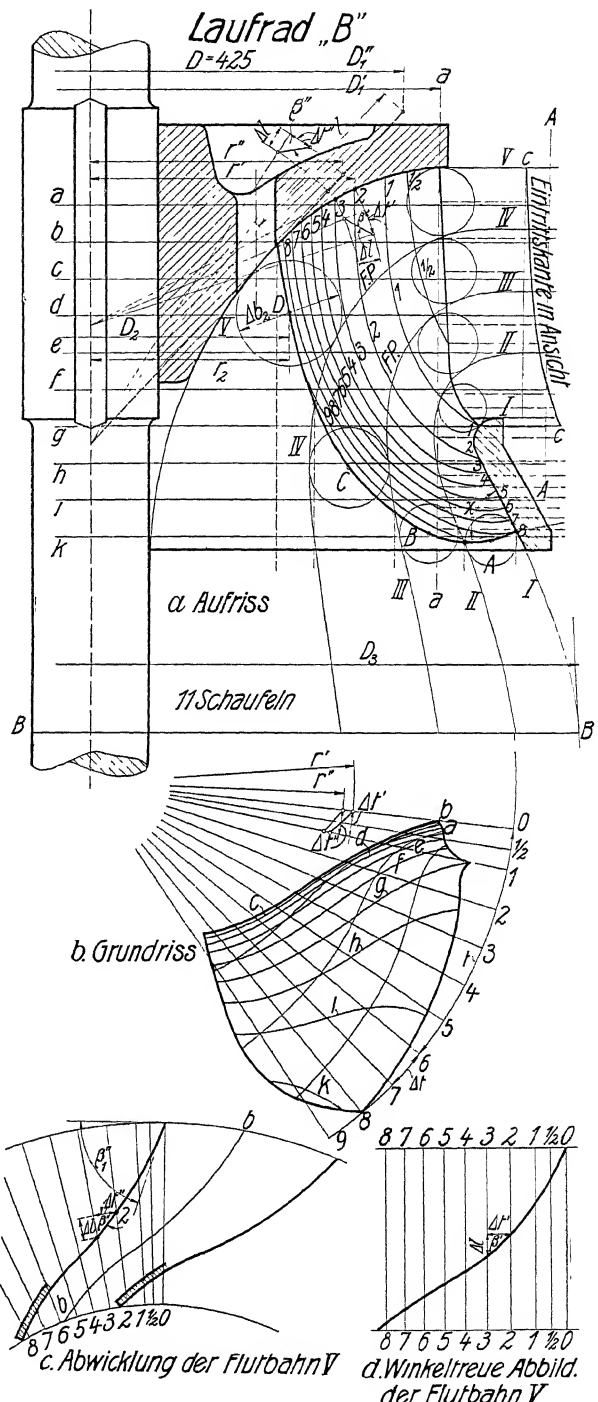


Abb. 434.

die Flutbahnen in wahrer Größe und Krümmung in einer Ebene genau darzustellen, da die Flutflächen mit ihren im allgemeinen gebogenen Flutprofilen nicht abgewickelt werden können<sup>1)</sup>).

Wir begnügen uns daher mit einem Annäherungsverfahren, das meines Wissens von KANKELWITZ her stammt, und wonach die auf einer Flutfläche befindlichen Schaufelschnitte zunächst auf einem Kreiskegel abgebildet und dann mit diesem abgewickelt werden. Der Kegel ist mit der Rotationsflutfläche gleichachsig und berührt sie in einem Kreis.

Bei der Übertragung eines Punktes der wirklichen Flutbahn auf den Kreiskegel erscheinen die in den Leitlinien liegenden Strecken  $l$  und  $\Delta l$  (Abb. 434 a) in wahrer Größe, da das Flutprofil auf dem Ersatzkegel abgewickelt zu denken ist.

Die auf dem Umfang gemessenen Teilungen  $t$  bzw.  $\Delta t$  werden dagegen im Verhältnis zu den Radien  $r$  verzerrt, und deshalb folgt der verzerrte Winkel  $\beta''$  der Abwicklung  $\cotg \beta'' = \Delta t'' / \Delta l$  aus dem wirklichen Schaufelwinkel  $\beta'$  nach Abb. 434 a, b und c zu

$$\frac{\cotg \beta''}{\cotg \beta'} = \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \frac{r''}{r'} \quad (403)$$

Wir fügen dem Schaufelwinkel  $\beta'$  den einfachen Strich bei, um ihn von dem entsprechenden Winkel  $\beta$  der Wasserbewegung gegen die Umfangsrichtung zu unterscheiden, da der für die mittlere

Wassergeschwindigkeit maßgebende Winkel im allgemeinen von dem auf gleicher Flutfläche liegenden Neigungswinkel der Schaufel verschieden ist.

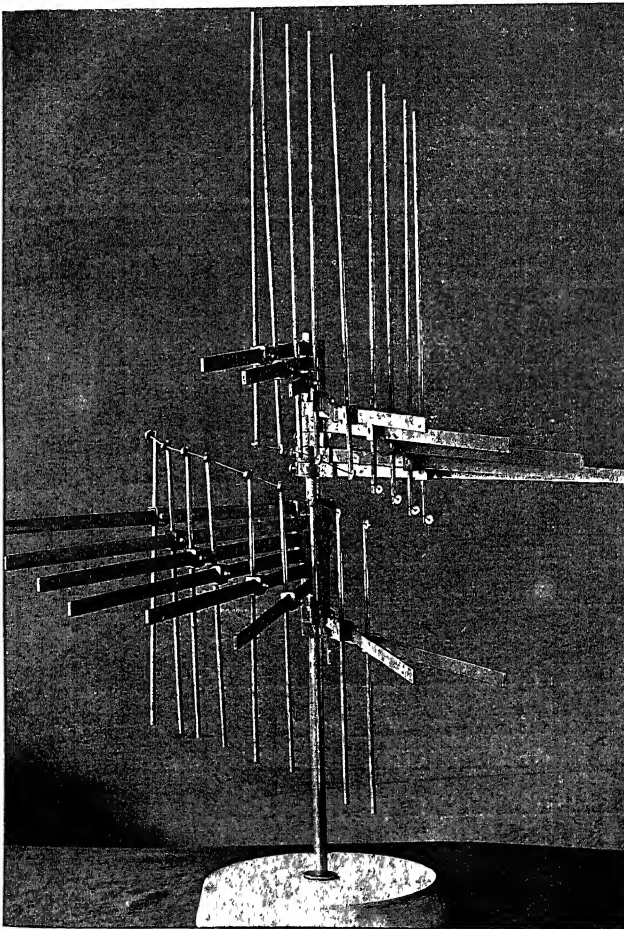


Abb. 435. Kurvenzeiger von PFEIFER.

zeiger) erfunden, dessen Anwendung aus Abb. 435 ohne weiteres verständlich ist. Die einzelnen Punkte des Schaufelschnitts werden durch die kleinen Ringe dargestellt, deren Achsen- und Höhenabstand und gegenseitiger Drehwinkel nach der Zeichnung leicht eingestellt werden können. Eine durch die Ringe gezogene Schnur zeigt dann in Polygonform die betreffende Raumkurve.

<sup>1)</sup> Zu einer räumlichen Darstellung beliebiger Flutbahnen oder Schaufelkanten hat PFEIFER noch einen Apparat (Kurven-

Da wir vor allem den Austrittswinkel  $\beta'_2$  unverzerrt im Abbild sehen wollen, lassen wir den Kreiskegel die Flutfläche da berühren, wo sie die Schaufelaustrittskante schneidet. Den Winkel am Schaufeleintritt zeichnen wir nach obiger Berechnung in seiner Verzerrung  $\beta''_1$  ein, — in Abb. 434c ist dies für Wasserstraße V geschehen — und können das umsomehr, als der wahre Winkel infolge des annähernd achsnormalen Wassereintritts im Grundriß der Schaufeldarstellung wieder in wahrer Größe erscheint.

Die zeichnerische Festlegung der Schaufelfläche im Grund- und Aufriß läßt sich aus gegebenen Flutprofilen und gewünschten Schaufelwinkeln auch ohne solche Abwickelungen ausführen<sup>1)</sup>. Man beachte dabei nur, daß für einen beliebigen Schaufelpunkt, z. B. bei 2 in Abb. 434a und c, die Erstreckung  $\Delta l$  auf dem Flutprofil für einen gewünschten Schaufelwinkel dadurch gegeben ist, daß man zu einem angenommenen  $\Delta t$  bzw.  $\Delta t'$  im Grundriß das zugehörige  $\Delta l$  im Aufriß nach der Gleichung

$$\Delta l = \Delta t' \cdot \operatorname{tg} \beta' \quad (404)$$

anträgt. Daß sich  $\Delta t$  mit der radialen Erstreckung ändert, spielt keine Rolle, wenn es nur klein gewählt wird.

Es scheint mir aber die Abwicklung der Schaufelschnitte auf den Kreiskegeln, und zwar in möglichst weitgehendem Maße, deshalb besonders wertvoll, weil man nur so ein Bild über die Entwicklung des Laufradkanals gewinnt. Daß dieses Bild meist verzerrt und gelegentlich recht stark verzerrt ist, wird nicht schaden, wenn wir uns nur dieser Verzerrung bei seiner Würdigung bewußt bleiben.

Manchmal sucht man die Verzerrung dieser Abwickelungen dadurch zu verringern, daß man die Leitlinie des Kreiskegels gefühlsmäßig der mittleren Flutbahnrichtung anpaßt (vgl. Taf. 5).

Neben dieser Abwicklung durch Kreiskegel werden wir gelegentlich auch Zylinderflächen durch die Schaufel legen, die gleichachsrig mit der Turbine sind, um in ihrer Abwicklung über die Schaufelkrümmung noch weiteren Aufschluß zu erhalten. Dabei erscheinen die Axialebenen als äquidistante Vertikale  $S_0, S_1 \dots$  (vgl. Abb. 4, Taf. 1) und die Übertragung der Längen  $s_0, s_1 \dots$  liefert die gewünschten Schaufelschnitte in wirklicher Größe auf die einfachste Weise. Schließlich machen wir auch von einer »winkeltreuen Abbildung« der Flutbahnen Gebrauch, die darin besteht, daß man die in Abb. 434a und b angeführten  $\Delta l$  und  $\Delta t'$ , wie in Abb. 434d geschehen, aneinander reiht. Mit Verkleinerung von  $\Delta t$  kann auch hier die Genauigkeit beliebig groß gemacht werden.

In das Wesen dieser Dinge werden wir am besten an Hand einer Übungsaufgabe im folgenden Abschnitt (E) eingeführt, die als eine nützliche Vorübung zur selbständigen im sechsten Teil gegebenen Neukonstruktion von Laufrädern angesprochen werden darf.

## E. Nachrechnung der hydraulischen Eigenschaften eines ausgeführten Laufrades.

### I. Abnahme der Schaufelfläche durch Achsnormalschnitte.

Die zeichnerische Abnahme einer Schaufelfläche ist keine einfache Aufgabe. In meiner früheren Praxis führte ich sie mit Hilfe eines Storchschnabels aus, der

<sup>1)</sup> Hütte, 1911, II, S. 303.

jeweils in einer zur Achse normalen Ebene eingestellt wurde und so den der betreffenden Ebene zugehörigen Achsnormalschnitt abzutasten erlaubte.

Diese Methode ist wegen der jeweiligen Änderung der Storchschnabelhöhe langwierig und hat vor allem den Nachteil, sich nur bei einzelnen Schaufeln, fast

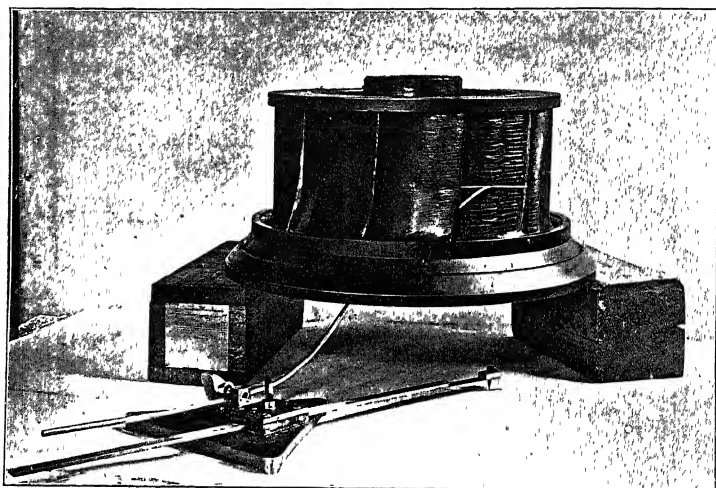


Abb. 436. Laufradtaster beim Aufzeichnen eines Achsnormalschnitts.

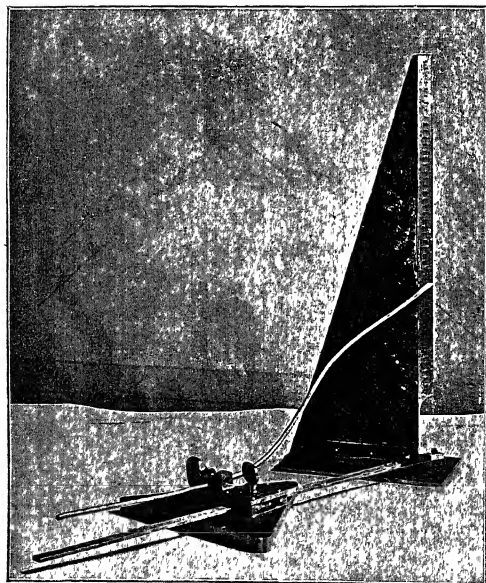


Abb. 437. Einstellen des Achsnormaltasters durch den Vertikalzeiger.

Dabei wird der Storchschnabel dadurch vermieden, daß ein an demselben Gleitstück vertikal unter der Drahtspitze befestigter Bleistift jeweils die Vertikalprojektion des abgetasteten Schaufelpunkts auf ein auf der Richtplatte aufgelegtes Zeichenpapier überträgt.

garnicht dagegen bei dem ausgeführten Laufradt anwenden zu lassen, da der Storchschnabel in die oft engen Laufradkanäle selten eingeführt werden kann.

Ich schlug deshalb neuerdings unter dem Namen »Laufradtaster« ein wesentlich anderes Verfahren vor<sup>1)</sup>, bei dem auch die kompliziertesten und engsten Kanalformen unschwer durch Achsnormalschnitte dargestellt werden können, da nichts weiter als ein biegsamer Draht in dieselben eingeführt werden muß. Seine Spitze soll wieder Achsnormalschnitte abtasten und wird zu diesem Zwecke an dem mit vertikaler Achse aufgestellten Laufrad (Abb. 436) dadurch in einer Horizontalebene geführt, daß er an einem Gleitstück befestigt ist, das auf einer horizontal gestellten Richtplatte verschoben wird.

<sup>1)</sup> D. R.G.M.

Man geht dann zur Abtastung des Laufrades in der Weise vor, daß man zunächst den Draht so biegt und im Gleitstück befestigt, daß man in der gewünschten Höhenlage die ganze Schaufelfläche bestreichen kann, wobei die freie Verschiebbarkeit des Gleitstücks auf der Richtplatte die Einführung des Drahts sehr erleichtert, und daß man dann mit Hilfe des Vertikalzeigers (Abb. 437) einmal den Bleistift genau unter die Drahtspitze einstellt und außerdem die Höhenlage der Spitze über der Richtplatte abliest.

Sind auf diese Weise Achsnormalschnitte in genügender Zahl abgenommen, so erfolgt aus ihnen die Aufzeichnung der Axialschnitte nach den Regeln der darstellenden Geometrie in genau umgekehrter Reihenfolge wie auf S. 310 angegeben.

In Taf. 1 ist eine derartige Nachrechnung an dem Beispiel eines wirklich ausgeführten und abgebremsten Laufrades durchgeführt. Dabei erscheinen die Achsnormalschnitte ( $A_n.S.$ , Abb. 2) gegeben, aus ihnen sind die Axialschnitte ( $A.S.$ , Abb. 1) konstruiert.

Zur Kenntnis der hydraulischen Eigenschaften der Schaufel benötigt man dann vor allem die Einzeichnung der Flutprofile.

## II. Einzeichnung der Flutprofile.

Ihre wirkliche Lage hängt natürlich in hohem Maße von der Beschaffenheit der Laufradkanäle ab, die wir erst untersuchen wollen (vgl. S. 316). So kann zunächst nur eine vorläufige Einzeichnung der Flutprofile unter gewissen Annahmen stattfinden, deren spätere Nachprüfung wir uns vorbehalten müssen.

Als solche Annahmen legen wir, wenn sonst etwas Näheres über das zu untersuchende Laufrad noch nicht bekannt ist, etwa fest, die absolute Geschwindigkeit nach dem Laufradaustritt  $c_{m_2} \cdot \varphi$  sei konstant.

Dann lassen sich die Flutprofile  $F.P.$  für Teilturbinen gleicher Wassermenge in genau dem Weg aufzeichnen, der auf S. 320 beschrieben ist und nach dem zunächst die Austrittsweite im noch gerade durchflossenen Teil des Leitapparats etwa in dem den Drehbolzen zugehörigen Durchmesser  $D_b$ , ebenso wie der Eintrittsquerschnitt im Saugrohr bei  $D_3^1$  (Abb. 1, Taf. 2) in Flächen gleichen Querschnitts geteilt werden, wonach die Flutprofile gefühlsmäßig eingezeichnet und so lange verschoben werden, bis die Produkte  $\Delta b_2 \cdot D_2$  über die Austrittskante konstant ausfallen.

## III. Darstellung der Flutbahnen.

Mit der Einzeichnung der Flutprofile ist der unsicherste, aber auch der schwierigste Teil unsrer Aufgabe zum vorläufigen Abschluß gekommen; der Rest folgt nun in mehr handwerksmäßiger Weise. Um die Flutbahnen abwickeln zu können, denken wir sie uns in der S. 322 besprochenen Weise auf Kreiskegel übertragen, die die Rotationsflutflächen jeweils in der Austrittskante der Schaufelfläche berühren (vgl. Abb. 434a, Flutbahn V).

Dies ist in Taf. 1 für die Flutbahnen I—V in den Abb. 7—9, 11 und 12 geschehen. In den Abwickelungen erscheinen die Axialebenen als Leitlinien 1, 2, 3 ... der abgewickelten Kegel mit dem jeweiligen Winkelabstand der Teilung  $\Delta t$ , der am einfachsten graphisch (vgl. Linienzug der  $t$  und  $\Delta t$  in Abb. 1) bestimmt wird. Tragen wir auf diesen Leitlinien die entsprechenden Schnittpunkte der Axialschnitte ( $A.S.$ ) 1, 2, 3 ... mit den Flutprofilen ( $F.P.$ ) aus Abb. 1 ein und

verbinden sie durch je einen Linienzug, so erhalten wir die freilich etwas verzerrten Formen der Flutbahnen  $F.B.$  und nach Einzeichnung der benachbarten Flutbahnen die Bilder der Kanalformen und der Wasserführung durch das Laufrad.

Die Verzerrung der Abwicklung ist verschwindend im Austritt, da hier der Kreiskegel tangiert, sie wird immer größer bis zum Eintritt und hat in unserem Beispiel die Wirkung, daß die Kanalweite im Eintritt um das Verhältnis der Durchmesser  $D''_x$  zu  $D'_x$  zu klein erscheint (Abb. 434a).

Der richtige Eintrittswinkel folgt nach der S. 322 abgeleiteten Beziehung als

$$\cotg \beta'_x = \cotg \beta''_x \frac{D'_x}{D''_x}.$$

Auf derselben Beziehung beruht auch die in Abb. 10, Taf. I gegebene winkeltreue Abbildung der Flutbahn IV, wo die einzelnen Längen  $\Delta l'$  jeweils mit der zugehörigen Bogenentfernung  $\Delta l'$  der Axialschnitte aneinander gereiht sind. Dabei ist z. B. für Strecke 1—2 der Flutbahn IV nach Abb. 10 und 11

$$\Delta l' = 17 \text{ mm}, \quad \Delta l'' = 13,5 \text{ mm}, \quad \Delta l = 21,7 \text{ mm},$$

woraus graphisch  $\beta' = 53^\circ$ , während  $\beta'' = 59^\circ$ .

#### IV. Darstellung von Zylinderschnitten.

Hierbei ist keine Besonderheit zu erwähnen. Es interessiert vor allem der Übergang der Schaufelkante in die Schaufelfläche. Dazu legen wir einen Schnitt durch die Kante, der im Aufriß als Gerade  $\overline{aa}$  erscheint (Abb. 1, Taf. 1). Seine Abwicklung erfolgt in einfachster Weise durch Übertragung der Schnittpunkte mit den Axialschnitten auf deren Abwicklung, in der sie als die äquidistanten Geraden  $S_0, S_x \dots$  erscheinen (Abb. 4, Taf. I).

#### V. Bestimmung der Durchmesser, Winkel und Querschnitte.

Aus der bisherigen Laufraddarstellung erhalten wir diejenigen Dimensionen, die für die experimentelle Erweiterung der Turbinentheorie, die Nachrechnung von Bremsergebnissen und für die Konstruktion neuer Turbinen benötigt werden.

Der Durchmesser und damit auch die Umfangsgeschwindigkeit eines Punktes des Radkörpers lassen sich für jeden gewünschten Teil ohne weiteres aus der Zeichnung entnehmen. Die Wassergeschwindigkeiten folgen mit der Wassermenge aus den Querschnitten. Dazu interessieren vor allem die Winkel  $\beta$ , die die Flutbahnen mit den Umfangsgeschwindigkeiten einschließen. Sie lassen sich für die auf den Schaufelflächen liegenden Flutbahnen aus den Abwicklungen abgreifen, während für zwischenliegende Flutbahnen, z. B.  $\overline{bb}$  in Abb. 434c, die Unsicherheit der Strömung die Bestimmung des Winkels  $\beta$  erschwert. Meist begnügt man sich mit der Annäherung  $\beta$  auf gleichem Abwicklungskreis konstant anzunehmen.

Von den verschiedenen Querschnitten hatten wir bisher nur die kennen gelernt, die von den Meridiangeschwindigkeiten  $c_m$  senkrecht durchflossen werden, wobei eine Verengung durch die Schaufelstärken nicht in Betracht gezogen war. Danach ergibt sich (vgl. Abb. 1 u. 2, Taf. I) im

$$\text{Leitradaustritt: } F_0 = \Sigma \Delta b_0 \cdot D_0 \cdot \pi, \quad (405)$$

$$\text{Laufradeintritt: } F_x = \Sigma \Delta b_x \cdot D_x \cdot \pi, \quad (406)$$

$$\text{Laufradaustritt: } F_2 = \Sigma \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi. \quad (407)$$

Mit Berücksichtigung der Verengung durch die Schaufelstärken wird

$$F_0 = \Sigma A b_0 \left( D_0 \pi - \frac{z_0 s_0}{\sin \alpha_0} \right), \quad (408)$$

$$F_1 = \Sigma A b_1 \left( D_1 \pi - \frac{z_1 s_1}{\sin \beta'_1} \right), \quad (409)$$

$$F_2 = \Sigma A b_2 \left( D_2 \pi - \frac{z_2 s_2}{\sin \beta'_2} \right), \quad (410)$$

wenn  $z$  die Schaufelzahl darstellt und  $s$  jeweils in der im Grundriß (Abb. 2) bzw. in der Abwicklung (Abb. 7 ff.) erscheinenden, durch die Umfangsgeschwindigkeit und Flutbahn gelegten Ebene gemessen wird.

Das Verhältnis des verengten Austrittsquerschnitts im Laufrad zum unverengten Querschnitt bezeichnen wir mit  $\varphi$ , wonach

$$\varphi = \frac{D_2 \pi - z_2 s_2 / \sin \beta'_2}{D_2 \pi} = 1 - \frac{s_2}{t_2 \cdot \sin \beta'_2}. \quad (411)$$

$s$  ist mit der eigentlichen, als kürzester Abstand zwischen den Schaufelflächen gekennzeichneten Schaufelstärke  $s'$  nur dann identisch, wenn die Schaufelfläche auf der genannten Ebene, die eine Tangentialebene an die Flutfläche ist, senkrecht steht, oder mit andern Worten, wenn die Flutprofile  $F.P.$  die Axialschnitte  $A.S.$  senkrecht schneiden.

Ist das nicht der Fall und ist der Winkel zwischen beiden (Abb. 1, Taf. I) größer oder kleiner als  $90^\circ$ , so kann der kürzeste Abstand der Schaufelflächen  $s'$  aus dem in der Flutfläche senkrecht zur Flutbahn gemessenen Abstand  $s$  in der folgenden Weise abgeleitet werden, wobei ich zur Veranschaulichung auf die perspektivische Darstellung (Abb. 438a) hinweise.

Man erkennt in der Papierebene den Axialschnitt  $A.S.$  durch Laufradkranz und Schaufelblech. Die Untersuchung sei für einen beliebigen Punkt der äußeren Flutbahn, und zwar, um deutlich zu bleiben, für übertrieben-große Schaufelstärke durchgeführt.

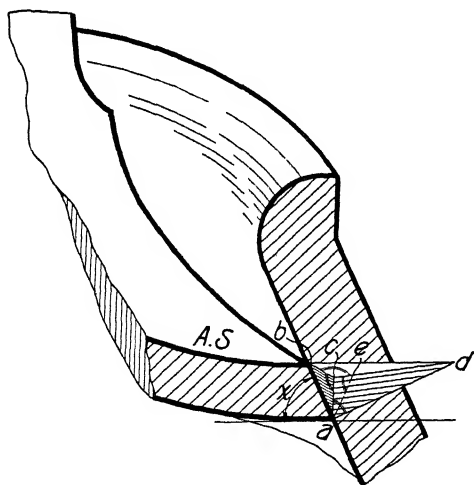


Abb. 438a. Perspektivische Darstellung der wahren Schaufelstärke.

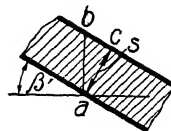


Abb. 438b. Schaufelschnitt durch die Flutfläche.

Wir tragen zunächst aus der Abwicklung (Abb. 438b) die im Aufriß (Abb. 438a) im Flutprofil in natürlicher Größe erscheinende Länge  $\overline{ab} = s / \cos \beta'$  auf. Die Größe  $s$  erscheint dann aus der Zeichenebene nach vorn geneigt. Wir zeichnen sie in der perspektivisch dargestellten, in Wirklichkeit senkrecht zur Zeichenebene stehenden Tangentialebene an die Flutfläche in  $\overline{ac}$  auf, so daß also

die Strecke  $\overline{bc}$  die in dieser Ebene liegende Linie der oberen Schaufelfläche darstellt. Diese schneidet, da sie der unteren Schaufelfläche parallel ist, die Zeichenebene in einem Axialschnitt, der dem durch Punkt  $a$  gehenden  $A.S.$  gleichfalls parallel ist. Somit schneidet eine Tangentialebene an die obere Schaufelfläche die Papierebene in einer Linie  $\overline{bd}$ , die parallel gezogen wird zur Tangente an  $A.S.$  in  $a$ . Schließlich lege ich noch eine Normalebene senkrecht zur Flutbahn. Sie steht auch senkrecht zur Flutfläche, enthält  $\overline{ac}$  und schneidet die Zeichenebene in  $\overline{ad}$  senkrecht zur Flutbahn bzw. zur Flutfläche, da  $\angle cad = 90^\circ$ . Errichte ich in ihr die Gerade  $ae$  senkrecht zu  $\overline{cd}$ , so stellt  $\overline{ae}$  den kürzesten Abstand zwischen den beiden Schaufelflächen, d. h. die wahre Schaufelstärke  $s'$  dar. Danach ist der mathematische Zusammenhang leicht herzustellen.

Beachten wir, daß der Winkel  $\beta'$  als  $bac$ , der Winkel  $\chi$  aber als  $abd$  erscheint und bezeichnen wir Winkel  $acd$  mit  $\chi'$ , so folgt

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{ad}} = \cotg \chi; \quad \frac{\overline{ac}}{\overline{ad}} = \cotg \chi'$$

und mit

$$\frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} = \cos \beta'; \quad \frac{\overline{ac}}{\overline{ad}} = \sin \chi'$$

$$s' = s \cdot \sin \chi', \quad (412)$$

$$\cotg \chi' = \cotg \chi \cdot \cos \beta'. \quad (413)$$

Danach kann die oben angeführte Schaufelverengung aus der wirklichen Schaufelstärke  $s'$  und den Winkeln  $\chi$  und  $\beta'$  bzw. nach Gleichung (403) aus  $\beta''$  berechnet werden, die aus der Schaufelzeichnung zu entnehmen sind.

Neben den senkrecht zu den Meridiangeschwindigkeiten gemessenen Querschnitten  $F$  benötigen wir aber auch noch die Querschnitte  $f$ , die senkrecht zu den Flutbahnen gemessen werden. Als solche werden später vor allem die Ein- und Austrittsquerschnitte der Laufradkanäle eine Rolle spielen, und es empfiehlt sich daher, schon hier auf die beiden in der Literatur vorhandenen verschiedenen Auffassungen hinzuweisen.

Die erste rechnet mit dem »Querschnitt in der Kante« und denkt sich den Kanal durch Strömungslinien unterteilt, die mit den abgewinkelten Flutbahnen identisch sind.

Senkrecht zu ihnen ergeben sich dann in den Abwickelungen Abb. 13, Taf. 1, wo der Abwickelungskegel die Flutfläche im Austritt berührt und Abb. 17, Taf. 1, wo er sie im Eintritt berührt, die Entfernungen  $\Delta a$ , deren Summe beim Übergang zur Grenze mit  $t \cdot \sin \beta$  identisch wird.

Die zweite Dimension des Querschnitts wird auch hier durch  $\Delta b$  gegeben, das, wie man aus Abb. 3, Taf. 1 bemerkt, auf der Flutfläche, und damit sowohl auf der Relativgeschwindigkeit als auf  $\Delta a$  senkrecht steht.

Somit erhalten wir für den Querschnitt eines Kanals den Ausdruck

$$f = \Sigma \Delta b (t \sin \beta - s) \quad (414)$$

und für  $z$  Kanäle

$$z \cdot f = \Sigma \Delta b (D \cdot \pi \cdot \sin \beta - z \cdot s). \quad (415)$$

Die andere Anschauung legt unter im übrigen gleichartigen Betrachtungen eine lichte Weite  $a$  zwischen die Schaufeln (vgl. Abb. 17–20, Taf. 1). Nach ihr wird die Größe des Querschnitts, den wir als »Querschnitt für die Öffnungsmitte« bezeichnen,

$$f = \Sigma \Delta b \cdot a. \quad (416)$$



Man bemerkt, daß die zweite Querschnittsbestimmung nur so lange eindeutig ist, als die Kanalwände äquidistant verlaufen, da man andernfalls unsicher ist, wie  $a$  gemessen werden soll.

Daraus folgt, daß auch die dem Querschnitt zugeordneten Durchmesser, Winkel und Längen  $Ab$  im allgemeinen nur im ersten Fall eindeutig vorliegen. Hier wird z. B. im Austritt der Winkel  $\beta_2$ , der Durchmesser  $D_2$  und die Länge  $Ab_2$  ohne weiteres für die Kante einzusetzen sein, während für die Austrittsmitte die betreffenden Werte erst aus der Zeichnung bestimmt werden müssen. Dazu ist  $a_2$  in der Abwinkelung (Abb. 13—16, Taf. 1) einzuzeichnen. In der Mitte von  $a_2$  liegt der maßgebende Punkt des Querschnitts. Für ihn ist  $\beta_2$  zu bestimmen.  $Ab_2$  und  $D_2$  ergeben sich aus der Übertragung von  $l$  in den Aufriß (Abb. 3 u. 13, Taf. 1).

Zur Berechnung der Schaufelstärke  $s$  aus der Schaufelstärke  $s'$ , des kürzesten Abstands der Schaufelflächen, gilt der oben angegebene Zusammenhang.

Die dort abgeleitete Beziehung kann bei äquidistanten Flutbahnen und nicht zu kleiner Schaufelzahl, d. h. bei parallelem Verlauf der Schaufel mit der benachbarten Schaufelfläche, auch dazu dienen, die wahre lichte Weite  $a'$  aus der in den Flutflächen gemessenen Weite  $a$  mit einiger Annäherung<sup>1)</sup> zu bestimmen.

Es gilt dann nach ganz identischer Überlegung

$$a'_2 = a_2 \cdot \sin \chi' \quad (417)$$

und

$$\cotg \chi' = \cotg \chi \cdot \cos \beta'. \quad [413]$$

## F. Experimentelle Untersuchung der Turbinen.

### I. Leistungsversuche.

Das tiefere Eindringen in die Turbinentheorie erfordert die Heranziehung und Bewertung experimenteller Untersuchungen.

Wir können dabei solche Messungen unterscheiden, die sich auf die Turbine als Ganzes beziehen, und solche, die besondere Zustände an ausgewählten Punkten ins Auge fassen.

Zu den ersteren gehören die Leistungs- oder Bremsversuche, bei denen einmal die Naturenergie aus Gefälle  $H$  und sekundlicher Wassermenge  $Q$ , und dann die nützliche Energie an der Turbinenwelle zu bestimmen ist, wozu letztere entweder durch mechanische Bremsung mit Hebellänge  $l$ , Belastung  $P$  und Umdrehzahl  $n$  oder durch elektrische Bremsung unter Berücksichtigung des Generatorwirkungsgrads gemessen wird.

Die Art und Weise, wie das für den Verantwortungsbereich der Turbine in Frage kommende Gefälle

$$H = H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} - \left( H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} \right) \quad [310]$$

aus Lagen-, Druck- und Geschwindigkeitsmessungen bestimmt werden kann, auch wie die sekundliche Gesamtwassermenge  $Q_g$  (vgl. S. 250) gemessen wird, ist ein-

<sup>1)</sup> Eine rechnerisch genaue Bestimmung stößt auf mathematisch kaum zu überwindende Schwierigkeiten.

gehend in der Hydraulik (S. 68ff.) dargelegt. Das Produkt beider multipliziert mit dem spezifischen Gewicht  $\gamma$  ergibt als

$$L_g = H \cdot Q_g \cdot \gamma = H \cdot Q_g \cdot 1000$$

die Naturenergie in kgm, wenn  $H$  in m,  $Q$  in cbm/sek gemessen wird.

Zur Ausführung der mechanischen Bremsung der Turbinenleistung denken wir uns eine Bremsscheibe nach Abb. 401, S. 274, auf der Turbinenwelle aufgekeilt. Auf der Scheibe vom Radius  $r$  sitze der Pronysche Zaum  $Z$ , der durch Schrauben  $S$  zur Erzielung der gewünschten Reibungskraft  $R$  angepreßt wird und gegen Mitnahme von seiten der Scheibe durch die Anschläge  $a$  gesichert ist.

Dann legt die Reibungskraft am Scheibenumfang bei einer Umdrehung der Turbinenwelle den Weg  $2r\pi$  und bei  $n$  Umdrehungen in der Minute den sekundlichen Weg  $2r\pi \frac{n}{60}$  zurück, die sekundlich abgegebene effektive Leistung  $L_e$  (vgl. S. 250) ist demnach = Kraft mal sekundlichem Weg

$$L_e = \frac{R \cdot 2r\pi n}{60}.$$

Die Messung des Moments  $R \cdot r$  wird praktisch dadurch erreicht, daß man es durch das am Hebel  $l$  des Pronyschen Zaumes angreifende Belastungsgewicht  $P$  im Gleichgewicht hält. Mit

$$R \cdot r = P \cdot l$$

wird dann

$$L_e = \frac{P \cdot 2 \cdot l \pi \cdot n}{60} = 0,1047 P \cdot l \cdot n = 0,1047 M \cdot n. \quad [340]$$

Wichtig ist zu einer ruhigen Ablesung, daß die Reibung  $R$  konstant gehalten wird, wozu die verschiedensten, z. B. auch sich selbsttätig einstellenden, Bremskonstruktionen erdacht wurden. Ihr in obiger Gleichung ausgedrückter Grundgedanke ist aber stets derselbe.

Das Verhältnis der abgebremsten Leistung zur Naturenergie gibt den effektiven Wirkungsgrad  $e$

$$e = \frac{L_e}{Q_g \cdot \gamma \cdot H} = \frac{0,1047 M \cdot n}{Q_g \cdot \gamma \cdot H}. \quad [315]$$

Wir wollen jetzt betrachten, wie die in Frage kommenden Größen praktisch gefunden und dargestellt werden und welchen Veränderungen sie unterliegen.

Den Einfluß des Gefälles haben wir im vierten Teil, S. 291, ausführlich kennen gelernt. Wir machen uns jetzt von seinem Wechsel dadurch unabhängig, daß wir, sobald das Gefälle nicht konstant gehalten werden kann, die gemessenen Größen nach den an besagter Stelle abgeleiteten Beziehungen, wonach

$$M = M' \frac{H}{H'}, \quad Q = Q' \cdot \sqrt{\frac{H}{H'}}, \quad n = n' \sqrt{\frac{H}{H'}}, \quad L_e = L'_e \frac{H}{H'} \cdot \sqrt{\frac{H}{H'}}$$

auf ein Normalgefälle  $H$ , vielleicht auch gleich auf  $H = 1$  oder auf  $H = \frac{1}{2}$  g umrechnen.

Unsere Untersuchungen schließen sich dann an den Wechsel von zwei Größen an: an den der Reguliervorrichtung bzw. der Leitradöffnung und an den der Drehzahl.

Praktisch läßt man die Regulierung zunächst konstant und stellt dementsprechend das Leitrad auf eine bestimmte Öffnung ein. Der Wechsel der Drehzahl wird dann durch verschiedene Belastungsgewichte hervorgerufen.

Ist bei abgenommenem Bremszaum  $M = 0$ , so erhalten wir die Leerlaufdrehzahl  $n_{\max}$ . Mit zunehmender Belastung nimmt die Drehzahl ab, bis für den festgebremsten Zustand (mit  $n = 0$ )  $M$  seinen Größtwert erreicht.

Bei Betrachtung der Kraftwirkung einer Ablenkungsfläche (S. 155) hatten wir erkannt, daß  $P$  sich mit  $n$  im theoretisch einfachsten Fall linear ändert. Die praktisch erzielte Kurve schließt sich in der Tat auch für die Zentripetalturbine einer Geraden teilweise an (bei Gleichdruckturbinen findet es in noch höherem Maße statt), so zwar, daß sowohl  $n_{\max}$  als auch  $P_{\max}$  bzw.  $M_{\max}$  hauptsächlich infolge des gestörten Wassereintritts ins Laufrad, unter dem theoretischen Wert bleiben.

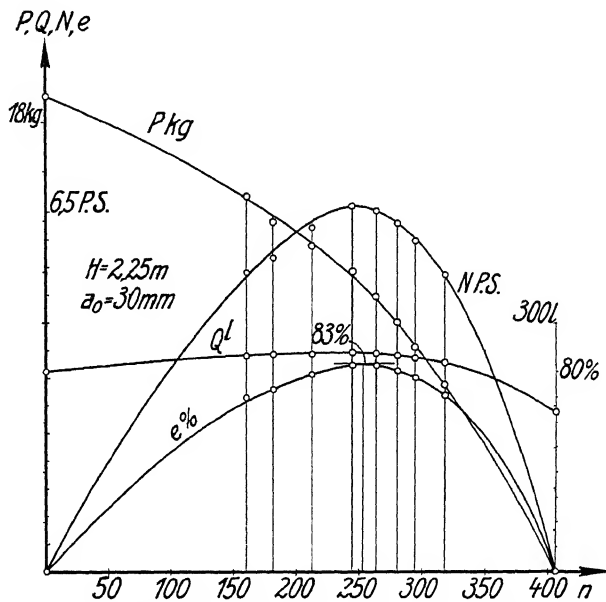


Abb. 439. Bremskurven von Laufrad A bei 30 mm Leitradöffnung.

Abb. 439 gibt das Originaldiagramm, welches für das in Taf. 1 dargestellte Laufrad bei Leitradöffnung  $\alpha_0 = 30$  mm für offenen, vertikalen Einbau, und bei einer Saugrohrlänge von rund 700 mm auf der Versuchsstation der Firma Briegleb, Hansen & Co. gewonnen wurde.

Dem abgebogenen Verlauf der  $M$ -Kurve entsprechend ist dann auch die Kurve der Leistung  $N = \frac{L_e}{75}$  nur noch angenähert eine Parabel, und das gilt in noch höherem Maße für den Wirkungsgrad, da die Wassermenge, wie die eingezeichnete  $Q$ -Kurve erkennen läßt, gleichfalls keine Gerade ist.

Für letztere bemerkt man eine Abnahme der Schluckfähigkeit mit gesteigerter Drehzahl, die sich aus dem dabei anwachsenden zentrifugalen Gegendruck für die Zentripetalturbine erklären läßt. Es zeigt sich auch in der Tat bei Zentrifugalturbinen die umgekehrte Erscheinung.

Führen wir nun dieselbe Untersuchung mit andern Leitradöffnungen durch, so zeigen sich ähnliche Kurven, die in Abb. 440 für  $Q$  und  $e$  zusammengestellt sind. Man bemerkt aber, daß die jeweiligen Maxima der Wirkungsgrade für die verschiedenen Leitradöffnungen keineswegs gleich hoch sind. In unserm Beispiel zeigt sich das absolute Maximum bei der Leitradöffnung von 30 mm. Die entsprechende Beaufschlagung darf als die »normale« angesprochen werden, und bei

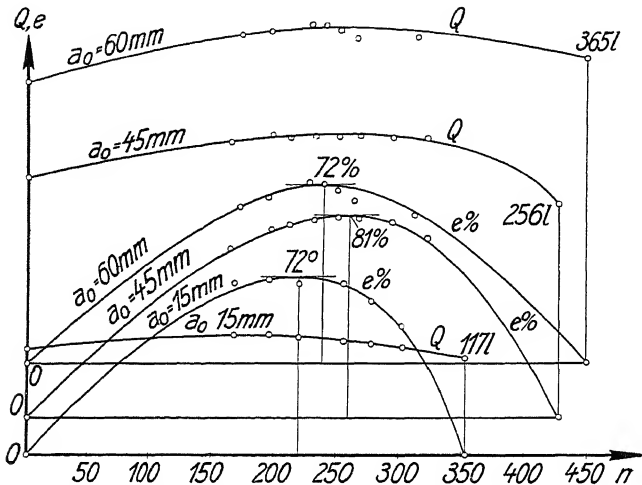


Abb. 440. Bremskurven von Laufrad A bei 15, 45 und 60 mm Leitradöffnung.

dieser Beaufschlagung erscheint die Drehzahl von  $n = 253$  Umdrehungen in der Minute als die günstigste.

Betrachten wir unsere Bremskurven nun noch weiter, so bemerken wir, daß das Laufrad bei weiterer Öffnung noch mehr Wasser, freilich unter gleichzeitiger Abnahme des Wirkungsgrads, verarbeiten kann; und das letztere zeigt sich auch bei dem Heruntergehen der Beaufschlagung unter den normalen Betrag. Dabei kann als ein gleich-

falls allen derartigen Bremsungen gemeinschaftliches Ergebnis festgestellt werden, daß die günstigste Drehzahl bei der normalen Beaufschlagung annähernd ihren höchsten Wert erreicht, dagegen für die höheren, aber besonders für die kleineren und kleinsten Beaufschlagungen, aus später leicht zu erklärenden Gründen, erheblich zurückgeht.

Sind nur wenige Punkte der in Abb. 439 dargestellten Kurven durch den Versuch bestimmt worden, so kann man ihren angenähert parabelförmigen Verlauf dazu benutzen, weitere Punkte, z. B. die Leistung bei günstigster Drehzahl, wenigstens mit einiger Genauigkeit festzulegen.

Das gelingt entweder durch graphisches Auftragen (Abb. 441) oder auch in rechnerischer Weise.

Ergaben sich z. B. bei den Drehzahlen  $n_a$  und  $n_b$ , auf gleiches Gefälle bezogen, die Momente  $M_a$  und  $M_b$  und die Leistungen  $L_a$  und  $L_b$ , so folgen die angenäherten Werte bei der Drehzahl  $n$  aus

$$\frac{M_a - M}{n - n_a} = \frac{M - M_b}{n_b - n}$$

bzw.

$$M = \frac{M_a \cdot n_b - M_b \cdot n_a}{n_b - n_a} - \frac{M_a - M_b}{n_b - n_a} n \quad (418)$$

und

$$L = 0,1047 \left( \frac{M_a \cdot n_b - M_b \cdot n_a}{n_b - n_a} n - \frac{M_a - M_b}{n_b - n_a} \cdot n^2 \right) \text{ in kgm.} \quad (419)$$

Dabei folgt die günstigste Drehzahl als Hälfte der für  $M=0$  sich ergebenden Leerlaufdrehzahl.

Aus Kurven, wie wir sie oben nach Abb. 439 und 440 besprochen haben, ist ein vollkommenes Bild über die Wirkungsweise einer Turbine gegeben. Wir können aus ihnen für das vorliegende Gefälle nicht nur die normale Beaufschlagung und die günstigste Drehzahl erkennen, sondern unter Zuhilfenahme einer Interpolation auch sofort angeben, wie die Turbine bei einer andern Beaufschlagung und bei einer andern Drehzahl arbeitet.

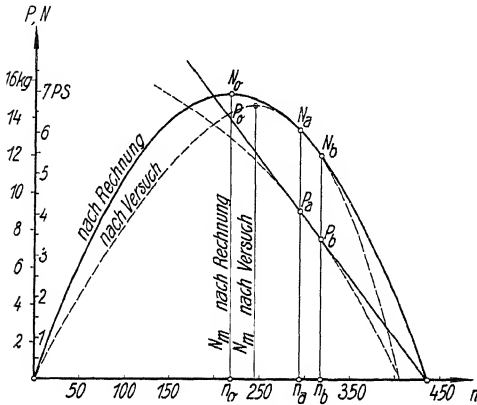


Abb. 441.

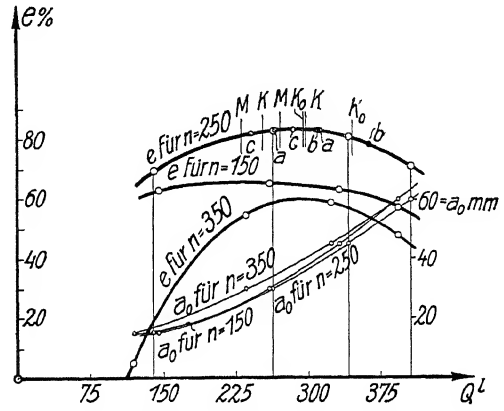


Abb. 442. Wirkungsgradkurven von Laufrad A.

Die praktische Verwendung dieser Kurven wird durch Auszüge erleichtert, die den Verlauf des Wirkungsgrads bei konstanter Drehzahl, aber wechselnder Wassermenge erkennen lassen, und diese Betrachtung hat deshalb besondere Bedeutung, weil die Praxis meist konstante Drehzahl der Maschinen vorschreibt.

Wassermenge erkennen lassen, und diese Betrachtung hat deshalb besondere Bedeutung, weil die Praxis meist konstante Drehzahl der Maschinen vorschreibt.

Solche Wirkungsgradkurven werden aus den Kurven der Abb. 439 und 440 erhalten, indem man auf Abszissen konstanter Drehzahl die zusammengehörigen Werte von Wirkungsgrad und Wassermenge abnimmt und gegeneinander geordnet, wie in Abb. 442 für  $n=150$ ,  $n=250$  und  $n=350$  geschehen, aufträgt.

Diese Wirkungsgradkurven geben uns Gelegenheit, verschiedene Beaufschlagungswassermengen für eine bestimmte Einheitsdrehzahl in der Bezeichnung festzulegen. Öffnet man die Leitschaufeln, so wird eine gewisse Wassermenge nötig sein, um im Leerlauf, d. h. bei  $e=0$ , die erwünschte Drehzahl zu erzielen. Sie sei mit  $Q_{\text{minimum}} = Q_{\text{min}}$  bezeichnet (Abb. 443). Bei weiterer Öffnung steigt der

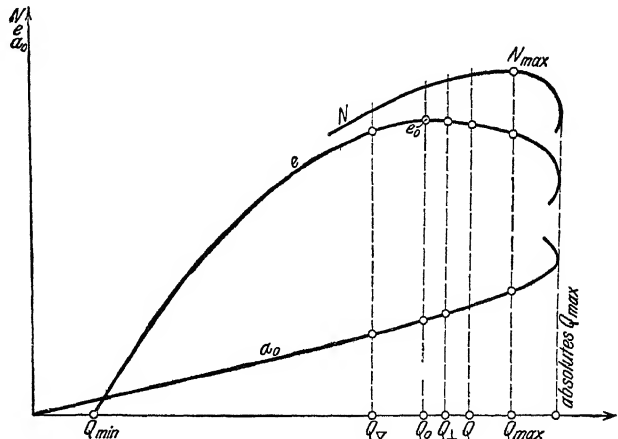


Abb. 443. Bezeichnung charakteristischer Wassermengen. (Z.)

Diese Wirkungsgradkurven geben uns Gelegenheit, verschiedene Beaufschlagungswassermengen für eine bestimmte Einheitsdrehzahl in der Bezeichnung festzulegen. Öffnet man die Leitschaufeln, so wird eine gewisse Wassermenge nötig sein, um im Leerlauf, d. h. bei  $e=0$ , die erwünschte Drehzahl zu erzielen. Sie sei mit  $Q_{\text{minimum}} = Q_{\text{min}}$  bezeichnet (Abb. 443). Bei weiterer Öffnung steigt der

Wirkungsgrad, um bei  $Q_{\text{optimum}} = Q_0$  seinen Größtwert zu erreichen. Öffnen wir noch weiter, so wird eine Wassermenge erreicht, für die die Turbinenleistung ein Maximum annimmt. Weitere Öffnung würde zu Wasservergeudung führen, weshalb wir an dieser Stelle  $Q_{\text{maximum}} = Q_{\text{max}}$  ansetzen, unbekümmert darum, daß bei weiterer Leitradöffnung zunächst noch mehr Wasser geschluckt wird, bis schließlich nach dem absolut größten  $Q$  auch der Wasserverbrauch trotz gesteigerter Leitradöffnung zurückgeht. Die größte Wassermenge schließlich, mit der wir die Turbine wirklich betreiben wollen, sei mit  $Q$  bezeichnet. Sie soll praktisch zwischen  $Q_0$  und  $Q_{\text{max}}$  liegen, und zwar um so näher an letzterem, je größere Wechsel in der Beaufschlagung zu erwarten sind. Gleichzeitig tragen wir noch die Wassermenge für gleichschenkliges Austrittsdreieck  $Q_{\triangle}$  und die für senkrechten Austritt  $Q_{\perp}$ , die bei der Laufradberechnung eine besondere Rolle spielen, in das Diagramm ein.

Tabelle der Wirkungsgrade  $e$  eines Schnellläufers.

$n_f^2$	$Q_f^2$	$n_s$	Wirkungsgrad $e$ in Prozenten									Gefällsschwankung
			$Q_f^2 = 1,0$	0,9	0,8	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	0,6	$\frac{1}{2}$	0,4	$\frac{1}{3}$	
50	1,195	175	76,5	78,0	78,5	79,0	79,5	80,0	78,5	75,5	73,0	1,395
54	1,195	191	78,0	80,5	81,5	81,5	82,0	82,0	78,5	76,0	73,0	1,195
55	1,190	195	78,5	81,0	82,0	82,0	82,5	82,0	78,5	76,0	73,0	1,150
57	1,180	202	79,5	82,0	83,0	83,5	83,0	82,0	79,0	75,5	72,0	1,070
58	1,175	205	80,0	82,5	83,5	84,0	83,0	82,0	79,0	75,5	71,5	1,025
59	1,165	208	80,5	83,0	83,5	84,0	83,0	82,0	79,0	75,0	70,5	1,000
62	1,130	217	81,0	84,0	84,0	84,0	83,0	81,0	78,5	74,0	68,5	0,905
66	1,095	227	82,0	84,0	83,5	83,0	81,5	80,0	77,0	71,5	65,0	0,800
68	1,090	234	81,5	83,0	83,0	82,0	80,5	78,5	74,5	70,0	65,0	0,755
70	1,060	239	81,0	82,0	81,0	80,0	78,0	75,5	71,5	65,5	59,0	0,710

Noch übersichtlicher als die genannten Kurven sind aber tabellarische Auszüge, wie ich sie seinerzeit in Gotha in der Praxis eingeführt habe. Vorstehende Tabelle gibt einen solchen für einen Schnellläufer. Er zeigt für die verschiedenen Einheitsdrehzahlen die Einheitswassermengen und spezifischen Drehzahlen mit Sicherheitskoeffizient etwas gegen die Kurven verkleinert und dazu die den wechselnden Beaufschlagungen entsprechenden Wirkungsgrade.

Diese Tabellen sind von besonderem Wert, wenn Turbinen nicht mit ihrer besten Drehzahl laufen können und wenn sich die beaufschlagende Wassermenge in weiten Grenzen ändert.

Das erstere tritt häufig dann ein, wenn eine ganz bestimmte Drehzahl verlangt ist, da es nicht angängig ist, für jeden Fall eine eigene Turbinengröße auszuführen, sondern man mit Rücksicht auf die Modellkosten gezwungen ist, sich auf eine gewisse Zahl von Ausführungsgrößen zu beschränken.

Noch größere Schwankungen der Einheitsdrehzahl treten dann auf, wenn bei stark schwankendem Gefälle die Normaldrehzahl beibehalten werden muß.

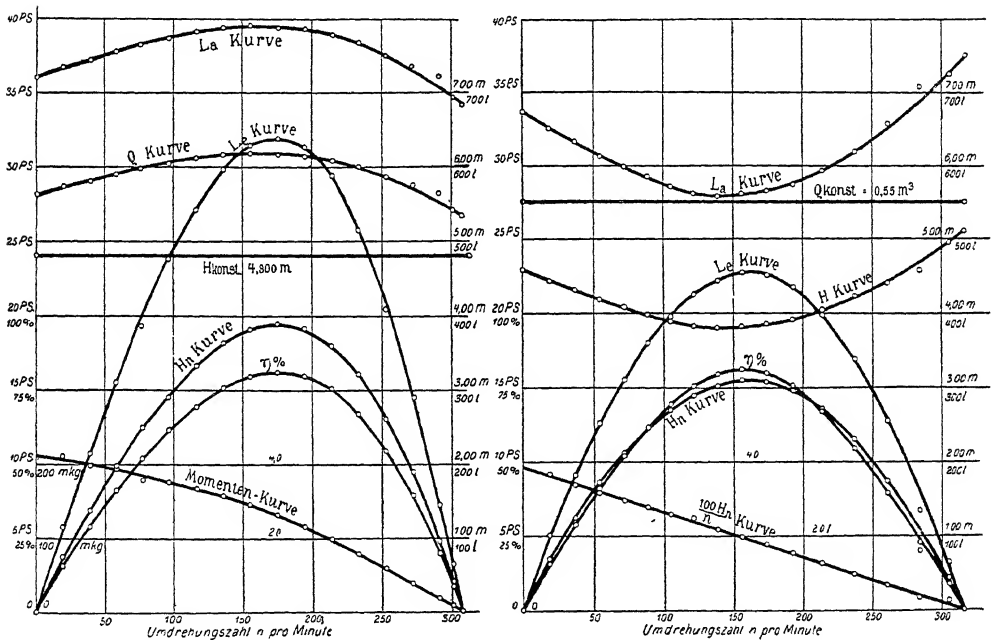
Um diese Wirkungen zu übersehen, habe ich in der Schlußspalte noch die Gefällsschwankungen, bezogen auf das Normalgefälle = 1,0, bei der Normaldrehzahl angefügt, die den verschiedenen Einheitsdrehzahlen entsprechen, wenn die Turbine beim Gefälle 1,0 mit der günstigsten Drehzahl arbeitet. Diese Gefälls-

schwankungen, deren Einfluß auf den Wirkungsgrad wir in unserm Beispiel bis 1,395 nach oben und bis 0,71 nach unten verfolgen können, ergeben sich jeweils aus der Quadrierung des Verhältnisses der Einheitsdrehzahlen, d. h. z. B.

$$1,395 = \left( \frac{n_1^1}{n_1^{1'}} \right)^2 = \left( \frac{59}{50} \right)^2.$$

Bei all diesen Drehzahlen lassen sich nun die den verschiedenen Beaufschlagungen entsprechenden Wirkungsgrade aus den Tabellen unmittelbar ablesen.

Man bemerkt, daß die guten Wirkungsgrade bei kleinen Einheitsdrehzahlen mehr zu den kleinen Beaufschlagungen hinrücken. Man erkennt aber auch, daß man mit Hilfe dieser Tabellen in der Lage ist, für gegebene Wechsel der Beaufschlagung und des Gefalles diejenige Turbinengröße und -gattung zu bestimmen, die die günstigste Ausnutzung der Wasserkraft verspricht.



a Bei konstantem Gefälle.

b Bei konstanter Wassermenge.

Abb. 444. Bremskurven nach PRASIL. (Aus Schw. Bztg., 1905.)

Ich möchte hier nicht unterlassen, auf einige charakteristische Ergebnisse hinzuweisen, die sich bei Bremsungen normal gebauter Turbinen einzustellen pflegen und die zur Beurteilung der auftretenden Verluste, sowie zur gelegentlichen Berechnung eines größeren Betriebsbereichs aus einigen wenigen vorliegenden Bremsdaten von Vorteil sein können.

So fand PRASIL<sup>1)</sup> in seinem sehr bemerkenswerten Aufsatz: »Vergleichende Untersuchungen an Reaktionsniederdruckturbinen«, daß die Drehmomente, die sich bei konstantem Gefälle für wechselnde Drehzahl nach einer gekrümmten Linie einstellen, geradlinig verlaufen, wenn die Wassermenge konstant gehalten wird, was

<sup>1)</sup> Schw. Bztg., 1905, Bd. XLV., S. 148.

natürlich einen Wechsel des Gefälles voraussetzt. Die Abb. 444 zeigt für eines der geprüften Räder die charakteristischen Kurven einmal für  $H = \text{konstant}$  und dann für  $Q = \text{konstant}$ . PRASIL fügt an die letztere eine Untersuchung der verschiedenen Reibungsverluste.

Eine andere auffallende Gesetzmäßigkeit fand BACHMETEFF<sup>1)</sup> durch Nach-

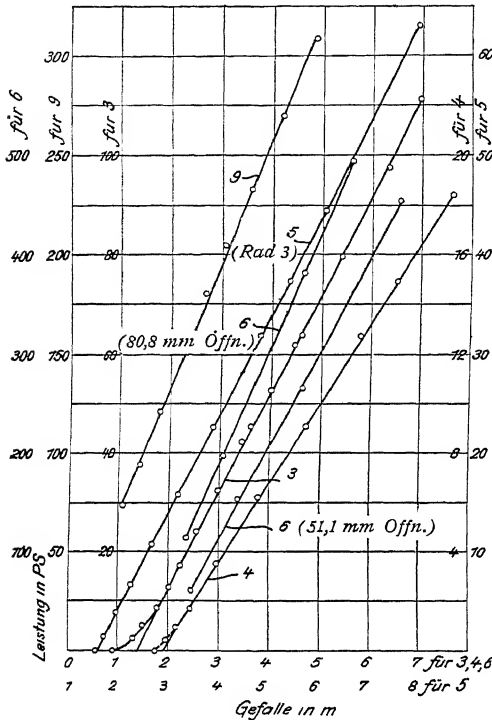


Abb. 445. Abhängigkeit der Leistung vom Gefälle bei konstanter Drehzahl nach BACHMETEFF. (Z. g. T.)

rechnen der Leistungen für konstante Drehzahl bei wechselndem Gefälle. Es zeigte sich auch hier bei den verschiedensten Turbinen eine lineare

Abhängigkeit  $N_e = \frac{H - k_1}{k_2}$  zwischen

$N_e$  und  $H$  (vgl. Abb. 445), aus der SCHEUER<sup>2)</sup> rückwärts die Abhängigkeit der Leistung von der Drehzahl bei konstantem Gefälle  $H_0$  durch die Gleichung

$$N = a \cdot n - b n^3$$

dargestellt hat.

Läßt man nämlich die Turbine statt mit konstanter Drehzahl  $n_a$  mit  $n_b$  laufen, so wird statt der linearen, von BACHMETEFF gefundenen, Abhängig-

keit  $N_a = \frac{H_a - k_1}{k_2}$  eine gleichartige von der Form  $N_b = \frac{H_b - k_3}{k_4}$  auftreten,

wenn jeweils gleiche Betriebszustände bestehen. Das ist der Fall, wenn

$$\frac{H_b}{H_a} = \frac{n_b^2}{n_a^2} \quad \text{und} \quad \frac{N_b}{N_a} = \left( \frac{H_b}{H_a} \right)^{\frac{3}{2}} = \left( \frac{n_b}{n_a} \right)^3.$$

Durch Einsetzen folgt dann

$$N_a = \frac{H_a - k_1}{k_2} = N_b \left( \frac{n_a}{n_b} \right)^3 = \frac{H_b \left( \frac{n_a}{n_b} \right)^2 - k_1}{k_2},$$

damit

$$N_b = \frac{H_b \frac{n_b}{n_a} - k_1 \left( \frac{n_b}{n_a} \right)^3}{k_2}$$

und daraus für konstantes  $n_b$  die neuen Konstanten

$$k_4 = \frac{n_a}{n_b} k_2, \quad k_3 = k_1 \left( \frac{n_b}{n_a} \right)^2, \quad (420)$$

für konstantes  $H_b$  aber die Form

$$N = a \cdot n - b \cdot n^3,$$

wobei

$$a = \frac{H_b}{n_a \cdot k_2} \quad \text{und} \quad b = \frac{k_1}{k_2 \cdot n_a^3}. \quad (421)$$

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1911, S. 7.

<sup>2)</sup> Z. g. T., 1911, S. 417.



## II. Bestimmung der Flutflächen im Laufrad.

Vorversuche zu diesem Gegenstand dürfen die Untersuchungen von LELL und JÄGER in einem gekrümmten Kanal genannt werden, die auf S. 62 und 83 erwähnt sind.

Auch die Untersuchungen von PFARR an reinen Francis-Turbinen<sup>1)</sup> geben dazu einigen Aufschluß.

Hier interessiert aber vor allem die Frage, wie sich die Flutprofile bei gemischten Zentripetal-turbinen im wirklichen Betrieb einstellen.

Hierüber durch Berechnungen Aufschluß zu erhalten, stößt auf ganz bedeutende Schwierigkeiten. Experimentell können dagegen durch Bestimmung der Wasserrichtung im Saugrohrbeginn ziemlich genaue Schlüsse auf die Flutbahnen auch im Laufrad gezogen werden. Verfasser machte 1901 derartige Versuche in der Versuchsstation von Briegleb, Hansen & Co. in Gotha durch Einführen eines in be-

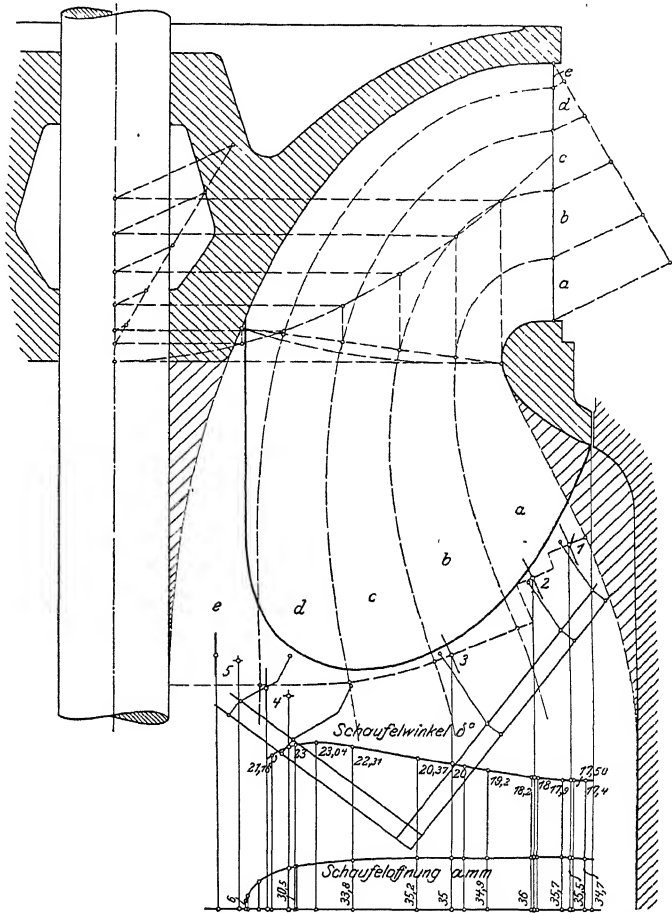


Abb. 446. Stromungsbilder nach SCHUSTER. (Forschungsarbeiten, Heft 82.)

liebiger Richtung umstellbaren kleinen hydrometrischen Flügels unter eine frei ausgießende Zentripetalturbine. Aus neuerer Zeit liegen zwei verdienstliche Doktorarbeiten von SCHÜSTER<sup>2)</sup> bzw. ELLON<sup>3)</sup> über denselben Gegenstand vor.

SCHUSTER benutzte zur Bestimmung der Strömungsrichtungen die kinetische (Pitot)-Röhre (vgl. S. 83) und konstruierte auf Grund seiner Messungen Strömungsbilder, die in der Abb. 446 wiedergegeben sind.

<sup>1)</sup> PFARR, Z., 1910, S. 1421 ff.

<sup>2)</sup> SCHUSTER, Experimentelle Untersuchung der Strömungsvorgänge in einer Schnellläufer-Francis-Turbine. Doktordissertation der Technischen Hochschule Dresden 1909.

<sup>3)</sup> ELLON, Versuche zur Bestimmung der Strömung im Laufrad und Saugrohr einer Francis-Schnellläufer-Turbine. Doktordissertation der Technischen Hochschule Berlin 1910.

ELLON fand mit Hilfe seiner Fahne (vgl. S. 82) den in den Abb. 447—449 angegebenen Strömungsverlauf.

Das Ergebnis der beiden Arbeiten ist freilich scheinbar ziemlich verschieden. Während bei SCHUSTER die Flutprofile sich möglichst glatt dem Saugrohr anschließen, wobei die äußerste Flutbahn aus begreiflichen Gründen die zu scharfe Umbiegung des Saugrohranschlusses nicht mitmacht, sehen wir bei ELLON, insbesondere bei der höchsten Beaufschlagung, eine sehr starke Bewegung in zentrifugaler Richtung.

Dabei ist aber vor allem zu beachten, daß sich SCHUSTER bei seinen Untersuchungen darauf beschränkt, bei annähernd günstigster Beaufschlagung die Drehzahl zu ändern, während ELLON auch starke Wechsel der Beaufschlagung in den Kreis seiner Beobachtungen zieht.

Einen richtigen Einblick in die Ergebnisse liefert jedoch erst eine Bewertung der verschiedenen über die Austrittskante vorhandenen Schaufelöffnungen, woraus sich die dort einstellenden Relativgeschwindigkeiten berechnen lassen.

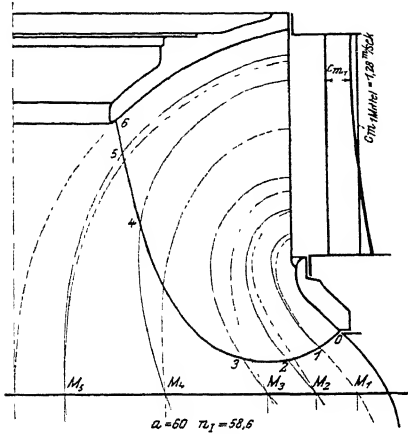


Abb. 447.

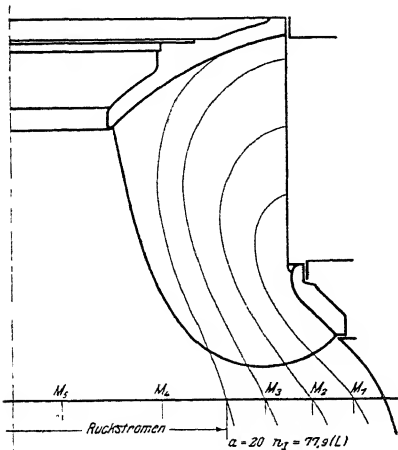


Abb. 448.

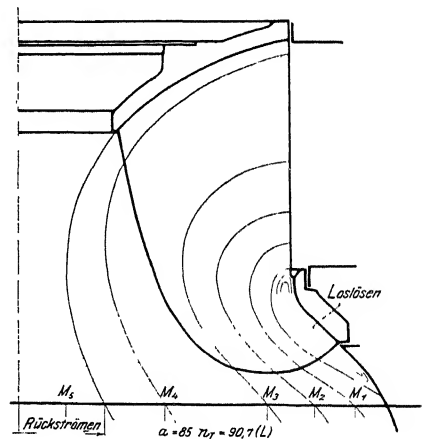


Abb. 449.

Abb. 447—449. Strömungsbilder nach ELLON. (Forschungsarbeiten, Heft 102.)

Hierüber geben einerseits die Austrittsdreiecke (Abb. 450) Auskunft, die SCHUSTER für die Drehzahlen 190 ~ 160, anderseits die Relativgeschwindigkeiten (Abb. 451), die ELLON bei Schaufelöffnungen 20 ~ 85 und bei Drehzahlen 56,6 bis 61,6 erhalten hat.

Zum Vergleich habe ich die relativen Austrittsgeschwindigkeiten  $w_2$  nach SCHUSTER in einem entsprechenden Diagramm (Abb. 452) aufgetragen. Man bemerkt einen ganz bedeutenden Unterschied zwischen beiden, auf den ich an

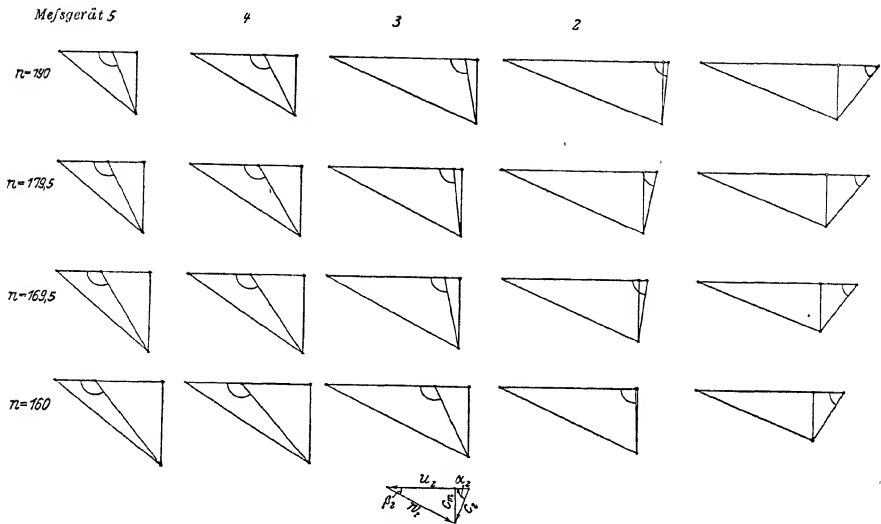


Abb. 450. Austrittsdreiecke nach SCHUSTER. (Forschungsarbeiten, Heft 82.)

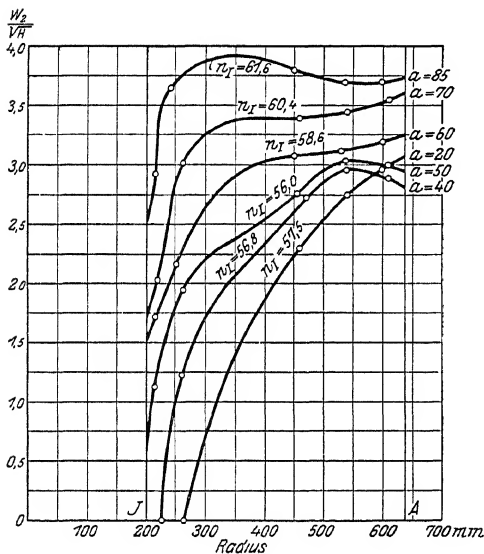


Abb. 451. Relativgeschwindigkeiten im Austritt nach Durchmessern geordnet (ELLON). (Forsch. Arb., Heft 102.)

Hand der im nächsten Abschnitte gegebenen Rechnungsmethoden zurückkommen werde. Ich will nur vorgreifend bemerken, daß die theoretisch entwickelbare (S. 346) Abhängigkeit der  $w_2$  vom Radius für die Beaufschlagung  $Q_1$  auf eine Gerade durch den Ursprung führen würde, während sich diese Abhängigkeit für andre Beaufschlagungen in erster Annäherung nach Abb. 453 einstellen sollte. Man sieht sonach

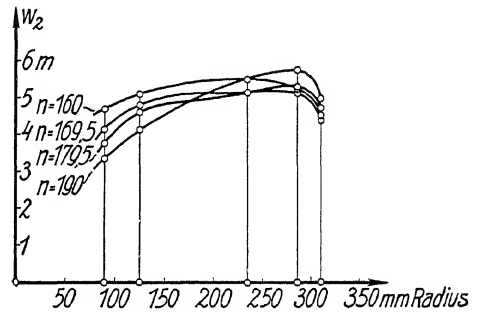


Abb. 452. Relativgeschwindigkeiten im Austritt nach Durchmessern geordnet (nach SCHUSTER).

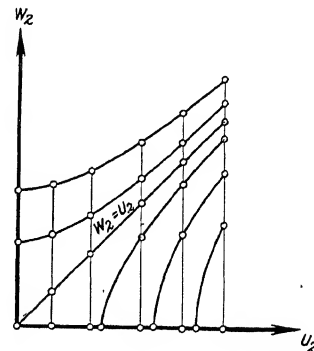


Abb. 453. Theoretische Relativgeschwindigkeiten im Austritt nach Durchmessern geordnet. (Vgl. CAMERER, Dingler 1905, S. 50.)

durch Vergleich mit Abb. 452, daß die wirkliche Wasserverteilung in erster Linie infolge der Reibung an den Kanalwänden und infolge von Zentrifugalwirkungen der Schaufelkrümmungen von dem einfachen theoretischen Bild weit entfernt ist.

### III. Bestimmung des Axialschubes.

Die Berechnung des Axialschubes wird im sechsten Teil (S. 518) durchgeführt.

Seine experimentelle Bestimmung hatte ich seinerzeit in der Gothaer Versuchsanstalt in einfachster Weise für sämtliche Untersuchungen vertikaler Turbinen

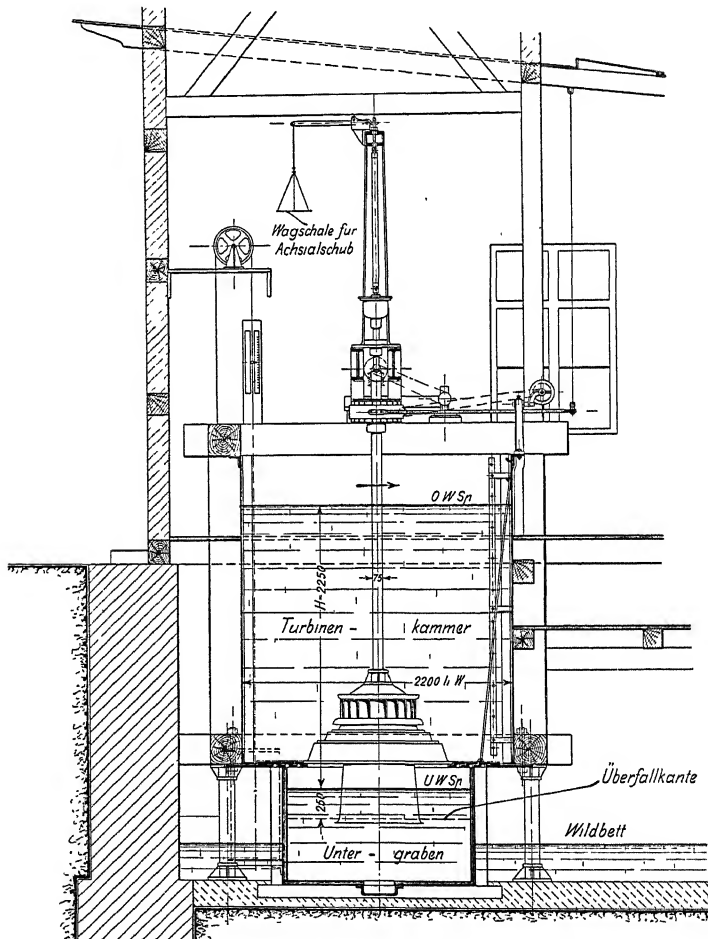


Abb. 454. Axialschubbestimmung in der Versuchsanstalt Sundhausen von Briegleb, Hansen & Co.

dadurch eingeführt, daß der Aufhängung des Spurtopfes ein kleines Spiel von 1—2 mm gegeben und damit die Möglichkeit geschaffen wurde, das angehängte Gesamtgewicht durch einen nach Abb. 454 angebrachten zweiarmigen Hebel auszuwiegen. Der Unterschied der Belastung im leeren und im Betriebszustand ließ ohne weiteres die hydraulische Axialwirkung auf das Laufrad erkennen.

Diese Axialwirkung hängt naturgemäß vom Laufradüberdruck, d. h. vom Betriebszustand ab. Dazu ist sie bei ähnlicher Vergrößerung aller Teile (vor allem der Kranzspalte) dem Quadrat des Turbinendurchmessers sowie dem Gefälle proportional.

Für die Typen (Abb. 283 u. 284) haben sich durch den Versuch als hydraulische Axialwirkung ergeben:  $P_A = 300 HD^2$  bzw.  $360 HD^2$ .

## G. Lage der Ein- und Austrittspunkte der Turbinenlaufräder.

### I. Allgemeines.

Für die Anwendung der Hauptgleichung auf irgend welche Bremsergebnisse ist die Frage von grundlegender Bedeutung, wo wir uns im einzelnen Fall die durch die Indizes 1 und 2 gekennzeichneten Ein- und Austrittsgrößen zu denken haben.

Grundsätzliche Erwägungen zu dieser Frage hatten wir bereits bei Ableitung der Hauptgleichung (S. 233) angestellt. Wir haben dort gesehen, daß die einzelnen Wasserbahnen in dem wogenden Durchfluß durch die Turbine tatsächlich immer neue Lagen einnehmen und daß auch die Geschwindigkeiten an entsprechenden Stellen der Bahnen infolge der Wirbel sich fortwährend ändern und infolge der endlichen Schaufelzahlen einem periodisch pulsierenden Wechsel unterliegen.

Es folgt hieraus, daß die Ein- und Austrittspunkte nicht festliegen und daß ihre Gesamtheit, die wir als Ein- und Austrittsflächen bezeichnen, einem pulsierenden Gebilde gleicht, das seinen Anfangszustand genau nie wiederholt.

Daraus folgt aber auch weiter, daß wir es bei Festlegung der Ein- und Austrittspunkte mit einer Aufgabe zu tun haben, die streng mathematisch nicht lösbar ist, und man versteht, daß auch heute noch die Meinungen über die zweckmäßigste Annahme der betreffenden Orte auseinander gehen.

Darüber herrscht freilich kein Zweifel, daß wir zur Durchführung der Rechnung den Beharrungszustand zugrunde legen, d. h. die wogenden und pulsierenden Ein- und Austrittsflächen durch festliegende Flächen ersetzen müssen, die den zeitlichen und örtlichen Mittelwerten der ersteren entsprechen.

Auch darüber ist man sich einig, daß diese »Ersatzflächen« geometrisch einfacher Natur sein müssen, um der Rechnung zugänglich zu bleiben. Als solche sind bisher vor allem die Querschnitte in den Bereich der Erörterungen gezogen worden, die wir im vorletzten Abschnitt kennen gelernt und als »Querschnitte in der Schaufelkante« und »Querschnitte in der Öffnungsmitte« (Abb. 455) bezeichnet hatten.

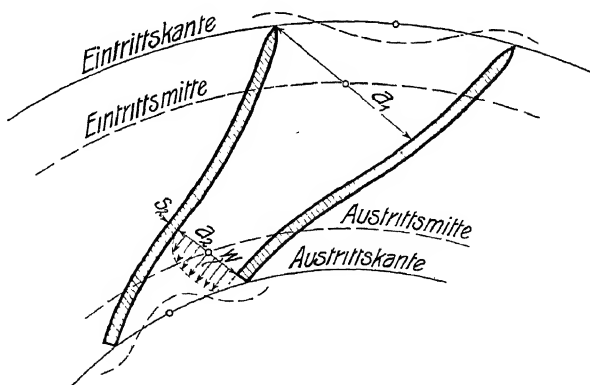


Abb. 455. Annahmen für die Ein- und Austrittspunkte.

Ich hatte schon im Jahre 1904 Versuche zur Klärung dieser Frage angestellt<sup>1)</sup> und glaube insbesondere durch Nachrechnung zahlreicher Bremsergebnisse an den verschiedensten Turbinen im Jahre 1911<sup>2)</sup> eine Entscheidung in dem Sinne herbeigeführt zu haben, daß weder die eine noch die andere Querschnittsannahme eine ausschließliche und mathematisch allgemeine Berechtigung für sich hat.

Es hat sich vielmehr gezeigt, daß je nach der Wasserführung der maßgebende mittlere Ein- bzw. Austrittspunkt sowohl innerhalb, wie außerhalb der Schaufelkante liegen kann, und eine unbefangene Beobachtung der Strömungsvorgänge läßt dies auch unmittelbar als das Wahrscheinlichste erscheinen. Ist es doch,

wie in dem oben genannten Aufsatz geschehen, nicht schwer, einen Fall zu konstruieren, in dem die Reaktion eines austretenden Wasserstrahls nicht durch die dem Mündungsquerschnitt entsprechende Wassergeschwindigkeit, sondern durch die des kontrahierten Querschnitts (im Punkt 2, Abb. 456a) hervorgerufen wird. Daß hier der maßgebende Austrittspunkt in der Tat außerhalb der Mündung liegt, zeigt die Überlegung, daß durch drucklos angelegte Backen (Abb. 456b) eine Änderung des hydraulischen Zustands offenbar nicht hervorgerufen wird.

Ebenso ist es bei einer erweiterten Mündung denkbar, daß die endgültige, für den Reaktionsdruck maßgebende Diffusorwirkung außerhalb liegt (Abb. 456c zeigt dies für Ausfluß unter Wasser), während bei zu starker Erweiterung (Abb. 456d) der Strahl auch durchschießen und eine Geschwindigkeit beibehalten kann, die einem innenliegenden Punkt des Öffnungsquerschnitts entspricht.

Was nun die erwähnten Untersuchungen anbetrifft, so möchte ich hier ihre Grundlagen und ihre Durchführung an einem von mir konstruierten, von Briegleb, Hansen & Co. hergestellten und gebremsten Laufrad kurz wiedergeben, da dabei die zur Theorie und Konstruktion der Turbinen wichtigsten Gesetze zur Sprache kommen.

Das unmittelbare Experiment hätte eine Methode ausfindig machen müssen, um für jeden Wasserfaden die Stelle im Raum nachzuweisen, an der seine Arbeitsabgabe an das Laufrad beginnt und die Stelle, an der sie beendigt ist. Die Schwierigkeiten hierfür liegen auf der Hand. Ich habe deshalb den umgekehrten Weg eingeschlagen, bestimmte Austrittsflächen anzunehmen und dann durch Anwendung der Hauptgleichung nachzuweisen, für welche Annahme die beste Übereinstimmung zwischen Rechnung und Bremsergebnis bemerkt werden kann. Bei

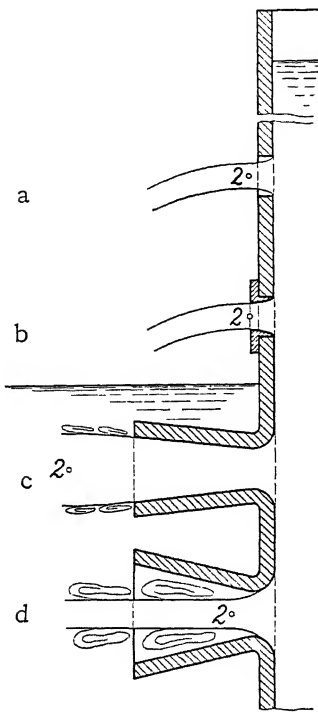


Abb. 456. Verschiedene Ausflußreaktionen.

<sup>1)</sup> Beiträge zur Bestimmung der Ein- und Austrittsgrößen von Turbinenlaufrädern. Dingler 1904, S. 817 u. 1905, S. 54.

<sup>2)</sup> Beiträge zur Berechnung der Zentripetal-(Francis)-Turbinen. Z. 1911, S. 933 ff.

diesem einfacheren Verfahren wird freilich eine gewisse Unsicherheit insofern mit in Kauf genommen, als nicht alle, das Schlußergebnis beeinflussenden Größen mit Genauigkeit festgestellt werden können.

Die Querschnittsannahmen beschränkte ich dabei für den Laufradeintritt auf zwei, für den Laufradaustritt auf drei Fälle, die als die (S. 326 ff.) erwähnten »Querschnitte in der Schaufelkante« und »Querschnitte in der Öffnungsmitte« teils mit, teils ohne Berücksichtigung der Verengung durch die Schaufelstärken in die Rechnung eingeführt wurden.

Dazu sei noch das Folgende hervorgehoben: Für den in der Schaufelkante gemessenen Eintrittsquerschnitt ist eine Verengung durch die Schaufelstärken bei zugespitzten Kanten offenbar nicht einzusetzen, da die Schaufelstärke in der Spitze gleich Null wird (Abb. 455). Erfolgt dann im Eintrittsbereich durch die Entwicklung der Schaufel eine rasche Ablenkung des Wassers, so befindet sich dieser Vorgang nach den der Hauptgleichung zugrunde liegenden Gesetzen doch bereits nach dem Eintrittspunkt 1, da bei der Ablenkung Kräfte auf die Schaufel einwirken und die gesamte Arbeitsabgabe innerhalb der Punkte 1 und 2 stattfindet.

Auch eine Verengung des Eintrittsquerschnitts durch die Schaufelstärken der Leitschaufeln wurde in die Rechnung nicht eingesetzt, da bei genügender Breite des Schaufelspaltes  $S_s$  (Abb. 457) die Vereinigung der Wasserfäden vor ihrem Eintreten in das Laufrad angenommen werden darf.

Somit wurden als Eintrittsquerschnitte (vgl. Nachrechnung S. 350) die folgenden beiden Annahmen in die Rechnung eingesetzt.

1. Für die Schaufelkante (Abb. 3 u. 13, Taf. 1): senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit ( $c_{m1}$ ):

$$F_1 = \Sigma \Delta b_1 D_1 \cdot \pi \quad [406]$$

oder senkrecht zur Relativgeschwindigkeit ( $w_1$ ):

$$z_1 f_1 = z_1 \Sigma \Delta b_1 t_1 \sin \beta_1 = \Sigma \Delta b_1 D_1 \cdot \pi \sin \beta_1. \quad (422)$$

2. Für die Öffnungsmitte (Abb. 3 u. 17, Taf. 1): senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit ( $c_{m1}$ ):

$$F_1 = z_1 \Sigma \Delta b_1 a_1 \frac{1}{\sin \beta_1}, \text{ oder} \quad (423)$$

senkrecht zur Relativgeschwindigkeit ( $w_1$ ):

$$z_1 f_1 = z_1 \Sigma \Delta b_1 a_1, \quad (424)$$

und dabei ist zu beachten, daß im ersten Fall die Breiten  $\Delta b_1$  und der Winkel  $\beta_1$  in der Kante, im zweiten Fall in der Öffnungsmitte zu messen sind (Abb. 3, Taf. 1).

Für den Austrittsquerschnitt spielt die Verengung durch die Schaufelstärken eine große Rolle, da hier sowohl mit einem Durchschießen der Wasserstrahlen als auch mit einer Verzögerung bei teilweisem Druckrückgewinn nach dem Austritt gerechnet werden muß.

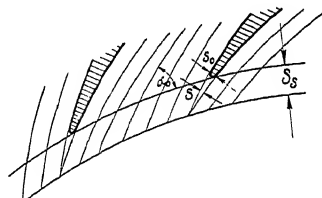


Abb. 457. Leitradenden mit Schaufelspalt.

Deshalb wurden hier 3 Fälle der Untersuchung unterzogen.

1. Für die Schaufelkante ohne Verengung:

senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit ( $c_{m2}$ ):

$$F_2 = \Sigma \Delta b_2 D_2 \cdot \pi \quad [407]$$

oder senkrecht zur Relativgeschwindigkeit ( $w_2$ ):

$$s_2 \cdot f_2 = s_2 \Sigma \Delta b_2 t_2 \cdot \sin \beta_2 = \Sigma \Delta b_2 D_2 \cdot \pi \sin \beta_2. \quad (425)$$

2. Für die Schaufelkante mit Verengung:

senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit ( $c_{m2}$ ):

$$F_2 = \Sigma \Delta b_2 \left( D_2 \cdot \pi - \frac{s_2 s_2}{\sin \beta_2} \right) \quad (426)$$

oder senkrecht zur Relativgeschwindigkeit ( $w_2$ ):

$$s_2 f_2 = s_2 \Sigma \Delta b_2 (t_2 \sin \beta_2 - s_2) = \Sigma \Delta b_2 (D_2 \pi \sin \beta_2 - s_2 s_2). \quad (427)$$

3. Für die Öffnungsmitte:

senkrecht zur Relativgeschwindigkeit ( $w_2$ ):

$$s_2 \cdot f_2 = s_2 \cdot \Sigma \Delta b_2 \cdot \alpha_2 \quad (428)$$

oder senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit ( $c_{m2}$ ):

$$F_2 = s_2 \Sigma \Delta b_2 \alpha_2 \frac{1}{\sin \beta_2}. \quad (429)$$

Auch sei hier bezüglich der Verschiedenheit von  $\Delta b_2$  und  $\beta_2$  in den Fällen 1 und 2 gegen 3 auf Abb. 3, Taf. 1 verwiesen.

Um nun mit diesen Querschnitten etwas anfangen zu können, ist es nötig, über die in ihnen auftretende Verteilung der Geschwindigkeiten gewisse Kenntnisse zu besitzen, und gewisse Annahmen zu machen.

Für die durch die Produkte  $\Delta f = \Delta b \cdot t \cdot \sin \beta$  bzw.  $\Delta f = \Delta b \cdot a$  gebildeten Querschnitte der einzelnen Teilkanäle begnügt man sich meines Wissens bisher mit der Annäherung, die auf linearem Weg aus Wassermenge durch Querschnitt  $\frac{\Delta q}{\Delta f}$  berechnete mittlere Geschwindigkeit über den betreffenden Querschnitt als konstant anzusetzen.

In Wirklichkeit trifft das freilich nicht genau zu. Man darf zwar annehmen, daß der Fehler über die Breite  $\Delta b$  von geringer Bedeutung ist, zumal es ja in unserer Hand liegt,  $\Delta b$  beliebig klein zu machen, dagegen wird die Geschwindigkeitsänderung zwischen den Schaufelflächen besonders bei geringen Schaufelzahlen durch die Reibung an den benetzten Flächen und die durch die Ablenkung des Wassers hervorgerufenen Druckunterschiede nicht unerheblich sein.

Daraus folgt, daß nach S. 65 die mittlere Ausflußenergie in einem Querschnitselement  $\Delta b_2 \cdot \alpha_2$  größer ist als dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit  $\left( \frac{dq}{\Delta f_2} = \frac{\Delta Q}{s_2 \Delta f_2} \right)$  entspricht und daß die letztere mit einem Faktor  $\lambda$  multipliziert werden muß, der größer ist als die Einheit, wenn sie mit dem in der Hauptgleichung auftretenden Wert übereinstimmen soll.

Manche Unstimmigkeiten zwischen Versuch und Rechnung sind sicherlich auf die Nichtbeachtung dieser Tatsache zurückzuführen.



Von besonderer Bedeutung ist dabei auch, daß, während die Geschwindigkeitsänderung über der Schaufelbreite  $b$  die Betrachtung der gesamten Wassermasse als einheitlichen Rotationskörper nicht stört, umgekehrt die Änderungen über der Schaufelweite  $a$  gleichbedeutend sind mit Änderungen auf dem Umfang und daher in gewissem Widerspruch stehen mit der Forderung des reinen Beharrungszustandes. Dadurch treten Störungen im gleichmäßigen Wasserdurchfluß auf, die bei Bewertung der einzelnen Reibungsverluste berücksichtigt werden müssen.

Was nun die Veränderlichkeit der Wassergeschwindigkeit in den verschiedenen Teilturbinen über die Gesamtbreite  $b$  betrifft, so hängt sie wesentlich von dem Beaufschlagungsgrad der Turbine ab und die betreffenden Untersuchungen können erst angestellt werden, wenn über die Lage der Ein- und Austrittspunkte Annahmen gemacht sind.

Dabei kommt uns aber zustatten, daß wir eine wichtige Aufgabe in den Annahmen über die Lagen der Ein- und Austrittsflächen schon gelöst haben, wenn wir auch nur die normalen Beaufschlagungen bei den günstigsten Drehzahlen in Betracht gezogen haben und daß für diese verhältnismäßig einfache Gesetzmäßigkeiten über die Geschwindigkeitsverteilung aus der Hauptgleichung abgeleitet werden können.

Suchen wir uns nämlich aus den im vorigen Abschnitt beschriebenen Bremskurven die Stelle des absolut größten Wirkungsgrades heraus, so darf als wahrscheinlich angenommen werden, daß sie einem Betriebszustand entspricht, bei dem sowohl die Eintritts- als die Austrittsverhältnisse am Laufrad sich so eingestellt haben, wie wir sie als günstig bezeichnen. Das bedeutet insbesondere für den Austritt, daß die absolute Austrittsgeschwindigkeit klein sei und annähernd senkrecht auf der Umfangsgeschwindigkeit steht, damit wenig Energie im Saugrohr verloren gehen kann und geringe Wirbel — hervorgerufen durch die Umfangskomponente  $c_{u_2}$  — entstehen. Dazu wird es bezüglich der Reibung im Laufrad günstig sein, wenn die Relativgeschwindigkeit  $w_2$  klein bleibt.

Man erkennt aus Abb. 5a—c leicht, daß diese drei Bedingungen am besten erfüllt sind, wenn die Spitze von  $w_2$  zwischen dem Wert für  $w_2 = u_2$  und dem für  $\alpha_2 = 90^\circ$  liegt.

Es läßt sich nun gerade für diese beiden Fälle die Geschwindigkeitsverteilung über die einzelnen Teilturbinen mit naheliegenden Annahmen leicht angeben und danach die gesamte verarbeitete Wassermenge für  $w_2 = u_2$ , die wir mit Rücksicht auf das gleichschenklige Austrittsdreieck mit  $Q_{\triangle}$ , sowie die für senkrecht  $c_2$ , die wir mit  $Q_{\perp}$  bezeichnen wollen, berechnen.

Der Gedankengang bei Ausführung der Untersuchungen war dann einfach der,  $Q_{\triangle}$  und  $Q_{\perp}$  für die verschiedenen Querschnittsannahmen auszurechnen und zu sehen, für welche von ihnen die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zu erzielen war, d. h. für welche die gerechneten  $Q_{\triangle}$  und  $Q_{\perp}$  die Wassermenge des höchsten Wirkungsgrades zwischen sich einschlossen. Diese Querschnitte sollten dann als die angesehen werden, die die wirklichen Ein- und Austrittsflächen am besten ersetzen.

Ich erwähnte vorhin, daß für die Wassermengen  $Q_{\triangle}$  und  $Q_{\perp}$  die Geschwindigkeitsverteilung über die Teilturbinen unter naheliegenden Annahmen leicht zu bestimmen sei. Das zeigt sich folgendermaßen:

Beachtet man, daß in der Arbeitsgleichung

$$H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} = H_o + h_o + \frac{c_o^2}{2g} + R_o \quad [280]$$

die linke Seite sowohl wie  $R_o$  für die einzelnen Teilturbinen konstant gesetzt werden kann, so folgt ebenso

$$H_o + h_o + \frac{c_o^2}{2g} = \text{konstant.}$$

Nehmen wir jetzt an, was sicherlich in hohem Maße zutrifft, daß der Lagendruck  $\xi_o = H_o + h_o$  im Leitradaustritt konstant ist, so ergibt sich weiter  $c_o = \text{konstant}$ .

Nun steht aber nichts im Wege, die Laufradschaufeln durch ideale Wände bis zum Leitradaustritt erweitert zu denken, die den Wasserstrom in keiner Weise beeinflussen. Für sie können dann Geschwindigkeiten  $u_o$  und  $c_{u_o}$  konstruiert werden, die gleichfalls konstant ausfallen, insofern  $D_o$  und  $\alpha_o$  über die Austrittsweite konstant gemacht werden.

Für den Übergang zum Laufradeintritt wird nach der Voraussetzung über die ideellen Schaufelwände keine nützliche Arbeit nach außen abgegeben, daher erhalten wir unter Vernachlässigung der Reibung nach dem Flächensatz den konstanten Wert des Dralls:

$$u_1 c_{u_1} = u_o c_{u_o} \quad (430)$$

bzw.

$$u_1 c_{u_1} = \text{konstant.}$$

Dieses Gesetz bildet nun die Grundlage aller folgenden Überlegungen. Seine Richtigkeit wird nur durch den Wechsel der Wassergeschwindigkeiten gestört, der durch die Wandreibung und das Abbiegen der Flutbahnen in die Axialrichtung bei gleichzeitiger Änderung von  $\alpha_o$  hervorgerufen wird.

Nehmen wir jetzt noch den Wirkungsgrad  $\varepsilon$  für alle Teilturbinen vorläufig konstant an, so folgt aus der Hauptgleichung

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u_1} - u_2 c_{u_2}, \quad [278]$$

daß auch das letzte Glied konstant sein muß und wenn dieses für senkrechten Austritt mit  $c_{u_2} = 0$  für eine Teilturbine verschwindet, so müssen die andern Teilturbinen gleichzeitig den senkrechten Austritt aufweisen. Im entsprechenden Diagramm, das wir schon Abb. 383, S. 264, kennen gelernt haben, zeigt sich das dadurch, daß  $\overline{Wa}$  konstant wird, und daß  $u_2$  wie  $\beta_2$  ganz ohne Einfluß bleiben.

Für  $Q_1$  erhält man eine ähnlich einfache Beziehung. Schreiben wir zu dem Zweck nach Abb. 373, S. 259

$$\frac{c_2}{u_2} = \cos \alpha_2$$

und

$$u_2 \cos \alpha_2 = \frac{c_2}{2}; \quad u_2 c_2 \cos \alpha_2 = \frac{c_2^2}{2},$$

so folgt wie dort

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u_1} - \frac{c_2^2}{2} \quad \text{und mit} \quad \frac{c_2^2}{2gH} = \kappa_2$$

$$gH(\varepsilon + \kappa_2) = u_1 c_{u_1}, \quad (431)$$

d. h. wenn gleichschenkliger Austritt an einer Teilturbine stattfindet, so muß er bei allen andern gleichzeitig auftreten, sofern nur für jede die Größen  $u_1$ ,  $c_{u_1}$  und  $\varepsilon + \kappa_2$  konstant angenommen werden dürfen. Im Diagramm (Abb. 384, S. 264) kommt das dadurch zum Ausdruck, daß Punkt  $W$  mit  $U$  zusammenfällt.

Man erkennt, daß die Bedingung für  $Q_1$  noch unbeschränkter ist, als die für  $Q_{-1}$ , da bei ersterer über die Größe der Austrittsgeschwindigkeit gar nichts gesagt wird. Es ist aber anzunehmen, daß bei größerem  $c_2$  der Wirkungsgrad nachläßt, und danach entspricht die Bedingung  $\varepsilon + \alpha_2 = \text{konstant}$ , wie wir auch noch S. 364 sehen werden, der Wirklichkeit in weiteren Grenzen, als die Bedingung  $\varepsilon = \text{konstant}$ , die nur für konstante  $c_2$  mit der ersten identisch wird.

## II. Experimentelle Untersuchung.

Die Durchführung der Untersuchung geschah nun in folgender Weise.

Zunächst wurden die drei Austrittsquerschnitte, die zur Untersuchung herangezogen werden sollen, in der angegebenen Weise ausgerechnet und gleichzeitig die Durchmesser  $D_2$ , sowie die Winkel  $\beta_2$  für die Mitten der einzelnen Teilquerschnitte nach der auf S. 325 angegebenen Weise bestimmt.

Das hier verwendete Beispiel (Laufrad A) ist in Taf. 1 dargestellt, wobei wir die Axialschnitte, Vertikalschnitte und Flutbahnen mit ihren Abwickelungen als gegeben betrachten wollen.

Die Breiten  $\Delta b_2$  und die ihren Mitten entsprechenden Durchmesser  $D_2$  können unmittelbar aus der Zeichnung entnommen werden und ergeben für die Kante:

Teilturbine	A	B	C	D
$\Delta b_2$ (mm)	28,0	33,0	43,5	57,0
$D_2$ (mm)	439,0	371,0	282,0	215,0
$t_2$ (mm)	106,0	89,5	68,2	52,0

Für die Öffnungsmitte sind erst die Längen  $l$  (Abb. 3 u. 13, Taf. 1) in der Abwicklung zu bestimmen, im Aufriß einzutragen, wonach die Austrittslinie für die Öffnungsmitte gestrichelt eingezeichnet wird. Aus ihr folgen dann unmittelbar:

Teilturbine	A	B	C	D
$\Delta b_2$ (mm)	26,0	29,5	41,5	55,0
$D_2$ (mm)	423,0	361,0	282,0	232,0
$t_2$ (mm)	102,3	87,2	68,2	56,0

Die Werte der Winkel  $\beta_2$  und der Schaufelstärken  $s_2$  sind zunächst nur in den Flutbahnen gegeben. Um ihre Mittelwerte für die einzelnen Teilturbinen zu bestimmen, können wir eine Interpolation nach Abb. 6, Taf. 1 anwenden, oder auch eigens Flutbahnen einzeichnen, die durch die Mitten der  $\Delta b_2$ , besser aber noch derart gelegt werden, daß die Bedingung  $\Delta b_2 \cdot r_2 = k$  an jeder Stelle der Austrittskante erfüllt ist.

Das letztere ist in Abb. 3, Taf. 1 ausgeführt und ergibt aus den nach den Axialschnitten entnommenen Abwickelungen (Abb. 13—16) für die Kante mit  $s' = 4$  mm nach  $s = \frac{s'}{\sin \chi'}$ ,  $\cotg \chi' = \cotg \chi \cdot \cos \beta_2$  (S. 328) die folgenden Werte

Teilturbine	A	B	C	D
$\beta_2^\circ$	19,5°	25°	33°	42°
$\chi^\circ$	59°	51°	35°	48°
$\chi'^\circ$	60°30'	53°50'	40°	56°20'
$s_2$ (mm)	4,60	4,95	6,25	4,80

für die Mitte mit  $\alpha_2 = S_2 - s_2$

Teilturbine	A	B	C	D
$\beta_2$	19,5°	25°	33°	42°
$\alpha_2$	30,3	31,3	30	29,3 mm <sup>1)</sup>

Dann berechnen sich die Teilquerschnitte für einen Kanal für die Kante ohne Verengung mit  $\Delta f_2 = \Delta b_2 t_2 \sin \beta_2$

Teilturbine	A	B	C	D
$\Delta f_2$	0,00099	0,00125	0,00161	0,00198

mit Verengung mit  $\Delta f_2 = \Delta b_2 (t_2 \sin \beta_2 - s_2)$

$\Delta f_2$	0,00086	0,00109	0,00134	0,00171
--------------	---------	---------	---------	---------

für die Mitte mit  $\Delta f_2 = \Delta b_2 \cdot \alpha_2$

$\Delta f_2$	0,000787	0,000922	0,001245	0,001615
--------------	----------	----------	----------	----------

Hieran schließt sich die Aufzeichnung der Austrittsdreiecke für Kante und Mitte für die Umfangsgeschwindigkeiten der aus den Bremskurven entnommenen günstigsten Umdrehzahl.

Wir finden letztere aus Abb. 439 zu  $n = 253$  und berechnen uns daraus für die betreffenden Durchmesser die Umfangsgeschwindigkeiten als

$$u_2 = \frac{D_2 \pi n}{60}.$$

Durch Antragen des Winkels  $\beta_2$  und Beachten der Bedingung  $\alpha_2 = 90^\circ$  bzw.  $\omega_2 = u_2$  sind die Austrittsdreiecke bestimmt (Abb. 458 u. 459). Aus ihnen ent-

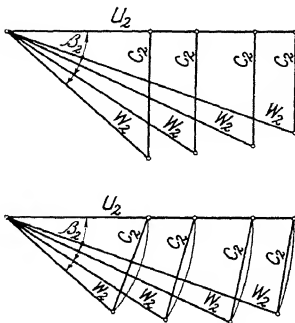


Abb. 458. Austrittsdreiecke für die Kante.

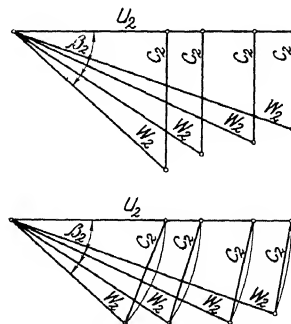


Abb. 459. Austrittsdreiecke für die Mitte.

nehmen wir die Geschwindigkeiten und erhalten durch deren Multiplikation mit den betreffenden Querschnitten die Wassermengen nach folgender Tabelle.

<sup>1)</sup> Die geringen Unterschiede der hier angeführten Werte von  $\alpha_2$  und der folgenden  $\Delta f_2$  gegen die der Tabelle Taf. I rühren daher, daß sie hier aus der Abwicklung abgestochen, dort auf rechnungsmäßigem Wege gefunden sind.

	Kante ohne Verengung					Kante mit Verengung					Öffnungsmitte				
	$\Delta f_2$	$w_{2\perp}$	$\Delta q_{\perp}$	$w_{2\Delta}$	$\Delta q_{\Delta}$	$\Delta f_2$	$w_{2\perp}$	$\Delta q_{\perp}$	$w_{2\Delta}$	$\Delta q_{\Delta}$	$\Delta f_2$	$w_{2\perp}$	$\Delta q_{\perp}$	$w_{2\Delta}$	$\Delta q_{\Delta}$
A	0,00099	6,15	0,00609	5,80	0,00574	0,00086	6,15	0,00528	5,80	0,00498	0,000787	5,98	0,00470	5,60	0,00440
B	0,00125	5,50	0,00687	4,98	0,00622	0,00109	5,50	0,00599	4,98	0,00542	0,000922	5,35	0,00493	4,85	0,00447
C	0,00161	4,53	0,00729	3,83	0,00616	0,00134	4,53	0,00607	3,83	0,00513	0,001245	4,55	0,00566	3,80	0,00473
D	0,00198	3,88	0,00768	2,88	0,00570	0,00171	3,88	0,00664	2,88	0,00492	0,001615	4,18	0,00675	3,10	0,00501
$Q = z_2 \Sigma \Delta q$	—	—	0,363	—	0,310	—	—	0,312	—	0,266	—	—	0,286	—	0,242

Tragen wir nun die gefundenen Wassermengen in die Wirkungsgradkurve (Abb. 442) ein, wobei die ohne Berücksichtigung durch die Schaufelstärken bestimmten Werte durch volle Punkte  $b$  von den kleinen Kreisen  $a$  unterschieden sind, die die Ergebnisse mit Schaufelverengung darstellen, so finden wir für das hier untersuchte Laufrad verhältnismaßig geringe Unterschiede zwischen den einzelnen Berechnungsarten. Das ist charakteristisch für die Laufradformen mit geringer zentripetaler Entwicklung. Am nächsten kommen im vorliegenden Beispiel dem besten Wirkungsgrad die für die Kante mit Verengung und die für die Öffnungsmitte durchgeführten Rechnungen.

Auch bei diesen Nachrechnungen ist zu beachten, daß in der durch die Diagramme dargestellten Hauptgleichung nicht die mittleren Geschwindigkeiten, sondern die mittleren Energien maßgebend sind, die größere Geschwindigkeiten ergeben als die ersteren. Das heißt soviel, als daß die Wassermenge  $Q_{\perp}$  bzw.  $Q_{\Delta}$  in Wirklichkeit kleiner einzusetzen ist, als es nach obiger Rechnung geschah.

Dadurch rücken die in Abb. 442 eingezeichneten Punkte um etwas nach links, und zwar um 5 %, wenn wir den Faktor  $\gamma = 1,05$  schätzen. Das ist an gleicher Stelle durch kleine Vertikalstriche mit  $M$  (Mitte) und  $K$  (Kante) dargestellt und, wie man sieht, spricht diese Überlegung im vorliegenden Beispiel zugunsten der in die Schaufelkante gelegten Eintrittsöffnung.

In den Beiträgen zur Berechnung der Zentripetal-(Francis)-Turbinen (Z. 1911, S. 933) ist eine kleine Auswahl ähnlicher Nachrechnungen veröffentlicht, die ich an Turbinen verschiedener Bauart habe ausführen lassen. Das Ergebnis derselben sprach im allgemeinen zwar zugunsten der Austrittskante, bestätigte aber vor allem die theoretischen Erwägungen (S. 342), nach denen die maßgebende Austrittsfläche nicht streng mit Mitte oder Kante verknüpft ist. Es hängt vielmehr ganz von der Form der Schaufel ab, wieweit sie die Wasserführung beeinflußt. Das zeigte sich besonders ausgeprägt einerseits durch die Nachrechnung einer kleinen Zentrifugalpumpe, bei der das Wasser infolge stark erweiterter Austrittsquerschnitte die Führung des austretenden Wasserstrahls sehr früh, vielleicht schon vor der Austrittsmitte, verlor, während umgekehrt bei der Nachrechnung der Boyden-Turbine (Abb. 277) der maßgebende Austrittspunkt infolge der zusammengezogenen Austrittsquerschnitte sogar außerhalb der Austrittskante zu liegen schien. Diese Umstände müssen sonach bei der Konstruktion berücksichtigt werden. Für die Rechnungsgrundlage ist es aber zweckmäßig, sich für die eine oder andere Annahme zu entscheiden, wobei der Umstand erleichternd mitspricht, daß die Unterschiede im Rechnungsergebnis für Zentripetalurbinen ohne extrem nach außen gezogene Flutprofile, wie sich gezeigt hat, für Mitte

und Kante nicht allzu verschieden ausfallen. Wir werden deshalb in Zukunft die Rechnung an die Austrittskante anschließen, die bei Nachrechnung und Konstruktion den Vorteil größerer Einfachheit und Eindeutigkeit für sich hat und dazu im großen und ganzen die bessere Übereinstimmung mit dem Versuch ergeben hatte.

Es interessiert nun vor allem noch, welche Eintrittsdreiecke sich aus einer Anwendung der Hauptgleichung auf die verschiedenen Annahmen ergeben.

Zu dem Zweck berechnen wir zunächst die Eintrittsdreiecke für die gleichen und schon erwähnten Annahmen der Kante ohne Verengung und der Öffnungsmitte. Da wir hier die Richtung  $\beta_x$  des eintretenden Wasserstroms, die vom Schaufelwinkel  $\beta'_x$  meist verschieden ist, nicht kennen, bestimmen wir die zur Meridiangeschwindigkeit  $c_{m_x}$  senkrechte Durchflußfläche  $F_x$ .

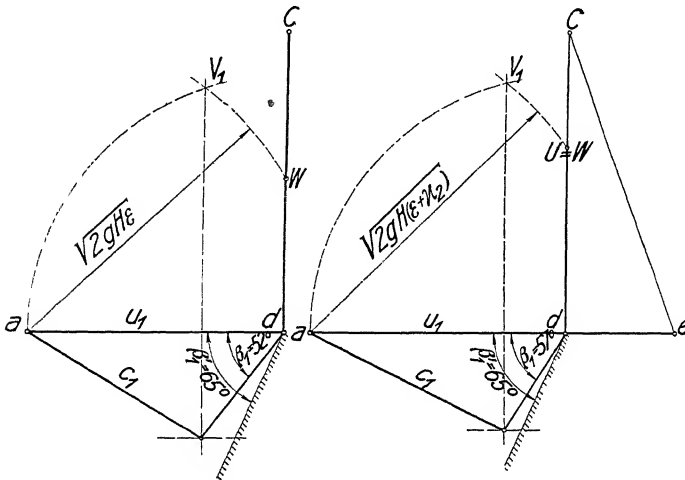


Abb. 460. Eintrittsdreiecke für die Kante bei  $Q_1$  und  $Q_2$ .

Sie folgt in unserm Beispiel (Taf. 1) für die Kante mit  $\Delta F_x = \Delta b_x \cdot D_x \pi$  aus

Teilturbine	A	B	C	D
$\Delta b_x$	24	33,5	35	35
$D_x$	406	400	400	400

zu  $F_x = 0,1603$

Für die Mitte mit  $\Delta F_x = \Delta b_x \cdot \frac{r_x a_x}{\sin \beta_x}$  müssen die verschiedenen Größen wiederum erst durch Abwickelungskegel bestimmt werden, die wir berührend an die Schnittpunkte der Flutbahnen mit der Eintrittskante legen. Das ist in Abb. 3 und 17—20, Taf. 1 ausgeführt und liefert die Werte:

Teilturbine	A	B	C	D
$\Delta b_x$	21	30,5	35,5	39,5
$a_x$	55	73,5	71,5	66
$\beta_x$	45°	62°	61°	56°
$\Delta F_x$	0,02125	0,03410	0,03775	0,04085

und daraus  $F_x = 0,13395$

Die Bestimmung der Eintrittsdreiecke für einen mittleren Durchmesser  $D_1$ <sup>1)</sup> folgt nun in einfachster Weise für die Eintrittskante in den Diagrammen Abb. 460. Für die Wassermenge  $Q_1$  des senkrechten Austritts tragen wir  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  von  $a$  an und finden dadurch die Vertikale  $V_1$  und auf ihr mit  $c_{m1} = \frac{Q}{F_1} = \frac{0,286}{0,13395} = 2,14$  m die Spitze des Eintrittsdreiecks und die Winkel  $\alpha_1$  und  $\beta_1$ .

Für gleichschenkligen Austritt liefert  $\sqrt{2gH(\varepsilon + \varepsilon_2)}$  von  $a$  angetragen den Punkt  $U = W$  und damit das Eintrittsdreieck in gleicher Weise.

Die Ausführung zeigt, daß der Eintrittswinkel  $\beta_1 = 52^\circ$  für  $Q_1$  und  $\beta_1 = 57^\circ$  für  $Q_2$  wird, während der Schaufelwinkel  $\beta'_1 = 65^\circ$  betragen hat.

Die Übereinstimmung ist in diesem Falle zwar befriedigend, aber nicht vollständig. Bei Einführen eines mittleren  $u_1$  für die Eintrittsmitte ergeben sich ähnliche Überschreitungen nach der andern Seite.

Die Beachtung der mittleren Energiewerte durch Einführung des Faktors  $\chi$  nach S. 65 hat, sofern er für  $w_2$  und  $c_{m1}$  in gleichem Betrag geschätzt wird, auf das Eintrittsdreieck insofern Bedeutung, als dem etwas anders ausfallenden Wert der Wassermenge  $Q_1$  bzw.  $Q_2$  ein anderer Wirkungsgrad  $\varepsilon$  nach der Bremsung zukommt.

## H. Verhältnisse im Laufradeintritt bei veränderlichem Eintrittsdurchmesser.

Bei den vorangegangenen Untersuchungen war der Eintritt ins Laufrad der feste Boden gewesen, von dem aus wir die Annahmen über die Wasserverteilung in den einzelnen Teilturbinen vorgenommen haben, stets in der Voraussetzung, daß infolge der gleichmäßigen Leitradquerschnitte, und infolge des ihnen gleichmäßig zufließenden Wassers ( $R_d = \text{konstant}$ ) konstante Geschwindigkeiten und Lagendrucke sich über die ganze Leitradbreite würden einstellen müssen.

An dieser Voraussetzung wollen wir auch dann festhalten, wenn die Eintrittsdurchmesser, wie es bei modernsten Schnellläufern häufig vorkommt, auffallende Verschiedenheit zeigen<sup>2)</sup>. Auch hier ist kein Grund dafür vorhanden, daß das Wasser die Leitschaufeln in den verschiedenen Teilturbinen mit wesentlich verschiedenen Geschwindigkeiten verlassen sollte, da das Gesamtgefälle für alle gleich ist, und die Zuflußbedingungen bis zum Querschnitt  $F_0$  dieselben sind.

Erst nach diesem, mit  $D_0$  bezeichneten Durchmesser beginnt das Abbiegen der Flutbahnen in die Achsrichtung in höherem Umfang zuzunehmen, bis dann unter gelegentlich sehr wechselnden Zustandsverhältnissen das Durchströmen des als Eintrittsfläche bezeichneten Rotationskörpers stattfindet, dessen wechselnden Durchmesser wir mit  $D_1$  bezeichnet hatten.

Zum Studium der hier herrschenden Eintrittsverhältnisse ist nun die schon im vorigen Abschnitt (S. 346) gebrauchte Hilfsvorstellung sehr dienlich, nach der wir den tatsächlichen Schaufelbeginn durch eine ideelle Fläche bis zum Durchmesser  $D_0$  fortgesetzt denken, deren Krümmung so gewählt ist, daß der beiderseitige Wasserdruk jeweils gleich ist, bzw. daß keine Arbeit an ihr geleistet wird. Diese

<sup>1)</sup> Die Ausdehnung auf die wechselnden  $D_1$  wird im nächsten Abschnitt besprochen.

<sup>2)</sup> Eine der ersten Konstruktionen dieser Art stammt von JACOBSEN. Z. g. T., 1908, S. 37.

Schaufel besitzt konstante  $u_0$  und mit ihr können alle früheren Betrachtungen durchgeführt werden. Der Diagrammpunkt  $a$  ist wieder konstant.  $\alpha_0$  und  $\beta_0$  lassen sich leicht konstruieren und es fragt sich dann nur, wie die wirklichen Winkel  $\alpha'_1$  und  $\beta'_1$  aussehen müssen, wenn zwischen  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  bzw.  $\beta_0$  und  $\beta_1$  keine Arbeit geleistet werden soll.

In diesem Fall bleibt, wenn wir von Reibungsverlusten absehen, der Drall des Wassers unverändert, so daß

$$c_{u1} \cdot r_1 = c_{u0} \cdot r_0 = \text{konstant} \quad (432)$$

oder auch

$$u_1 c_{u1} = u_0 c_{u0} = \text{konstant}. \quad [430]$$

Betrachten wir, was das für unser Diagramm bedeutet, so folgt aus Abb. 461, wenn wir  $c_u$  durch  $u$  und  $w$  ausdrücken,

$$c_{u1}^2 = \overline{aW}^2 - u^2 \text{ mit } u^2 = u_1^2 - (u_1 - c_{u1})^2$$

$$c_{u1}^2 = \overline{aW}^2 - (u_1^2 - (u_1 - c_{u1})^2)$$

$$c_{u1}^2 = \overline{aW}^2 - u_1^2 + u_1^2 - 2u_1 c_{u1} + c_{u1}^2,$$

d. h. es bleibt

$$2u_1 c_{u1} = \overline{aW}^2$$

oder mit  $u_1 c_{u1} = \text{konstant}$

$$aW = \text{konstant}.$$

Abb. 461. Änderung der Eintrittsdreiecke mit  $u_1$ .

Dieses Gesetz gilt somit allgemein, sobald  $R_d$  für die verschiedenen Teilturbinen konstant ist. Für die speziellen Fälle  $Q_\perp$  mit  $\varepsilon = \text{konstant}$ , hatten wir es schon am Ende des vorigen Abschnitts (S. 351) kennen gelernt. Damit ist man in der Lage, für die wirklichen, zurückgenommenen Durchmesser  $D_1$  zunächst die Punkte  $W$  und mit ihnen dann die Eintrittsvertikalen zu bestimmen, aus denen in bekannter Weise unter Beobachtung der  $\Delta b_1$  bzw.  $c_{m1}$  die Eintrittsdreiecke folgen.

Abb. 461 gibt eine Schar im genannten Sinne gleichwertiger Eintrittsdreiecke für beliebig gewählte Eintrittsdurchmesser  $D_1$ , wobei einfach  $\overline{aW}$  konstant gesetzt ist.

Die Änderung des Winkels  $\alpha_1$  ergibt sich dabei aus der Beziehung

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{c_{m1}}{c_{u1}}, \quad (433)$$

wobei  $c_{m1}$  jeweils für die betreffende Breite  $\Delta b_1$  nach

$$c_{m1} = \frac{\Delta Q}{D_1 \pi \Delta b_1} \quad (434)$$

oder allgemein aus der Kontinuitätsgleichung

$$c_{m1} \Delta b_1 r_1 = c_{m0} \Delta b_0 r_0 \quad (435)$$

zu bestimmen ist.

Beachten wir dabei, daß nach obigem

$$c_{u1} r_1 = c_{u0} r_0,$$

so folgt auch

$$\frac{c_{m1} \Delta b_1}{c_{u1}} = \frac{c_{m0} \Delta b_0}{c_{u0}}$$



oder

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_0} = \frac{\Delta b_0}{\Delta b_1},$$

insbesondere aber  $\alpha_1 = \alpha_0$  für  $\Delta b_0 = \Delta b_1$ , was bekanntlich auf die logarithmische Spirale führt.

## J. Verteilung der Wassermengen im Laufrad bei wechselnder Beaufschlagung.

Nach den Ergebnissen des vorangegangenen Kapitels wird im folgenden zur Berechnung des Eintrittsquerschnittes die Schaufelkante ohne Rücksicht auf Schaufelverengung, zur Berechnung des Austrittsquerschnittes die Schaufelkante mit Berücksichtigung der Verengung durch die Schaufelstärken zugrunde gelegt.

Die weitere Aufgabe verlangt nun vor allem eine Betrachtung über die Verteilung der Wassermengen im Laufrad bei wechselnder Beaufschlagung, dabei soll wie bisher der Wassereintritt ins Laufrad als so gleichartig angesehen werden, daß wir mit konstantem Drall über den ganzen Querschnitt, d. h.  $u_1 c_{u1} = \text{konstant}$ , rechnen können.

Dazu werden wir zur leichteren Durchführung der folgenden Interpolationen stets den Turbinendurchmesser  $D$  als konstant über die ganze Eintrittsbreite einsetzen. Eine Umrechnung der Eintrittsdreiecke für wechselnde  $D_1$  kann ja dann jederzeit leicht nach dem vorigen Abschnitt ausgeführt werden.

Wir hatten für senkrechten Wasseraustritt die Annahme gemacht, daß die hydraulischen Wirkungsgrade für jede Teilturbine dieselben sein sollten. Dehnen wir nunmehr diese Annahmen auch auf andere Beaufschlagungen aus, so kann auch für sie die Wasserverteilung auf die einzelnen Teilturbinen aus den Bremsergebnissen berechnet werden.

Unmittelbar ist das freilich nicht möglich, da die Berechnung die Wahl eines vorläufigen Wirkungsgrads voraussetzt, der erst nach Kenntnis der Gesamtwassermenge aus dem Bremsergebnis entnommen werden kann. Ich habe dazu einen zweifach mittelbaren Weg in Dinglers Polytechn. Journ. 1904, S. 817 angegeben. Neuerdings ist von Dr.-Ing. O. BOHM eine wesentlich einfachere Rechnung vorgeschlagen worden<sup>1)</sup>; BOHM geht davon aus, daß für  $\varepsilon = \text{konstant}$  bei einer bestimmten Drehzahl nach der Gleichung

$$\varepsilon g H = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad [278]$$

jedem  $c_{u1}$  ein bestimmtes  $c_{u2}$  zugehört. Er nimmt nun ein beliebiges  $c_{u1}$  an, das im Eintritt für alle Teilturbinen das gleiche sein soll und berechnet sich damit für die verschiedenen  $u_2$  der Teilturbinen im Austritt die verschiedenen  $c_{u2}$ , aus denen die  $w_{u2} = u_2 - c_{u2}$  und die  $w_2 = \frac{w_{u2}}{\cos \beta_2}$  und damit die  $\Delta q = w_2 \Delta f_2$  gewonnen werden. Die Gesamtwassermenge  $Q$  ergibt sich dann  $= \Sigma \Delta q$  und daraus  $c_{m1} = \frac{Q}{F_1}$ , somit die Spitze des Eintrittsdreiecks.

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1912, S. 9. Auch bei REINDL, daselbst 1910, S. 277 unter II. Camerer, Wasserkraftmaschinen

Da die gefundene Wassermenge dem eingesetzten  $\varepsilon$  nicht entsprechen wird, ist die gleiche Berechnung mit gleichem  $\varepsilon$  für ein anderes  $c_{u_1}$  zu wiederholen. Man findet eine andere Dreiecksspitze und kann nun leicht das Dreieck bzw. die Wassermenge interpolieren, die dem angenommenen  $\varepsilon$  zukommt.

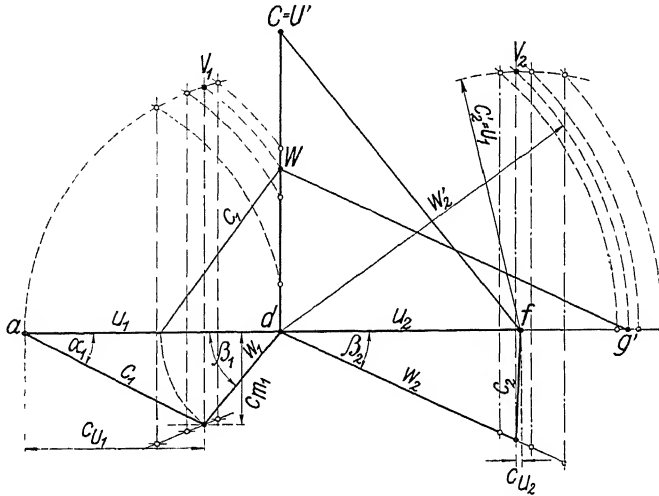


Abb. 462. Anwendung der Diagramme nach BÖHM.

Eine solche Rechnung ist in Abb. 462 für  $\varepsilon = 83\%$  und ein beliebiges  $c_{u_1} = 3,3$  m für eine Teilturbine durchgeführt. Um bei Bestimmung der Spitze der Austrittsdreiecke unnötige Linien zu ersparen, setzt BOHM vorübergehend  $c'_2 = u_1$ . Damit wird nach der Hauptgleichung

$$w'_2 = \sqrt{2gH\varepsilon + u_2^2 + w_2^2 - c_1^2}$$

und da

$$2gH\varepsilon + u_2^2 = \overline{Cf^2} \quad \text{und} \quad c_1^2 - w_2^2 = \overline{Wd^2}$$

auch

$$w'_2 = \sqrt{\overline{Cf^2} - \overline{Wd^2}}.$$

Die Konstruktion geschieht dann in folgender Reihenfolge:

1. Antragen der  $u_1$ ,  $u_2$  und  $\sqrt{2gH\varepsilon}$  mit beliebigem  $\varepsilon$ .
2. Annahme von  $c_{u_1}$  bzw. der Vertikalen  $V_1$ .
3. Kreis mit  $u_1$  um  $d$  liefert einen Schnittpunkt auf  $V_1$ .
4. Kreis durch diesen um  $a$  gibt Punkt  $W$ .
5.  $\overline{Wg'} = \overline{Cf}$  liefert in  $\overline{dg'}$  das  $w'_2$ .
6. Schnitt der Kreise mit  $w'_2$  um  $d$  und mit  $u_1 = c'_2$  um  $f$  ergibt die Vertikale  $V_2$ .
7. Ihr Schnitt mit  $\beta_2$  das zu  $c_{u_1}$  gehörige  $w_2$ , mit  $\Delta f_2 \cdot w_2$  das  $\Delta q$ .
8. Dieselbe Konstruktion für die andern Teilturbinen liefert die übrigen  $\Delta q$ .
9. Ihre Summe  $= Q$  dividiert durch  $F_x$  das  $c_{m_1}$ .
10. Da das  $Q_1$  bzw.  $c_{m_1}$  im allgemeinen nicht mit dem für den angenommenen Wert von  $\varepsilon$  stimmt, wird auf dieselbe Weise ein  $c_{m_1}$  für ein anderes  $c_{u_1}$  bestimmt.

11. Die  $c_{m_x}$  werden durch eine Kurve verbunden. Eine Parallele zu  $u_1$  im Abstand des dem gewählten  $\varepsilon$  entsprechenden  $c_{m_x}$  schneidet auf ihr die richtige Eintrittsvertikale  $V_1$ , mit der dann die richtigen  $w_2$  in gleicher Weise bestimmt werden.

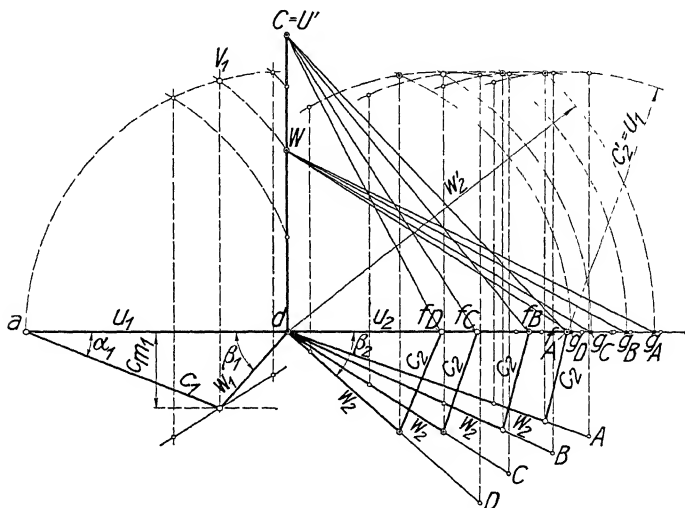


Abb. 463. Verteilung einer Wassermenge bei Laufrad A nach BOHM.

In Abb. 463 ist dieses Verfahren auf das Laufrad A mit gegen Taf. 1 etwas geänderten Flutbahnen angewendet, wobei  $H = 2,25$ ,  $\varepsilon = 0,83$ ,  $n = 253$ . Man erhält dabei für die erste Wahl von  $c_{u_1} = 3,0$  m

Teilturbine	A	B	C	D
$w_2$	6,40	5,90	5,30	5,25
$\Delta f_2$	0,000925	0,001052	0,001320	0,001650
$\Delta q$	0,00592	0,00621	0,00699	0,00865

und die Gesamtwassermenge  $\Sigma z_2 \cdot \Sigma \Delta q = 13 \cdot 0,02777 = 0,360$  m<sup>3</sup> und daraus mit  $F_x = 0,1695$  m<sup>2</sup> ein  $c_{m_x} = 2,13$  m.

Da der gefundenen Wassermenge aus der Bremsung  $\varepsilon = 0,81$  zukommen würde, wiederholen wir die Rechnung für  $c_{u_1} = 5,0$  m, das liefert die Gesamtwassermenge von  $0,1473$  m<sup>3</sup> und die neue Dreiecksspitze mit  $c_{m_x} = 0,87$  m. Dem angenommenen  $\varepsilon = 0,83$  entspricht nach der Bremskurve  $Q = 0,263$  m<sup>3</sup> und  $c_{m_x} = 1,19$  m, dafür läßt sich leicht durch Interpolation das Zugehörige  $c_{u_1}$  bestimmen, wodurch nun rückwärts in gleicher Weise die Austrittsdreiecke und damit die wirkliche Wasserverteilung für eine Zelle gefunden werden als:

Teilturbine	A	B	C	D
$w_2$	5,52	4,85	3,75	3,08
$\Delta f_2$	0,000925	0,001052	0,001320	0,001650
$\Delta q$	0,00510	0,00510	0,00495	0,00508

Rechnet man nach diesem Verfahren z. B. die am Laufrad (Abb. 284) ausgeführte Bremsung nach, so erhält man das Bild der Abb. 464, indem die Austrittsdreiecke der einzelnen Teilturbinen sowie das Eintrittsdreieck für drei verschiedene Beaufschlagungen zu erkennen sind. Abb. 465 gibt die zugehörige Wirkungsgradkurve.

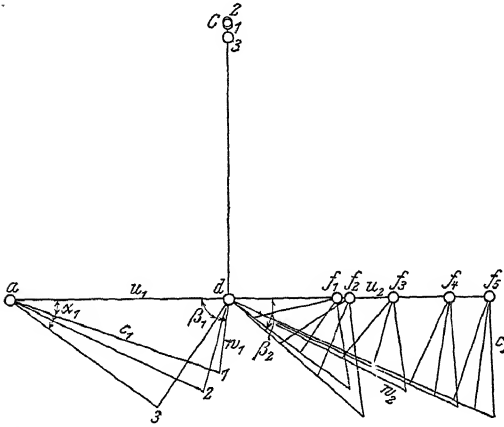


Abb. 464. Verteilung von drei Wassermengen für Laufrad Abb. 284 nach BOHM. (Z. 1911, S. 1020).

Man bemerkt nach der Zeichnung, wie bei kleinen Beaufschlagungen die äußeren Teilturbinen an Bedeutung gewinnen und umgekehrt; daraus darf man schließen, daß die Annahme gleichen Wirkungsgrades aller Teilturbinen bei verschiedenen Beaufschlagungen der Wirklichkeit nicht entspricht.

Es sind aus letzterem Grunde schon verschiedentlich Versuche gemacht worden, eine Veränderlichkeit des Wirkungsgrades in Berücksichtigung zu ziehen <sup>1)</sup>.

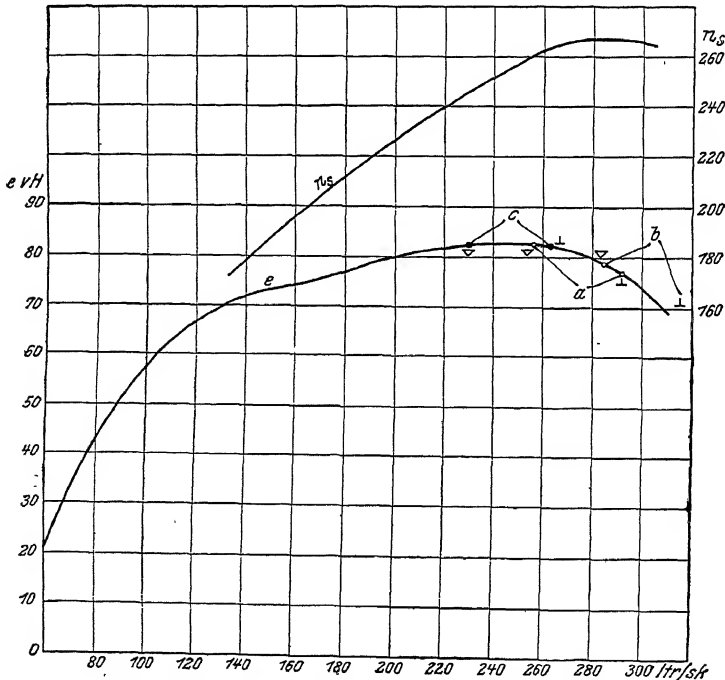


Abb. 465. Wirkungsgrade von Laufrad Abb. 284 für  $n_1 = 62$ . (Z. 1911, S. 997.)

Der Wirklichkeit ziemlich nahe dürfte das folgende Verfahren kommen, das in wesentlichen Punkten aus einer Ableitung entwickelt ist, die sich Herr Ingenieur

<sup>1)</sup> WAGENBACH, Beiträge zur Berechnung und Konstruktion der Wasserturbinen. Z. g. T., 1907, S. 273 u. f.

REINDL als mein Privatassistent bei Gelegenheit der oben erwähnten Nachrechnungen ausgedacht hatte<sup>1)</sup>.

Der springende Punkt besteht dabei darin, die in  $\varepsilon$  befindlichen Reibungsgrößen mit den ihnen nahestehenden Geschwindigkeiten in der Hauptgleichung in Beziehung zu bringen.

Danach schreiben wir zunächst

$$2gH\varepsilon = 2gH(1 - \varrho_d - \varrho_r - \varrho_s) = c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - u_2^2, \quad (436)$$

setzen dann

$$\varrho_d = \text{konstant}, \quad (437)$$

da sich  $c_1$  über die einzelnen Teilturbinen nicht wesentlich ändert.

$$\varrho_r = \nu \cdot \frac{l_r \Delta U_2}{\Delta f_2} \cdot \frac{w_2^2}{2gH} \quad (438)$$

nach der bekannten Reibungsformel

$$\varrho_s = \xi \cdot \frac{c_2^2}{2gH}, \quad (439)$$

mit der Annäherung, daß die Saugrohrverluste der Austrittsenergie proportional seien<sup>2)</sup>.

Damit folgt

$$2gH(1 - \varrho_d) = c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 - (1 - \xi) c_2^2 + \left(1 + \nu \cdot \frac{l_r \cdot \Delta U_2}{\Delta f_2}\right) w_2^2 - u_2^2 \quad (440)$$

als neue Hauptgleichung, die mit der alten Form völlig identisch und somit auch der Diagrammbehandlung zugänglich ist, sobald

$$\begin{array}{lll} \text{statt } 2gH\varepsilon & \text{jetzt } 2gH(1 - \varrho_d) \\ \text{» } c_1^2 & \text{» } (1 - \xi) c_2^2 \\ \text{» } w_2^2 & \text{» } \left(1 + \nu \cdot \frac{l_r \cdot \Delta U_2}{\Delta f_2}\right) w_2^2 \end{array}$$

gesetzt wird.

Dabei sind  $\varrho_d$ ,  $\varrho_r$  und  $\varrho_s$  zu schätzen und die numerische Ausrechnung zeigt, daß Schätzungsdifferenzen auf die endliche Geschwindigkeitsverteilung auffallend geringen Einfluß haben.

<sup>1)</sup> Beiträge zur Berechnung der Zentripetal-(Francis)-Turbinen. Z., 1911, S. 933. — REINDL, Z. g. T., 1910, S. 277.

<sup>2)</sup> Streng genommen kann zwar  $\varrho_d$ , aber nicht  $\varrho_s$  für die einzelnen Teilturbinen konstant gesetzt werden.

Das folgt mit  $q = \frac{R}{H}$  am klarsten aus der dritten Arbeitsgleichung S. 246

$$\xi_2 + \frac{c_2^2}{2g} = \xi_a + \frac{c_a^2}{2g} + R_s.$$

Da der Lagendruck  $\xi_2$ , wenn nicht besondere zentrifugale Wirbel mitspielen, annähernd konstant ist und das gleiche für  $\xi_a + \frac{c_a^2}{2g}$  gilt, so muß augenscheinlich  $R_s$  die zum Teil nicht unbedeutenden Differenzen der  $\frac{c_2^2}{2g}$  auf einem Mischprozeß ausgleichen, in dem die geringeren Geschwindigkeiten von den größeren mitgenommen werden und umgekehrt, so daß es denkbar ist, daß gelegentlich  $R_s$  für eine Teilturbine sogar rechnermäßig kleiner als Null ausfallen kann. Somit bedeutet es nur eine ziemlich rohe Annäherung, wenn wir  $R_s$  dem  $c_2^2$  proportional setzen.

Eine genauere Untersuchung der Größen  $q_d$ ,  $q_r$  und  $q_s$  wird im Abschnitt N, S. 365 ff., gegeben. Hier möge es genügen, aus verschiedenen Erfahrungen anzunehmen, daß bei günstigem Saugrohr etwa  $\frac{1}{3}$ , bei ungünstigem etwa  $\frac{2}{3}$  von  $\frac{c_2^2}{2gH}$  verloren gehen, d. h.  $\xi = \frac{1}{3}$  bis  $\frac{2}{3}$ ;  $q_s = \frac{1}{3} \frac{c_2^2}{2gH}$  bis  $\frac{2}{3} \frac{c_2^2}{2gH}$ , und daß der Rest, d. h.  $1 - \xi - q_s$  zu  $\frac{1}{3}$  für  $q_d$ , zu  $\frac{2}{3}$  für  $q_r$  verbraucht wird.

Man wird danach, da  $c_2$  noch nicht bekannt ist, zunächst  $q_d$  schätzen, etwa  $= 0,04$ , dazu  $q_r = 0,08$ .  $c_2$  ergibt sich aus dem Austrittsdreieck und damit schließlich bei  $\xi = \frac{1}{2}$

$$\varepsilon = 1 - \left( q_d + q_r + \frac{1}{2} \frac{c_2^2}{2gH} \right). \quad (441)$$

$\nu$  folgt aus

$$\nu = q_r \cdot \frac{2gH}{w_2^2} \frac{f_2}{l_r \cdot U_2},$$

wobei für  $w_2$  das Mittel  $= \frac{Q}{z_2 f_2}$  und für  $\frac{f_2}{l_r \cdot U_2}$  die Werte für den gesamten Kanal einzusetzen sind.

In die Hauptgleichung sind dann je die für die einzelne Teilturbine geltenden Größen von  $c_2$ ,  $w_2$ ,  $\Delta f_2$ ,  $l_r$  und  $\Delta U_2$  einzusetzen. Dabei liegt eine Unsicherheit vor, wie die benetzte Fläche einer einzelnen Teilturbine zu rechnen sei, da man über den Einfluß der ideellen Trennungswand ( $\overline{aa}$  Abb. 466) mit der benachbarten Teilturbine wenig aussagen kann. Es ist möglich, daß die in  $\overline{aa}$  vorbeifließenden Strahlen rascher laufen und die betrachtete Wassermenge beschleunigen wollen, oder umgekehrt. Jedenfalls wirkt eine ideelle Trennungswand ganz anders als die materiellen mit Rauheit behafteten Wände. Im Zweifelsfalle wollen wir daher die Wirkung der ersteren ganz außer acht lassen, so daß die Grenzquerschnitte  $A$  und  $D$  (Abb. 466) je drei, die mittleren Querschnitte  $B$  und  $C$  je zwei benetzte Flächen aufweisen<sup>1)</sup>.

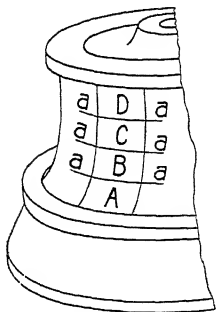


Abb. 466. Teilturbine in Ansicht.

Der Konstruktionsgang geschieht dann (Abb. 467), wenn  $\nu$  und  $\xi$  ausgerechnet sind, in folgender Reihenfolge:

1. Antragen von  $u_1 = \overline{ad}$  und  $u_2 = \overline{df}$  zunächst nur für eine Teilturbine. Dazu  $\sqrt{2gH(1 - q_d)} = \overline{cd}$  mit geschätztem  $q_d$ .
2. Antragen eines beliebigen  $w_2$  auf  $\beta_2$ . Damit das Austrittsdreieck und  $c_2$ .

$$3. \quad \overline{dg} = w_2 \sqrt{1 + \nu \frac{l_r \Delta U_2}{\Delta f_2}}; \quad \overline{de} = c_2 \sqrt{1 - \xi}.$$

Damit genau wie früher mit  $\overline{Ua} = \overline{Ce}$  und  $\overline{Wg} = \overline{Uf}$  Punkt  $W$  und damit die Eintrittsvertikale  $V_1$ .

Da nun das  $w_2$  dem  $\varepsilon$  des Versuchs, der für die Schätzung von  $q_d$ ,  $q_r$  und  $q$  maßgebend war, nicht entsprechen wird, ist auch hier ein indirekter Weg mit

<sup>1)</sup> Ganz verfehlt wäre es natürlich, wollte man eine solche rohe Rechnungsweise der  $\frac{F}{U}$  für einzelne Teilquerschnitte auf die Klammerausdrücke der Bielschen Gleichung (vgl. S. 108) anwenden, die selbstredend nur für den wirklichen Gesamtquerschnitt abgeleitet ist.

graphischer Interpolation nötig. Wir führen daher genau dieselbe Konstruktion für ein anderes  $w_2$  aus, das auf eine andere Eintrittsvertikale  $V_1$  führt. Auf beiden tragen wir dann die aus  $\Delta f_2 \cdot w_2$  berechneten Wassermengen auf (Abb. 468) und verbinden die Endpunkte durch eine Kurve, die in Wirklichkeit annähernd geradlinig verläuft.

Dieselben Konstruktionen werden nun für sämtliche Teilturbinen ausgeführt und die Summation sämtlicher  $\Delta Q$ -Kurven liefert, wobei wiederum konstante Eintrittsdreiecke für alle Teilturbinen vorausgesetzt werden, die Abhängigkeit der Wassermenge  $Q$  von  $c_{u1}$ . Auf der Summenkurve (in Abb. 468 nicht eingetragen) läßt sich leicht die Wassermenge mit zugehörigem  $c_{u1}$  festlegen, die dem geschätzten  $\varepsilon$

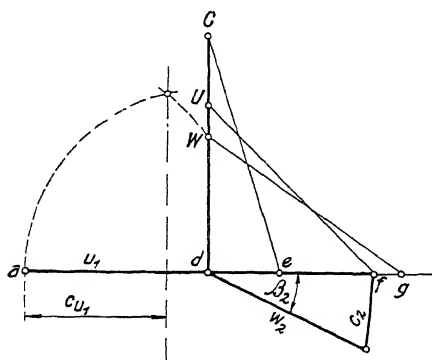


Abb. 467. Anwendung der Diagramme nach REINDL.

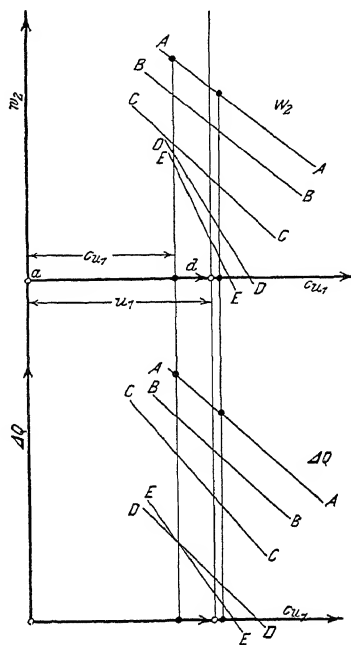


Abb. 468. (Z. 1911, S. 1021.)

entspricht. Dafür ergeben sich dann aber auch unmittelbar die entsprechenden  $\Delta Q$  und damit die  $w_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta f_2}$  bzw. die gesuchte Geschwindigkeitsverteilung im Laufradaustritt.

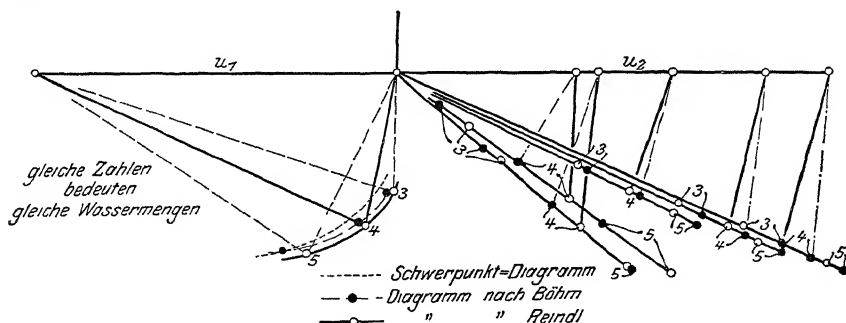


Abb. 469. Wege der Spitze des Eintrittsdreiecks für Laufrad Abb. 248, wenn die Wassermengen a) mit dem Austrittsschwerpunkt, b) aus  $\Delta Q$  mit  $\varepsilon = \text{konstant}$ , c) aus  $\Delta Q$  mit veränderlichem  $\varepsilon$  gerechnet werden. (Z. 1911, S. 1020.)

Abb. 469 zeigt das Ergebnis einer ähnlichen Nachrechnung für Laufrad Abb. 284 im Vergleich mit den für konstanten Wirkungsgrad der Teilturbinen gefundenen

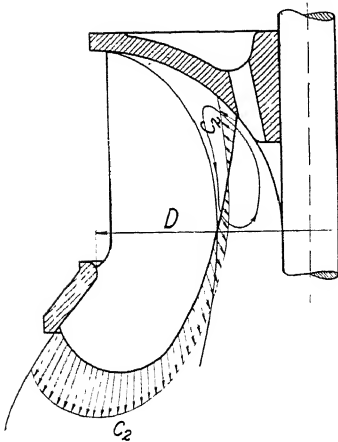


Abb. 470. Strömung im Austritt bei kleiner Beaufschlagung.

Werten. Man bemerkt die starke Verschiedenheit der  $w_2$  nach der ersten Rechnung durch die Berücksichtigung der Lauf-  
radverluste zum Teil wieder ausgeglichen.

Von besonderer Bedeutung ist es, aus diesen Betrachtungen zu erkennen, wie schädlich ein starker Wechsel der  $u_2$  bei kleinen Beaufschlagungen wirken muß. Da wird bald von der innersten Teilturbine nichts mehr verarbeitet. Es muß sich infolge zu kleinen Überdrucks die Wirkung einer Zentrifugalpumpe für diesen Teil des Laufrads einstellen (Abb. 470), die augenscheinlich die größten Störungen mit sich bringt.

## K. Mittlerer Austrittsdurchmesser.

Im vorangegangenen Abschnitt war es uns gelungen, unter gewissen Annahmen die Wasserverteilung im Laufradaustritt und die zugehörige Gestalt des Eintrittsdreiecks zu bestimmen.

Will man nun besonders die Variationen des Eintrittsdreiecks bei wechselnder Wassermenge studieren, so wäre es augenscheinlich sehr erwünscht, an Stelle der verschiedenen Austrittsdreiecke nur mit einem »mittleren Austrittsdreieck« zu arbeiten, denn wenn auch das Austrittsdreieck einer jeden Teilturbine das gewünschte Eintrittsdreieck liefert, so liegt die Schwierigkeit eben darin, daß wir die einer bestimmten Beaufschlagung zukommenden  $w_2$  für die einzelnen Austrittsdreiecke nicht von vornherein angeben können.

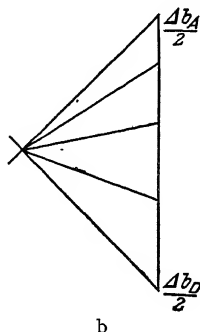
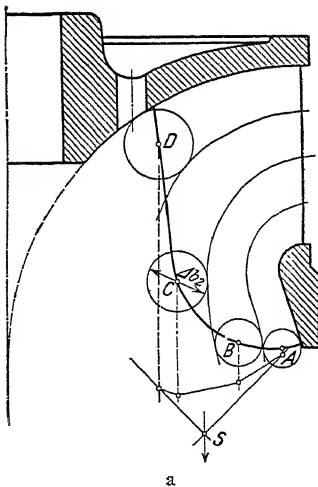


Abb. 471. Schwerpunkt des effektiven Austrittskantenprofils.  
(Z. 1911, S. 1022.)

Diese Schwierigkeit wäre dann behoben, wenn wir das Austrittsdreieck bzw. den Austrittsdurchmesser angeben könnten, für welchen die Relativgeschwindigkeit gerade

mit dem mittleren  $w_2 = \frac{Q}{s_2 f_2}$  übereinstimmt.

Ein solches Austrittsdreieck wird nach vorstehendem immer vorhanden sein.

Sein  $u_2$  kennzeichnet den für die betreffende Beaufschlagung maßgebenden Austrittsdurchmesser. Letzterer wird mit der Beaufschlagung wechseln, der im betreffenden Austrittspunkt zufällig vorhandene Austrittswinkel im allgemeinen aber dem verlangten mittleren  $c_2$  nicht völlig entsprechen.



Natürlich spart man die Arbeit der oben angeführten Untersuchung bezüglich der Bestimmung des Eintrittsdreiecks nur dann, wenn man den »mittleren« Austrittsdurchmesser schon von vornherein annehmen kann. Da hat sich nun gezeigt, daß der Schwerpunktsabstand des senkrecht durchflossenen »effektiven« Austrittskantenprofils mit dem gewünschten Austrittshalbmesser ziemlich genau zusammenfällt. Man bestimmt ihn nach der Beziehung  $D_{2s} = \frac{\sum A b_2 D_2}{\sum A b_2}$  am einfachsten mit dem Kräfte- und Seil-polygon (Abb. 471).

Abb. 469 zeigt, in welcher Weise die Spitzen der Eintrittsdreiecke, für drei mit 3—5 bezeichnete Beaufschlagungen, z. B. der  $Q$ -Turbine, verschieden ausfallen, wenn einmal mit der Annahme konstanten Wirkungsgrads aller Teilturbinen, dann mit einem Wechsel der Laufradreihung, wie erwähnt, und schließlich mit dem Schwerpunktsdreieck allein gerechnet wird.

Abb. 472 a bis e zeigen für dasselbe Rad (Abb. 284) und dazu für die Räder  $F_3$  (Abb. 289),  $X_2$  (ähnl. Abb. 427 e),  $G_1$  (Abb. 285 u. 290) und  $J$  (Abb. 282 u. 288)

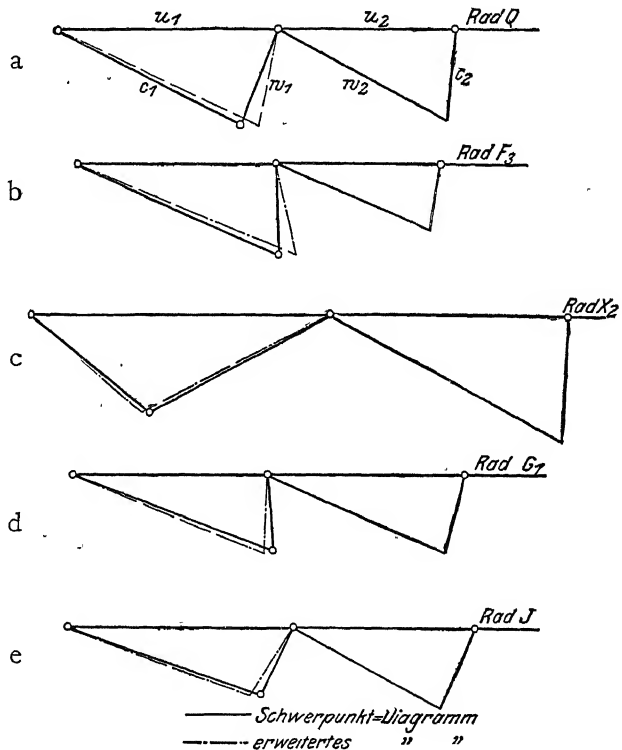


Abb. 472. Geschwindigkeitsdreiecke. (Z. 1911, S. 1022.)

jeweils die Austrittsdreiecke im Schwerpunkt mit den zugehörigen Eintrittsdreiecken für die beste Wassermenge. Dabei sind die Eintrittsdreiecke gestrichelt eingezeichnet, die sich ergeben, wenn die einzelnen Teilturbinen mit wechselnder Radreibung in Rechnung gesetzt werden. Man bemerkt, daß bei den beiden ersten Rädern die Schwerpunktsrechnung für  $c_1$  etwas zu kleine, bei den beiden letzteren etwas zu große Werte ergibt, während bei  $X_2$  die Übereinstimmung befriedigend ist.

Im Mittel eignet sich der Schwerpunktsabstand der effektiven Austrittskante somit recht gut dazu, die sämtlichen Teilturbinen annähernd zu ersetzen. Mit ihm sind daher auch die folgenden Untersuchungen durchgeführt.

## L. Nachrechnung des Leitrades aus dem Eintrittsdreieck.

Die Hauptgleichung liefert uns aus den Umfangsgeschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$ , den Austrittsgrößen  $\beta_2$ ,  $w_2$ ,  $c_2$  und dem wirksamen Gefälle  $\varepsilon H$  nach dem in Abschnitt G (S. 350) gezeigten Weg das Eintrittsdreieck bzw. nach Abschnitt H (S. 351) die verschiedenen Eintrittsdreiecke.

Wir fragen nun, mit welcher Größe und Richtung seiner Geschwindigkeit das Wasser aus dem Leitrad austreten muß, um dem Laufrad in der gewünschten Weise (mit  $c_1$  und  $\alpha_1$ ) zuzufießen, und wenden zu diesem Zweck auf diese Wasserbewegung zwischen Leit- und Laufrad, d. h. im sogenannten Schaufelspalt, wieder den Flächensatz an, wonach unter Vernachlässigung einer Reibungshemmung

$$c_{u0} \cdot r_0 = c_{u1} \cdot r_1. \quad [432]$$

Soll die Reibung durch ein Moment  $M_R$  berücksichtigt werden, so gilt

$$c_{u0} \cdot r_0 = c_{u1} \cdot r_1 + M_R, \quad (442)$$

wobei  $M_R$  aus der Schleppkraft der Reibung an den Kränzen mal deren Hebelarm nach den auf S. 147 gemachten Erörterungen einzusetzen wäre.

Als zweiten Punkt brauchen wir die Meridiangeschwindigkeit  $c_m$ , an der, da die Querschnitte ausgefüllt sein müssen, ein Reibungsverlust unmittelbar nicht bemerklich ist.

Hier gilt allgemein mit  $s$  und  $\alpha$  (wobei  $s$  die Raumverdrängung nach Abb. 13, Taf. 1 darstellt)

$$\Delta Q = \left( 2r\pi - \frac{zs}{\sin \alpha} \right) \Delta b \cdot c_m$$

und vergleichsweise zwischen 0 und 1

$$\left( 2r_1\pi - \frac{s_1s_1}{\sin \alpha_1} \right) \Delta b_1 \cdot c_{m1} = \left( 2r_0\pi - \frac{s_0s_0}{\sin \alpha_0} \right) \Delta b_0 \cdot c_{m0} \quad (443)$$

und

$$\frac{c_{m0}}{c_{u0}} = \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\left( 2r_1\pi - \frac{s_1s_1}{\sin \alpha_1} \right) \Delta b_1 \cdot c_{m1}}{\frac{c_{u1}r_1 + M_R}{r_0}}, \quad (444)$$

wobei in dem Korrekturglied  $\sin \alpha_0$  mit  $\sin \alpha_1$  füglich verwechselt werden darf.

Die Umrechnung von  $\alpha_1$  aus den Leitradwerten erfolgt genau umgekehrt.

Meist ist der Spalt so breit konstruiert, daß  $s_1 = 0$  wird. Vernachlässigt man dann noch  $M_R$ , so wird mit

$$\begin{aligned} \frac{c_{m1}}{c_{u1}} &= \operatorname{tg} \alpha_1 \quad \text{und} \quad \frac{u_1}{u_0} = \frac{r_1}{r_0} \\ \frac{c_{m0}}{c_{u0}} &= \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\frac{2r_1\pi \Delta b_1 \cdot c_{m1}}{\left( 2r_0\pi - \frac{s_0s_0}{\sin \alpha_0} \right) \Delta b_0}}{\frac{c_{u1}u_1}{u_0}} = \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{2\pi \Delta b_1 \cdot r_0}{\left( 2r_0\pi - \frac{s_0s_0}{\sin \alpha_0} \right) \Delta b_0} \\ \operatorname{tg} \alpha_0 &= \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{\Delta b_1}{\Delta b_0} \frac{1}{\left( 1 - \frac{s_0s_0}{2\pi r_0 \sin \alpha_0} \right)}. \end{aligned} \quad (445)$$





$c_o$  ergibt sich aus der Wassermenge als  $c_o = \frac{Q}{b_o(D_o \pi \sin \alpha_o - z_o s_o)}$ , bei Evolverten auch als  $c_o = \frac{Q}{z_o b_o \alpha_o}$ .

Ausrechnungen dieser Art sind in Abb. 475 und 476 für die Laufräder  $F_3$  und  $J$  ausgeführt, in denen auch die Eintrittsparabel für  $\varepsilon + z_o = \text{konstant}$ , sowie die Abhängigkeit des Wirkungsgrads  $\varepsilon$  von  $c_{m1}$  zu erkennen ist.

Man bemerkt daraus das für die Berechnung der Zentripetal-Vollturbinen wichtige Ergebnis, daß bei großen Beaufschlagungen die Eintrittsparabel mit dem wirklichen Weg der Dreiecksspitze befriedigend übereinstimmt.

Auffallend ist aber besonders, daß die  $c_o$  bei kleinsten Beaufschlagungen stark wachsen, während die  $c_i$  infolge der Abnahme des Wirkungsgrads bedeutend zurückgehen. Das ist wohl auf eine Diffusorwirkung infolge der gegenüber der Öffnung  $\alpha_o$  verhältnismäßig großen Schaufelstärken zurückzuführen, was sich auch bei meinen Untersuchungen der Drehschaufelmomente deutlich gezeigt hat<sup>1)</sup>.

## N. Funktion der Reibung in der Hauptgleichung.

Wir kommen nun zu einer der wichtigsten Aufgaben, zur experimentellen Bestimmung der in der Hauptgleichung auftretenden Funktion der Reibung bzw. des Wirkungsgrads, die nicht nur von den in der Hauptgleichung, sondern von den sämtlichen in der Turbine auftretenden Geschwindigkeiten, sowie von den Konstruktionsgrößen und Ausführungsarten der Turbine abhängt.

Bisher mußte der Wirkungsgrad für jeden zu betrachtenden Betriebszustand aus einer Bremsung bekannt oder wenigstens zu schätzen sein, und die Hauptgleichung bot dann lediglich die Möglichkeit, die gegenseitige Abhängigkeit der übrigen Größen in der Nähe dieses Betriebszustandes zu diskutieren. Ein Schluß auf entfernter liegende Betriebszustände war damit unmittelbar nicht gegeben.

Erst in dem Maße, als es gelingt, über die Reibungsfunktion Angaben zu machen, wird der Geltungsbereich der Hauptgleichung erschlossen.

Zahlreiche Nachrechnungen von Bremsergebnissen ausgeführter Turbinen haben zwar einige Klärung in diesen Gegenstand gebracht<sup>2)</sup>, aber auch gezeigt, wie außerordentlich spröde und unzugänglich er sich gegenüber einer analytischen Behandlung verhält.

Zur Einführung werden wir am besten tun, die einzelnen Reibungsverluste und die Größen, von denen sie abhängen, Schritt für Schritt auf dem Strömungsdurchgang des Wassers durch die Turbine zu studieren.

Dabei soll zur Vereinfachung unserer Aufgabe angenommen werden, was auch bei der Bremsung der untersuchten Turbinen zugetroffen hat, daß die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_e$  aus der offenen Turbinenkammer in das Leitrad und ebenso die Austrittsgeschwindigkeit  $c_a$  im Untergraben einschließlich der dabei auftretenden Reibungsverluste außer acht bleiben dürfen.

Dann kann die Gesamtreibung in vier wesentlich verschiedene Teile zerlegt werden.

<sup>1)</sup> Die Wasserdruckmomente der Drehschaufeln von Zentripetal-Francis-Turbinen. Z., 1911, S. 2007 ff.

<sup>2)</sup> Beiträge zur Berechnung der Zentripetal-(Francis)-Turbinen Z. 1911, S. 933 ff.

### 1. Reibungsverluste im Leitrad.

Mit Rücksicht auf die ausgesprochene Beschleunigung in den Kanälen gut konstruierter Drehschaufeln — denn auf solche sollen diese Untersuchungen vorläufig beschränkt bleiben — darf man wohl annehmen, daß besondere Wirbelverluste auch trotz der Schaufelkrümmung nicht auftreten, da die sogenannten Krümmerverluste ja im wesentlichen als Verzögerungsverluste anzusprechen sind (S. 113). Demnach wird man die betreffende Reibung  $\mathcal{A}R_o$  für ein kleines Längenelement  $\mathcal{A}l$  durch den Ausdruck

$$\mathcal{A}R_o = k \frac{\mathcal{A}l}{f} \frac{U}{2g} \cdot \frac{c^2}{g} \quad (446)$$

darstellen können.

Diese einzelnen  $\mathcal{A}R_o$  bezieht man dann zweckmäßig auf die Dimensionen des Endquerschnitts:  $U_o$ ,  $f_o$  und  $c_o$ , indem man schreibt:

$$\frac{U}{f} = m \frac{U_o}{f_o} \quad \text{und} \quad c = n \cdot c_o,$$

dann kann die Summe gesetzt werden:

$$R_o = k \Sigma (\mathcal{A}l_1 \cdot m_1 n_1^2 + \mathcal{A}l_2 m_2 n_2^2 + \dots) \frac{U_o}{f_o} \frac{c_o^2}{2g} = k_o l_o \frac{U_o}{f_o} \frac{c_o^2}{2g}, \quad (447)$$

wobei die neue Konstante

$$k_o = \frac{\Sigma (\mathcal{A}l_1 m_1 n_1^2 + \mathcal{A}l_2 m_2 n_2^2 + \dots)}{l_o} \quad (448)$$

für verschiedene Turbinen freilich nur dann genau gleich ausfällt, wenn die verschiedenen  $m$  und  $n$  dieselben sind, wie es z. B. bei ähnlichen Kanälen der Fall ist.

Auch sonst dürfte aber  $k_o$  in nicht zu weiten Grenzen variieren, da es unmittelbar auf den Endquerschnitt bezogen erscheint, der wegen der dort größten Wassergeschwindigkeit auf die Reibungsverluste den größten Einfluß hat, oder mathematisch gesprochen, weil die  $m$  und  $n$  kleiner als 1 sind und mit der Entfernung vom Endquerschnitt abnehmen.

### 2. Reibungsverluste im Spalt.

Die Reibungsverluste hängen im wesentlichen von der konstruktiven Entwicklung der Leitradenden ab. Das Wasser überschreitet den Durchmesser  $D_o$  (Abb. 2, Taf. 1) mit wechselnder Geschwindigkeit, sowohl wegen der zentrifugalen Wirkungen der Leitradkrümmung, als wegen des bremsenden Einflusses der Wandreibung. Bis sich dann die einzelnen Wasserbänder zu einem rundum gleichmäßigen Wasserwirbel vereinigt haben, entstehen Verluste, die noch besonders vermehrt werden, wenn infolge ungenügender Zuschärfung oder ungenügender Länge der Leitradenden eine Diffusorwirkung mit Verzögerung entsteht, wie sich das für kleine Leitradöffnungen bei Drehschaufelversuchen<sup>1)</sup> (Abb. 115) gezeigt hatte.

Wir können danach diese mit  $R_x$  bezeichneten Verluste zunächst proportional  $c_o^2$  setzen, wobei die besonderen Eigenschaften der Austrittsöffnung noch eine wesentliche Rolle spielen.

<sup>1)</sup> Die Wasserdruckmomente der Drehschaufeln von Zentripetal-(Francis)Turbinen. Z., 1911, S. 2007.

Diese Eigenschaften lassen sich mathematisch nicht leicht ausdrücken, man darf aber wohl sagen, daß sie mit kleinerer Öffnung, d. h. mit kleinerem hydraulischem Radius  $\frac{f}{U}$  ungünstiger werden, so daß man die Verluste in erster Annäherung auch proportional  $\frac{U}{f}$  setzen kann. Schließlich wird noch die Wegstrecke, auf der diese Verluste zur Wirkung kommen, von Einfluß sein. Nehmen wir an, daß sie sowohl dem Verlust  $R_i$  als auch der Leitschaufellänge  $l_o$  proportional sei, — wobei das letztere freilich nur bei gleichartigen Leitradkonstruktionen zutrifft — so lassen sich die Spaltverluste  $R_s$  mit den erstgenannten Leitradverlusten  $R_o$  vereinigen zu

$$R_d = k_d \cdot \frac{l_o}{f_o} \cdot \frac{U_o}{2g} \cdot \frac{c_o^2}{2g}, \quad (449)$$

womit nun die ganzen Verluste im Druckbereich (vgl. S. 246) gekennzeichnet sind.

### 3. Reibungsverluste im Laufrad.

Über diese Verluste herrschen noch heute die unklarsten und zum Teil unrichtigsten Vorstellungen, und zwar gilt dies in erster Linie für den Vorgang, den man als Eintrittsstoß zu bezeichnen pflegt und den man sich dann vorhanden denkt, wenn die Richtung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit  $w_i$  nicht mit der Schaufelrichtung zusammen fällt.

Daß man den hierdurch erwarteten sogenannten »Stoßverlust« gelegentlich vor den Punkt »1«, also vor den Beginn der Arbeitsabgabe des Wassers an das Laufrad legt, ist natürlich grundsätzlich verfehlt, da bei jedem Stoß auch Nutzarbeit geleistet wird und nach der Energiebilanz der Hauptgleichung die gesamte Arbeitsabgabe zwischen die Punkte 1 und 2 fallen soll (vgl. S. 235).

Aber auch der ganzen landläufigen Auffassung vom Eintrittsstoß bzw. vom »stoßfreien« oder »nicht stoßfreien« Eintritt, die noch immer nicht ausgerottet ist, möchte ich hier, wie schon vor 11 Jahren<sup>1)</sup>, mit aller Entschiedenheit entgegenreten, da sie weder aus der physikalischen Überlegung noch aus dem Experiment begründet werden kann und nur geeignet ist, die größte Verwirrung hervorzurufen<sup>2)</sup>.

Kurz habe ich die allgemeine Theorie des Wasserstoßes schon in der Hydrodynamik (S. 165 u. 171) gestreift. Hier, bei den gefüllten Kanälen einer Überdruckturbine kann von einem Wasserstoß am allerwenigsten die Rede sein. Denn wie soll man z. B. von einer »verlorenen Geschwindigkeitskomponente« sprechen<sup>3)</sup>, wo die Minimalgeschwindigkeiten durch die Querschnitte jederzeit erzwungen werden und Energieverluste sich nur im Druckverlust äußern können. Nur in dem einen Fall, wenn eine außerordentliche Druckverminderung eintritt, wie sie durch große Geschwindigkeiten, starke Krümmungen (S. 119) oder lange Saugrohre hervorgerufen werden, und infolgedessen Wasserdampf und Luft ausgefällt wird (S. 19), kann man sich so plötzliche Geschwindigkeitsänderungen einzelner Wasserteilchen vorstellen, daß für sie die »Stoßgesetze« Anwendung finden dürfen. Sonst bilden

<sup>1)</sup> Neue Diagramme zur Turbinentheorie. Dingler, 1902, S. 677.

<sup>2)</sup> Vgl. meine Besprechung von GRÜNBAUM-ZEUNER, Dingler, 1906, S. 640.

<sup>3)</sup> ZEUNER, Vorlesungen über Theorie der Turbinen 1899, S. 40.

die einzelnen Strömungslinien stets zusammenhängende Wasserfäden, deren gelegentlich scharfe Umbiegung aber besonders große oder stoßartige Reibungsverluste an sich nicht bedingt. Als Beweis hierfür verweise ich auf den Ausfluß aus Düsen (S. 127), wo trotz der raschen Umbiegung des zuströmenden Wassers der Ausflußkoeffizient  $\mu$  bis 0,99 beträgt, sowie auf die guten Wirkungsgrade selbst kleiner Peltonräder bei den höchsten Gefallen, in denen bei einer abgewinkelten Becherlänge von etwa 10 cm und einer Wassergeschwindigkeit von z. B. 125 m/sek bei rund 900 m Gefälle die Ablenkung des Wassers um fast  $180^\circ$  in  $\frac{1}{1250}$  Sekunde erfolgen muß.

Es ist also nicht die Richtungsänderung des Wassers, die besondere Verluste hervorruft, sondern die Geschwindigkeitsänderung und auch hier sehen wir schon an dem Ausfluß aus dünner Wand, daß die Geschwindigkeitsvermehrung und Kontraktion unbedenklich ist, daß die großen, dem Stoß zugeschriebenen Verluste vielmehr an den Stellen auftreten, wo die kontrahierende Trägheitswirkung nachläßt (Abb. 160 u. 163) und wo das durch die verengende Kontraktion beschleunigte Wasser eine Verzögerung erfahren muß, um den ursprünglichen Querschnitt in gleichmäßiger Geschwindigkeit zu durchfließen. Diese Verzögerung geschieht eben im allgemeinen nicht durch Umsetzung der Bewegungsenergie in Druckenergie, sondern das beschleunigte Wasserband schlängelt sich im erweiterten Querschnitt, ähnlich wie Würmer durcheinander kriechen (Abb. 151), so lange umher, bis ihm der größte Teil der durch die Beschleunigung mitgeteilten Energie durch die Reibung entzogen und in Wärme umgesetzt ist.

Durch Einbau einer Zwischenwand  $W$  nach Abb. 477, die den kontrahierten Teil des Wasserbandes nicht ändern, den nachfolgenden aber zu einer gleichmäßigen Verzögerung veranlassen würde, könnte dieser fälschlich genannte Stoßverlust zum größten Teil vermieden werden.

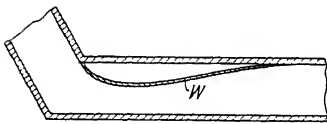


Abb. 477. Führungswand zur Verminderung des Umlenkungsverlustes.

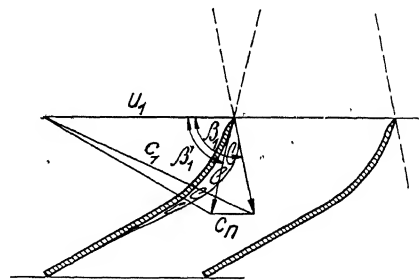


Abb. 478. Kontraktion am Laufradeintritt.

Kehren wir nun nach diesen grundsätzlichen Bemerkungen zur Betrachtung der Laufradreibung zurück, so finden wir hier nach Abb. 478 ganz ähnliche Zustände. Mit dem Unterschied der Winkel  $\beta_1$  und  $\beta_1'$  wird eine Kontraktion des eintretenden Wassers erzwungen, die zu Verzögerungsverlusten führen kann, die sich je nach der Größe dieses Unterschieds bis in den Austritt und darüber fortsetzen, und ich will gleich vorausbemerken, daß diese Anschauungsweise durch die Nachrechnung der Bremsversuche eine denkbar gute Bestätigung gefunden hat.

Freilich wurde ein praktisches Ergebnis gerade für diesen Teil der Verluste erst auf langwierigen Umwegen erzielt, und ich möchte mich deshalb vorläufig darauf beschränken, diese Verluste ganz allgemein als Funktion der Umlenkungskomponente  $c_n$  mit dem Ausdruck  $F(c_n)$  in die Rechnung einzusetzen. Für die Reibung



im glatt durchflossenen Laufrad ohne Berücksichtigung der zuletzt erörterten Verluste setzen wir dagegen analog der für das Leitrad gemachten Überlegungen den Ausdruck

$$k_r \cdot \frac{l_r U_2}{f_2} \frac{w_2^2}{2g},$$

so daß die gesamten Summen der Reibungsverluste im Laufrad als

$$R_r = F(c_n) + k_r \frac{l_r U_2}{f_2} \frac{w_2^2}{2g} \quad (450)$$

angeschrieben werden können.

Schließlich folgen dann

#### 4. Reibungsverluste im Saugbereich.

Hier nahm ich, wie auch WAGENBACH und PFARR es schon getan hatten, an, daß die Umfangskomponente  $c_{u_2}$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit völlig verloren sei. Dasselbe gilt auch für die senkrechte Austrittsgeschwindigkeit  $c_{m_4}$  aus dem Saugrohr, wenn die Unterwassergeschwindigkeit gleich Null gesetzt wird.

Beim Übergang von  $c_{m_2}$  auf  $c_{m_4}$  darf man wohl auch die Differenz  $c_{m_2}^2 - c_{m_3}^2$  verloren geben. Für den Übergang von  $c_{m_3}$  auf  $c_{m_4}$  sind im geraden Saugrohre die Formeln der gewöhnlichen Rohrreibung und der allmählichen Verzögerung anzuwenden, d. h.

$$-\frac{\lambda}{8 \sin \frac{\delta}{2}} \left( \frac{c_{m_3}^2}{2g} - \frac{c_{m_4}^2}{2g} \right) + \frac{(c_{m_3} - c_{m_4})^2}{2g} \sin \delta \quad (\text{vgl. Gl. 156}).$$

Somit ergibt sich

$$R_s = \frac{c_{u_2}^2}{2g} + \frac{c_{m_4}^2}{2g} + \frac{c_{m_2}^2 - c_{m_3}^2}{2g} + \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\delta}{2}} \left( \frac{c_{m_3}^2}{2g} - \frac{c_{m_4}^2}{2g} \right) + \frac{(c_{m_3} - c_{m_4})^2}{2g} \sin \delta \quad (451)$$

für gerade Saugrohrachse. Bei Krümmern ist noch ein dem Krümmerverlust entsprechender Zusatz beizufügen.

#### 5. Bestimmung der Verlustkoeffizienten.

Die Bestimmung der Verlustkoeffizienten geschieht nun experimentell aus der Überlegung, daß die Summe der hydraulischen Verluste  $R = R_d + R_r + R_s$  jeweils durch den hydraulischen Wirkungsgrad  $\varepsilon$  gegeben ist, indem  $R = (1 - \varepsilon)H$ .  $\varepsilon$  aber kann um einige vom Hundert höher angesetzt werden als der aus den Leistungsversuchen bestimmte effektive Wirkungsgrad  $e$ . Setzen wir für Schnellläufer, bei denen der Spaltverlust (vgl. S. 250 u. 542) sowie die Radseitenreibung (vgl. S. 250 u. 545) zurücktritt,  $\varepsilon = 1,015 \cdot e$ , so folgt somit

$$\frac{R}{H} = (1 - \varepsilon) = (1 - 1,015 e) = \frac{1}{H} (R_d + R_r + R_s) = q_d + q_r + q_s, \quad (452)$$

wonach

$$(1 - 1,015 \cdot e) = k_d \frac{l_o U_o}{f_o} \frac{c_o^2}{2gH} + \frac{F(c_n)}{H} + k_r \frac{l_r U_2}{f_2} \frac{w_2^2}{2gH} + \frac{1}{2gH} \left[ (c_{u_2}^2 + c_{m_4}^2) + (c_{m_2}^2 - c_{m_3}^2) + \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\delta}{2}} (c_{m_3}^2 - c_{m_4}^2) + (c_{m_3} - c_{m_4})^2 \sin \delta \right] \quad (453)$$

eine Gleichung, die auf so viele verschiedene Bremsergebnisse angewendet werden muß, als Unbekannte in ihr enthalten sind.

Dabei bereitete, wie oben angedeutet, der durch die Umlenkung des Wassers beim Laufradeintritt von  $\beta'_1$  auf  $\beta'_1$  hervorgerufene Verlust  $F(c_n)$ , den wir als »Umlenkungsverlust« bezeichnen wollen, besondere Schwierigkeiten.

Die verschiedensten Annahmen für diese Funktion führten in Rechnungen, die ich schon vor längeren Jahren anstellte und neuerdings wiederholte, stets zu unmöglichen Ergebnissen, großen Variationen und sogar negativen Werten der Reibungskoeffizienten.

Schließlich ergab sich der Grund hierfür in einer Unstetigkeit der Funktion  $F(c_n)$ , die auf Anraten meines Kollegen Prof. BURKHARDT durch probeweises Auftragen der Funktionen von  $k_d$  und  $k_r$  in Abhängigkeit von  $Q$  und den Vergleich ihrer Differenz von  $(1 - 1,015e) - q_d$  gefunden wurde.

Es zeigte sich dabei, daß  $F(c_n)$  in dem Teil der Turbinenbeaufschlagung, in dem  $c_n$  die Gesamtumlenkung des Wassers im Laufrad gegenüber der für normale Beaufschlagung verkleinert, annähernd gleich Null gesetzt werden kann, in dem Teil aber, wo  $c_n$  die Umlenkung vergrößert, proportional mit  $w_2^2$  und einer Potenz von  $c_n$  auftritt.

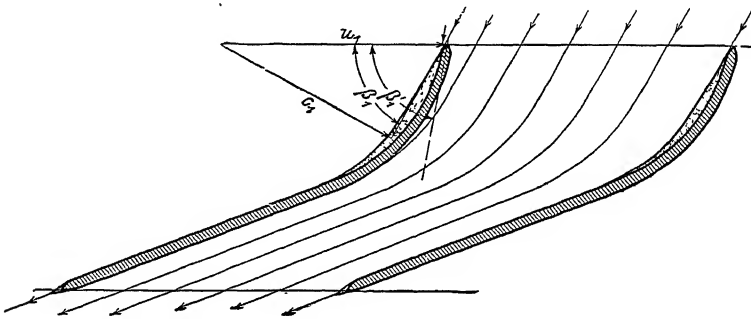


Abb. 479. Umlenkung bei zu hoher Drehzahl  $\beta_1 > \beta'_1$ . (Z. 1911, S. 1023.)

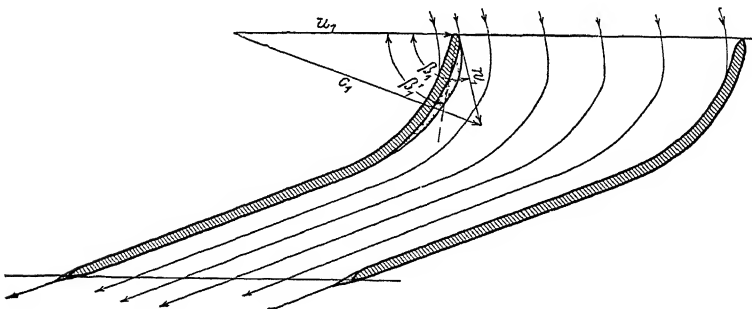


Abb. 480. Umlenkung bei zu niedriger Drehzahl  $\beta_1 < \beta'_1$ . (Z. 1911, S. 1023.)

Das war denn nachträglich aus den Abb. 479 und 480 auch unmittelbar einleuchtend. Man sieht, daß im ersten Fall (Abb. 479) zwar kleine Unregelmäßigkeiten am Eintritt entstehen, daß sie aber durch den im ganzen »glatteren« Durchfluß des Wassers wieder kompensiert werden dürften.

Umgekehrt werden sich in Abb. 480 die Störungen zu den durch die Umlenkung hervorgerufenen Verlusten addieren.

Dabei ist auch selbstverständlich, daß sich all diese Verluste der im Laufrad verarbeiteten Gesamtenergie, d. h. der Größe  $w_2^2$  proportional ergeben haben.

Das Ergebnis läßt sich sonach dahin zusammenfassen, daß ein Stoßverlust beim Laufradeintritt praktisch nicht stattfindet, daß es aber für die Reibungsverluste im Laufrad von hoher Bedeutung ist, wie ihm das Wasser zugeführt wird.

Eine ähnliche Bemerkung kann man beim Eichen von Ausflußdüsen machen, wo der Ausflußkoeffizient  $\mu$  sehr rasch abnimmt, wenn das Wasser mit einem Wirbel in die Düse eingetreten ist. Dann verliert der austretende Strahl seine, wie poliert, glatte Beschaffenheit und spritzt bei kräftigem Wirbel trichterförmig ab.

Sobald nun die Kenntnis von der Unstetigkeit der Funktion  $F(c_n)$  vorliegt, ist es nicht schwer, die betreffenden Verlustkoeffizienten aus den Bremsergebnissen zu berechnen.

Man zeichnet dazu das Austrittsdreieck für den Schwerpunkt der effektiven Austrittskante für verschiedene Beaufschlagungen auf (Abb. 48 I) und entnimmt daraus die  $c_{n2}$  und  $c_{m2}$ , während die übrigen für  $R_s$  maßgebenden Größen  $c_{m4}$ ,  $l_s$  und  $\delta$  aus den Saugrohrdimensionen folgen.

Aus den Austrittsdreiecken werden dann auf dem schon öfters ausgeführten Weg (S. 268 f.) unter Berücksichtigung der verschiedenen  $c_2$  und  $\varepsilon$  die Eintrittsdreiecke konstruiert, die ohne weiteres die  $c_x$ ,  $\alpha_x$ ,  $\beta_x$  und  $c_n$  erkennen lassen.

Die  $c_o$  folgen aus

$$c_o = \sqrt{c_{n0}^2 + c_{m0}^2},$$

wobei

$$c_{n0} = c_{n1} \frac{r_x}{r_o}$$

$$c_{m0} = \frac{Q}{b_o \left( D_o \pi - \frac{z_o s_o}{\sin \alpha_o} \right)}.$$

Man kennt somit alle für die Gleichung der Reibungsfunktion benötigten Geschwindigkeiten. Die Dimensionen von  $l_o U_o f_o$ ,  $l_x U_x f_x$  werden den Schaufelzeichnungen entnommen.

Für die weitere Bewertung hat man das Gebiet mit  $\beta_1 < \beta'_1$  von dem mit  $\beta_1 > \beta'_1$  zu unterscheiden. Für Schaufeln, die nicht abnorme Krümmung aufweisen, wird

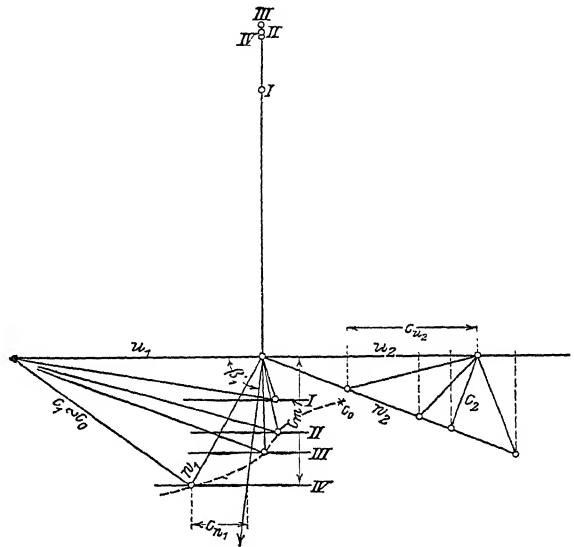


Abb. 48 I. Diagramm zur Verlustberechnung für Laufrad  $F_3$ .  
(Z. 1911, S. 1024.)



Solche Nachrechnungen sind unter andern mit den auf S. 361 erwähnten Laufrädern  $J$ ,  $F_3$ ,  $G_1$ ,  $Q$ , und  $X_2$  durchgeführt worden<sup>1)</sup>, wobei freilich statt der aus den Diagrammen berechneten  $c_0$  die aus den Leitraddöffnungen folgenden Werte  $\frac{Q}{z_0 f_0}$  eingesetzt worden waren, die zum Teil mit ersteren nicht genau übereinstimmen.

Für Laufrad  $F_3$  wurde z. B. gefunden  $k_d = 0,0072$ ,  $k_r = 0,0161$ ,  $k_n = 64$  und die umgekehrte Nachrechnung der Wirkungsgrade unter Benutzung des Diagramms Abb. 481 zeigt im Diagramm Abb. 482 die gute Übereinstimmung der berechneten Kurve der Wirkungsgrade mit der, die aus der Bremsung unmittelbar gefunden wurde. Im Diagramm sind die Teilverluste einzeln angegeben.

Die für die verschiedenen Turbinen gefundenen Koeffizienten  $k_d$ ,  $k_n$  und  $k_r$  stimmten verhältnismäßig gut unter sich überein. Daß aber auch Differenzen auftreten müssen, ist einleuchtend, wenn man bedenkt, wie verschieden die Form eines Leit- oder Laufradkanals bei gleicher Größe von  $\frac{lU}{f}$  sein kann, und daß die in der Gleichung eingeführten Größen nur in ganz roher Weise die Dimensionen der Turbine festlegen.

Es ist nur zu wünschen, daß auf Grund weiterer Versuche ein tieferes Eindringen in die Abhängigkeit zwischen den einzelnen Formen der Konstruktion und den zugehörigen Reibungsverlusten gewonnen wird.

Das betrifft auch besonders die von der Umlenkung abhängige Funktion von  $c_n$ , wobei an den Einfluß erinnert sei (S. 387), der durch die zentrifugale oder zentripetale Schaufelerstreckung auf die effektive Umlenkung ausgeübt wird, und der bei gemischten Turbinen für die verschiedenen Teilturbinen verschieden ausfällt.

Dazu kommt, daß Turbinen mit unsicherer Wasserführung, d. h. mit Kanälen, in denen Verzögerungen oder doch nur geringe Beschleunigungen des Wassers auftreten, erfahrungsgemäß selbst bei sehr ähnlicher Bauart oft große Unterschiede im Wirkungsgrad aufweisen. In solchen Fällen muß daher eine Vorausberechnung der Reibung unter allen Umständen unsicher bleiben.

Man wird daher gut tun, an solche auf Reibungsverlusten aufgebaute Rechnungen stets mit Vorsicht heranzutreten und auch bei Turbinen mit guter Wasserführung die betreffenden Koeffizienten hoch, etwa nicht unter  $k_d = 0,01$ ,  $k_r = 0,02$ ,  $k_n = 100$  zu wählen.

## O. Berechnung der Schluckfähigkeit.

Die Schluckfähigkeit einer Turbine wird durch das mit zunehmender Beaufschlagung stattfindende Anwachsen der Reibungsverluste begrenzt<sup>2)</sup>. So lange  $\varepsilon$  konstant angesetzt wurde, gab uns die Hauptgleichung hierüber keinerlei Auskunft, die Schluckfähigkeit war mathematisch unbegrenzt, mußte doch nur  $u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} = \text{konst.}$  erfüllt werden.

<sup>1)</sup> Beiträge zur Berechnung der Zentripetal- (Francis-) Turbinen, Z. 1911 S. 1022ff.

<sup>2)</sup> Vgl. dazu Hydraulik S. 95 und Teil IV, S. 256.

Das wird besonders klar, wenn man vorübergehend  $u_2 = u_1 = \text{konstant}$  setzt, wodurch die Hauptgleichung auf

$$c_{u1} - c_{u2} = K$$

reduziert wird.

Man hat dann bei gleichem Gefälle und bei gleichem Wirkungsgrad sowie bei gleicher Turbinenbreite zur Bestimmung der Geschwindigkeitsdreiecke für verschiedene Beaufschlagung nur jeweils die gleichen Differenzen  $c_{u1} - c_{u2}$  nach Abb. 483 zu konstruieren, wobei zur leichten Übersicht auch  $c_{m2} = c_{m1}$  gewählt wurde.

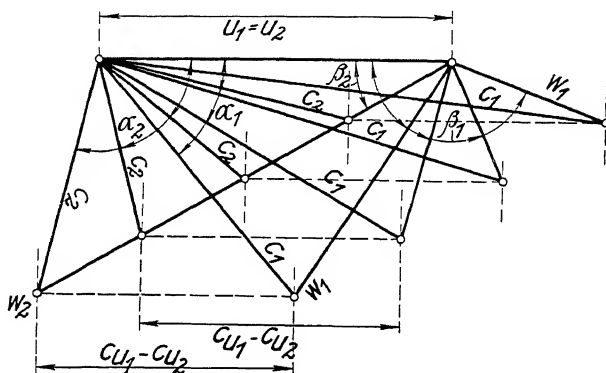


Abb. 483.

Nach Kenntnis der Reibungsfunktion dagegen sind wir in der Lage, die Zunahme der Reibung bzw. die Abnahme des Wirkungsgrads bei wachsender Beaufschlagung und damit auch den Punkt zu bestimmen, in dem das Maximum der abgegebenen Leistung und damit die praktisch größte Schluckfähigkeit  $Q_{\max}$  (S. 333) erreicht wird.

Ein recht einfaches Verfahren gründet sich dabei auf die Erfahrungstatsache, daß im Bereich der großen Beaufschlagungen, die hier allein in Frage kommen, die Abnahme des Wirkungsgrads annähernd in dem Maße erfolgt, daß  $\varepsilon + \alpha_2$  konstant bleibt. Ja man kann noch weiter aussprechen, daß  $\varepsilon + \alpha_2$  für gut gebaute Turbinen verschiedener spezifischer Drehzahlen annähernd konstant gesetzt werden kann, und zwar hat sich z. B. (vgl. S. 411)  $\varepsilon + \alpha_2$  ergeben

für lange Schaufeln bei

$n_s$	150	200	250
$\varepsilon + \alpha_2$	0,925	0,926	0,865

für halblange Schaufeln bei

$n_s$	50	75	100	150	200	250	300
$\varepsilon + \alpha_2$	0,70	0,805	0,87	0,925	0,930	0,930	0,940

für kurze Schaufeln bei

$n_s$	150	200	250	300	350
$\varepsilon + \alpha_2$	0,925	0,94	0,935	0,920	0,910.

Man wird sonach nur  $\varepsilon + \gamma_2$  nach dieser Erfahrung anzunehmen, dann die  $\gamma_2$  aus den  $c_2$  und  $w_2$  bzw. den Austrittsdreiecken für die verschiedenen Wassermengen

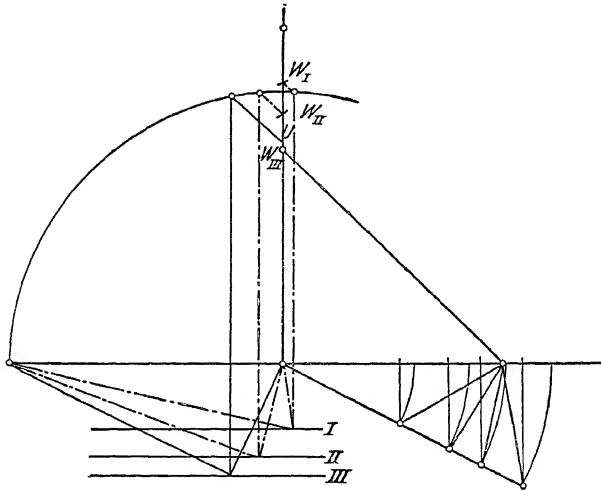


Abb. 484. (z. 1911, S. 1073.)

zu berechnen haben, um die jeweiligen  $\varepsilon = (\varepsilon + \gamma_2) - \gamma_2$  und die  $e \approx 0,985 \varepsilon$  und damit die effektiven Leistungen  $L_e = Q \cdot \gamma \cdot H \cdot e$  zu finden.

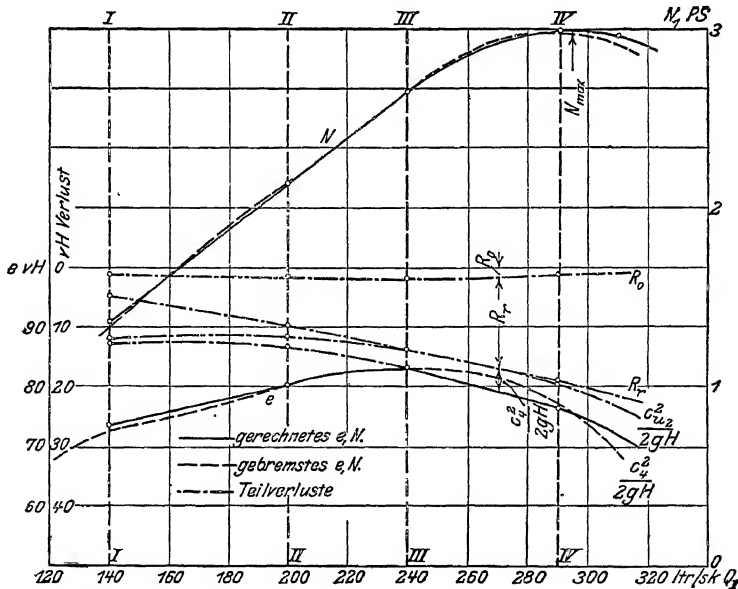


Abb. 485. Bestimmung der Leistungskurve für Laufrad Abb. 284. (Z. 1911, S. 1074.)

Eine graphische Auftragung der letzteren über  $Q$  zeigt dann unmittelbar  $L_{\max}$  bzw.  $Q_{\max}$  an.

Will man aber den oft recht verschiedenartigen Turbinenkonstruktionen wenigstens mit einiger Annäherung gerecht werden und gleichzeitig über den Verlauf

des Wirkungsgrads bei kleineren Beaufschlagungen einen Überblick gewinnen, so wird man die im vorigen Abschnitt entwickelte Reibungsfunktion zur Bestimmung der Größe, sowie der Änderung des Wirkungsgrads heranziehen.

Nach diesem Verfahren schätzt man zunächst einen vorläufigen Wirkungsgrad für den Zustand günstigster Beaufschlagung und zeichnet mit diesem dann das Diagramm für wechselnde Beaufschlagung, wobei es zur Bestimmung der verschiedenen Wassergeschwindigkeiten in dem in Frage kommenden Beaufschlagungsbereich genügt,  $\varepsilon + z_2$  bzw. Punkt  $U$  konstant zu setzen.

Daraus folgen die den verschiedenen Beaufschlagungen entsprechenden Wassergeschwindigkeiten und nach der Reibungsgleichung unter Schätzung von  $k_d$  und  $k_r$  die Wirkungsgrade. Ihre Multiplikation mit den Wassermengen ergibt die Leistungen, die nach Wassermengen geordnet aufgetragen unmittelbar die praktisch größte Wassermenge beim Maximum der Leistung erkennen lassen.

Will man die Wirkungsgrade und die Leistungskurve auch in dem Bereich der kleinen Beaufschlagungen verfolgen, so ist zur Berechnung von  $\varepsilon$  noch  $c_n$  mit Schätzung von  $k_n$  in der auf S. 373 angedeuteten Weise einzubeziehen.

Als Beispiel diene eine solche Nachrechnung für Laufrad Abb. 284. Abb. 484 zeigt das Diagramm für vier verschiedene Wassermengen. In Abb. 485 sind die berechneten Kurven des Wirkungsgrades ( $\varepsilon$ ) und der Leistung (statt  $L$  mit  $N$  bezeichnet) ausgezogen eingetragen, die mit den gebremsten (gestrichelt) recht gut übereinstimmen.

## P. Mechanische Leistungsverluste.

Bisher hatten wir uns vornehmlich mit dem hydraulischen Wirkungsgrad  $\varepsilon$  beschäftigt, und uns damit begnügt bei Angabe des effektiven Wirkungsgrades  $e$  die mechanischen Verluste schätzungsweise in Rechnung zu stellen.

Die letzteren werden durch den Spaltverlust, die Radseiten-, Lager- und Stopfbüchsenreibung gebildet, deren Leistungsbeträge wir mit  $L_v$ ,  $L_R$ ,  $L_l$  und  $L_s$  bezeichnen wollen und die mit Rücksicht auf ihre enge Beziehung zu den konstruktiven Einzelheiten der Turbine erst am Schluß des VI. Teiles (S. 542 ff.) näher betrachtet werden.

Hier sei nur darauf hingewiesen, wie sie den effektiven Wirkungsgrad  $e$  beeinflussen, der gleich ist dem Verhältnis der effektiven Leistung  $L_e$  zu der gebotenen gesamten Naturenergie  $L_g = Q_g \cdot H \cdot \gamma$  (vgl. S. 250) und sich mit der dem Laufrad gebotenen Leistung  $L$  und mit der hydraulischen Leistung  $L_\varepsilon$  berechnet als

$$e = \frac{L_e}{L_g} = \frac{L_e}{L_\varepsilon} \cdot \frac{L_\varepsilon}{L} \cdot \frac{L}{L_g} = \frac{L_\varepsilon - L_R - L_l - L_s}{L_\varepsilon} \cdot \varepsilon \cdot \frac{L_g - L_v}{L_g} \quad (456)$$

und mit

$$\frac{L_\varepsilon - L_R - L_l - L_s}{L_\varepsilon} = \eta_r \quad (457) \quad \frac{L_g - L_v}{L_g} = \frac{Q_g - Q_v}{Q_g} = \eta_v \quad (458) \quad \eta_r \cdot \eta_v = \eta \quad [317]$$

$$e = \eta_r \cdot \varepsilon \cdot \eta_v = \varepsilon \cdot \eta. \quad [316]$$

Man bemerkt dabei, wie von der hydraulischen Leistung die Reibungsverluste  $L_R$ ,  $L_l$  und  $L_s$  in Abzug kommen, während die dem Laufrad gebotene Leistung  $L$  um den Spaltverlust  $L_v$  kleiner ist als die gesamte dargebotene Naturenergie  $L_g$ .



## Sechster Teil.

# Konstruktionslehre der Zentripetal-Vollturbinen (Francis-Turbinen).

---

### A. Übersicht über die Aufgaben der Konstruktion.

#### I. Gegebene Grundlagen mit vorläufiger Wahl der Maschinengattung.

Das Ziel der Turbinenkonstruktion ist die wirtschaftlich vorteilhafteste Umwandlung der in einer gegebenen Wasserkraft vorhandenen Naturenergie in die mechanische Energie der sich drehenden Turbinenwelle.

Um diese Aufgabe zu lösen, muß man in erster Linie die gegebene Naturenergie genau studieren, die sich aus Wassermenge und Gefälle berechnet, und deren von den Witterungseinflüssen bedingte Eigenarten und Veränderlichkeiten die verschiedensten Anforderungen an den Konstrukteur stellen.

Auf der andern Seite stehen die Ansprüche, die sich aus der Verwertungsart der gewonnenen Energie für die Eigenschaften der sich drehenden Turbinenwelle ergeben.

Neben der allgemeinen Betriebssicherheit, die in erster Linie verlangt werden muß, und neben einem guten Wirkungsgrad der Anlage ist häufig die absolute Höhe der Drehzahl wenigstens annähernd vorgeschrieben und muß in dem gewählten Betrag auch unter den verschiedensten Betriebsbedingungen, sei es vom Maschinenwärter, sei es durch automatische Regulierung innerhalb vorgeschriebener kleiner Grenzen aufrecht erhalten werden. Selbst bei den raschesten und größten Belastungsänderungen dürfen die vorübergehenden Geschwindigkeitsschwankungen empfindlicher Arbeitsmaschinen nur kleine Bruchteile der Normalgeschwindigkeit betragen.

Dem, was die Natur bietet, und dem, was die Industrie verlangt, steht nun als Bindeglied und als dritte, ausgleichende Größe das gegenüber, was mit den Wasserkraftmaschinen und insbesondere was mit den modernen Turbinen und ihren Regulierungen erreicht werden kann, und man muß die Eigenschaften dieser wenigstens in den Hauptzügen kennen, wenn man darauf rechnen will, ohne allzugroße Umwege eine für bestimmt gegebene Fälle brauchbare Wasserkraftmaschine zu konstruieren.

Diese drei Punkte möchte ich als die gegebenen Grundlagen der Konstruktion bezeichnen.

Der erste von ihnen, der die Naturenergie betrifft, verlangt die Festlegung der für eine bestimmte Wasserkraftanlage auszubauenden Wassermenge und Gefällsstufe. Er ist Sache einer längeren wirtschaftlichen Überlegung, die ich nicht hier, sondern in meinen Vorlesungen über Wasserkraftanlagen behandle. Die eigentliche Aufgabe des Konstrukteurs beginnt erst, wenn die zu verarbeitende Wassermenge und das vorhandene Gefälle mit den auftretenden Schwankungen und sonstigen Eigenarten vorliegen.

Dann ist der erste Schritt die Wahl der Maschinengattung.

Bei kleinen Betrieben, etwa unter 20 PS., bei schlechter Wartung, wird man da, wo das Wasser viele Fremdkörper mit sich führt, für Gefälle bis 8—12 m auch heute noch Wasserräder empfehlen, besonders wenn das Holz billig ist, Transport- und Montagekosten aber teuer werden.

In allen andern Fällen ist die Aufstellung von Turbinen vorzusehen, über deren Wahl die spezifische Drehzahl (vgl. S. 296) den ersten Überblick gewährt.

Zunächst wird man mit Rücksicht auf die Betriebssicherheit und auf die kleinsten Dauerbelastungen die Mindestzahl der Einzelmaschinen des neuen Kraftwerks vorläufig annehmen. Wird ein Werk von z. B. 10000 PS. voraussichtlich häufig nur dauernd 2000 PS. abgeben, was sowohl in dem Wechsel des Kraftbedarfs als

auch in dem der gebotenen Wassermenge begründet sein kann, so ist es zweckmäßig, nicht eine einzige Maschine auszuführen und mit  $\frac{1}{5}$  Belastung laufen zu lassen, sondern man wird etwa 3 Maschinen aufstellen, von denen in der fraglichen Zeit nur eine und zwar mit  $\frac{3}{5}$  Belastung arbeitet, wodurch der Wirkungsgrad ganz erheblich verbessert (vgl. Abb. 486, der Wirkungsgrad ist hier mit  $\eta$

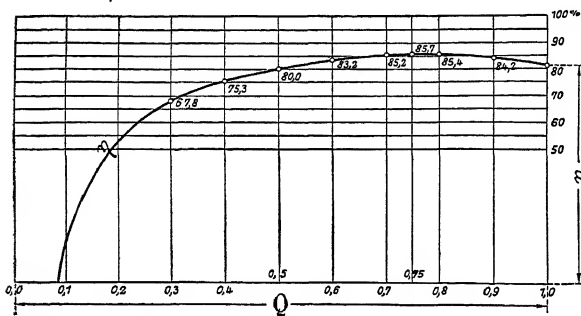


Abb. 486. Wirkungsgradkurve einer Zentripetal-Vollturbine mit  $n_s = 210$ . (VORTH.)

statt mit  $\epsilon$  bezeichnet) und an Betriebskosten (Schmiermitteln) gespart wird. Zwar sind, wie wir (S. 303) gesehen haben, große Maschinen an und für sich besser als kleine; doch werden solche Unterschiede durch günstigere Beaufschlagungen reichlich aufgehoben. Dazu können bei kleinen Belastungen des Werkes die ruhenden Maschinen ohne weiteres als Reservemaschinen angesehen werden.

Für diesen vorläufigen Maschinensatz ergibt sich nun etwa bei elektrischem Betrieb die der erwünschten Stromart entsprechende günstigste Drehzahl des Generators. Mit dem vorhandenen Gefälle berechnet sich daraus die spezifische Drehzahl für eine Turbine  $n_{st}$

$$n_{st} = \frac{n\sqrt{N}}{H\sqrt{H}} \quad [383]$$

Beachtet man, wie schon früher eingehend ausgeführt, daß die spezifischen Drehzahlen für einen Leitapparat  $n_s$  der Tangential-Teilturbinen zwischen 10 und 30, die der Zentripetal-Vollturbinen zwischen 50 und 350 liegen, wobei mittlere Werte

jeweils zu bevorzugen sind, so zeigt sich unmittelbar, welche Turbinengattung in Frage kommt und wieviele Leitapparate unter Umständen benötigt werden.

Überschreitet die rechnungsmaßige spezifische Drehzahl  $n_{st}$  die genannten Grenzen oder kommt sie ihnen mit Rücksicht auf die insbesondere bei wechselnder Belastung vorgeschriebene Höhe der Wirkungsgrade zu nahe, so wendet man Parallel- oder Hintereinanderschaltung der Wassermenge an.

Im ersten Fall steigt bei  $z$  Leitapparaten die spezifische Drehzahl der Turbine  $n_{st}$ , wie wir S. 296 gesehen haben, auf

$$n_{st} = n_s \sqrt[z]{z}. \quad [384]$$

Im zweiten Fall sinkt sie bei Anwendung von  $z$  gleichen Gefallsstufen auf

$$n_{st} = \frac{n_s}{\sqrt[z]{z}}, \quad [386]$$

wenn jede Stufe eine einzelne Maschine antreibt, dagegen nur auf

$$n_{st} = n_s \frac{\sqrt[z]{z_0}}{\sqrt[z]{z}}, \quad (459)$$

wenn  $z_0$  dieser Einzelmaschinen zu einer Turbine vereinigt werden (Abb. 7, Taf. 35). Meist ist  $z_0 = z$ , wonach

$$n_{st} = \frac{n_s}{\sqrt[z]{z^3}}. \quad [387]$$

Praktisch geht man mit  $z$  bei Tangential-Teilturbinen nicht über sechs (zwei Räder mit je drei Düsen) bei Zentripetal-Vollturbinen nicht über vier (vier Räder auf einer Welle, Abb. 15, S. 22). Was  $z$  anbetrifft, so sind meines Wissens bisher nicht mehr als zwei Stufen ( $z = z = z_0$ ) für eine Zentripetal-Vollturbine zur Ausführung gekommen<sup>1)</sup>.

Kommt man auf diesem Wege noch nicht zu befriedigendem Ergebnis, so wird man die Größe der Einzelmaschinen und die der Generator-Drehzahlen erneut in Erwägung ziehen, vielleicht sich auch zum Einbau einer Transmission entschließen.

Ist für die Anlage nicht nur ein Wechsel in der Wassermenge, sondern auch ein solcher des Gefalles in wesentlichem Betrag zu erwarten, so beachte man, daß die größte spezifische Drehzahl dann auftritt, wenn die größte Wassermenge mit dem kleinsten Gefälle zusammenfällt.

Das entspricht auch zumeist der Wirklichkeit, da das Hochwasser in der Regel durch Heben des Unterwasserspiegels das Gefälle vermindert.

Freilich hilft man sich auch hier in neuester Zeit mit gutem Erfolg durch Ejektoren, die S. 493 besprochen sind.

Betrachten wir danach obiges Beispiel weiter, so würde sich, wenn bei der Gesamtbelastung 6 m Gefälle anzunehmen sind, für eine erwünschte Drehzahl der Generatoren von 120 Umdrehungen in der Minute, die spezifische Drehzahl der Einzelmaschine bei drei Aggregaten zu

$$n_{st} = \frac{120 \sqrt{\frac{10000}{3}}}{6 \sqrt[4]{6}} = \frac{120 \cdot 57,7}{6 \cdot 1,564} = 738$$

ergeben.

<sup>1)</sup> Schw. Bztg. 1907, 2, S. 131, 147

Man erkennt, daß hier auf alle Fälle rasch laufende Zentripetalturbinen in Frage kommen, daß aber selbst vier Laufräder auf einer Welle nicht genügen, da sie die spezifische Drehzahl pro Leitapparat  $n_s$  nur auf die Hälfte ( $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ) d. h. auf 369 herunterdrücken, was noch zu hoch erscheint.

Mit Rücksicht auf die großen Kräfte werde vom Einbau einer Transmission abgesehen. Dagegen möge im Einvernehmen mit der elektrischen Firma eine Erniedrigung der Generatorzahl auf 110 Umdrehungen in der Minute ins Auge gefaßt werden.

Damit wird aber  $n_s$  immer noch 676, oder für ein Laufrad der Vierfach-Turbine 338, ein Wert, der zwar möglich, aber mit Rücksicht auf günstige Wirkungsgrade nicht gerade erwünscht ist.

Man entschließt sich deshalb, die Zahl der Einzelmaschinen von drei auf vier zu erhöhen. Wird dann jede Maschine mit vier Laufrädern ausgeführt, so ergibt sich auch mit der ersten Drehzahl von 120 die spezifische Drehzahl eines Rades zu

$$n_s = \frac{120 \sqrt{\frac{10000}{16}}}{6 \sqrt[4]{6}} = \frac{120 \cdot 25}{6 \cdot 1,564} = 320.$$

Das ist ein Betrag, der noch gute Wirkungsgrade erwarten läßt und außerdem wird jetzt bei vier Einzelmaschinen die dauernde Kleinstbelastung von 2000 PS. bei  $\frac{1}{5}$  Beaufschlagung einer Maschine eintreten, wobei die Schnellläufer die besten Wirkungsgrade zu haben pflegen.

Noch günstiger wäre freilich  $n = 110$ , was auf  $n_s = 293$  führt. Da wäre nur zu überlegen, ob die weitere Verbesserung der Wirkungsgrade die notwendige Vergrößerung der Generatorkosten rechtfertigt.

Damit wäre für dieses Beispiel der erste Teil der Voruntersuchung abgeschlossen, nach der sich der Konstrukteur vor die Aufgabe gestellt sieht, vier Vierfach-Zentripetalturbinen zu bauen, deren einzelnes Laufrad unter Annahme von 75 % Wirkungsgrad bei 6 m Gefälle und 120 bzw. 110 Umdrehungen  $\frac{10000}{16 \cdot 60} = 10,4$  cbm/sek verarbeitet.

Eine noch weitergehende Untersuchung über die günstigste Zahl und Gattung der Maschinen ist aber dann notwendig, wenn Wassermenge und Gefälle sich in weiten Grenzen ändern, wenn sehr wechselnde Belastungen auftreten und wenn es sich um eine Anlage mit Stauwerk oder Kraftakkumulierung handelt, wodurch in gewissen Grenzen jeder cbm Wasser nützlich verwendet werden kann.

Zur Durchführung einer genauen Wirtschaftsbilanz müssen dann die Schwankungen der Naturenergie, sowie die des Kraftbedarfs wenigstens schätzungsweise über ein Durchschnittsjahr, sowie von den in Frage kommenden Turbinen die Änderungen des Wirkungsgrades mit Gefälle und Beaufschlagung gegeben sein. Man wird dann am besten tun, für einige angenommene Gattungen, Größen und Aufstellungsarten der Turbinen das wirtschaftliche Jahreserträgnis zu berechnen und aus einer graphischen Auftragung desselben die Turbinenanordnung zu bestimmen, für die sein Maximum erwartet werden darf.

Auch diese Untersuchungen, die im allgemeinen längere wirtschaftliche Betrachtungen einschließen, behandle ich in den Vorlesungen über Wasserkraftanlagen.

Die wirkliche Durchführung der Konstruktion und der Einbau der Turbinen im Maschinenhaus kann dann schließlich eine nochmalige, meist aber nur geringfügige Änderung der Ergebnisse der Voruntersuchung herbeiführen.

## II. Vorbedingungen guten Wirkungsgrades.

### 1. Übersicht an Hand der Reibungsgleichung.

Aus den in den vorigen Abschnitten erläuterten Grundlagen hatte sich die Wahl der Turbinengattung ergeben. Es ist nun Sache des Konstrukteurs, ihre Dimensionierung so vorzunehmen, daß die gewünschten Kraftwirkungen erzielt werden. Zu dem Zweck muß die Hauptgleichung, die wir uns hierfür mit dem Wassergewicht  $Q \cdot \gamma$  geschrieben denken:

$$Q \cdot \gamma \cdot H \cdot \varepsilon = (c_1^2 - w_1^2 + u_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - u_2^2) \frac{Q \cdot \gamma}{2g}, \quad [\text{vgl. Gl. 326}]$$

dadurch gewissermaßen in die Wirklichkeit übersetzt d. h. realisiert werden, daß Gefäße bzw. Kanalformen ausgeführt werden, die beim gegebenen Gefälle von der verlangten Wassermenge in den gewünschten Richtungen und Geschwindigkeiten durchflossen werden.

Die hier vorliegende Aufgabe ist somit eine erweiterte Umkehrung derjenigen, die wir in der Hydrodynamik und bei Ableitung der Hauptgleichung kennen gelernt haben, und die darin bestand, die Verteilung und die Mittelwerte der in einer gegebenen Wasserströmung auftretenden Geschwindigkeiten zu berechnen.

Die hier auftretenden Schwierigkeiten sind grundsätzlich dieselben, die wir dort antrafen. In Wirklichkeit sind sie aber außerordentlich verschieden je nach der Art der zu bauenden Turbine und können durch geschickte Wahl der Konstruktionsgrößen wohl hier und da vermindert werden. Es sei aber ausdrücklich hervorgehoben, daß die Schwierigkeit der Berechnungsmöglichkeit nie dazu führen darf, eine Konstruktion abzulehnen, und daß die Geschichte des älteren und neueren Turbinenbaues reich ist an Fehlschlägen, die dadurch hervorgerufen wurden, daß die elegante, bequeme und sichere Rechnung höher bewertet wurde als die Vorbedingungen guten Wirkungsgrades.

In der Anwendung dieser letzteren aber liegt die Erweiterung der Aufgabe des Konstrukteurs gegenüber der des Experimentators. Sie mögen im folgenden kurz zusammengefaßt werden.

Dabei gilt für diese Erwägung in hohem Maße das, was ich in der Einleitung über die Behandlung naturwissenschaftlicher Fragen und ihre Einkleidung in mathematische Gesetze gesagt habe.

Auch hier wird es nicht möglich sein, das fragliche Naturereignis völlig zu übersehen. Wir sind gezwungen, Teilbetrachtungen an herausgegriffenen Bezirken vorzunehmen und gelegentlich auch mit Annäherungen zu arbeiten, deren Genauigkeitsgrad ein sorgsames Abwägen von Fall zu Fall erfordert.

Diese wichtigen Untersuchungen sind in der Aufgabe begründet, die Reibungsverluste zu einem Kleinstwert zu machen<sup>1)</sup>. Daraus folgt, daß hierbei diejenigen Rechnungsunterlagen versagen, die auf der reibungsfreien Flüssigkeit aufgebaut sind.

Die Wirkungsgradkurven einerseits und die Betrachtungen über die Ver-

<sup>1)</sup> wobei neben den hydraulischen auch die mechanischen Verluste (S. 376) zu berücksichtigen sind.

teilung der Wassermenge bei wechselnder Beaufschlagung andererseits haben uns im fünften Teil gezeigt, daß nur für eine bestimmte Wassermenge der günstigste Betriebszustand zu erwarten ist, daß in der Nähe davon zunächst noch geordnete Strömungen herrschen, bis sich bei einer gewissen Beaufschlagung turbulente Zustände einstellen, die man, wenn irgend möglich, vermeiden sollte.

Wir wollen nun im folgenden eine allgemeine Betrachtung über die Reibungsverluste bei geordneter Strömung und die Grundlagen des günstigsten Betriebszustandes aufstellen, anschließend dann die Änderungen der Verluste im geordneten Betrieb und schließlich die Grenzen derselben bzw. den Beginn des turbulenten Zustandes betrachten und den Einfluß verschiedener Konstruktionsannahmen auf diese Betrachtungen studieren.

Im Abschnitt *N* des fünften Teils hatten wir auf S. 369 die Summen der Reibung in die folgende Abhängigkeit von den Wassergeschwindigkeiten und den Dimensionen der Turbine gebracht:  $R = R_d + R_r + R_s$  oder (vgl. Gl. 453)

$$\varrho = \frac{R}{H} = \varrho_d + \varrho_r + \varrho_s = \left( k_d l_o \frac{U_o}{f_o} \frac{c_o^2}{2gH} \right) + \left( k_n \frac{c_n^2}{2gH} + k_r \frac{l_r U_r^2}{f_r} \right) \frac{v_2^2}{2gH} + \\ + \left( \frac{c_{n2}^2}{2gH} + \frac{c_{m4}^2}{2gH} + \frac{c_{m2}^2 - c_{m3}^2}{2gH} + \frac{\lambda}{8 \sin^2 \delta_3} \left( \frac{c_{m3}^2}{2gH} - \frac{c_{m4}^2}{2gH} \right) + \left( \frac{c_{m3} - c_{m4}}{2gH} \right)^2 \cdot \sin \delta_3 \right) \cdot$$

Man könnte nun daran denken, für diesen Ausdruck das mathematische Minimum zu suchen und müßte zu dem Zweck die Abhängigkeit der auftretenden Geschwindigkeiten und Konstruktionsgrößen in die Gleichung einführen und nach den übrig bleibenden unabhängigen Veränderlichen partiell differenzieren. Der Umfang der Aufgabe wächst dabei aber so maßlos, daß eine allgemeine und eindeutige Lösung als ausgeschlossen gelten muß, um so mehr, als sie auch mit Rücksicht auf die nur rohe Annäherung der Reibungsgleichung die aufgewendete Zeit nicht rechtfertigen würde.

Weniger schwierig läßt sich der Fall an, wenn wir die Lösung schrittweise für die einzelnen Reibungsabschnitte versuchen und nur gelegentlich auch deren gegenseitige Abhängigkeit prüfen.

Wir können zwar nicht rechnen, auf diesem Wege das absolute Minimum für  $\varrho$  zu erhalten. Immerhin dürfen wir aber annehmen, auch durch ein solches schrittweises Vorgehen dem erwünschten Endziel besten Wirkungsgrades wenigstens verhältnismäßig nahe zu kommen.

Betrachten wir danach einmal die verschiedenen Summanden unserer Gleichung, so sehen wir, daß die ersten je einen Kleinstwert annehmen, wenn die Ausdrücke  $\frac{l \cdot U}{f}$ , die ich Kanalkonstante  $K_k$  genannt habe, sowie die Wassergeschwindigkeiten möglichst klein werden und wenn die Umlenkungskomponente (für  $c_n > 0$  [vgl. S. 368]) verschwindet.  $k_d$ ,  $k_r$  und  $k_n$ , die offenbar von der Krümmung des Kanals und der Rauheit seiner Wände abhängen, sollen gleichfalls klein gemacht werden.

Für das dritte Glied  $\varrho_s$  sind kleines  $c_{n2}$ , d. h. Annäherung an den senkrechten Austritt, großer Saugrohrquerschnitt  $F_4$  ( $c_{m4}$  klein), gute Zuschärfung der Schaufelenden mit zwanglosem Übergang von  $c_{m2}$  auf  $c_{m3}$  und langsame Erweiterung des Saugrohrs ( $\delta_3$  klein) erwünscht.

Im einzelnen läßt sich dazu noch das Folgende sagen:

## 2. Beschaffenheit der Kanäle.

### a) Die Kanaldimensionen und die Kanalkonstante.

Man wird die Kanal- bzw. Schaufellänge  $l$  jeweils so kurz wie möglich machen. Die Umlenkung des Wassers verlangt aber eine gewisse Schaufelerstreckung, für die die Untersuchungen über Verluste in Rohrkrümmern einen gewissen Anhalt bieten. Wir haben auf S. 107 und 121 gesehen, daß die Reibungsverluste in geometrisch ähnlichen Gefäßen gleich ausfallen und wir dürfen daher sagen, daß wenn wir in der Wahl von  $l$  nicht durch äußere Umstände beschränkt sind,  $l$  ein Vielfaches der Mündungsweite  $a$  sein soll.

Das trifft für die Leitradschau-  
eln (Abb. 487) zu, für die wir etwa

$$l_0 = n \cdot a_0$$

setzen wollen<sup>1)</sup>. Dann folgt mit  $U = 2(a_0 + B)$  und  $f = a_0 \cdot B$ , die Kanalkonstante  $K_k = \frac{lU}{F}$  zu

$$\frac{n \cdot a_0 \cdot 2(a_0 + B)}{a_0 \cdot B} = 2n \cdot \frac{a_0 + B}{B} = K_k, \quad (460)$$

die bei gegebener Turbinenbreite offenbar um so kleiner wird, je kleiner  $a_0$  ist, d. h. je mehr Schaufeln wir ausführen. Dabei finden wir praktische Schranken natürlich in Festigkeitsrücksichten für Schaufeln und Drehbolzen bzw. in der Schlankheit der Kanalformen.

Liegen im Laufrad die Verhältnisse ebenso, daß  $n$  konstant angesehen werden kann, so erhält man das gleiche Resultat. Meistens ist hier aber zur Entwicklung eines bestimmten Austrittsprofils  $l$  vorgeschrieben.

Dann wird

$$K_k = \frac{l_r \cdot 2(a_2 + b_2)}{a_2 \cdot b_2} = \frac{2l_r}{b_2} + \frac{2l_r}{a_2} \quad (461)$$

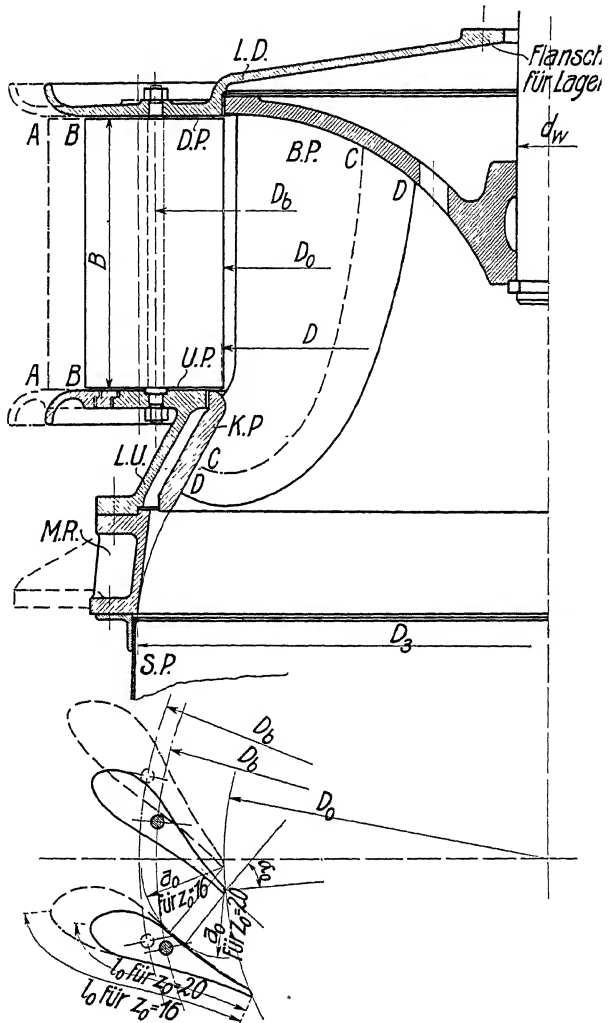


Abb. 487. Leit- und Laufräder verschiedener Schaufellänge.

<sup>1)</sup> Die Verhältniszahl  $n$  hängt wesentlich von der Kanalkrümmung ab. Für volle Öffnung der Drehschaukel findet man bei offenen Turbinen etwa  $n = 2,5$  bis 4, bei Spiralturbinen  $n = 3$  bis 5.

und offenbar um so kleiner, je größer  $\alpha_2$ , bzw. je kleiner die Schaufelzahl gemacht werden kann.

Beide Überlegungen werden durch die Praxis bestätigt. Die erste in den großen Leitschaufelzahlen der Herkulesturbine (Abb. 424, S. 312), die zweite in den kleinen Schaufelzahlen  $z_2 = 10$  der mit langen Schaufeln ausgerüsteten Laufräder (vgl. Abb. 290, S. 198).

Zwischen Leit- und Laufrad besteht für diese Untersuchungen nach Abb. 487 noch der Unterschied, daß bei ersterem für geringere Schaufellänge die Leitradwand  $\overline{AB}$  wirklich wegfällt, während beim Laufrad das Stück  $\overline{CD}$  zur Überführung in das Saugrohr auf alle Fälle nötig ist. Das letztere spielt aber, wenn es zum feststehenden Gehäuse gehört, wenigstens bei günstigen Beaufschlagungen mit kleiner absoluter Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  gegenüber der Laufradreibung mit großem  $w_2$  nur eine geringe Rolle. Wichtiger ist die Forderung, die Schaufel bis  $D$  zu erstrecken, um die Wasserverzögerung von  $C$  nach  $D$  zu vermeiden, wodurch eben die Länge  $l_r$  als vorgegeben angesehen werden muß.

### b) Die Rauheit.

Dieser Punkt ist bei kleiner Kanalkonstante von entscheidendem Einfluß auf die Größe der Reibung. Es ist selbstverständlich, daß man die Rauheit der Wände möglichst klein machen und z. B. das glatte Schmiedeeisen dem rauheren Gußeisen vorziehen wird. Soweit wie bei Zentrifugalpumpen ist man hier meines Wissens freilich nicht gegangen, wo man kleine Laufräder zweiteilig hergestellt hat, um die Innenflächen polieren zu können. Was aber eine peinlich saubere Ausführung verbessern kann, zeigt theoretisch die Änderung des Wirkungsgrades bei Einsetzen verschiedener Rauheitszahlen in die auf die Bielsche Gleichung aufgebaute Untersuchung von S. 303.

Setzen wir dort etwa  $\xi$  einmal  $= 0,0064$  (glattes Kupferrohr), dann  $= 0,018$  (verzinktes Eisenrohr), so erhalten wir mit dem hydraulischen Einheitsradius

$$\frac{F}{UD} = 0,03, \text{ bei } \varepsilon = 0,8 \text{ und } D = 0,4$$

$$e' = 1 - (1 - 0,8) \frac{0,12 + \frac{0,0064}{\sqrt{0,03 \cdot 0,4}}}{0,12 + \frac{0,018}{\sqrt{0,03 \cdot 0,4}}} = 0,875,$$

also die ganz gewaltige Verbesserung von 7,5%, die um so wirksamer ist, je kleiner die Turbine ist. Für  $D = 0,8$  erhalten wir noch  $e' = 0,863$ , für  $D = 2$  m nur noch  $e' = 0,849$ , somit einen Zuwachs von 6,3% bzw. von 4,9%.

Man wird sonach einer glatten Oberflächenbeschaffenheit der Kanäle und ihrer Erhaltung während des Betriebs die allergrößte Sorgfalt zuwenden müssen und das um so mehr, je kleiner die Turbinengröße ist; andererseits aber auch darüber wachen, daß nicht Reklameversuche mit künstlich geglätteten Ausführungen gemacht werden, die an den Betriebsmaschinen nicht wiederholt werden können oder sollen<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die für Zentrifugalturbinen abnorm hohen Wirkungsgrade von 88% der Boyden-Turbine (Francis, Lowell-Hydraulics S. 3) sind sicherlich eine Folge der dort erwähnten ungewöhnlich exakten Aus-



Um so wichtiger wird die Rauheit aber auch, je größere Durchflußgeschwindigkeiten  $w_z$  auftreten, d. h. bei Zentrifugalturbinen und -pumpen mehr als bei Zentripetalturbinen.

Um ein Bild der unter a und b genannten Verluste zu geben, sei angeführt, daß die Kanalkonstante für das Leitrad  $K_{k_0}$  bei voller Öffnung etwa 6,5 bis 30 beträgt und beim Schließen der Turbine bis  $\infty$  wächst.

Die Kanalkonstante für das Laufrad  $K_{k_r}$  bleibt infolge der ungeänderten Laufkanäle bei allen Beaufschlagungen konstant und wechselt je nach der Schaufelkonstruktion zwischen 10 und 24 für lange oder kurze Schaufeln (vgl. hydraulischer Einheitsradius S. 301).

Rechnen wir mit konstanten Verlustkoeffizienten  $k_d = 0,01$ ,  $k_r = 0,02$  (vgl. S. 373) und setzen die Geschwindigkeitshöhen für

$$\begin{array}{ll} \text{Langsamläufer} & \frac{c_o^2}{2gH} = 0,23 \div 0,48, \quad \frac{w_z^2}{2gH} = 0,12 \div 0,50, \\ \text{Normalläufer} & \frac{c_o^2}{2gH} = 0,34 \div 0,44, \quad \frac{w_z^2}{2gH} = 0,27 \div 0,59, \\ \text{Schnelläufer} & \frac{c_o^2}{2gH} = 0,24 \div 0,35, \quad \frac{w_z^2}{2gH} = 0,51 \div 0,80 \div (1,40), \end{array}$$

so erhält man im Mittel  $q_d + q_r$ , für

$$\begin{array}{ll} \text{Langsamläufer} & = 0,16, \\ \text{Normalläufer} & = 0,20, \\ \text{Schnelläufer} & = 0,24. \end{array}$$

Die wirklichen Bremsergebnisse zeigen kleinere Verlustgrößen und vor allem geringere Differenzen der Gesamtwirkungsgrade, woraus man schließen muß, daß  $k_d$  und  $k_r$  im Durchschnitt kleiner und besonders bei Schnelläufern mit langen Schaufeln günstiger ausfallen als bei Langsamläufern.

### c) Die Umlenkungsverluste.

Wir haben in der Hydrodynamik (S. 119) gesehen, daß jede Umlenkung des Wassers infolge der wechselnden Druck- und Geschwindigkeitsverteilung Anlaß zu Wasserverzögerungen geben kann, deren Differenz an Energie der Bewegung größtenteils verloren geht.

Am schlimmsten wird diese Wirkung, wenn das umgelenkte Wasser zunächst überhaupt keine richtige Führung hat, wie z. B., wenn die relative Eintrittsgeschwindigkeit mit der Schaufelrichtung nicht übereinstimmt (vgl. Abb. 508, S. 397).

Aber auch wenn die Winkelübereinstimmung auftritt, sind Verzögerungsverluste dadurch zu befürchten, daß die Geschwindigkeitsverteilung im gekrümmten Kanalteil von der im geraden Teil verschieden ist. Das sind die Verluste, die bei jedem Rohrkrümmer auftreten.

führung gewesen und haben FRANCIS zu dem unrichtigen, aber historisch und wirtschaftlich bedeutungsvollen Schluß verleitet, daß die Zentrifugalturbine der Zentripetalturbine vorzuziehen sei, obgleich er an den von ihm selbst konstruierten Zentripetal- bzw. Zentrifugalturbinen (daselbst Taf. VI und IX) jeweils nur knapp 80% erreicht hatte (vgl. S. 216).

Der Konstrukteur sollte daher noch einen Schritt weiter gehen und versuchen, den Kanalquerschnitt so stark zu verjüngen (vgl. Abb. 8, Taf. 2), daß trotz der wechselnden Geschwindigkeitsverteilung in allen Teilen des Kanals nur Beschleunigungen zu erwarten sind.

Man sieht, daß diese Forderung leichter bei kleinen als bei großen  $\beta'_1$  erzielt werden kann, daß also aus diesem Grund größere Umfangsgeschwindigkeiten günstig erscheinen.

Wir wollen aber auch die gesamte Umlenkung überhaupt klein machen. Dazu erscheint es am Platz, noch einem Problem näher zu treten, das im Turbinenbau die rechte Würdigung bisher nicht gefunden hat. Es ist die Frage, ob und in welchem Maß die durch die Kanalform des Laufrades unmittelbar gegebene Umlenkung des Wassers geändert wird, wenn der Kanal einem Zentripetal- oder Zentrifugallaufrad angehört.

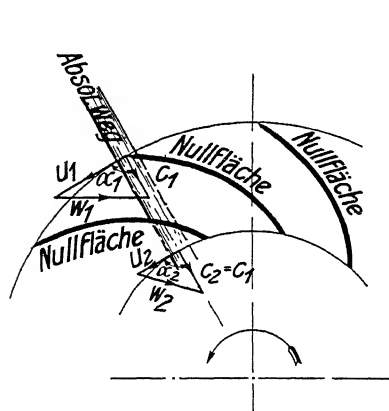


Abb. 488. Nullflächen bei der Zentripetalturbine.

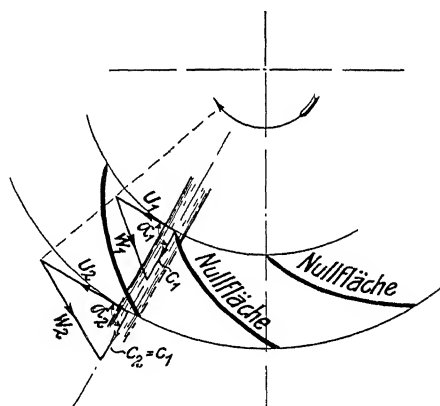


Abb. 489. Nullflächen bei der Zentrifugalturbine.

Daß in diesem Fall eine Änderung gegenüber dem geradlinig bewegten Kanal in der Tat auftritt, und daß, solange man vom Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit der Wandungen absieht, nur die absolute Umlenkung des Wasserstroms für die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung maßgebend ist, wird durch einen indirekten Beweis unmittelbar einleuchtend, sobald man sich reibungsfreie und unendlich dünne Kanalwände so ausgebildet denkt, daß sie den absoluten Wasserweg nicht beeinflussen, denn man findet dann nach Abb. 488 und 489 jeweils gekrümmte Schaufeln, die eine Umlenkung des Wassers offenbar nicht hervorrufen, und die ich als »Nullflächen« bezeichnen möchte. Aus der Konstruktion der beiden Abbildungen folgt aber auch, daß die Frage der von einer Laufradschaufelfläche wirklich hervorgerufenen Umlenkung nicht von der Umfangs- und Wassergeschwindigkeit getrennt werden kann, da sich bei deren Wechsel ganz verschiedene Nullflächen ergeben.

Um in einem bestimmten Fall die wirksame Umlenkung einer Schaufelfläche kennen zu lernen, muß man den absoluten Wasserweg konstruieren (S. 172) und findet damit z. B. in Abb. 490 die Umlenkung  $= \alpha_2 - \alpha_1 + \varphi$ . Ein Vergleich mit dem Zentrifugallaufrad (Abb. 491) zeigt die Umlenkung im letzten Fall mit  $\alpha_2 - \alpha_1 - \varphi$  im allgemeinen günstiger als für das Zentripetallaufrad.

Hat uns diese Überlegung mit der für die Laufradkonstruktion wichtigen Tatsache bekannt gemacht, daß die Krümmung einer Laufradschaufel noch nicht unmittelbar als ein Maß der Umlenkung des Wassers und der damit verbundenen Verlustquellen angesehen werden darf, daß insbesondere die meist geringe Krümmung der Zentripetalschaufeln wohl für ihre technische Herstellung, für die Frage der Umlenkungsverluste aber im allgemeinen vor der Zentrifugalschaufel keinen Vorteil besitzt, so führt eine anschließende Betrachtung auf die noch bedeutungsvollere Frage der im Laufrad auftretenden Wasserbeschleunigung.

Ich schicke voraus, daß praktisch die absolute Geschwindigkeit im Laufrad stets abnimmt<sup>2)</sup>, und der Konstrukteur hat darauf zu achten, daß dies ohne Verzögerungsverluste vor sich geht.

Das gelingt ganz allgemein dadurch, daß im Laufrad eine Umlenkung der Relativgeschwindigkeit erfolgt, und daß die letztere durch Verjüngung der Kanäle beschleunigt wird.

Im einfachsten Fall des Axialauf-  
rades sehen wir in Abb. 227, S. 168  
 $c_1$  auf  $c_2$  erniedrigt und dabei  $w_1$  auf  
 $w_2$  beschleunigt, und wie die abso-

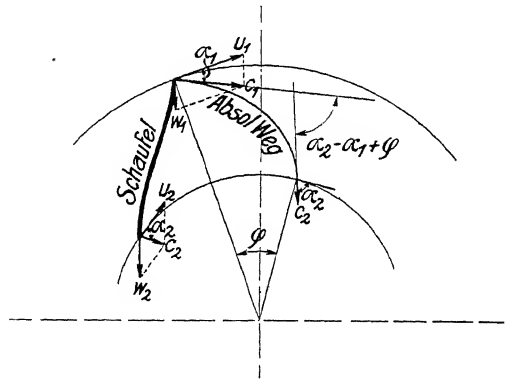


Abb. 490. Umlenkung bei der Zentripetalturbine.

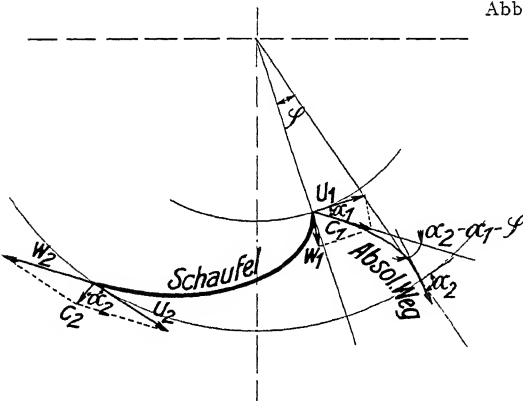


Abb. 491. Umlenkung bei der Zentrifugalturbine.

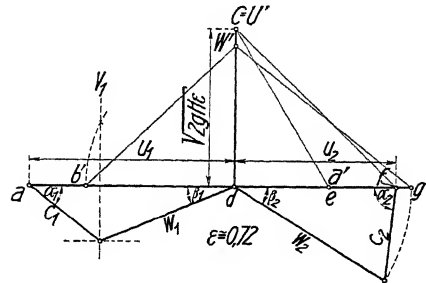


Abb. 492. Arbeitsabgabe trotz Zunahme der absoluten Wassergeschwindigkeit im Laufrad.

lute Verzögerung bei beliebiger Laufradbewegung aus der Umfangs- und Relativgeschwindigkeit zu berechnen ist, wurde auf S. 242 ausführlich dargelegt.

Man kann nun aber zeigen, daß neben der absoluten und relativen Geschwindigkeitsänderung noch eine dritte Geschwindigkeitsänderung in Frage kommt, die die relative an Bedeutung weit übertrifft und die ich die »wirksame Relativbeschleunigung bzw. -verzögerung« nennen möchte. Auch ihr Vorhanden-

<sup>1)</sup> Theoretisch kann man sich natürlich auch Laufräder, z. B. nach Diagramm Abb. 492, ausdenken, für die  $c_2 > c_1$  ist, sie dürften sich aber infolge hoher Austrittsverluste praktisch im allgemeinen nicht empfehlen.

sein wird am einfachsten durch einen indirekten Beweis mit Hilfe der »Nullflächen« nachgewiesen.

Wir nehmen etwa nach Abb. 493 einen radial fließenden Wasserstrahl an, dessen Breite umgekehrt zum Radius zunimmt, so daß die absolute Geschwindigkeit  $c$  konstant bleibt. Denken wir uns auch hier reibungsfreie Schaufeln ohne

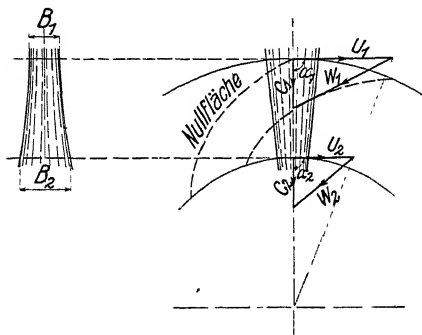


Abb. 493. Abnahme der Relativgeschwindigkeit ohne wirksame Verzögerung.

Einfluß auf den Strahl hindurchgezogen, so zeigt sich eine Abnahme der Relativgeschwindigkeit, ohne daß mit ihr die bekannten Verzögerungsverluste verbunden sein können. Schreiben wir dann nach Abb. 493  $w_1^2 = c_1^2 + u_1^2$  und  $w_2^2 = c_2^2 + u_2^2$ , so folgt, daß in diesem Falle die Relativverzögerungshöhe  $w_1^2 - w_2^2$  unschädlich ist, solange sie sich gleich oder kleiner als die Zentrifugaldifferenz  $u_1^2 - u_2^2$  ergibt.

Betrachten wir dieses an der geradlinig absoluten Bewegung gewonnene Ergebnis an Hand der Arbeitsgleichungen (346) und (347) (S. 282), wonach

$$\mathfrak{H}_1 - \mathfrak{H}_2 = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + R_r = H - \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - (R_d + R_s),$$

so zeigt sich, daß die Verzögerung der Relativbewegung hier unschädlich ist, solange durch sie, auch unter Vernachlässigung der Reibung  $R_r$ , keine Steigerung des Lagendruck erfolgt. Daraus ziehen wir den allgemeinen Konstruktionsgrundsatz: Verzögerungsverluste werden nur dann vermieden, wenn beim Durchfluß durch das Laufrad der Lagendruck (einschließlich Reibungsverlust) abnimmt.

Das ist einleuchtend, wenn man beachtet, daß die Verzögerungsverluste dadurch entstehen, daß das Wasser mit einer gegebenen Geschwindigkeit, die in unserm Fall durch die Zentrifugalkraft beschleunigt werden will, durch die vorhandenen Querschnitte durchzuschießen sucht und sich einer Rückumsetzung in Druckhöhe widersetzt.

Der mathematische Beweis hierfür ergibt sich aber, wenn wir die Bedingung der Nullfläche:  $u \cdot c_u = \text{konstant}$  in die Arbeitsgleichung 302 (S. 247)

$$\mathfrak{H}_1 + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = \mathfrak{H}_2 + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} + R_r + H_x$$

einführen. Dann folgt mit  $c^2 - w^2 + u^2 = 2u c_u$

$$\mathfrak{H}_1 + \frac{c_1^2}{2g} - \frac{u_1 c_{u1}}{g} = \mathfrak{H}_2 + \frac{c_2^2}{2g} - \frac{u_2 c_{u2}}{g} + R_r + H_x,$$

d. h. ohne nützliche Arbeitsabgabe mit  $u_1 c_{u1} = u_2 c_{u2}$

$$\mathfrak{H}_1 + \frac{c_1^2}{2g} = \mathfrak{H}_2 + \frac{c_2^2}{2g} + R_r + H_x.$$

Ist nun für irgend ein Wegelement  $\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + dH_x = \frac{c_1^2}{2g} + u dt \cos \nu \sin \mu$  (vgl. S. 241 u. 247) und damit ist das ungehinderte Durchströmen charakterisiert, so zeigt sich, daß in der Tat (mit  $R_r = 0$ )  $\mathfrak{H}_1 = \mathfrak{H}_2$  werden muß als Bedingung dafür, daß jede Verzögerungsstörung ausgeschieden ist.

Wie groß im einzelnen Fall  $w_2$  gemacht werden muß, damit der Lagendruck mit Sicherheit abnimmt, folgt bei Vernachlässigung von  $R$  und  $H_x$  einfach aus

$$w_2^2 - w_1^2 \geq u_2^2 - u_1^2,$$

woraus auch

$$\left( \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 - 1 \right) w_1^2 \geq \left( \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 - 1 \right) u_1^2$$

oder

$$\frac{w_2}{w_1} \geq \sqrt{1 + \left( \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 - 1 \right) \left( \frac{u_1}{w_1} \right)^2}. \quad (462)$$

Das Ergebnis dieser Formel ist in Diagramm Abb. 494 für verschiedene Werte von  $\frac{u_1}{w_1}$  dargestellt, wobei jeweils in dem links der Kurven liegenden Raum die verlangte Bedingung  $\mathfrak{S}_2 < \mathfrak{S}_1$  erfüllt ist.

Diese Überlegungen bedeuten einen großen Vorteil für die Zentripetalturbinen, während umgekehrt die Zentrifugalturbinen erst dann von schädlichen Verzögerungseinflüssen verschont bleiben, wenn die Differenz der relativen Geschwindigkeitshöhen  $w_2^2 - w_1^2$  den Betrag der Zentrifugaldifferenz  $u_2^2 - u_1^2$  überschreitet<sup>1)</sup>.

Man hat wohl versucht, die Schaufelkrümmung so zu gestalten, daß auf gleichen Entfernungen gleichviel Arbeit abgegeben wird. Ich halte solche Bemühungen für wertlos, deshalb, weil für bestimmte Arbeitsabgaben überhaupt bestimmte Schaufelerstreckungen nicht vorgeschrieben sind. Wir sahen ja z. B. bei Pelton-Rädern auf den kleinsten Wegen die größten Arbeiten übertragen. Es erscheint mir daher richtiger, die Schaufel in jedem einzelnen Teil möglichst kurz, mit möglichst allmählicher Krümmung und mit möglichster Querschnittsverjüngung auszuführen.

Dabei wird man die Verjüngung besonders an den Stellen starker Krümmung, sowie nach dem Gesichtspunkte ausführen, daß die Stellen großer Wassergeschwindigkeiten möglichst kurz ausfallen. Die Abb. 495 bis 499 geben eine Reihe fehlerhafter Kanäle.

Ist keine Parallelführung am Austritt vorhanden, so wird das Wasser nicht mit Sicherheit auf  $\beta'_2$  abgelenkt:  $\beta_2 > \beta'_2$  (Abb. 495). Mit Parallelführung, aber zu kurzer Krümmung am Eintritt, wirkt die Schaufel, als sei  $\beta'_1$  verkleinert

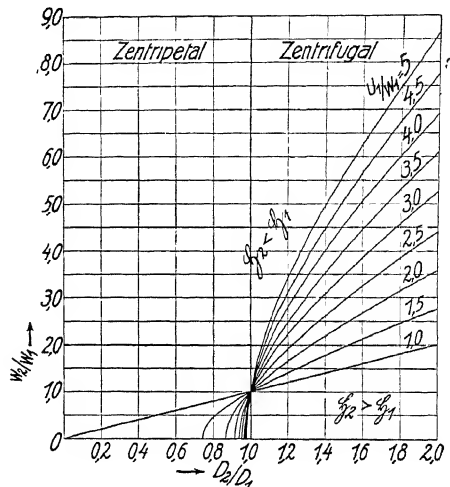


Abb. 494. Notwendige Werte  $w_2/w_1$  zur Erzielung »wirksamer« Beschleunigung.

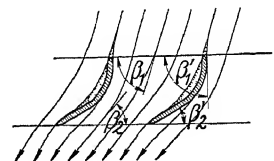


Abb. 495. Ungenügende Wasserführung.

<sup>1)</sup> Hierin dürfte zum Teil der Mißerfolg der Unterdruckturbine (Abb. 307, S. 203) begründet sein, während umgekehrt die guten amerikanischen Zentrifugalturbinen (Abb. 277, S. 196) auffallende Beschleunigung der Relativgeschwindigkeit noch im Austrittsquerschnitt zeigen. Bei Zentrifugalpumpen, deren Zweck gerade darin besteht,  $\mathfrak{S}_2 > \mathfrak{S}_1$  zu schaffen, läßt sich die wirksame Verzögerung natürlich nicht umgehen.

(Abb. 496). Kommt aber das Wasser unter dem theoretisch verlangten Winkel  $\beta_2$  an, so entsteht die in Abb. 497 gezeichnete Kontraktion, deren unrichtige Austrittswinkel zwar durch Verlängerung der Schaufeln (Abb. 498) vermieden werden könnten, wobei aber Kontraktions- sowie große Reibungsverluste in dem langen Kanalende auftreten. Das letztere ist auch nach Abb. 499 die unmittelbare Folge einer zu großen Schaufelzahl.

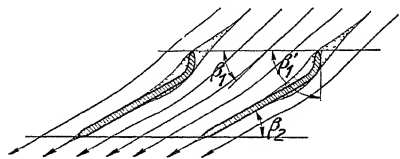


Abb. 496. »Schaufelruckwirkung« bei kurzer Krümmung.

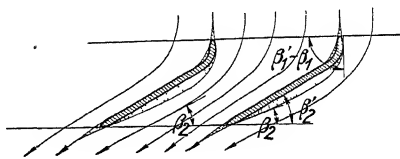


Abb. 497. Kontraktion durch kurze Krümmung  $\beta_2 < \beta'_2$ .

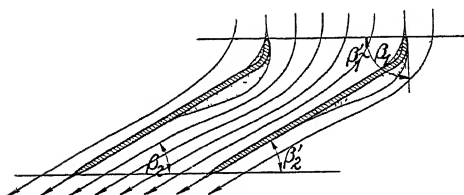


Abb. 498. Kontraktion durch kurze Krümmung  $\beta_2 = \beta'_2$ .

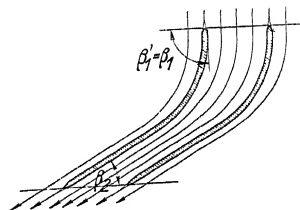


Abb. 499. Zu lange Parallelführung.

Wenn der Schaufelwinkel mit dem Wasserwinkel nicht übereinstimmt, so ist es nach Abb. 496 (vgl. auch Abb. 479 u. 480) günstiger, das Laufrad zu rasch, statt zu langsam laufen zu lassen, da bei gesteigerter Drehzahl die gesamte Umlenkung kleiner wird.

Über die zulässige Größenordnung der Krümmungsradien gibt die von WEISBACH für den Krümmerverlust bei rechteckigem Querschnitt aufgestellte Gleichung

$$R = \left( 0,124 + 0,274 \left( \frac{a}{\rho} \right)^{3,5} \right) \frac{c^2}{2g} \quad [163]$$

einigen Anhalt (vgl. S. 121).

Daraus folgt, daß  $\frac{a}{\rho} < 0,8$  gewählt werden muß, wenn der Reibungsverlust nicht mehr als ein Viertel der Geschwindigkeitshöhe betragen soll<sup>1)</sup>.

Genaue Schlüsse können aber aus dem einfachen Krümmer auf Turbinenkanäle deshalb nicht gezogen werden, weil bei den ersteren die den Verzögerungsverlust mildernde Querschnittsverjüngung fehlt.

Man muß daher das Gefühl an bewährten Konstruktionen üben, und bezüglich solcher verweise ich auf die Abwicklungen der Schaufelkrümmungen von Laufrädern und Leiträdern (Taf. 1 bis 5).

<sup>1)</sup> Aus praktischen Nachrechnungen fanden wir S. 373 ähnliche Werte, nämlich  $R = 0,02 \cdot K_k \cdot \frac{c^2}{2g}$ , woraus mit  $K_k = 10 \sim 20$  der Verlust  $R = 0,2 \sim 0,4 \cdot \frac{c^2}{2g}$ .

## d) Die Wasserverzögerungen.

Die Wasserverzögerungen sind, soweit sie in versteckter Weise auftreten, schon im Vorangegangenen behandelt. Offensichtliche Verzögerungen, die natürlich ebenso sorgfältig vermieden oder wenigstens nach Möglichkeit eingeschränkt werden sollen, treten noch an den Stellen auf, wo durch Führungsbleche der Durchflußquerschnitt verengt wird.

Da sind zunächst die Rechenstäbe zu erwähnen, deren Einfluß in unsere Reibungsgleichung freilich nicht aufgenommen wurde.

Man bemerkt in Abb. 500 eine doppelte Verzögerung, die erste als »Kontraktionsverlust« zwischen *A* und *B*, die zweite zwischen *C* und *D*.

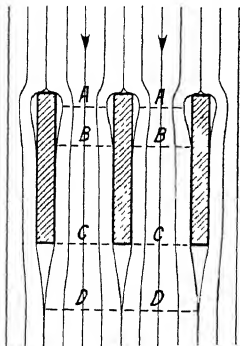


Abb. 500. Scharfkantige Rechenstäbe.

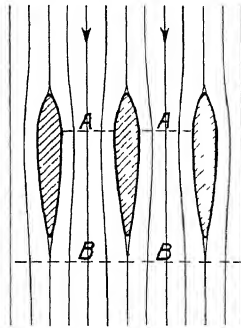


Abb. 501. Zugeschärfte Rechenstäbe.

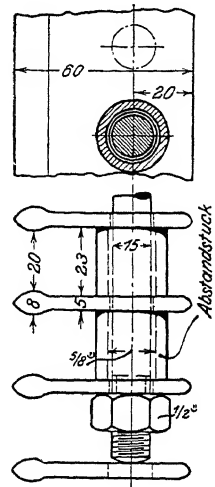


Abb. 502. Rechenstäbe nach A. G. K. (D.R.P.)

Man hilft sich hier entweder durch allmähliche Querschnittsübergänge (Abb. 501, Verzögerung von *A* nach *B*) die aber am Eingang ein Verstopfen des Rechens erleichtern, wenn nicht die Verdickung am Eingang nach Abb. 502 sehr kurz gehalten wird, oder besser durch Anordnung so großer Gesamtquerschnitte, daß die Wassergeschwindigkeit mit der verlorenen Geschwindigkeitshöhe auf alle Fälle klein bleibt ( $c < 0,3$  m/sec;  $\alpha < 1/2$  %).

Weiter treten Verzögerungen da auf, wo das Wasser mit Kontraktion in die Schaufeln des Leitrades und des Laufrades eintritt. Diese Kontraktion wird durch allmähliche Übergänge und durch Zuschärfung nach Abb. 455, S. 341 vermieden.

Beim Austritt aus den Leit- und Laufradschaufeln ist die Verzögerung zwar kaum ganz zu vermeiden; auch hier werden aber ihre nachteiligen Folgen durch eine gute Zuschärfung verringert und man kann mit Hilfe einer kleinen Kontraktion der austretenden Wasserstrahlen noch im gleichen Sinne günstig einwirken.

Nur eine Stelle ist es, an der wir absichtlich Wasserverzögerung zulassen. Sie betrifft den Übergang von  $c_2$  auf  $c_a$  und wird uns durch stärkere Gründe aufgezwungen. Die Schnellläufigkeit einer Turbine verlangt nämlich häufig, der Reibungsverlust im Laufrad verlangt dazu immer, daß die absolute Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  nicht unter einen gewissen Betrag sinkt. Andererseits werden wir das Wasser stets mit der nach Maßgabe der örtlichen Verhältnisse geringst

möglichen Geschwindigkeit  $c_a$  aus dem Verantwortungsbereich der Turbine entlassen. Praktisch muß daher  $c_2$  stets größer, und zwar häufig sehr beträchtlich größer gewählt werden als  $c_a$ . Dazu hätte es auch offenbar gar keinen Sinn, das Wasser im Laufradaustritt unter  $c_a$  zu verlangsamen und es anschließend von neuem zu beschleunigen.

Somit stellen wir das Gesetz auf, daß nach dem Laufradaustritt bis zum Punkte  $a$  nur Wasserverzögerungen auftreten sollen, und werden nur sehen, diese Verzögerungen durch möglichst allmähliche Übergänge zu möglichst hohem Druckrückgewinn auszunutzen.

### 3. Die Wassergeschwindigkeiten.

In zweiter Linie sollen die Geschwindigkeiten in unserer Reibungsgleichung klein gehalten werden, und diese Forderung ist um so wichtiger, als diese Größen im Quadrat auftreten. In dem für den »Saugbereich« aufgestellten Summanden der Reibungsgleichung erscheinen die Geschwindigkeitshöhen z. T. ganz verloren, während sie in den das Leitrad und das Laufrad betreffenden Verlusten nur als Faktor zu den betreffenden Reibungskoeffizienten hinzutreten.

Dabei wurden nur die am Leitrad- bzw. Laufradaustritt auftretenden Höchstgeschwindigkeiten in die Gleichung eingeführt, da sie offenbar von entscheidendem Einfluß sind und da die in den vorangegangenen Kanallängen vorhandenen Geschwindigkeiten nur die Größe der Reibungskoeffizienten zu verändern in der Lage sind (vgl. Gleichung 448 S. 366).

Auf die genannten Höchstgeschwindigkeiten sind besonders zwei Konstruktionsgrößen von Einfluß: die Umfangsgeschwindigkeit und die Schaufelbreite  $b_1$  bzw.  $b_2$ . Ihre Funktion erkennen wir am übersichtlichsten mit Hilfe des Diagramms.

Betrachten wir hierbei die normale Beaufschlagung, etwa mit  $w_2 = u_2$ , so vereinfacht sich die Aufgabe insofern, als das Austrittsdreieck nicht auf das Eintrittsdreieck zurückwirkt. Wir können somit die beiderseitigen Variationen getrennt studieren.

Zunächst führt für das Austrittsdreieck der Wunsch, die Austrittsenergie  $\frac{c_2^2}{2g}$  klein zu machen, unmittelbar auf die Forderung kleiner Winkel  $\beta_2$ , aus der sich

aber für eine gegebene Wassermenge eine große Schaufelbreite mit kleiner Schaufelweite  $a_2$  ergibt.

Diese Forderung wurde in der Zeit, als man glaubte, Turbinen mit Vernachlässigung der Reibung konstruieren zu können, wie z. B. Abb. 503 zeigt, sehr übertrieben.

Man bedachte nicht, daß damit das Verhältnis von  $\frac{U}{f}$  bzw. die Kanal-

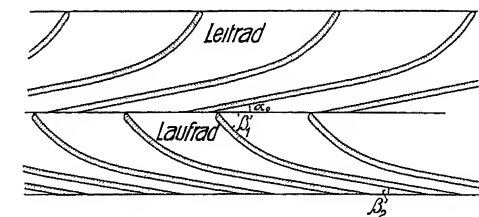


Abb. 503. Schaufelschnitte einer Axialturbine von KÜCHLIN vom Jahre 1855.

konstante  $\frac{l \cdot U}{f}$  ungünstig wächst, die ihren Kleinstwert für konstantes  $l$  augenscheinlich bei möglichst quadratischem Querschnitt besitzt, da dann  $2 \frac{a+b}{a \cdot b}$  für gegebenes  $a \cdot b = f$  ein Minimum wird.



Man wird daher richtiger das gemeinschaftliche Minimum von

$$k_2 \frac{l_r U_2}{f_2} w_2^2 + \xi c_2^2$$

in der Voraussetzung, daß  $\xi c_2^2$  den verlorenen Teil der Austrittsenergie  $\frac{c_2^2}{2g}$  darstellt, aufsuchen, wobei  $c_2$  als eine Funktion von  $a_2$  und damit von  $U_2$  und  $f_2$  einzusetzen wäre. Angenähert ist  $c_2$  proportional  $a_2$ , etwa  $c_2 = m \cdot a_2$ .

Damit folgt

$$k_2 \frac{l_r \cdot 2(a_2 + b_2)}{a_2 \cdot b_2} w_2^2 + \xi m^2 a_2^2,$$

für einen bestimmten Querschnitt bzw. bei gegebenem  $w_2$  ist dann wieder mit

$$b_2 = \frac{f_2}{a_2} \quad 2 \cdot k_2 \frac{l_r \left( a_2 + \frac{f_2}{a_2} \right)}{f_2} w_2^2 + \xi m^2 a_2^2$$

und nach  $a_2$  differenziert

$$\begin{aligned} 2 k_2 \frac{l_r w_2^2}{f_2} - 4 k_2 \frac{l_r}{a_2^2} w_2^2 + 2 \xi m^2 a_2 &= 0 \\ \xi m^2 a_2^3 + k_2 \frac{l_r w_2^2}{f_2} \cdot a_2^2 - 2 k_2 l_r w_2^2 &= 0. \end{aligned} \quad (463)$$

Dies ist eine Gleichung dritten Grades mit nur einer reellen Wurzel, da der Faktor von  $a_2^2$  stets positiv ist (Hütte 1911, I, S. 52).

Ich sehe davon ab, die Lösung dieser Gleichung anzugeben und weiter zu verfolgen, da die Größe von  $a_2$  noch wesentlich von später zu erwähnenden Konstruktionsrücksichten abhängig ist.

Im einzelnen Fall wird es auch einfacher sein, durch punktweises Berechnen und Vergleichen verschiedener Annahmen das praktisch mögliche Minimum im Rahmen der vorgeschriebenen Konstruktion zu bestimmen.

Ein verständiges Beachten dieser Abhängigkeiten ist aber unerlässlich und ihre Außerachtlassung bzw. die großen benetzten Flächen der in Abb. 503 dargestellten Konstruktion haben in Verbindung mit der langen Erstreckung von  $a_2$  sicher den schlechten Wirkungsgrad verschuldet, der laut Bremsung nur 44,8% betragen hatte.

Für den praktisch günstigsten Wert von  $c_2$  ist auch zu beachten, daß obiger Faktor  $\xi$  keine Konstante ist. Je kleiner  $\xi$  ist, bzw. ein je größerer Betrag von  $c_2$  in Druckhöhe umgesetzt werden kann, um so größer darf  $c_2$  gewählt werden, und umgekehrt wird eine allmähliche Verzögerung in einem möglichst geradlinig verlaufenden Saugrohr um so notwendiger, je höher  $c_2$  etwa bei Schnellläufern gewählt werden mußte. Manche Enttäuschungen bei Schnellläufern mit anschließendem Saugrohrkrümmer sind auf Nichtbeachtung dieses Umstands zurückzuführen.

Was die Richtung von  $c_2$  anbetrifft, so scheint zunächst der senkrechte Austritt mit  $c_{u2} = 0$  (vgl. S. 8) am günstigsten. Man darf aber den Einfluß der Richtung von  $c_2$  auf die Reibungsverluste im Laufrad nicht außer acht lassen, denn mit abnehmendem  $\alpha_2$  nimmt  $\beta_2$  zu, während  $w_2$  und der benetzte Umfang abnehmen, wodurch der Verlust durch kleine  $\frac{c_{u2}^2}{2g}$  wohl wett gemacht werden kann.

$w_2$  selbst ergibt sich bei normaler Beaufschlagung der Turbine ( $w_2 \approx u_2$ ) um so kleiner, je näher der Austritt an die Achse gelegt werden kann, wodurch die erwähnten Vorteile: kleine  $\frac{w_2^2}{2g}$ , große  $\beta_2$  und  $\frac{f}{U}$  stark ins Gewicht fallen.

Man darf wohl sagen, daß dieser Umstand einer der Gründe ist, der die Zentripetal-turbine so eminent gefördert hat. Man vergleiche nur für gleiche Durchmesser  $D_1$  und gleiche  $c_2$  in Abb. 504 a und b die Schaufelwinkel und Schaufellängen und in Abb. 505 a und b die Austrittsdreiecke für eine Zentripetal- und eine Zentrifugalturbine.

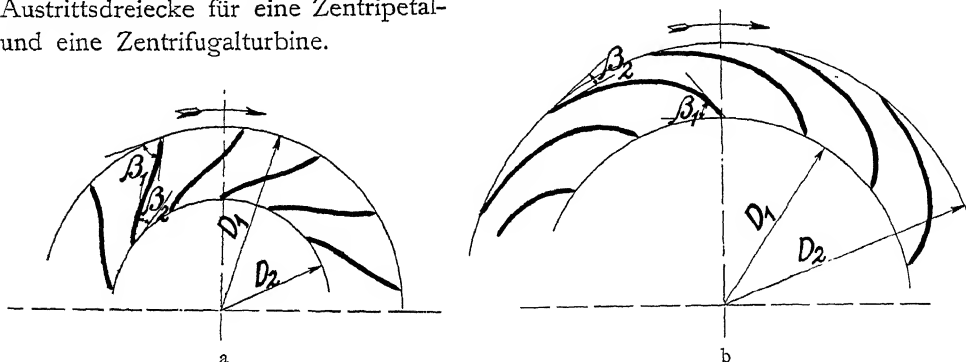


Abb. 504. Schaufelwinkel und Schaufellängen für Zentripetal- (a) und Zentrifugalturbine (b) bei gleichen  $D_1$  und gleichen  $c_2$  bei gleicher Drehzahl.

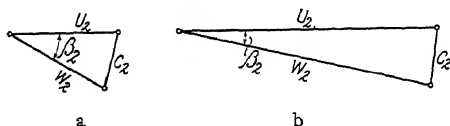


Abb. 505. Austrittsdreiecke zu Abb. 504.

Wenden wir uns nun zu den Geschwindigkeiten am Laufradeintritt, so sehen wir, daß  $c_1$  vor allem die Reibungsverluste im Leitrad und Spalt,  $w_1$  dagegen die im Laufrad beherrscht.

Zur Übersicht ihrer gegenseitigen Abhängigkeit möge einmal untersucht werden, für welche Bedingung die Summe  $c_1^2 + w_1^2$  einen Kleinstwert annimmt, wenn auch die beiden Geschwindigkeiten schon aus dem Grund als gleichwertig nicht angesehen werden dürfen, weil  $c_1$  annähernd die größte Geschwindigkeit im Leitrad,  $w_1$  dagegen im allgemeinen die kleinste im Laufrad darstellt.

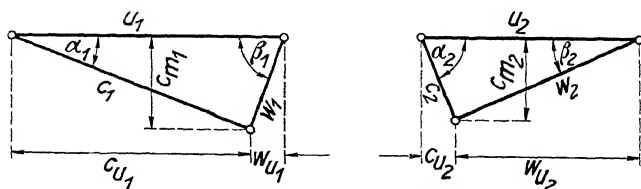


Abb. 506. Ein- und Austrittsdreieck.

$c_1$  und  $w_1$  hängen von der Lage der Eintrittsvertikalen  $V_1$  (Abb. 379, S. 262), diese hängt wieder von der absoluten Größe von  $u_1$  ab.  $c_{m1}$ , das auch eine Rolle spielt, bzw. die Eintrittsbreite, wollen wir für die Dauer unserer Untersuchung konstant annehmen. Dann folgt aus der Abb. 506

$$c_1^2 = c_{u1}^2 + c_{m1}^2; \quad w_1^2 = (u_1 - c_{u1})^2 + c_{m1}^2.$$

Wir wollen weiter senkrechten Austritt voraussetzen, so daß angenähert

$$c_{u_1} = \frac{\varepsilon g H}{u_1}.$$

Dann folgt durch Einsetzen und Ausmultiplizieren

$$c_1^2 + w_1^2 = \left(\frac{\varepsilon g H}{u_1}\right)^2 + c_{m_1}^2 + u_1^2 - 2 u_1 \frac{\varepsilon g H}{u_1} + \left(\frac{\varepsilon g H}{u_1}\right)^2 + c_{m_1}^2 = 2 \left(\frac{\varepsilon g H}{u_1}\right)^2 + 2 c_{m_1}^2 + u_1^2 - 2 \varepsilon g H$$

nach  $u_1$  differenziert

$$\frac{\partial (c_1^2 + w_1^2)}{\partial u_1} = -4(\varepsilon g H)^2 u_1^{-3} + 2 u_1 = 0$$

ein Minimum, da der zweite Differentialquotient stets positiv ausfällt. Daraus wird mit  $2(\varepsilon g H)^2 = u_1^4$

$$u_1 = 1,19 \sqrt{\varepsilon g H}$$

und auf das Gefälle  $\sqrt{2gH}$  bezogen

$$u_1 = 1,19 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2gH\varepsilon} = 0,84 \sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt{2gH}. \quad (464)$$

Das ist schon eine recht hohe Umfangsgeschwindigkeit. Sie wird etwas zu hoch sein, weil, wie bemerkt,  $w_1$  in unserer Betrachtung zu gering,  $c_1$  zu stark bewertet wurden.

Immerhin entspricht es der Erfahrung, daß Turbinen mit  $\beta_1 < 90^\circ$  bessere Wirkungsgrade erzielen als solche mit  $\beta_1 = 90^\circ$  und besonders als solche mit  $\beta_1 > 90^\circ$ , was freilich noch einen weiter unten zu bemerkenden Grund hat.

Die Steigerung der Umfangsgeschwindigkeit bringt aber eine andere Gefahr mit sich. Je kleiner  $c_{u_1}$  wird, um so mehr wächst  $w_{u_1}$  bzw.  $w_1$ . Da wird es nötig, darauf zu achten, daß die notwendige Wasserbeschleunigung im Laufrad von  $w_1$  auf  $w_2$  noch vorhanden ist.

#### 4. Das Breitenverhältnis $\frac{B}{D}$ .

Bei den bisherigen Untersuchungen war  $B$  bzw.  $c_{m_1}$  konstant gesetzt. Wir wissen, daß bei seiner Variation unter sonst gleichen Umständen einfach die Spitze des Eintrittsdreiecks auf der Eintrittsvertikalen  $V_1$  (s. Abb. 380 S. 262) verschoben wird. Je kleiner  $c_{m_1}$ , um so kleiner werden  $c_1$  und  $w_1$ , um so größer sind aber infolge der kleinen Winkel  $\alpha_1$  und  $\beta_1$  die Kanalkonstanten  $K_{k_0}$  und  $K_{k_1}$  zu erwarten.

Die letztere ( $K_{k_1}$ ) wird uns, da sie sowieso auf  $K_{k_2}$  übergeführt werden muß, weniger beunruhigen, um so mehr, als eine Verkleinerung von  $w_1$  die nötige Beschleunigung auf  $w_2$  vermehrt.

Wir wollen deshalb den Laufradeintritt aus dem Spiel lassen und nur fragen, für welches Breitenverhältnis die Reibung im Leitrad ein Kleinstwert zu werden verspricht.

Dafür haben wir mit  $c_1 \approx c_0$

$$R_0 = k_0 \frac{l_0 U_0}{f_0} \cdot \frac{c_1^2}{2g}.$$

Mit

$$l_o = \alpha_o \cdot n = \frac{f_o}{B} \cdot n \quad \text{und} \quad U_o = 2 \cdot (\alpha_o + B) = 2 \left( \frac{f_o}{B} + B \right)$$

wird

$$R_o = k_o \cdot 2 \cdot n \left( \frac{f_o}{B^2} + 1 \right) \frac{c_1^2}{2g}. \quad (465)$$

Hier darf nicht mehr  $c_1$ , ähnlich wie beim Austritt  $w_2$ , annähernd konstant gesetzt werden. Genau ist  $z_o f_o \cdot c_1 = Q = \text{konstant}$ , die Änderung von  $c_1$  aber folgt aus der Beziehung des Diagramms, daß  $c_1^2 = c_{u1}^2 + c_{m1}^2$ , wobei  $c_{m1}$  wieder konstant, während  $c_{m1} = \frac{Q}{D\pi B}$ . Somit bleibt für

$$z_o f_o = \frac{Q}{c_1} = \frac{Q}{\left( c_{u1}^2 + \left( \frac{Q}{D\pi B} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad \text{und} \quad c_1^2 = c_{u1}^2 + \left( \frac{Q}{D\pi B} \right)^2$$

$$R_o = \frac{2 \cdot n \cdot k_o}{2g} \left( \frac{1/z_o \cdot Q \cdot B^2}{\left( c_{u1}^2 + \left( \frac{Q}{D\pi B} \right)^2 \right)^{1/2}} + 1 \right) \left( c_{u1}^2 + \left( \frac{Q}{D\pi B} \right)^2 \right)$$

dessen Kleinstwert für

$$0 = \frac{\partial R_o}{\partial B} = \frac{Q}{2z_o B^2} \left( c_{u1}^2 + \left( \frac{Q}{D\pi B} \right)^2 \right)^{-1/2} \left( -\frac{2}{B^3} \left( \frac{Q}{D\pi} \right)^2 \right) - \frac{2}{B^3} \left( \frac{Q}{D\pi} \right)^2 - \frac{2}{z_o} \frac{Q}{B^3} \left( c_{u1}^2 + \left( \frac{Q}{D\pi B} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (466)$$

Daraus folgt das wichtige Ergebnis, daß weder  $k_o$  noch  $n$  bei der Bestimmung des günstigsten Breitenverhältnisses mitsprechen. Die Auswertung von  $B$  selbst erfolgt am besten graphisch für verschiedene Wassermengen  $\frac{Q}{D}$ .

## 5. Das Durchmesser Verhältnis $\frac{D_2}{D_1}$ .

Wir haben gesehen, daß ein kleiner Wert von  $u_2$  mit Rücksicht auf das hierdurch bedingte kleine  $w_2$  große Vorteile mit sich bringt. Dabei ist nach S. 389 nur zu beachten, daß  $w_2^2$  nicht kleiner als  $w_1^2 - u_1^2 + u_2^2$  wird.

Da wir hier nur die normale Beaufschlagung mit  $w_2 \approx u_2$  ins Auge fassen, so wird die Bedingung

$$w_2^2 - w_1^2 \geq u_2^2 - u_1^2$$

auf

$$w_1 \leq u_1$$

reduziert.

Man sieht, daß hier die Gefahr effektiver relativer Verzögerung praktisch nicht besteht, da die Eintrittsdreiecke durchweg  $w_1 < u_1$  zeigen.

Sie tritt erst bei anormaler Beaufschlagung ein, was im nächsten Abschnitt besprochen werden soll.

## 6. Einfluß des Wechsels der Beaufschlagung.

Wir betrachten hier nur die praktisch wichtigste Regulierung der Zentripetal-turbinen, nämlich die FINKSche Drehschaufelregulierung und wollen sehen, wie die Konstruktionsgrößen gewählt werden müssen, damit günstige Betriebszustände auch bei wechselnder Beaufschlagung möglichst lange erhalten bleiben.

Im fünften Teil hatten wir auf S. 356ff. gesehen, wie sich die Geschwindigkeiten in den gleichbleibenden Querschnitten des Laufrades und in den wechselnden des Leitrades während der Regulierung ändern.

Diese Änderungen der Geschwindigkeiten bringen die Notwendigkeit mit sich in noch höherem Maße wie beim günstigsten Betriebszustand, auf die effektive Wasserbeschleunigung bzw. die Druckabnahme im Laufrad zu achten, sowie die Umlenkung am Eintritt ( $c_{n1}$ ), und die Abweichung vom senkrechten Austritt ( $c_{n2}$ ) zu berücksichtigen.

#### a) Einfluß der Beaufschlagung auf die Wasserverzögerungen.

Zunächst bemerkt man aus Abb. 507, daß die Relativgeschwindigkeit  $w_1$  infolge des Kontinuitätsgesetzes stets größer ausfällt als die dem Laufradeintritt zukommende Geschwindigkeit  $w'_1$ , sobald  $w'_1$  außerhalb des Raumes  $AB$  (zwischen  $\beta'_1$  und  $180 - \beta'_1$ ) fällt. Dann ergibt sich eine erste Wasserverzögerung im Eintritt. Dieselbe wird noch vermehrt, wenn die plötzliche Umlenkung eine Kontraktion hinzufügt, die die schon anfänglich zu hohe Wassergeschwindigkeit noch weiter einschnürt und vermehrt, wie dies in Abb. 508 zum Ausdruck kommt.

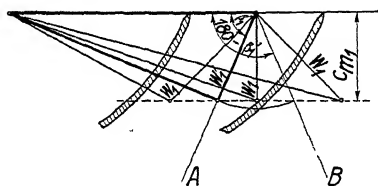


Abb. 507.

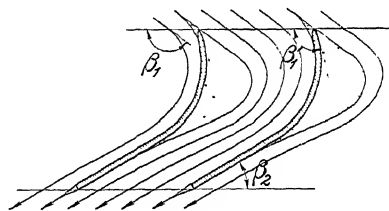


Abb. 508.

Solche Verzögerungen sind um so bedenklicher, je geringer die allgemeine Querschnittsverjüngung im Laufrad gewählt wird und wirken am ungünstigsten bei den früher üblichen Laufrädern der Langsamläufer, die von vornherein große Richtungswechsel zwischen  $\beta'_1$  und  $\beta'_2$  aufwiesen.

In zweiter Linie droht eine Wasserverzögerung, sobald sich die Austrittskante über stark wechselnde Durchmesser erstreckt; denn, wie wir auf S. 346 gesehen haben, ist nur für  $Q_{\triangle}$  auf dem ganzen Austrittsbogen gleichzeitig  $w_2$  angenähert gleich  $u_2$  zu erwarten. Bei gesteigerter Wassermenge bleiben die Geschwindigkeiten der äußeren Flutbahnen, bei abnehmender Wassermenge die der inneren Bahnen zurück.

Das erstere spielt sich meist in mäßigen Grenzen ab und ist unbedenklich. Für die kleinen Beaufschlagungen wird aber oft recht bald schon die Wassermenge erreicht, wo der innerste Wasserfaden keine effektive Beschleunigung mehr erfährt.

Zur Bestimmung der betreffenden Beaufschlagung, die wir als  $Q_s$  (»Wassermenge der Beschleunigungsgrenze«) bezeichnen wollen, muß die Wasserverteilung auf die einzelnen Flutbahnen nach einer im Abschnitt J des fünften Teils ausgeführten Methode untersucht werden. Aus ihr erkennt man, daß die nach Abb. 494 dargestellte gefährliche Grenze um so näher rückt, je verschiedener die Austrittsdurchmesser für die einzelnen Teilturbinen gewählt wurden.

Während sonach für die Reibungsverluste bei günstigster Beaufschlagung kleine Austrittsdurchmesser erwünscht waren, erkennen wir für eine Aufrechterhaltung guter Wirkungsgrade bei kleinen Beaufschlagungen als einen besonderen Übelstand den starken Wechsel der Austrittsdurchmesser.

Dieselbe Überlegung gilt für den noch ungünstigeren Fall, wo die Beaufschlagung soweit verringert wird, daß die innerste Teilturbine überhaupt nicht mehr fördert. Unterhalb solcher Beaufschlagungen reicht an dieser Stelle der Beschleunigungsdruck im Laufrad nicht mehr aus, um die Zentrifugalpressung zu überwinden. Es tritt dann für einen Teil der Wassermenge eine wirbelnde Kreisbewegung nach Abb. 470, S. 360, ein, die den Wirkungsgrad der Turbine rasch und endgültig vernichtet.

Auch diese Grenze, für die wir die Bezeichnung  $Q_p$  als »Wassermenge mit Pumpwirkung« einführen, läßt sich aus einer der genannten Diagrammentwicklungen feststellen.

#### b) Einfluß der Beaufschlagung auf die Umlenkungsverluste.

Was nun die Umlenkung am Eintritt anlangt, so haben die Versuchsnachrechnungen gezeigt, daß die Spitze des Eintrittsdreiecks beim Wechsel der Beaufschlagung etwa im Geltungsbereich der Reibungsfunktion einen parabelförmigen

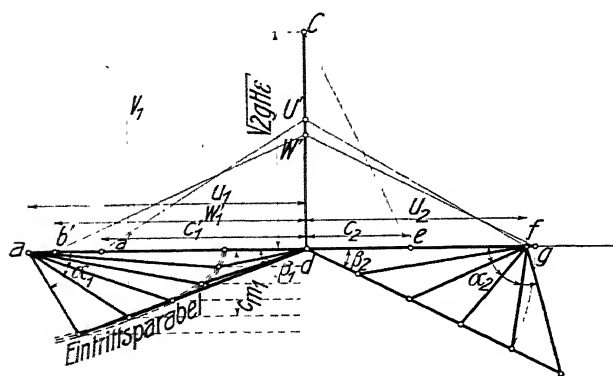


Abb. 509. Eintrittsparabel bei einem Schnellläufer.

Weg durchläuft, der zu einer genauen Parabel wird, wenn  $\varepsilon + \alpha_2$  konstant gesetzt werden darf. Aus der Form und Lage dieser Parabel (Abb. 509, sowie Abb. 405, S. 278) folgt unmittelbar, daß ein kleiner Winkel  $\beta'_1$  längere Zeit Aussicht hat, mit  $\beta_x$  zusammen zu fallen, bzw. kleine  $c_n$  zu ergeben, als ein großer.

Nach diesem Gesichtspunkt wird sich sonach (vgl. auch S. 364) eine Turbine mit hoher Umfangsgeschwindigkeit

besser regulieren lassen, als ein Normal- oder Langsamläufer, und es ist dies mit ein Grund, daß ich in Tabelle A, S. 411 auch für die niedersten spezifischen Drehzahlen die Umfangsgeschwindigkeiten so hoch in Vorschlag bringe, daß stets  $\beta'_1 < 90^\circ$  zu erwarten ist.

#### c) Einfluß der Beaufschlagung auf die Umfangskomponente der absoluten Austrittsgeschwindigkeit.

Sehen wir die Energie  $\frac{c_{u2}^2}{2g}$  als verloren an, so werden wir versuchen, sie möglichst klein zu gestalten. Sie hängt, wie das Austrittsdreieck Abb. 506 zeigt, unmittelbar von der Variation der Relativgeschwindigkeit ab, und da letztere der

Wassermenge im Mittel proportional ist, so folgt, daß bei sonst gleichen Beaufschlagungen kleine  $c_{n_2}$  für kleine  $w_2$  bzw.  $u_2$  zu erwarten sind.

Hier wünschen wir somit in erster Linie wieder kleine Austrittsdurchmesser zu haben.

In zweiter Linie sollen aber auch hier zur Vermeidung starker Differenzen der  $w_2$  die Austrittsdurchmesser der einzelnen Teilturbinen nicht zu sehr von einander abweichen, eine Bedingung, die leichter bei Langsamläufnern wie bei Schnellläufnern erfüllt werden kann.

Auch die absolute Kleinheit der  $\beta'_2$  und  $c_2$  der Langsamläufer zeigt sich hier als günstig.

## 7. Zusammenfassung.

Diese allgemeinen Betrachtungen haben gezeigt, daß die Güte des hydraulischen Wirkungsgrades in der Befolgung von hauptsächlich zwei Grundsätzen begründet ist.

Der eine besteht in der Beobachtung der aus der einfachen Reibungsgleichung zu entnehmenden Forderung, daß die Rauheit, die Kanalkonstante und die Geschwindigkeiten klein gehalten werden sollen.

Der andere Grundsatz aber betrifft die Wasserverzögerung. Sie soll vom Eintrittspunkt in die Turbine bis zum Laufradaustritt durchweg vermieden, von hier an bis zum Unterwasser dagegen durchgeführt werden, und das in einer Form, die einen möglichst Gewinn an Lagendruck erwarten läßt. Im Laufrad selbst soll nicht nur die reine relative Wasserbeschleunigung, sondern auch die »wirksame, relative Wasserbeschleunigung« erreicht werden, für die der Lagendruck unter allen Umständen abnimmt.

Die Verzögerung tritt sowohl offen, durch die Kanalquerschnitte nachweisbar, als auch versteckt, als Folge von Umlenkung und Kontraktion auf.

Beide Fälle sind gleich sorgfältig zu prüfen und lassen sich am sichersten durch starke Verjüngung der Kanäle vermeiden.

Schließlich hat die Untersuchung der einzelnen Punkte erkennen lassen, daß nicht alle Konstruktionswünsche gleichzeitig und in gleicher Vollkommenheit durchgeführt werden können, daß von Fall zu Fall ein Abwägen ihrer Wertigkeit und ihrer gegenseitigen Beeinflussung nötig ist und daß oft unter den verschiedenen Übeln das kleinste gewählt werden muß.

Die praktische Anwendung dieser Grundsätze werden wir später bei den einzelnen Konstruktionen noch näher kennen lernen.

## III. Allgemeine Bemerkungen zu den maschinentechnischen Anforderungen.

Neben den hydraulischen, dürfen aber auch die maschinentechnischen Forderungen nicht vernachlässigt werden. Über sie mögen daher schon hier einige allgemeine Bemerkungen vorausgeschickt werden, wenn auch ihre nähere Bewertung erst bei der Besprechung der einzelnen Konstruktionen möglich sein wird.

Bezüglich der im Betrieb an die Festigkeit zu machenden Ansprüche sind die Wasserkraftmaschinen insofern günstiger gestellt wie z. B. die Dampfmaschinen,

als sie auch im Leerlauf keine unbegrenzte, sondern höchstens die doppelte der normalen Drehzahl annehmen können, wobei  $n_{\text{max}}$  überschläglich  $= c_{\text{max}} \cdot \cos \alpha_x$   $\approx \sqrt{2gH_x} \cdot \cos \alpha_x$  gesetzt werden darf. Sonach kann man sich den Zentrifugalkräften mit Sicherheit anpassen. Auch das größte Drehmoment ist annähernd bestimmt. Es tritt bei festgebremster Maschine auf, beträgt etwa das 1,5 bis 1,8-fache des Normalwerts und dient als Unterlage für die Torsionsbeanspruchung.

Schwieriger ist es den Kräften zu begegnen, die sich von vornherein nicht mit Sicherheit angeben lassen, und die im Bau der Wasserkraftmaschinen besonders an den Stellen bedenkliche Größen annehmen können, die der unmittelbaren Einwirkung des Wassers ausgesetzt sind.

Darunter haben vor allem die Regulierorgane zu leiden. Durch Niederschläge aus dem Wasser oder durch Verrosten kann die Regulierkraft um ein Vielfaches gesteigert werden. Sie erreicht unter Umständen aber unüberwindliche Beträge, wenn sich vom Wasser mitgeführte Fremdkörper zwischen die bewegten Teile setzen. Dann wird die größte Beanspruchung nicht durch den Widerstand, sondern durch die größtmöglich einzuleitende Kraft bestimmt, und kann bei unvernünftiger Bedienung leicht zur Zerstörung des im Kraftschluß schwächsten Maschinenteils führen. Man hat deshalb für solche Fälle wohl Federsicherungen (vgl. Abb. 3, Taf. 41) oder auch den elektrischen Sicherungen nachgeahmte Bruchsicherungen angewendet, um nicht alle Teile überstark konstruieren zu müssen.

Abb. 510 zeigt die zu solchem Zwecke ausgeführte Bohrung eines Lenkers, der bei  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$  seine schwachste Stelle hat.

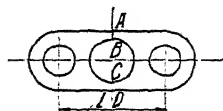


Abb. 510. Lenker mit Bruchquerschnitt.

Auch die Abnutzung spielt bei den dem Wasser ausgesetzten Teilen, sei es durch Verrosten, durch Säurewirkung, durch Korrosion oder durch unmittelbaren Angriff mitgeführten Sandes u. dgl. eine wohl zu beachtende Rolle. Vgl. Einleitung S. 21 und 23. Solche Teile müssen daher überstark

und aus geeignetem Material angefertigt werden und dürfen unter gewisse Abmessungen — für Schrauben etwa 15 mm Durchmesser — nicht heruntergehen.

Natürlich sollen aber auch alle Hilfsmittel gebraucht werden, um die eben genannten Schäden zu mildern.

Dazu gehört in erster Linie eine Wasserführung, die den Kies und Sand nicht in die Turbine mitschleppt.

In zweiter Linie ist ein Feinrechen vorzusehen, der größere mitgeschwemmte Körper vor der Turbinenkammer zurückhält.

Besondere Vorsicht muß auch gegenüber den Gefahren der Eisbildung angewendet werden. Zu ihrer Vermeidung ist die Turbinenkammer vor Zugluft zu schützen. Grundeis wird am sichersten durch eine Eiskecke des Obergrabens, Vereisen der Eisenteile durch Bepulung mit wärmerem Wasser verhütet (vgl. S. 24, Abb. 20).

Die Abnutzung der bewegten Teile wird durch sicher wirkende Schmiervorrichtungen hintangehalten, was auch dem mechanischen Wirkungsgrad der Anlage zugute kommt. Dabei ist den Teilen besondere Sorgfalt zuzuwenden, die dem Wasserdruck ausgesetzt sind. Das Schmiermittel muß diesen Druck unter Umständen überwinden, und wenn dies durch statischen Druck flüssigen Öls geschehen soll, so ist zu beachten, in welchem Maße das spezifische Gewicht



des verwendeten Öls geringer ist als das des Wassers. Tropföler müssen daher hoch über dem Wasserspiegel aufgestellt werden, wenn man nicht vorzieht, die geschmierten Lager mit einem Raum geringeren Drucks, z. B. mit dem Saugrohr in Verbindung zu bringen. Soll aber mit konsistentem Fett geschmiert werden, so sind besonders längere Fettleitungen mit großem Querschnitt (10—30 mm) auszuführen, da sonst bei kalter Witterung der Widerstand unüberwindlich wird.

Es sei auch darauf hingewiesen, daß die Maschinenteile und besonders die Wellenlager durch zweckmäßigen gegenseitigen Ausgleich des Wasserdrucks (vgl. S. 523) wesentlich entlastet und gesichert werden können. Symmetrische Zwillingsanordnungen (vgl. S. 496) sind hierin oft in erster Linie begründet. Wenn das nicht gelingt, sind die Lager mit genügenden Anläufen und eventuell mit Wasserkühlung (s. Taf. 30, 32, 42 u. 47) auszuführen. Dazu ist ihrer leichten Zugänglichkeit auch während des Betriebs (s. Taf. 23, 28 u. 32) besondere Aufmerksamkeit zu schenken.

Die Sicherheit und Bequemlichkeit des Betriebs wird in erster Linie durch die mechanische Ausgestaltung der Anlage gewährleistet. An- und Abstellen sowie das Regulieren der Maschinen muß leicht und rasch geschehen können. Bei hohen Anforderungen an die Reguliergenauigkeit sind automatische Regulatoren aufzustellen.

Die leichte Auswechselbarkeit und Zugänglichkeit ist eine der ersten Anforderungen für die stete Betriebsbereitschaft und lange Lebensdauer der Anlage und bei Wasserkraftmaschinen eine nicht immer leicht zu befriedigende Aufgabe. Die Turbinenkammer soll nach Abstellen des Wassers bequem und trocknen Fußes betreten werden können, und wenn auch dem Tageslicht reichlicher Eingang gewährt werden kann, so ist das doppelt zu begrüßen.

Endlich möge noch auf den hohen Wert für die tadellose Wartung der Maschine hingewiesen werden, den eine wohlgefällige und saubere, auch das Auge des Maschinenwärters befriedigende Ausführung aller Teile dadurch hervorruft, daß sie Lust und Liebe an der Anlage und an ihrer Instandhaltung weckt und fördert.

#### IV. Vorzüge der Zentripetal-Vollturbinen.

Der oberflächliche Beobachter wird als einen Nachteil der Zentripetalturbine den Umstand ansehen, daß die natürliche Austrittsfläche des Laufrades in die Nähe der Achse gelegt und daher verhältnismäßig klein ist und daß deshalb für größere Schluckfähigkeit große Austrittsenergien mit gelegentlich recht komplizierten Schaufelformen »gemischten« Austritts verlangt werden.

Das waren auch sicherlich die Hauptgründe, warum man sich dieser Turbinengattung gegenüber, und zwar gerade auf seiten der Schulgelehrten so lange ablehnend verhalten hat.

Erst der praktische Versuch hat gezeigt, daß es möglich ist, auch bei komplizierten Schaufelformen befriedigende Wasserführung zu erzielen, und daß das an gemischte Zentripetalturbinen zwanglos anzubringende Saugrohr (Taf. 14, 15, 20, 32 u. 36) wohl in der Lage ist, einen Teil der Austrittsenergie aus dem Laufrad durch eine allmähliche Verzögerung noch in Druckgefälle umzusetzen und so der Energieverwertung zu erhalten.

Damit hatte man aber gleichzeitig die allerwichtigsten Vorteile eingeheimst.

Zunächst garantiert das ins Unterwasser eintauchende Saugrohr eine jederzeit völlige Gefällsausnutzung unabhängig von den Schwankungen des Wasserspiegels.

Es gestattet damit gleichzeitig die Aufstellung der Turbinen bis zu 7 m über dem Unterwasser und gewährt hierdurch eine Zugänglichkeit der Anlage und eine Sicherung vor Hochwassereinbruch, die nicht hoch genug bewertet werden kann.

Damit wird außerdem die horizontale Aufstellung ermöglicht, die bei großen Einheiten wesentliche Vorteile besitzt (Taf. 20—24 u. 26—41) wie auch eine bequeme Wegführung des Wassers bei ganz niedrigem Gefälle erzielen kann.

Im Winter verhindert der Luftabschluß des Saugrohrs auch bei abgestelltem Betrieb das Eindringen von kalter Luft in den Turbinenraum und das Einfrieren der Maschinen.

Im Laufrad bringt der kleine Austrittsdurchmesser den Vorteil kleiner Umfangsgeschwindigkeiten am Austritt mit sich. Damit geht die kleine Relativgeschwindigkeit Hand in Hand. Hierdurch werden die Austrittswinkel groß und damit die Kanalkonstanten klein (vgl. Abb. 504 u. 505 S. 394). Die Krümmung des Schaufelblechs wird aus demselben Grunde klein und die Schaufel kann entsprechend kurz gehalten werden.

Die kleinen relativen Austrittsgeschwindigkeiten haben aber auch zur Folge, daß bei wechselnder Beaufschlagung die Umfangskomponenten der absoluten Austrittsgeschwindigkeit, die wir als Verlust ansprechen, klein bleiben (Abb. 481, S. 371), ein Vorteil, der erst bei stark »gemischten« Zentripetalturbinen verloren geht.

Für die Regulierung selbst aber ist die ungezwungene Anbringung der FINKschen Drehschaufeln zwischen parallelen Leitradböden eines der wichtigsten Momente, das allein schon für die Wertbestimmung der Zentripetalturbinen ausschlaggebend wäre; denn sie stellen die bisher einzig befriedigende Regulierung für Vollturbinen dar, und das Regulierproblem steht bei dem modernen Großbetrieb an allererster Stelle.

## B. Allgemeine Anlage der Rechnung.

### I. Übersicht.

Zur Berechnung neuer Turbinen brauchen wir einmal die Geschwindigkeiten in der Umfangsrichtung ( $u$  und  $c_u$ ), die aus der Hauptgleichung entnommen werden, und dann die Geschwindigkeiten senkrecht zur Umfangsrichtung ( $c_m$ ) für die mit den zugehörigen Querschnitten ( $F$ ), die Kontinuitätsgleichungen aufzustellen sind.

Hierbei kommen vor allem der Ein- und Austrittsquerschnitt des Laufrades und der Eintrittsquerschnitt des Saugrohrs in Betracht. Die übrigen Querschnitte der Turbinen — z. B. des Leitrades und des Saugrohraustritts — können im allgemeinen ohne konstruktive oder hydraulische Schwierigkeit an obige Querschnitte angeschlossen werden und brauchen daher im ersten Ansatz nicht berücksichtigt zu werden <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Zur Nachrechnung gegebener und gebremster Turbinen benutzen wir (vgl. S. 274) neben der Hauptgleichung und dem senkrechten Eintrittsquerschnitt ins Laufrad den Austrittsquerschnitt und die Austrittsrichtung der relativen Geschwindigkeit  $w_2$ .

Die in der Hauptgleichung auftretende Größe des hydraulischen Wirkungsgrades  $\varepsilon$  würde zu ihrer theoretisch korrekten Berechnung noch die Reibungsgleichung verlangen, die die Abhängigkeit der Reibung von den sämtlichen Querschnitten und Geschwindigkeiten in der Turbine darstellt. Dazu wäre eine ganze Schar neuer Gleichungen benötigt und die Aufgabestellung wäre für den ersten Ansatz einer Neuberechnung, wie auch andern Orts (S. 382) ausgeführt, viel zu kompliziert.

Wir begnügen uns daher,  $\varepsilon$  zunächst schätzungsweise anzunehmen und behalten uns vor, eine Prüfung unserer Annahme nach Fertigstellung des Entwurfs vorzunehmen.

Somit liegen zunächst nur die folgenden vier Gleichungen vor:

1. Hauptgleichung:

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad (\text{Gl. 278, S. 238}),$$

2. Kontinuitätsgleichung für den Laufradeintritt:

$$Q = \Sigma D_1 \cdot \pi \cdot \Delta b_1 \cdot c_{m1} \quad (\text{vgl. Gl. 406, S. 326}), \quad (467)$$

3. Kontinuitätsgleichung für den Laufradaustritt:

$$Q = \Sigma D_2 \cdot \pi \cdot \Delta b_2 \cdot \varphi \cdot c_{m2} \quad (\text{vgl. Gl. 410, 411, S. 327}), \quad (468)$$

4. Kontinuitätsgleichung für den Saugrohreintritt:

$$Q = \Sigma \Delta F_3 \cdot c_{m3} \quad (469)$$

Wir haben somit viel mehr Veränderliche als Gleichungen und sehen uns daher vor die Schwierigkeit gestellt, eine größere Zahl der fraglichen Größen schätzungsweise so anzunehmen, daß ein guter Wirkungsgrad erwartet werden darf.

Dadurch ist unserer Entschließung und der Konstruktionsmöglichkeit ein weiter Spielraum vorbehalten, der sich auch praktisch in der Verschiedenheit der Turbinen zeigt. Mit so großer Freiheit wächst aber auch die Schwierigkeit ihrer richtigen Benutzung, der nur der erfahrene und gebildete Ingenieur gewachsen ist.

Von den in Frage kommenden Größen ist  $H$  gegeben,  $Q$  folgt bei wechselnder Beaufschlagung aus einer besonderen Überlegung und  $\varepsilon$  wird nach Festlegung der übrigen Annahmen geschätzt.

Welche von den übrigen Größen zweckmäßig angenommen und welche besser berechnet werden, hängt von den speziellen Konstruktionswünschen ab.

Ist z. B. die minutliche Drehzahl  $n$  vorgeschrieben, so liegt eine Bedingungsgleichung zwischen zwei der erwähnten Größen, nämlich zwischen  $D$  und  $u$  vor nach der Form

$$u = D\pi \frac{n}{60}.$$

Bevor ich nun den Konstruktionsgang bespreche, der für allgemeine Aufgaben zweckmäßig erscheint, sei eine Berechnung der reinen Zentripetalturbine angeführt, an die sich eine übersichtliche Studie über die günstigsten Konstruktionsannahmen anschließen läßt.

## II. Berechnung der reinen Zentripetal-Vollturbinen

(vgl. Abb. 348, S. 220).

Hier werden, da Ein- und Austrittsdurchmesser konstant sind, die Formeln für die Querschnitte sehr einfach. Unsere Gleichungen lauten dann:

$$gH\varepsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad [278]$$

$$Q = D_1 \pi b_1 \cdot c_{m1} \quad [467]$$

$$Q = D_2 \pi b_2 \cdot \varphi \cdot c_{m2} \quad [468]$$

$$Q = \frac{D_3^2 \pi}{4} \cdot \psi \cdot \varphi \cdot c_{m2}, \quad [469]$$

wenn  $F_3^1$  durch  $\frac{D_3^2 \pi}{4}$  und  $c_{m3}$  durch  $\psi \cdot \varphi \cdot c_{m2}$  ersetzt wird (S. 321).

Wir haben also, da  $H$  und  $Q$  gegeben sind,  $\varepsilon$  geschätzt wird, noch vier Gleichungen mit zwölf unabhängigen Veränderlichen:

$$u_1, c_{u1}, c_{u2}, D_1, b_1, c_{m1}, D_2, b_2, \varphi, c_{m2}, D_3, \psi.$$

Für die Frage, welche von diesen Größen angenommen, welche berechnet werden sollen, gilt das wichtige Gesetz, daß man diejenigen Veränderlichen zunächst annimmt, die für eine bestimmte Konstruktion praktisch in den geringsten Grenzen wechseln.

Hierzu gehört in erster Linie  $\varphi$ , das die Verengung durch die Schaufelstärken am Laufradaustritt darstellt, dann  $\psi$ , das der Verzögerung von  $\varphi \cdot c_{m2}$  auf  $c_{m3}$  entspricht.

$c_{u2}$  soll für normale Konstruktion und Beaufschlagung stets klein sein. Viele Konstrukteure machen  $c_{u2} = 0$ , andere für  $w_2 = u_2$ ,  $u_2 c_{u2} = gH\kappa_2$  (vgl. S. 259).

$c_{m2}$  wird einerseits mit Rücksicht auf die Austrittsenergie mit ihren Verlusten, andererseits mit Rücksicht auf die Größe der benetzten Flächen im Austritt gewählt, und das Verhältnis von  $D_3$  zu  $D_2$  und  $D_1$  hängt in erster Linie von einer gewünschten Schnellläufigkeit bzw. Drehzahl ab.

Einen Einblick in diese Verhältnisse gab uns der Abschnitt über die Bedingungen des günstigsten Wirkungsgrades und wird uns auch die nachfolgende Studie gewähren.

Jetzt soll zunächst gezeigt werden, wie einfach sich die Berechnung einer reinen Zentripetalturbine gestaltet, wenn man sich aus irgend welchen Überlegungen über die Annahme von acht aus den zwölf Veränderlichen schlüssig geworden ist.

Es sei z. B. gegeben:

$$H = 2,25 \text{ m}, \quad Q = 0,8 \text{ cbm.}$$

Es werde geschätzt:

$$\varepsilon = 0,78.$$

Von einer Vorschrift über die Drehzahl werde mit Rücksicht auf die in dieser Richtung geringe Bewegungsfreiheit der reinen Zentripetalturbine abgesehen.

Dann mögen von den zwölf unabhängigen Veränderlichen etwa angenommen werden:

$$1. \quad \varphi = 0,9$$

$$2. \quad \psi = 0,9$$

$$3. \quad c_{u2} = 0$$

$$4. \quad c_{m2} = c_2 = \sqrt{2gH \cdot \kappa_2} = \sqrt{2g \cdot 2,25 \cdot 0,04} = 1,33 \text{ m/sek}$$

$$5. \quad u_1 = u = 0,65 \sqrt{2gH} = 0,65 \sqrt{2g \cdot 2,25} = 4,31 \text{ m/sek.}$$

<sup>1)</sup> Unter Vernachlässigung des Wellenquerschnitts, der hier etwa  $\frac{3}{4}\%$  von  $F_3$  beträgt.

Dazu drei Verhältniswerte:

$$6. \frac{D_2}{D_3} = 1,25$$

$$7. \frac{D_1}{D_2} = 1,25$$

$$8. \frac{b_1}{b_2} = 1,0.$$

Für die Berechnung genügen dann die obigen vier Gleichungen, und zwar folgt aus

$$g H \epsilon = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \text{ mit } g \cdot 2,25 \cdot 0,78 = 4,31 \cdot c_{u1} - u_2 \cdot 0$$

$$9. c_{u1} = 3,99,$$

$$\text{aus } Q = \frac{D_3^2 \pi}{4} \cdot \psi \cdot \rho \cdot c_{m2} \text{ mit } 0,8 = \frac{D_3^2 \pi}{4} \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 1,33$$

$$10. D_3 = 0,971 \sim 0,97, \text{ und } D_2 = 1,25 D_3 = 1,21 \sim 1,2$$

$$\text{aus } Q = D_2 \pi b_2 \cdot \rho \cdot c_{m2} \text{ oder } 0,8 = 1,20 \cdot \pi \cdot b_2 \cdot 0,9 \cdot 1,33$$

$$11. b_2 = 0,1775 \sim 0,18,$$

$$\text{aus } Q = D_1 \pi b_1 \cdot c_{m1} \text{ mit } D_1 = 1,25 \cdot D_2 = 1,5 \text{ und } 0,8 = 1,50 \pi \cdot 0,18 \cdot c_{m1}$$

$$12. c_{m1} = 0,943.$$

Das liefert unter Beobachtung allmählicher Übergänge das Laufradprofil Abb. 511, sowie das Eintrittsdreieck nach Abb. 512 mit den Winkeln  $\alpha_1 = 13^\circ 18'$  und  $\beta_1 = 71^\circ 16'$ .

Für das Austrittsdreieck benötigt man noch  $u_2 = u_1 \frac{D_2}{D_1} = 4,31 \cdot 0,8 = 3,45 \text{ m/sek.}$ , das in Abb. 513 mit  $\alpha_2 = 90^\circ$  und  $\beta_2 = 21^\circ 5'$  dargestellt ist.

Damit ist auch für die Bedingung kurzer, aber allmählich verlaufender Wasserführung die Form und Zahl der Schaufeln schon ziemlich festgelegt.

Die im vorliegenden Fall beste Schaufelform und Schaufelzahl wird zweckmäßig versuchsweise bestimmt. Dabei ist nur die Frage, ob wir uns streng an

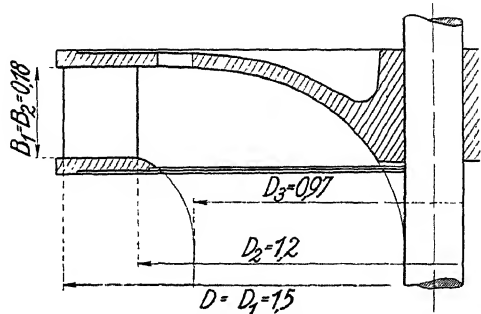


Abb. 511. Laufradprofil der reinen Zentripetalturbine.

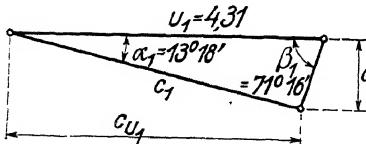


Abb. 512

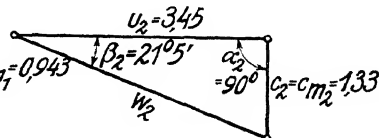


Abb. 513.

die Evolventenform halten oder eine Zusammenschnürung des Strahles bis zum äußersten Ende zulassen wollen. In jedem Fall muß die Wasserführung so entworfen werden, daß ein möglichst genaues Auftreten der gewünschten Winkel  $\beta_2$  über den ganzen Austritt erwartet werden kann.

Mit Evolventen erhält man für verschiedene Schaufelzahlen etwa ein Bild wie Abb. 514, nach dem für mein Gefühl  $z_2 = 20$  die beste Wasserführung verspricht.

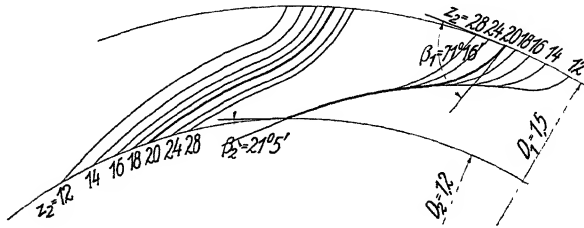


Abb. 514. Laufradkanäle verschiedener Schaufelzahlen bei parallelem Austritt (Evolventen).

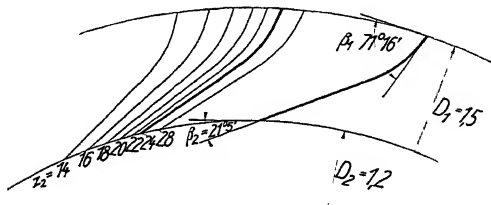


Abb. 515. Laufradkanäle verschiedener Schaufelzahlen bei verengtem Austritt.

Bei keilförmig verengter Wasserführung würde ich mich nach Abb. 515 für  $z_2 = 24$  entscheiden.

### III. Studie über die günstigsten Konstruktionsannahmen für reine Zentripetal-Vollturbinen.

Im Abschnitt II, S. 381 hatten wir die wichtigsten Grundsätze aufgestellt, die zur Kleinhaltung der Reibungsverluste in Turbinen in Frage kommen. Dabei bemerkten wir häufig, wie z. B. in der Forderung großer Krümmungsradien, aber kleiner Kanallängen, sich widersprechende Konstruktionswünsche, deren gegenseitige Abwägung nur an Hand zahlenmäßiger, konstruktiver Durcharbeitung erfolgen kann.

Eine solche Durcharbeitung soll im folgenden ausgeführt werden, und zwar habe ich dieser Studie, um einfache Abmessungen und Rechnungen zu erhalten, eine reine Zentripetalturbine zugrunde gelegt, wie sie bei Langsamläufern annähernd anzutreffen ist.

Dabei wurden für einige der wesentlichsten Veränderlichen verschiedene Annahmen gemacht und in ihrem Einfluß auf den Wirkungsgrad untersucht. Alle in Frage kommenden Größen zu variieren schien nicht nötig, da die meisten von ihnen konstruktiv so wenig geändert werden dürfen, daß wir sie als konstante Unterlagen betrachten können.

Als solche nehmen wir von den auf S. 404 genannten Größen an

$$c_{u2} = 0$$

$$\varphi = 0,9$$

$$\psi = 0,9.$$

Weiter soll, da die reine Zentripetalturbine von vornherein den Mangel hat, wenig Wasser zu schlucken,  $D_3$  so groß gemacht werden, als mit einem guten Übergang des Wassers in die Axialrichtung verträglich scheint.

Dem entspricht etwa  $D_2/D_3 = 1,25$ .

Nun bleiben noch acht Größen, von denen vier in unserer Studie variiert werden, während die letzten vier jeweils zu berechnen sind.

Die Rechnung wurde für ein Gefälle  $H = \frac{1}{2g}$  durchgeführt und erscheint am übersichtlichsten an Hand der Tabelle auf Tafel 6.

Man bemerkt, daß die Untersuchung für drei verschiedene Wassergeschwindigkeiten:

$$u_1 = 0,707 \sqrt{2gH\varepsilon}; \quad u_1 = 0,77 \sqrt{2gH\varepsilon}; \quad u_1 = 0,84 \sqrt{2gH\varepsilon}$$

durchgeführt wurde.

In jedem Fall wurden dann vier verschiedene Durchmesser verhältnisse

$$\frac{D_2}{D_1} = 0,9; \quad \frac{D_2}{D_1} = 0,8; \quad \frac{D_2}{D_1} = 0,7; \quad \frac{D_2}{D_1} = 0,5$$

geprüft.

Dabei wurden jeweils 4 % Austrittsenergie  $\left(\alpha_2 = \frac{c_2^2}{2gH} = 0,04\right)$ , 81 % hydraulischer Wirkungsgrad ( $\varepsilon = 0,81$ ) und ein Breitenverhältnis  $b_2/b_1 = 1$  angenommen. Nur beim Durchmesser verhältnis  $D_2/D_1 = 0,7$  wurden noch zwei andere Annahmen erprobt, nämlich einmal die Wirkung einer größeren Austrittsenergie ( $\alpha_2 = 0,08$ ) mit Annahme eines Wirkungsgrads abfalls auf  $\varepsilon = 0,77$  und dann der Einfluß eines Breitenverhältnisses  $b_2/b_1 = 1,46$ .

Der Zweck der Studie war festzustellen, für welche Annahmen die Summe der Reibungsverluste einen Kleinstwert annimmt, und zwar wurde einmal die ganze Austrittsenergie  $\frac{c_2^2}{2g}$  als verloren angesehen, wonach

$$R = R_d + R_r + R_s = k_d \frac{l_o U_o}{f_o} \frac{c_o^2}{2g} + k_r \frac{l_r U_r}{f_r} \frac{u_1^2}{2g} + \frac{c_2^2}{2g}; \quad [\text{vgl. 454}]$$

ein andermal wurde angenommen, daß bei  $\alpha_2 = 4\%$  ein Druckrückgewinn von 1 % und bei  $\alpha_2 = 8\%$  ein solcher von 3 % erwartet werden darf.

Es mußte sich dann gleichzeitig herausstellen, in welchem Betrag der gerechnete Wirkungsgrad ( $\varepsilon'$ ) mit demjenigen übereinstimmt, der zur Berechnung der Geschwindigkeiten vorläufig angenommen werden mußte ( $\varepsilon$ ).

Die Ausrechnung selbst erfolgte entsprechend den im vorigen Abschnitt gegebenen Gleichungen.

$u_1$  ist gegeben,  $u_2$  wird  $= u_1 \frac{D_2}{D_1}$ ,  $c_2$  folgt aus  $\alpha_2$  und damit für  $c_{u_2} = 0$  das Austrittsdreieck.

Das Eintrittsdreieck benötigt außer  $u_1$  noch  $c_{u_1}$  aus  $c_{u_1} = \frac{\varepsilon g H}{u_1}$  und  $c_{m_1}$  aus den Querschnitten, indem

$$D_1 \pi b_1 \cdot c_{m_1} = D_2 \pi b_2 \cdot \varphi \cdot c_{m_2} = \frac{D_3^2 \pi}{4} \cdot \varphi \cdot \psi \cdot c_{m_2}$$

unter den obigen Annahmen von  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $c_2$  und  $b_2/b_1$ .

Damit folgen gleichzeitig  $\beta_1$  und  $\beta_2$  während, wie man sieht, die Berechnung der Wassermenge an sich nicht nötig wäre. Die Laufradprofile ergaben sich nach Abb. 5—8, Taf. 6 und die Geschwindigkeitsdreiecke nach Abb. 3 und 4, Taf. 6.

Die weitere und schwierigere Aufgabe bestand anschließend in der Bestimmung der Schaufeldimensionen bzw. der Kanalkonstanten, die mehr oder weniger gefühlsmäßig erfolgen muß.

Dabei handelt es sich vor allem um die Aufzeichnung der Leit- und Laufradschaufeln, die bei der reinen Zentripetalturbine im Grundriß unverzerrt erscheinen.

Die beiden Schaufeln sollen das Wasser unter den Winkeln  $\alpha'_0$  bzw.  $\beta'_2$  entlassen und daher unter diesen Winkeln zum Umfang endigen.

Die Laufradschaufel soll gleichzeitig unter dem Winkel  $\beta'_1$  beginnen, während es erfahrungsgemäß besser ist, die Leitschaufel auch bei offenem Einbau nicht mit  $\alpha = 90^\circ$ , sondern mit einem kleineren Winkel beginnen zu lassen, da der Vorteil kleinerer Kanalkrümmung und geringerer Kanallänge den Nachteil des schrägen Wassereinflaßes überträgt.

So wurden die Grundrisse der sämtlichen Leit- und Laufräder aufgezeichnet. Für die meisten wurde Parallelführung des Wassers am Austritt gewählt, indem die Schaufel bis zur Senkrechten an die Nachbarschaufel nach der den Austrittswinkel berührenden Kreisevolvente ausgebildet wurde.

Anschließend wurde dann meist durch einen Kreisbogen der Übergang zu dem am Schaufeleintritt erwünschten Winkel ausgeführt.

Ich begnüge mich hier nur an einigen der ausgeführten Zeichnungen die beobachteten Konstruktionsgrundsätze hervorzuheben.

So wurden z. B. für  $D_2/D_1 = 0,9$ ,  $\alpha_2 = 0,04$ ,  $\beta_2 = \beta_1$  die Schaufelschnitte für die drei Umfangsgeschwindigkeiten in den Abb. 1a, 2a, 3a der Taf. 7, und zwar in jedem Fall für verschieden gewählte Teilungen aufgezeichnet. Die Änderungen der Schaufelzahl, der lichten Weiten und der Kanalkonstanten mit der Teilung wurden gleichzeitig in den Tabellen 1, 2, 3 und in den Abb. 1b, 2b, 3b, Taf. 7 zusammengestellt.

Man sieht, daß die Kanalkonstante bei zunehmender Teilung zuerst rasch, dann weniger rasch abnimmt. Es wurde dann der stärker ausgezogene Schaufelschnitt zur weiteren Behandlung gewählt, für den die Kanalkonstante schon erwünscht klein ausfiel, ohne daß die Schaufelkrümmung und die Wasserführung nach der Abbildung zu Bedenken Anlaß geben konnte.

In ähnlicher Weise sind auch die Schaufelschnitte für  $D_2/D_1 = 0,8$  und  $0,7$  behandelt worden. Für  $D_2/D_1 = 0,5$  ergaben sich Schwierigkeiten bei Einhaltung der Evolventenführung im Austritt, sobald die Umfangsgeschwindigkeit gesteigert wurde. So zeigt Abb. 1a, Taf. 8 für  $u_1 = 0,707 \sqrt{2gH\epsilon}$  zunächst noch den normalen Verlauf. In Abb. 2a mit  $u_1 = 0,77 \sqrt{2gH\epsilon}$  und noch mehr in Abb. 3a, mit  $u_1 = 0,84 \sqrt{2gH\epsilon}$  ist es aber nicht mehr gut möglich, den Austrittswinkel  $\beta'_2$  auf den Eintrittswinkel  $\beta'_1$  ohne Wendepunkt überzuführen, wenn die Evolvente beibehalten wird. Macht man sich von ihr frei, so verschwindet die Schwierigkeit in der einfachsten Weise, wie der kurze und glatte Verlauf der Abb. 2a' und 3a' und die entsprechende Aufzeichnung der Kanalkonstanten in Abb. 2b und 3b zeigt.

Diese Schaufelschnitte sind daher gewählt worden, und das erschien um so unbedenklicher, als der Austritt mit Evolventen (vgl. hierzu Taf. 5 und Taf. 8, Abb. 1a)



keineswegs in hydraulischen Überlegungen, sondern lediglich in der bequemen Meßbarkeit der lichten Austrittsweiten begründet ist (vgl. S. 481).

Schließlich seien noch einige Leitschaufelschnitte in Abb. 4a—6a, Taf. 7 angeführt, die für  $D_2/D_1 = 0,7$  und  $z_2 = 0,08$  konstruiert und genau so behandelt wurden wie die Schaufelschnitte der Laufräder.

Was nun das Ergebnis der Studie anbetrifft, so sei auf die schon erwähnte Tabelle der Reibungsverluste Taf. 6 und die Diagrammdarstellungen Abb. 1 und 2, Taf. 6 verwiesen.

Hierbei wurde für die Verluste im Leitrad der Reibungsfaktor  $k_d = 0,01$ , für die Verluste im Laufrad  $k_r = 0,02$  (vgl. S. 373) eingesetzt. Die Kanalkonstanten der Laufräder wurden aus den jeweiligen Originalzeichnungen berechnet, die der Leiträder sind z. T. geschätzt.

Die Addition der beiden Verluste liefert, wenn außerdem  $\frac{c_2^2}{2g}$ , da hier kein Saugrohr vorgesehen ist, in ganzer Größe als Austrittsverlust hinzugezählt wird, die Summe der Reibungsverluste (Abb. 1, Taf. 6). Die einzelnen Kurven entsprechen dabei den Durchmesserhältnissen 0,5 bis 0,9 und sind nach den Geschwindigkeiten geordnet.

Man bemerkt ein Ansteigen des  $R_r$  mit der Umfangsgeschwindigkeit, dagegen ein Abnehmen des  $R_d$ . (In der Abb. mit  $h_{w_r}$  bzw.  $h_{w_d}$  bezeichnet.)

Das ist im wesentlichen in den Geschwindigkeitsquadraten  $w_2^2$  bzw.  $c_0^2$  begründet.

Bei der Reibung im Laufrad ist das kleinste Durchmesserverhältnis am günstigsten, was sich wiederum aus den kleinen Werten von  $u_2$  und damit auch von  $w_2$  am inneren Umfang erklärt; während im Laufrad die Sache wieder umgekehrt liegt, wo bei kleinen  $D_2/D_1$  infolge der geringen Wasserförderung große benetzte Flächen auftreten.

Dieselben Untersuchungen sollten dann auch noch für andere Breitenverhältnisse und andere Austrittsenergien durchgeführt werden.

Ich habe mich damit begnügt, den Einfluß einer Vermehrung von  $z_2$  auf 0,08 und einer Verkleinerung von  $b_1$  auf 0,70 für den einen Fall von  $D_2/D_1 = 0,07$  zu studieren, was in Abb. 2, Taf. 6 zum Ausdruck kommt.

Man bemerkt hier eine Verbesserung der Reibungsverhältnisse sowohl im Lauf- als im Leitrad durch die Vermehrung von  $z_2$ , sodaß trotz dessen Steigerung um 4% der Gesamtbetrag der Reibung auffallend gleich bleibt. Dazu bringt die Verkleinerung von  $b_1/b_2$  eine geringe Verbesserung der Verluste im Leitrad.

Im großen und ganzen darf man daher sagen, daß die Reibungsverluste, die im einzelnen für die verschiedenen Annahmen recht verschieden ausfallen, doch in ihrer Gesamtheit auffallend ähnliche Beträge zeigen.

Es ist diese Erscheinung darin begründet, daß sich, wie schon aus den Diagrammen bemerkbar war, die Austrittsgeschwindigkeiten aus Lauf- und Leitrad gewissermaßen das Gleichgewicht halten und daß die Geschwindigkeiten, da sie in der Gleichung für  $R$  im Quadrat auftreten, für den Reibungsverlust von besonderer Bedeutung sind.

Beim Aufzeichnen der Kurven war ein Energierückgewinn im Saugrohr nicht einbegriffen. Daraus erkennt man, daß in dem Maße, als mit einem solchen Rückgewinn gerechnet werden kann, die Turbine mit 8% Austrittsenergie die mit 4% an Güte überragt!

Vergleichen wir schließlich noch nach den letzten Spalten der Tabelle Taf. 6 das gerechnete  $\epsilon'$  mit dem geschätzten Wirkungsgrad  $\epsilon$  nach Spalte 3, so bemerken wir im Durchschnitt eine nicht schlechte Übereinstimmung mit der Rechnung. Wir hatten bei  $\alpha_2 = 4^\circ$  ein  $\epsilon = 81\%$  angenommen und finden nun im Mittel  $22^\circ$  Reibung d. h.  $\epsilon' = 78\%$ , wobei aber  $k_d$  und  $k_r$  reichlich eingesetzt und kein Saugrohrrückgewinn berücksichtigt worden war.

Nur für  $D_2/D_1 = 0,5$  bei  $u_1 = 0,707 \sqrt{V\epsilon}$  müßte eine Korrektur vorgenommen werden, da hierbei  $R = 27\%$  d. h.  $\epsilon'$  nur zu  $73\%$  berechnet wurde.

## IV. Erfahrungswerte für Zentripetal-Vollturbinen.

### 1. Einleitendes.

Den in den Tabellen A und B, S. 411 und 412 zusammengestellten, hauptsächlich nach Ausführungen der Praxis gewonnenen Erfahrungswerten möchte ich einige einleitende Worte vorausschicken.

Die bequemste und sicherste Art des Turbinenbaues würde offenbar darin bestehen, bewährte Ausführungen einfach nachzuahmen und die augenblicklichen Bedürfnisse der Industrie würden durch Bücher, die in diesem Sinne genaue Rezepte und Beschreibungen bringen, sicherlich häufig befriedigt. Solche Veröffentlichungen können auch dem gebildeten Fachmann von Nutzen sein. Im allgemeinen und insbesondere für den angehenden Ingenieur wirken sie aber verderblich, denn sie täuschen ihn über die vorhandenen Schwierigkeiten und verleiten ihn, Konstruktionsregeln anzuwenden, ohne ihrem Wesen auf den Grund zu gehen. Dadurch klebt er am Buchstaben und verliert die Fähigkeit, Wichtiges von Unwichtigem zu unterscheiden. Gleichzeitig würde aber damit der allgemeine Fortschritt der Ingenieurwissenschaften gehemmt und sonach im letzten Grund auch die Industrie geschädigt.

Umgekehrt würde der weiteste Blick erzielt und die Entwicklung des Ingenieurs um so vielseitiger und tiefer werden, je allgemeiner und freier ihm die Richtlinien zur Erreichung seiner Ziele gesteckt wären. So könnte man die Bedingung zur Konstruktion der Turbinen in der allgemeinsten Form etwa so aussprechen: Jede Turbine, die das dargebotene Wasser ohne Hemmung aufnimmt und bei kleinsten inneren Reibungsverlusten mit der im Untergraben vorgeschriebenen Energie entläßt, erfüllt ihre Aufgabe in vollkommener Weise; und für ihre praktische Durchführung bilden nur die aus der Hydraulik gewonnenen und in der Turbinentheorie niedergelegten Gesetze und Bedingungen die Grundlage.

Aus rein menschlichen Gründen muß nun ein praktisches Lehrbuch des Turbinenbaues zwischen den genannten Extremen, des einfachen Rezepts einerseits und der ganz allgemeinen Anwendung der Naturgesetze anderseits, einen Mittelweg einschlagen, gezwungen durch die zeitliche Inanspruchnahme der Studierenden oder allgemein ausgesprochen durch »die Kürze des menschlichen Lebens«, die nicht gestattet, daß ein jeder die sämtlichen Erfahrungen der übrigen Menschheit für seine Person wiederhole.

Dazu kommt, daß auch im Turbinenbau für viele »Erfahrungen« die theoretische Begründung noch unvollkommen ist oder gelegentlich ganz fehlt. Da würden wir sicherlich eine Unterlassung begehen, wollten wir auch in solchen

Fallen nur das aus unsrer Theorie Entwickelbare gelten lassen und uns gegenüber anderweitigen Erfahrungen deshalb ablehnend verhalten, weil sie bisher nicht streng erklärt werden konnten, wiewohl ja in manchen andern Disziplinen des menschlichen Lebens ein solches Verfahren fälschlicherweise als das »streng wissenschaftliche« bezeichnet wird. Im Gegenteil, hier wird die Ehrfurcht vor dem Tatsächlichen zur Pflicht und die Bescheidenheit zu einer Tugend.

Unter solchen Erwägungen mögen nun die nachfolgenden Erfahrungswerte aufgenommen werden, zu deren Anwendung ich noch besonders hervorheben möchte, daß sie tatsächlich weiter nichts sind, als Erfahrungswerte, d. h. keine Naturkonstanten, die ängstlich eingehalten werden müssen, sondern Größen behaftet mit allem Unvollkommenen menschlicher Erfahrung, die nicht nur durch neuere Studien stets vervollkommenet werden müssen, sondern die auch nach den bisherigen Erfahrungen oft in weiten Grenzen verschieden gewählt, und zwar mit Erfolg verschieden gewählt wurden.

## 2. Aufbau der Erfahrungswerte.

Die Erfahrungswerte sind nach den spezifischen Drehzahlen  $n_s$  (S. 295) der Turbinen geordnet. Ihr Aufbau schließt sich einem Berechnungsgang an, den ich auch in den folgenden Konstruktionen anwende und der mit dem im vorigen Abschnitt erwähnten im wesentlichen übereinstimmt.

Tabelle A. Erfahrungswerte für Zentripetal-Vollturbinen von 0,4 m Durchmesser bei günstigster Drehzahl  $n_o$ .

Zeile	Spalte	I. Lange Schaufeln				II. Halblange Schaufeln						III. Kurze Schaufeln					
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	$n_s$	150	200	250	300	50	75	100	150	200	250	300	150	200	250	300	350
2	$n_1^I = u \cdot \frac{60 \cdot \sqrt{2g}}{\pi}$	56,7	58,3	61,7	68,5	49,1	51,6	53,3	57,5	58,3	61,7	68,5	56,7	60,1	66,8	77,0	93,0
3	$Q_1^I = \frac{75}{1000} \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \left(\frac{n_s}{n_1^I}\right)^2$	0,62	1,07	1,56	1,89	0,12	0,21	0,33	0,61	1,05	1,47	1,78	0,62	1,01	1,33	1,50	1,46
4	$\epsilon_{1/2}$ in %	84	82	79	76	67	75	80	84	84	82	81	84	82	79	76	73
5	$\epsilon_1$ in %	85	84	78	77	66	75	81	85	84	83	82	85	84	81	77	73
6	$\epsilon_{3/4}$ in %	86	85	78	75	70	77	82	86	86	83	79	86	85	81	75	64
7	$\epsilon_{1/2}$ in %	80	80	67	66	66	72	76	80	79	75	61	80	80	77	66	44
8	$\epsilon_{\Delta}$ in %	84	84	78	75	68	75	80	84	84	83	80	84	84	82	78	67
9	$Q_m/Q_1$	1,18	1,20	1,03	1,00	1,09	1,11	1,13	1,18	1,18	1,12	1,03	1,18	1,20	1,20	1,15	1,00
10	$Q_m/Q_{\Delta}$	1,36	1,39	1,18	1,10	1,20	1,25	1,30	1,36	1,34	1,27	1,15	1,36	1,39	1,39	1,29	1,08
11	$u/\sqrt{2gH} = u$	0,67	0,69	0,73	0,81	0,58	0,61	0,63	0,68	0,69	0,73	0,81	0,67	0,71	0,79	0,91	1,10
12	$B/D$	0,18	0,28	0,44	0,49	0,07	0,08	0,10	0,18	0,28	0,38	0,48	0,18	0,27	0,33	0,36	0,37
13	$\alpha_3$ in %	3,50	4,00	4,50	5,00	2,40	2,60	2,90	3,50	4,00	4,50	5,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50
14	$u_{12}/u$	1,00	0,98	0,94	0,90	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	0,94	0,90	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80
15	$u_{2a}/\sqrt{2gH} = u_{2a}$	0,61	0,73	0,84	0,95	0,38	0,44	0,50	0,61	0,73	0,84	0,95	0,61	0,74	0,88	1,04	1,27
16	$u_{2i}/\sqrt{2gH} = u_{2i}$	0,35	0,35	0,20	0,18	0,38	0,40	0,41	0,35	0,35	0,32	0,27	0,35	0,35	0,36	0,40	0,45
17	$d_2^2$	+12	+30	+40	+48	-78	-62	-31	+9	+25	+33	+39	+9	+20	+28	+34	+37
18	$l_a/D$	0,16	0,16	0,16	0,17	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,16	0,16	0,16	0,17	0,18
19	$\varphi$	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
20	$\alpha_2$ in %	6,10	6,70	6,90	7,10	3,30	4,00	4,70	6,00	7,20	8,60	10,60	6,10	7,90	10,60	13,70	16,70

Tabelle B. Erfahrungswerte für Zentripetal-Vollturbinen von 0,4 m Durchmesser bei größter Drehzahl  $n_m$ 

		I. Lange Schaufeln				II Halblange Schaufeln						III. Kurze Schaufeln					
Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	$ns_0$	150	200	250	300	50	75	100	150	200	250	300	150	200	250	300	350
2	$ns_m ns_0$	1,13	1,18	1,20	1,18	1,02	1,04	1,07	1,13	1,18	1,20	1,18	1,13	1,18	1,20	1,18	1,04
3	$Q_{m_m}/Q_{m_0}$	0,98	1,01	1,04	1,07	0,91	0,93	0,94	0,98	1,01	1,04	1,07	0,98	1,01	1,04	1,07	1,11
4	$u_m u_0$	1,15	1,19	1,22	1,20	1,06	1,08	1,10	1,15	1,19	1,22	1,20	1,15	1,19	1,22	1,20	1,10
5	$\epsilon_{m_1}$ in %	74	73	72	71	76	76	75	74	73	72	71	74	73	72	71	70
6	$\epsilon_{m_{3/4}}$ in %	78	80	79	73	71	73	75	78	80	79	73	78	80	79	73	55
7	$\epsilon_{m_{1/2}}$ in %	73	68	50	25	67	68	70	73	73	67	57	73	73	67	57	34

Zunächst bemerkt man aus den Tabellen, daß Erfahrungswerte für drei verschiedene Schaufelformen angegeben sind, die als »lange«, »halblange« und »kurze« Schaufeln unterschieden werden und in den Abb. 427 c, d, und e, S. 314 schematisch dargestellt sind.

Die spezifische Drehzahl  $n_s$  betrifft jeweils die spezifische Drehzahl bei voller Beaufschlagung und bei normaler Drehzahl. Bekanntlich kann  $n_s$  durch Steigerung der Drehzahl über den normalen Betrag noch wesentlich erhöht werden und die Praxis hat von dieser Möglichkeit häufig Gebrauch gemacht. Die Werte der Tabelle B betreffen den Betriebszustand bei dieser gesteigerten spezifischen Drehzahl  $n_{s_m}$ , deren Grenze aber nicht bei ihrem absoluten Maximum, sondern da festgelegt wurde, wo der Wirkungsgrad bis gegen 70% heruntersinkt (vgl. Kurven, Abb. 440—443, S. 332).

An zweiter Stelle von Tabelle A steht die Einheitsdrehzahl  $n_1$  (Gl. 375, S. 293), dann folgt die Einheitswassermenge  $Q_1$  (Gl. 377, S. 293).

An vierter Stelle kommt der Wirkungsgrad  $\epsilon_{1/4}$  bei voller Beaufschlagung, der dazu dient,  $n_s$  für eine Neukonstruktion zu berechnen, für die Gefälle, Wassermenge und Drehzahl bestimmt sind, indem (S. 292 ff.):

$$n_s = n_1 \cdot \sqrt[3]{N_1}; \quad n_1 = \frac{n}{\sqrt[3]{H}}; \quad N_1 = \frac{Q \gamma H e}{75} \cdot \frac{1}{H \sqrt[3]{H}}.$$

Das geschieht zunächst durch probeweises Einsetzen eines vorläufigen Wirkungsgrades, da ja  $n_s$  von vornherein nicht bekannt ist.

Die Zeilen 5 bis 8 geben dann die bei den Beaufschlagungen  $Q_1$ ,  $Q_{1/4}$ ,  $Q_{3/4}$  und  $Q_{1/2}$  zu erwartenden Wirkungsgrade. Aus ihnen kann entschieden werden, ob die Höhe der Wirkungsgrade für den der betreffenden Turbine zukommenden Regulierbereich genügt, wobei für veränderliches Gefälle die verschiedenen Wassermengen zuvor auf ein gleiches Gefälle reduziert werden müssen und wobei man nicht nur den Wechsel der Beaufschlagungen, sondern auch ihre zu erwartende Häufigkeit samt den jeweiligen wirtschaftlichen Werten der Leistung ins Auge zu fassen hat.

Dabei ist zu beachten, daß die garantiegemäß zu verarbeitende Wassermenge zur Sicherheit um einen gewissen Betrag unterhalb der maximalen Schluckfähigkeit

$Q_m$  der betreffenden Turbinengattung liegen muß, der je nach der Art des Betriebs zu 3 % bis 7 % von  $Q_m$  <sup>1)</sup> angenommen wird.

Ergeben diese Voruntersuchungen kein befriedigendes Ergebnis für die bei dem Wechsel der Beaufschlagung zu erwartenden Wirkungsgrade, so muß entweder eine andere Drehzahl für die Turbine verlangt, oder es muß nach dem Beispiel auf S. 380 eine stärkere Unterteilung der Gesamtwassermenge der Anlage in einzeln regulierbare Aggregate durchgeführt werden.

Im Anschluß hieran wird diejenige Wassermenge festgelegt, für die die Berechnung des Laufrades durchgeführt werden soll. An sich wäre hierfür natürlich jede im Regulierbereich der Turbine liegende Wassermenge gleichberechtigt. Wir wissen aber, daß für gewisse Beaufschlagungen, nämlich  $Q_\perp$  oder  $Q_\triangleleft$  die Verteilung der Wassermengen über die Austrittskante besonders einfach wird (vgl. S. 346). Diese Beaufschlagungen eignen sich sonach in besonderer Weise zur Berechnung der Austrittsdimensionen des Laufrades. Über ihr Verhältnis zur maximalen Beaufschlagung  $Q_m$  geben die Spalten 9 und 10 Auskunft.

Soll der ganze Regulierbereich der Turbine ausgenutzt werden, was die Regel bildet, so läßt man die größte Beaufschlagung der Turbine einschließlich der oben genannten Sicherheit mit  $Q_m$  zusammenfallen. Dann würde z. B. eine horizontale Turbine für  $Q = 1$  cbm/sek für 1,07 cbm/sek größte Beaufschlagung zu konstruieren sein und ihre Beaufschlagung  $Q_\perp$  würde sich nach dem Tabellenwert z. B. für lange Schaufeln und  $n_s = 150$  mit  $\frac{Q_m}{Q_\perp} = 1,18$  zu  $\frac{1,07}{1,18} = 0,905$  cbm/sek ergeben.

Es kommen aber gelegentlich auch Turbinen vor, denen eine gleichbleibende oder nahezu gleichbleibende Wassermenge zur Verfügung steht. Sie wird man so konstruieren, daß diese Wassermenge  $Q$  mit der Beaufschlagung des besten Wirkungsgrades zusammenfällt, also im obigen Beispiel etwa für  $Q = Q_\perp$  oder  $Q = \frac{3}{4} Q_m = \frac{3}{4} \cdot 1,18 \cdot Q_\perp$ .

Ist aber  $Q_\perp$  (bzw.  $Q_\triangleleft$ ) einmal festgelegt, so beginnt die eigentliche Aufgabe des Konstrukteurs.

Aus der gegebenen Drehzahl folgt aus Zeile 11, mit  $u = \frac{D \pi n}{60}$  nach

$$u = \frac{D \pi n}{60}$$

der Turbinendurchmesser  $D$  und mit ihm nach Zeile 12 aus  $\frac{B}{D}$ , die Turbinenbreite  $B$ .

Zur Aufzeichnung des Laufradprofils benötigt man dann vor allem den Saugrohrdurchmesser  $D_3$ , an den es sich anzuschließen hat, und der aus Zeile 13 nach

$$F_3 \cdot c_{m3} = \frac{D_3^2 \pi}{4} \cdot c_{m3} = Q_\perp \quad \text{mit} \quad \frac{c_{m3}^2}{2gH} = z_{3\perp}$$

gefunden wird, wenn eine Verengung des Saugrohrquerschnitts durch einen Wellendurchmesser  $d_3$  nicht stattfindet, andernfalls die Gleichungen entsprechend lauten:

$$\left( \frac{D_3^2 \pi}{4} - \frac{d_w^2 \pi}{4} \right) c_{m3} = Q_\perp \quad \text{und} \quad \frac{c_{m3}^2}{2gH} = z_{3\perp}. \quad (470)$$

<sup>1)</sup> Etwa 3% bei geradem, 7% bei gekrümmtem Saugrohr.

Der Übergang vom Durchmesser  $D$  auf  $D_3$  wird durch das Kranzprofil ( $K.P.$  Abb. 516) vermittelt, zu dessen Entwurf die Zeilen 15, 17 und 18 einen losen Anhalt bieten.

Aus 15 folgt der äußerste Austrittsdurchmesser  $D_{2a}$  als

$$D_{2a} = \frac{60 \cdot u_{2a}}{\pi \cdot n}.$$

Bis zu ihm soll sich das Kranzprofil unter dem Winkel  $\delta_2$  (Zeile 17) in einer Gesamtlänge  $l_a$  aus  $\frac{l_a}{D}$  Zeile 18) erstrecken, die in kleiner Abrundung an dem Leitraduntersatz ( $U.P.$ ), in größerer Abrundung an das Saugrohrprofil ( $S.P.$ ) angeschlossen wird (Abb. 516, vgl. auch Abb. 487).

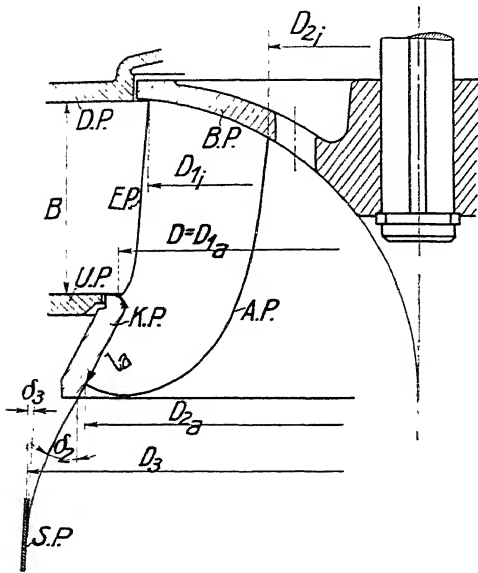


Abb 516. Die Bezeichnungen im Laufradprofil.

Dabei wünscht man, daß das Kranzprofil beim Durchschneiden des Durchmessers  $D_{1a} = D$  annähernd senkrecht auf dem freilich erst später zu konstruierenden Eintrittsprofil  $E.P.$  stehe.

Das Bodenprofil ( $B.P.$ ) berührt das Profil des Leitraddeckels ( $D.P.$ ) und leitet in einem oder in zwei Kreisbogen zur Achse oder zur Welle über.

Die Austrittskante sollte nicht über den Durchmesser  $D_{2a}$  hinausfallen und nicht unter den Durchmesser  $D_{2i}$  hereingezogen werden, der aus Zeile 16 zu berechnen ist.

Zur weiteren Festlegung der Austrittskante müssen die Flutprofile eingezeichnet und die Austrittsquerschnitte

der einzelnen Teilturbinen, bzw. die der Wassermenge  $Q_1$  entsprechenden Wassergeschwindigkeiten  $c_{m2}$  berechnet werden, wobei der Verengungskoeffizient  $\varphi$  nach Spalte 19 geschätzt werden darf.

Es zeigt sich dann, ob die Größen  $\frac{c_{m2}^2}{2gH} = z_2$  den Betrag übersteigen, der für sie nach Spalte 20 zulässig ist.

Ist dies der Fall, so ist die Austrittskante zu erweitern, auch darf man im Notfall kleine Überschreitungen der in den Spalten 15—20 angegebenen Werte unbedenklich zulassen.

Die Eintrittskante wurde früher meist parallel zur Achse durch  $D_{1a} = D$  gelegt. Man erhält aber meist günstigere Schaufelflächen, wenn man die Eintrittskante auf ein  $D_{1i} < D_{1a}$  (Abb. 516) zurücknimmt. Hierfür sind Erfahrungszahlen in Zeile 14 durch  $D_{1i}/D_{1a}$  bzw.  $u_{1i}/u_{1a}$  angeführt.

Schließlich zeigt Tabelle B auf Seite 412, in welcher Weise sich die spezifischen Drehzahlen, Wassermengen, Umfangsgeschwindigkeiten und Wirkungsgrade ändern, wenn man die in Tabelle A angegebenen Turbinen mit gesteigerter

Drehzahl laufen läßt. Dabei sind die Normalwerte der Tabelle A mit dem Index  $o$  (optimum) von den gesteigerten Werten mit dem Index  $m$  (maximum) unterschieden. Man bemerkt, wie mit der Steigerung der Umfangsgeschwindigkeit (Zeile 4) und der Wassermenge die spezifische Drehzahl (Zeile 2) in etwas geringerem Maße wächst, da gleichzeitig der Wirkungsgrad bei voller Beaufschlagung zurückgeht. Die Wassermengen (Zeile 3) nehmen bei Langsamläufem ab, bei Schnellaufem infolge der Zentrifugalwirkung zu.

Damit ist der auf den angeführten Erfahrungswerten beruhende Teil der Laufradkonstruktion beendet.

Hier möge nur noch darauf hingewiesen werden, daß sich die angeführten Erfahrungswerte mit Rücksicht auf den S. 299 f. ausgeführten Einfluß der Turbinengröße streng genommen nur auf eine bestimmte Ausführungsgröße beziehen können.

In den vorliegenden Tabellen und Diagrammen sind Turbinen mit Durchmesser  $D = 0,4$  m vorausgesetzt. Größere Ausführungen genießen sonach gegenüber den Tabellenwerten eine entsprechende Sicherheit, während für kleinere Ausführungen entsprechende Abzüge zu machen sind.

Zu genauerer Umrechnung können die auf S. 303 abgeleiteten Berechnungsformeln verwendet werden.

Hiernach ist zunächst

$$e = 1 - (1 - e') \frac{0,12 + \frac{0,015}{\sqrt{0,0275 D}}}{0,12 + \frac{0,015}{\sqrt{0,0275 D'}}},$$

wenn der Rauheitsfaktor  $= 0,015$  und der hydraulische Einheitsradius im Mittel  $= 0,0275$  gesetzt werden.

Diese Formel ist zur leichteren Benutzung in Diagramm, Abb. 517, dargestellt, wo die Abhängigkeit des  $e$  von  $D$  für verschiedene Werte von  $e'$  bei  $D' = 0,4$  in Kurven zum Ausdruck kommt.

Hat man danach den Wirkungsgrad  $e$  der neuen Turbinengröße mit Durchmesser  $D$  bestimmt, so ergeben sich nach S. 304 die Einheitswassermengen  $Q_1^I$  und die Einheitsdrehzahlen  $n_1^I$  um  $\sqrt{\frac{e}{e'}}$ , die spezifischen Drehzahlen um  $\left(\frac{e}{e'}\right)^{5/4}$  und die Einheitsleistungen  $N_1^I$  um  $\left(\frac{e}{e'}\right)^{3/2}$  gesteigert.

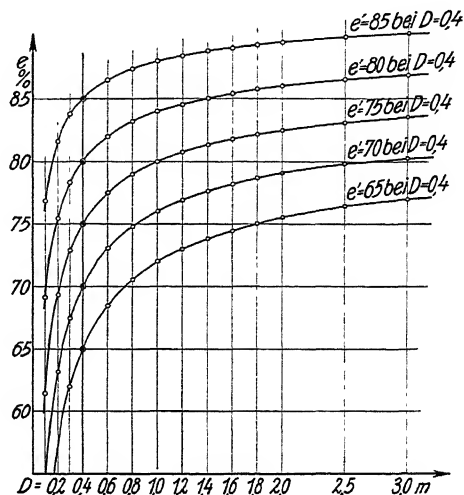
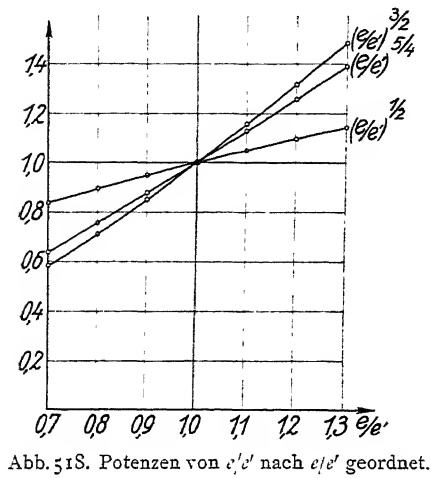


Abb. 517. Änderung des Wirkungsgrades mit dem Laufraddurchmesser für ähnliche Turbinen verschiedener Güte.

Zur leichteren Berechnung sind diese Verhältniszahlen in der folgenden Tabelle und im Diagramm (Abb. 518) für gebräuchliche Werte von  $\frac{e}{e'}$  zusammengestellt.



$\frac{e}{e'}$	$\left(\frac{e}{e'}\right)^{3/2}$	$\left(\frac{e}{e'}\right)^{5/4}$	$\left(\frac{e}{e'}\right)^{3/2}$
0,70	0,836	0,640	0,585
0,75	0,865	0,697	0,649
0,80	0,895	0,756	0,716
0,85	0,921	0,816	0,783
0,90	0,948	0,876	0,854
0,95	0,975	0,937	0,926
1,00	1,000	1,000	1,000
1,05	1,027	1,066	1,077
1,10	1,049	1,127	1,154
1,15	1,072	1,190	1,233
1,20	1,097	1,258	1,314
1,25	1,119	1,320	1,398
1,30	1,140	1,389	1,482

Schließlich seien noch die folgenden Bemerkungen zu den Erfahrungswerten beigelegt.

Aus der Aufstellung für lange, halblange und kurze Schaufeln bemerkt man, in wie verschiedener Weise man bisher in der Praxis vorgegangen ist. Die Laufräder mit langen Schaufeln suchen die Schnellläufigkeit, die entsprechend Gl. (402), S. 314 dargestellt werden kann als

$$n_s = n_l \cdot \sqrt{Q_l \cdot \gamma \cdot \frac{e}{75}} = n_l^I \sqrt{Q_l^I \gamma \cdot \frac{e}{75}}, \quad (471)$$

vor allem durch die Steigerung der Einheitswassermenge zu erzielen, während bei den Laufrädern mit kurzen Schaufeln die Einheitsdrehzahl möglichst gesteigert wird. Dazwischen stehen die Laufräder mit halblangen Schaufeln, die im ganzen den besten Erfolg zu haben scheinen, deren Schaufelflächen aber weit schwieriger zu entwerfen und herzustellen sind, wie die der Laufräder mit kurzen Schaufeln, und die ganz hohen spezifischen Drehzahlen nicht erreichen, die man mit den letzteren erzielt hat.

## C. Berechnung und Konstruktion der Laufräder.

### I. Rechnungs- und Konstruktionsgang eines Normalläufers mit halblangen Schaufeln<sup>1)</sup>.

#### 1. Vorbemerkungen.

Von der Gesamtwassermenge  $Q_g$ , die dem Laufrad zugeleitet wird, fließt, wie wir S. 250 gesehen haben, nur die Wassermenge  $Q$  Arbeit abgebend durch die Laufradkanäle, während sich die Wassermenge  $Q_v$ , die als Spaltverlust bezeichnet wurde, durch den Spalt und die Wasserlöcher andere Wege sucht.

<sup>1)</sup> Für die technische Durchführung dieser Konstruktionen vgl. den fünften Teil B bis E S. 308 ff.



Danach müßte der Durchlaß der Laufräder um etwas geringer (1—2 %) bemessen werden, als der der Turbine zu Gebote stehenden Wassermenge entspricht. Das geschieht aber mit Rücksicht auf die unvermeidlichen Ausführungsfehler in der Werkstätte nicht. Man berechnet im Gegenteil die Laufräder noch für eine größere Wassermenge als  $Q_g$ , um völlig sicher zu gehen, daß die garantierte Leistung auch bei unvorherzusehenden kleinen Störungen erreicht wird. Zu groß dürfen die Laufräder aber auch nicht gebaut werden, da sonst die Wirkungsgrade bei kleinen Beaufschlagungen leiden. Nach praktischen Erfahrungen wählt man die der Laufradberechnung zugrunde zu legende Wassermenge  $Q$  etwa 3—7 % größer als die zu garantierende Wassermenge  $Q'$ , und zwar gelten 3 % für vertikale und 7 % für horizontale Turbinen.

Somit haben wir für jeden Beaufschlagungsgrad die Werte der Wassermengen zu unterscheiden, die der Laufradberechnung zugrunde liegen, und die wir mit  $Q$ ,  $Q_1$ ,  $Q_a$  usw. bezeichnet hatten, von den Garantiewerten, die natürlich kleiner sind als die ersteren, und deren Größtwert wir mit  $Q'$ , deren wirtschaftlich beachtenswerten Kleinstwert wir mit  $Q''$  bezeichnen wollen<sup>1)</sup>. Der Wert  $Q_g$ , die Gesamtwassermenge spielt hier mit Rücksicht auf die Sicherheitskoeffizienten keine Rolle und ist erst wieder bei der Diskussion der ausgeführten und gebremsten Turbine in Betracht zu ziehen.

## 2. Festlegen der Wassermenge des senkrechten Austritts ( $Q_1$ ) für ein Laufrad.

Die größte Beaufschlagung der zu entwerfenden Turbine sei zu  $Q' = 1,44 \text{ m}^3/\text{sek}$  beim Gefälle  $H = 16,9 \text{ m}$  festgelegt. Die kleinste, wirtschaftlich in Betracht kommende Wassermenge betrage  $Q'' = 0,56 \text{ m}^3/\text{sek}$  bei  $H = 18,6 \text{ m}$ , die minutliche Drehzahl sei  $n = 605 \text{ i. M.}$

Zu vorläufiger Klärung der in Frage stehenden Turbinengattung berechnen wir ihre spezifische Drehzahl  $n_s$  unter Annahme eines Wirkungsgrades von 75 %, wonach mit

$$Q_1 = \frac{1,44}{\sqrt{16,9}} = 0,35$$

und

$$n_1 = \frac{605}{\sqrt{16,9}} = 147$$

$$n_s = n_1 \cdot \sqrt{10 \cdot Q_1} = 147 \cdot \sqrt{3,5} = 275,$$

was sich nach Tabelle A S. 411 leicht erreichen läßt. Die Beaufschlagung wechselt zwischen

$$Q_1' = 0,35 \text{ und } Q_1'' = \frac{0,56}{\sqrt{18,6}} = 0,13 \text{ d. h. um das } \frac{0,13}{0,35} = 0,372 \text{ fache.}$$

Dabei kann für die kleinste Beaufschlagung, wie sich aus den Zeilen 4 bis 8 der Tabelle A ergibt, ein befriedigender Wirkungsgrad nicht mehr erwartet werden.

<sup>1)</sup> Für ein wirtschaftlich genau bewertetes Projekt kommen auch die dazwischenliegenden Beaufschlagungen mit ihren jährlichen Betriebszeiten in Betracht. Hieraus entwickelte Kalkulationen, bei denen die Wirkungsgrade der Turbinen schon näher bekannt sein müssen, bringe ich in den Vorlesungen über Wasserkraftanlagen.

Wir führen deshalb die Turbine mit zwei Laufrädern aus und geben, zum Zweck unabhängiger Regulierbarkeit, jedem derselben ein eigenes Saugrohr (vgl. Abb. 4, Taf. 20)<sup>1)</sup>.

Dann sinkt die spezifische Drehzahl eines Rades auf  $\frac{275}{\sqrt{2}} = 194,5$  und seine Beaufschlagung  $Q'_1$  auf  $\frac{1,44}{2 \cdot \sqrt{16,9}} = 0,175$ , sodaß die Teilbeaufschlagung  $Q'_1 = 0,13$  das  $\frac{0,13}{0,175} = 0,744$  fache der vollen Beaufschlagung beträgt, was sehr günstig ist.

In Ermanglung besonderer wirtschaftlicher Untersuchungen legt man nun die den besten Wirkungsgrad versprechende Beaufschlagung, die annähernd mit  $Q_\perp$  zusammenfällt (vgl. S. 345), wenn möglich in die Mitte zwischen die Beaufschlagungsgrenzen und erhält damit

$$Q_{1\perp} = \frac{0,175 + 0,13}{2} = 0,1525.$$

Das ist aber nur dann möglich, wenn das in Frage stehende Laufrad die notwendige Steigerung von  $Q_\perp$  bis zu der größten verlangten Wassermenge einschließlic der oben erwähnten Sicherheit zuläßt, d. h., wenn wir hier eine horizontale Turbine mit 7% Sicherheit ausführen, von  $Q_{1\perp}$  auf  $Q_1 = 1,07 \cdot Q'_1$  somit von 0,1525 auf  $1,07 \cdot 0,175 = 0,187$ , d. h. auf das 1,23 fache.

Ob dies möglich ist, zeigt die Tabelle A. Dazu rechnen wir jetzt unter Berücksichtigung des für die vorläufige spezifische Drehzahl aus Zeile 4 für halblange Schaufeln entnommenen Wirkungsgrades von 84% den genaueren Wert von  $n_s$  als

$$n_s = n_1 \sqrt{10 \cdot Q_1 \cdot \frac{e}{0,75}} = 147 \sqrt{10 \cdot 0,187 \cdot \frac{0,84}{0,75}} \cong 210,$$

dafür zeigt der aus Zeile 9 nach Spalten 9 und 10 interpolierte Wert nur eine Steigerungsfähigkeit von  $\frac{Q_m}{Q_\perp} = 1,17$ , während  $\frac{Q}{Q_\perp} 1,23$  betragen sollte.

Somit muß  $Q_{1\perp}$  größer gewählt werden, und zwar mindestens, — wenn  $Q_1 = 0,187$  mit  $Q_{1m}$  zusammenfallen soll — zu

$$Q_{1\perp} = \frac{Q_1}{1,17} = \frac{0,187}{1,17} = 0,160,$$

wodurch die Laufradgröße im wesentlichen festgelegt ist.

### 3. Bestimmung des Kranz- und Bodenprofils.

Wir wählen hier die Laufradkonstruktion mit halblangen Schaufeln, da sie bei  $n_s = 210$  noch nicht zu schwierig werden und die besten Wirkungsgrade erwarten lassen.

Hierfür geben uns die zwischen Spalte 9 und 10 interpolierten Werte der Tabelle A einigen Anhalt. Wir führen die Berechnung dabei für  $Q_\perp$  durch, obwohl jede Wassermenge, deren Geschwindigkeitsverteilung auf die einzelnen Teilturbinen bekannt bzw. gegeben wäre (z. B.  $Q_1$  Zeile 10), diesem Zweck in gleicher Weise dienen könnte.

<sup>1</sup> Eine andere, gedrungene, aber weniger einfache Lösung, derselben Frage zeigt die Hochwasserturbine (Taf. 19).

Außerdem rechnen wir mit dem Gefälle  $H = 1/2 g$ , da hierbei einige Vereinfachungen eintreten.

$$\text{Damit wird } \varOmega = \varOmega_m = \frac{0,187}{\sqrt{2g}} = 0,0422, \quad \varOmega_{\perp} = \frac{0,16}{\sqrt{2g}} = 0,0361,$$

und

$$n = \frac{147}{\sqrt{2g}} = 33,2.$$

Aus Zeile 11 der Tabelle ergibt sich nun in Verbindung mit der Drehzahl der Turbinendurchmesser  $D = D_{1a}$ , indem

$$u = \frac{u}{\sqrt{2gH}} = 0,695 = \frac{D\pi n}{60}$$

und

$$D = \frac{0,695 \cdot 60}{\pi \cdot 33,2} = 0,400 \text{ m}$$

Die Turbinenbreite  $B$  wird nach der Erfahrungszahl von  $B/D$  Zeile 12 zu etwa

$$B = \frac{B}{D} \cdot D = 0,31 \cdot 0,40 = 0,124$$

angenommen.

Aus Zeile 13 folgt  $\alpha_{3\perp} = 4,1\%$   $c_{3\perp} = \sqrt{0,041} = 0,202$ , und damit unter Voraussetzung konstanter Durchflußgeschwindigkeit im Saugrohrquerschnitt  $F_3$

$$F_3 = \frac{\varOmega_{\perp}}{c_{3\perp}} = \frac{0,0361}{0,202} = 0,179.$$

Bei der zu entwerfenden Turbine soll die Turbinenwelle das Saugrohr durchdringen, somit ist dessen entsprechende Verengung in Berücksichtigung zu ziehen.

Zur Berechnung des Wellendurchmessers  $d_w$ <sup>1)</sup> bestimmen wir die größte Leistung eines Laufrads als

$$N = \frac{Q \cdot \gamma \cdot H \cdot e}{75} = \frac{1,07 \cdot 0,72 \cdot 1000 \cdot 16,9 \cdot 0,835}{75} = 145 \text{ PS.}$$

Wird diese Leistung durch das Saugrohr geleitet und eine Steigerung des Drehmoments  $M_d$  beim Festbremsen der Turbine auf den 1,6fachen Betrag angenommen, so folgt

$$M_d = 1,6 \cdot \frac{60 \cdot 75}{2\pi} \cdot \frac{N}{n} = 1,6 \cdot 716 \cdot \frac{N}{n} = 1,6 \cdot 716 \cdot \frac{145}{605} = 275 \text{ kgm}$$

und mit

$$M_d = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 \cdot k_d \text{ für kg u. cm, } k_d = 400 \text{ kg/cm}^2$$

$$d_w = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{27500}{400}} = \sqrt[3]{350} \approx 7,0 \text{ cm,}$$

dann wird mit

$$F_3 = \frac{D_3^2 \pi}{4} - \frac{d_w^2 \pi}{4} = 0,179$$

$$D_3 \approx 0,48 \quad r_3 = 240 \text{ mm.}$$

<sup>1)</sup> Näheres auf S. 518.

Außerdem legen wir nun gleich einige wichtige Konstruktionsgrößen nach den Zeilen 14 bis 20 unsrer Erfahrungswerte fest, wonach sich durch entsprechende Interpolation zwischen den Spalten 9 und 10 ergibt:

$$\begin{aligned}
 14) \quad D_{1i} &= \frac{u_{1i}}{2l} \cdot D = 0,97 \cdot 400 = 0,390 & r_{1i} &= 195 \text{ mm}, \\
 15) \quad D_{2a} &= \frac{u_{2a} \cdot 60}{\pi \cdot 11} = \frac{0,75 \cdot 60}{\pi \cdot 33,2} = 0,431 & r_{2a} &= 215 \text{ mm}, \\
 16) \quad D_{2i} &= \frac{u_{2i} \cdot 60}{\pi \cdot 11} = \frac{0,345 \cdot 60}{\pi \cdot 33,2} = 0,198 & r_{2i} &= 99 \text{ mm}, \\
 17) \quad \delta_2 &= 26^\circ, \\
 18) \quad l_a &= \frac{l_a}{D} \cdot D = 0,161 \cdot 0,4 = 0,064 & &= 64 \text{ mm}, \\
 19) \quad \varphi &= 0,88, \\
 20) \quad \alpha_{2\perp} &= 7,53^\circ.
 \end{aligned}$$

Nunmehr beginnt die Aufzeichnung des Laufradprofils.

Wir wählen dazu einen handlichen Maßstab, der gestattet, die Strömungslinien leicht mit freier Hand einzuzichnen und mit einem Blick zu übersehen. Hierfür dürfte eine Größe der Zeichnung von 20 cm<sup>2</sup> bis 40 cm<sup>2</sup>, je nach der Eigenart des Konstrukteurs zu empfehlen sein.

Wir zeichnen nun (Abb. 1, Taf. 2) zunächst die Endpunkte der Durchmesser  $D = D_{1a}, D_{1i}, D_{2a}, D_{2i}, D_3$  und  $d_w$  von der Achse, sowie die der Breite  $B$  durch gestrichelte Linien parallel bzw. senkrecht zur Achse ein.

Der nächste Schritt ist dann die Überführung der oberen Leitradbegrenzung an die Achse bzw. an die Welle, die der unteren an den Saugrohrdurchmesser  $D_3$ .

Der erstere ist in der Praxis in verschiedener Weise ausgeführt worden, vgl. die Abb. 282—285 S. 198. Meistens benutzt man einen Kreisbogen, der die beiden Begrenzungen berührt. Rückt die Laufradnabe dabei zu hoch, so legt man auch den Kreismittelpunkt etwas nach außen oder man verwendet zwei Kreisbögen.

In Abb. 1, Taf. 2 ist ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt im Achsenabstand  $\frac{D}{2}$  eingetragen.

Von besonderer Wichtigkeit ist aber die Überführung des Leitraduntersatzes zum Saugrohrdurchmesser. Die Krümmungsradien sollen dabei nicht zu klein sein. Das gilt weniger für den Eintritt ins Laufrad, wo die absolute Wassergeschwindigkeit stark schraubenförmige Richtung hat, als für die Wandbegrenzung nach dem Laufradaustritt, wo sich das Wasser nahezu in der Leitlinie des Profils bewegt. Gerade in diesem letzten Punkte ist (vgl. Abb. 446, S. 337) früher viel gefehlt worden.

Weiter soll das Wasser in einer konischen Erweiterung austreten, die einen Druckrückgewinn durch Wasserverzögerung erwarten läßt. Dazu ist der Winkel  $\delta_2$  klein zu halten. Auch hierbei konnte man häufig übertriebene Konstruktionen sehen (Abb. 285, S. 98).

Andrerseits wird durch rasches Ausbiegen von  $\delta_2$  der Wasserdurchlaß sehr gesteigert, so daß man sich zu einem Mittelwert von  $\delta_2$  entschließen wird, der mit  $n_s$  wächst, etwa wie er in der Erfahrungstabelle Zeile 17 angegeben ist.

Schließlich ist die Länge  $l_a$  des äußersten Flutprofils von Bedeutung. Sie fällt infolge der heruntergezogenen Austrittskante des Normal- und besonders des Schnellläufers viel kürzer aus als die übrigen Flutprofile, und ist deshalb maßgebend für die Schaufelzahl und somit auch für die benetzte Fläche des Laufrades. Ein Profil mit zu kurzem  $l_a$  benötigt eine sehr große Schaufelzahl, die bei den langen innen liegenden Wasserwegen erhebliche Reibungsverluste zur Folge haben muß. Auch für  $l_a$  findet sich daher ein Erfahrungswert in der Tabelle.

Für die genannten Werte zeichnen wir nun das Laufradprofil etwa in der in Abb. 1, Taf. 2 angedeuteten Weise ein, wobei wir nicht vergessen wollen, daß die angegebenen Werte keine Naturgesetze, sondern nur Richtlinien sind. Dabei empfiehlt es sich, bei  $q_1$  und  $q_2$  Kreisbögen anzuwenden, den Übergang aber durch gerade Linien auszuführen.  $q_2$  soll nicht an eine axiale Richtung, sondern in  $D_3$  an die normale Saugrohrerweiterung anschließen.  $q_1$  kann die Axiale durch  $D$  berühren (Abb. 519a) oder auch schneiden. Im letzten Falle läßt man (wie in Abb. 1 u. 2, Taf. 2) die Eintrittskante entweder am oberen Schnitt (Abb. 519 b), oder wie neuerdings von Briegleb, Hansen & Co. ausgeführt<sup>1)</sup> (vgl. Abb. 528, S. 440), am unteren Schnitt (Abb. 519c) berühren, wodurch die Schaufelfläche an Einfachheit gewinnt, eine größere Baulänge des Laufrades aber in Kauf genommen werden muß.

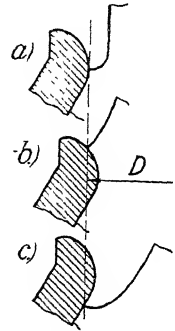


Abb. 519.

#### 4. Flutprofile und Austrittskante.

Zur Schaufelkonstruktion zerlegen wir das Laufrad etwa in 4 Teillaufräder, die bei  $Q_1$  die gleiche Wassermenge verarbeiten sollen. Demnach teilen wir zur Einzeichnung der Flutprofile (vgl. S. 325) die Breite  $B$ , sowie den Querschnitt  $F_3$  in vier gleiche Teile (Abb. 1, Taf. 2). Das führt bei ersterer auf die Breiten  $AB = \frac{B}{4} = 31$ , bei letzterem auf die Durchmesser  $D_{3I} = D_3$ ,  $D_{3II}$ ,  $D_{3III}$  usw., die sich aus

$$\frac{D_{3I}^2 \pi}{4} - \frac{D_{3II}^2 \pi}{4} = \frac{F_3}{4} = \frac{D_{3II}^2 \pi}{4} - \frac{D_{3III}^2 \pi}{4} \text{ usw.}$$

zu

$$\begin{aligned} D_{3I} &= D_3 \approx 480 \text{ mm} \\ D_{3II} &= 416 \text{ »} \\ D_{3III} &= 342 \text{ »} \\ D_{3IV} &= 246 \text{ »} \\ D_{3V} &= d_w = 70 \text{ »} \end{aligned}$$

ergeben.

<sup>1)</sup> D. R. P. 235 992.

An die entsprechenden Einteilungen werden nun die Flutprofile I—V in einem ersten Entwurf nach Gefühl herangelegt, die in Abb. 1 lang und dünn gestrichelt zu erkennen sind, und wobei man dafür sorgt, daß die  $\Delta b_i$  im Sinne einer gleichmäßigen Änderung von  $c_{m_i}$  von  $D_{1i}$  nach  $D_{2i}$  kontinuierlich abnehmen.

Sie geben den Anhalt zur ersten Einzeichnung der Austrittskante, die von dem erwähnten Durchmesser  $D_{2a} = 0,431$  zum Durchmesser  $D_{2i} = 0,198$  so geführt wird (dünn gestrichelt Abb. 1, Taf. 2), daß der Winkel  $\gamma$  (vgl. Abb. 1) möglichst  $90^\circ$  beträgt.

Wollte man das Austrittsprofil von  $D_{2a}$  ausgehend streng nach dem Grundsatz  $\gamma = 90^\circ$  ( $AP'$  in Abb. 1, Taf. 2) einzeichnen, so würde  $D_{2i}$  im allgemeinen nicht erreicht, auch würden die inneren Flutbahnen unverhältnismäßig lang. Man zieht das Profil deshalb lieber (nach  $AP''$ ) etwas in die Höhe und überzeugt sich zweckmäßig durch zwischenliegende (gestrichelte) Flutprofile ( $aa$ ,  $bb$ ), daß an keiner Stelle der zulässige Kleinstwert von  $\gamma$  (etwa  $20^\circ$ ) unterschritten wird.

Auf der Austrittskante werden nun die Flutprofile dem Gesetz entsprechend verschoben, nach dem sie das Wasser durchfließen soll.

Wir nehmen für  $Q_1$  konstante Austrittsgeschwindigkeit an. Dann müssen die  $Q_1$  entsprechenden Flutprofile (unter Annahme eines gleichbleibenden Verengungskoeffizienten  $\eta$ ) konstante effektive Austrittsquerschnitte  $\Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi$  auf der Austrittskante ausschneiden.

Die erste Einzeichnung ergibt für die 4 Wasserstraßen (vgl. Abb. 1).

$$A) \Delta b_2 \cdot D \cdot \pi = 0,0335$$

$$B) \Delta b_2 \cdot D \cdot \pi = 0,0349$$

$$C) \Delta b_2 \cdot D \cdot \pi = 0,0318$$

$$D) \Delta b_2 \cdot D \cdot \pi = 0,0352$$

und ihre Summe

$$\Sigma. \Delta b_2 \cdot D \cdot \pi = 0,1354.$$

Jetzt korrigieren wir die Flutprofile so, daß die einzelnen Wasserstraßen rund  $D_2 \cdot \Delta b_2 = \frac{0,1354}{4 \cdot \pi} = 0,01080$  aufweisen, was durch die stark gestrichelten Linien (Abb. 1) zur Darstellung kommt, und prüfen mit Hilfe des Verengungskoeffizienten  $\eta = 0,88$  (Zeile 19), ob die gewünschte kinetische Austrittsenergie  $z_{2\perp} = 0,0753$  (Zeile 20) annähernd eingehalten ist.

Wir finden

$$c_{2\perp} = \frac{\Sigma. \Delta b_2 D_2 \pi \cdot \eta}{\Sigma. \Delta b_2 D_2 \pi \cdot \eta} = \frac{0,0361}{0,1354 \cdot 0,88} = 0,303$$

und somit

$$z_{2\perp} = \frac{c_{2\perp}^2}{2gH} = c_{2\perp}^2 = 0,092 = 9,2\%,$$

während nach Tabelle  $z_{2\perp}$  etwa  $7,53\%$  betragen sollte.

Um den letzteren Wert einzuhalten, stehen verschiedene Wege zu Gebote, von denen ein jeder aber nur mit Vorsicht einzuschlagen ist, da er uns, sobald wir auf ihm zuweit gehen, zu neuen Nachteilen führt.

Erstens können wir die Austrittskante weiter zum Saugrohr herunterziehen, wodurch, wie man aus Abb. 1 bemerkt, die  $\Delta b_2$ , sowie die  $D_2$  der äußern Teil-

turbinen unmittelbar vergrößert werden. Nachteilig ist dabei die Verlängerung besonders der mittlern Flutprofile.

Sehr wirksam wird die Austrittsfläche vermehrt, wenn man den Durchmesser  $D_{2a}$  vergrößert. Doch soll man auch hierin Maß halten, da die gleichzeitig vergrößerten Umfangs- und Relativgeschwindigkeiten auf den Wirkungsgrad ungünstig einwirken.

Ein Heben des Bodenprofils und eine Vergrößerung von  $D_{2i}$  haben zum gleichen Zweck keine Bedeutung, da das Produkt  $\Delta b_2 \cdot D_2$  hierbei fast ungeändert bleibt und da das Wasser nach dem Austritt stets verzögert werden muß.

In unserm Beispiel haben wir uns damit begnügt, wie in dem ausgezogenen Profil zu erkennen ist, die Austrittskante herunter zu ziehen, wodurch sich der gewünschte Querschnitt nach entsprechender Verschiebung der Flutprofile aus

$$A) \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi = 0,03810$$

$$B) \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi = 0,03800$$

$$C) \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi = 0,03805$$

$$D) \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi = 0,03805$$

zu

$$\Sigma. \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi = 0,15220$$

ergeben hatte.

Mit  $\eta = 0,88$  wird jetzt  $c_{2\perp} = \frac{\Sigma_{\perp}}{\Sigma \Delta b_2 \cdot D_2 \cdot \pi \cdot \eta} = \frac{0,0361}{0,1522 \cdot 0,88} = 0,27$  und  $z_{2\perp} = c_{2\perp}^2 = 0,0755$ , was mit dem Tabellenwert  $z_{2\perp} = 0,0753$  genügend genau übereinstimmt.

Somit ist nunmehr nur noch die Bedingung der Wasserverzögerung nach dem Austritt zu prüfen. Für die äußeren Teilturbinen zeigt der bloße Augenschein ihre Erfüllung. Für die innerste Teilturbine berechnen wir einige Produkte  $\Delta b_2 \cdot D_2$  bzw.  $\Delta b_2 \cdot r_2$ . Aus den eingeschriebenen Zahlenwerten der Abb. 1 zeigt sich aber, daß der Querschnitt eine Verengung aufweist. Somit muß noch eine Verschiebung der Flutprofile durchgeführt werden, was dann auf ihre endgültige Festlegung in Abb. 2, Taf. 2, führt, in der sowohl die verlangten Austrittsquerschnitte als auch die Verzögerungen nach dem Austritt erreicht sind.

## 5. Schaufelschnitte und Eintrittskante.

An die Flutprofile werden nun nach S. 325 die in der Austrittskante berührenden Kreiskegel gelegt (Abb. 2, Taf. 2) und in der Papierebene abgewickelt (Abb. 4—8).

Die jeweiligen Umfangsgeschwindigkeiten  $u_2$  ergeben sich rechnerisch oder graphisch aus der Linie  $u$  in Abb. 2, und liefern dann im Diagramm (Abb. 9) mit  $c_{2\perp}$  die verlangten Austrittswinkel  $\beta_2$ , die wir unmittelbar an den Abwicklungen I bis V antragen ( $\beta_2 = \beta'_2$ ).

Um zu entscheiden, welche Schaufelwinkel  $\beta'_1$  bei den verschiedenen Flutbahnen zur Ausführung kommen sollen, da die Wasserwinkel  $\beta_1$  sich mit der Beaufschlagung ändern (vgl. S. 353), konstruieren wir im Diagramm Abb. 9, Taf. 2, nach S. 278 die Wege der Spitzen der Eintrittsdreiecke für  $\varepsilon + z_2 = \text{konstant}$ ,

<sup>\*)</sup> In Tafel 2 (Abb. 4—8) sind die  $\beta'_2$  zur Vereinfachung an den Normalen zu Umfangs- und Relativrichtung eingetragen.

wobei  $\varepsilon_{\perp}$  zur Sicherheit  $= \varepsilon_{\perp}$ , d. h.  $\varepsilon_{\perp} = 8,2^{\circ}$  (Zeile 5) und  $\varepsilon_{2\perp} = 7,53^{\circ}$  angenommen werden.

Das liefert für die verschiedenen  $D_i$  und  $\angle b_i$ , bzw.  $u_i$  und  $c_{m_i}$  (vgl. Kurve der  $c_{m_i}$  Abb. 2, die eingezeichneten Eintrittsparabeln.

Die Beaufschlagungsgrenzen werden dabei auf den einzelnen Parabeln angenähert durch die Eintrittsvertikalen  $V_i$  festgelegt, die sich aus dem Austrittsdreieck für den Schwerpunkt des effektiven Austrittskantenprofils (vgl. S. 360) ermitteln lassen<sup>1</sup>. Für die Wassermenge  $Q_{\perp}$  sind die Ein- und Austrittsdreiecke in der Abb. 9 ausgezogen wiedergegeben. Man bemerkt, daß die Winkel  $\beta_i$  einem mittleren Wert der in Frage kommenden Beaufschlagungen zwischen  $Q'$  und  $Q''$  entsprechen, sowie daß sie für die verschiedenen Flutbahnen nahezu gleich ausfallen. Wir wählen daher ihren Mittelwert von  $\beta_i = 75^{\circ}$  für die ganze Schaufel konstant.

## 6. Schaufelfläche.

Nach diesen Vorarbeiten beginnt nun die eigentliche Kunst des Turbinenkonstruktors: das Ausarbeiten der Schaufelfläche.

Die Schaufelfläche soll bei guter Wasserführung möglichst kurz und möglichst eben sein und der Querschnitt zwischen 2 Schaufeln soll sich gegen den Austritt möglichst rasch verjüngen.

Dabei muß sich nach S. 389  $w_2^2 - w_i^2 > u_2^2 - u_i^2$  ergeben, wenn die »wirkliche Verzögerung« und mit ihr ein Hinausdrängen der inneren Teilturbinen vermieden werden soll<sup>2</sup>.

Um das zu überblicken, sind die Abwicklungen der Schaufelschnitte je für zwei benachbarte Schaufeln auszuführen. Dabei sind sowohl die Änderungen der Breiten  $\angle b$ , als auch die Verzerrungen zu beachten, welche die Abwicklungen erleiden. So besitzt z. B., was vorgreifend bemerkt sei, die Abwicklung der Flutbahn III (Abb. 6, Taf. 2) eine reichlich genügende Querschnittsverjüngung, obwohl dies auf der Kegelabwicklung nicht sichtbar ist (Äquidistante!), da sich die wirkliche Flutfläche in ihrem Profil (Abb. 2, Taf. 2) stark nach außen erweitert.

Wir beginnen die Aufzeichnung der Abwicklungen mit der ersten Flutbahn (Abb. 4), die uns, da ihre Profillänge wesentlich kleiner ist als die der anderen Flutbahnen, gleichzeitig die Schaufelzahl  $z_2$  liefern soll. An  $\beta_2$  wird die Evolvente<sup>3</sup>) angeschlossen und etwa bis  $l_{a/2}$  fortgeführt. Daran schließt sich der Übergang zum Eintrittswinkel  $\beta_i''$ , der nach  $\cotg \beta_i'' = \cotg \beta_i' \frac{D_i''}{D_i}$  (S. 322) zu  $= 0,268 \frac{364}{400} = 0,244$  und  $\beta_i'' = 76^{\circ} 15'$  berechnet ist. Die strichpunktierten Linien geben die Schaufelabwicklungen für  $z_2 = 11$  und  $z_2 = 13$ . Wir entscheiden uns für  $z_2 = 12$  (Abwicklung gestrichelt bzw. ausgezogen), wobei eine nach S. 389 f. befriedigende Kanalform erzielt wird, und legen damit die Teilungen auch der übrigen Abwicklungen fest.

<sup>1</sup> Eine genauere Bestimmung der Beaufschlagungsgrenzen müßte nach den auf S. 353 erwähnten Methoden ausgeführt werden.

<sup>2</sup> Daß das eintreten kann, zeigen deutlich die Versuche von ELLON, Abb. 449, S. 338.

<sup>3</sup> Über die Gründe, die Abwicklung der Flutbahn im Austritt nach einer Evolvente zu führen, vgl. S. 408.



Diese werden nun ebenfalls entsprechend den auf S. 389f gemachten Ausführungen für die jeweiligen Winkel  $\beta_2$  und  $\beta_1''$  zur Darstellung gebracht, wobei zunächst nur die gute Wasserführung im Auge zu behalten ist.

Erst in zweiter Linie geht man dazu über, auch die gegenseitige Lage der einzelnen Abwicklungen und damit die Schaufelfläche selbst festzulegen. Zu dem Zwecke schneidet man die Schaufel durch die schon auf S. 310 erwähnten Axialebenen. Viele Schnitte anzuwenden erhöht die Genauigkeit der Zeichnung und Ausführung nicht. Im allgemeinen genügen 4 Schnitte pro Schaufelteilung. Wir tragen sie bei 0, 1, 2, 3, 4 usw. in den Grundriß und in die Abwicklungen Abb. 3—8 ein und prüfen, wie in Abb. 6, Taf. 1, geschehen, etwa an einem kleinen Hilfsdiagramm oder einfacher gleich im Schaufelgrundriß, Abb. 3, Taf. 2, über wieviele Axialschnitte sich unsere Schaufel erstrecken dürfte.

Manche Konstrukteure sind der Ansicht, daß die Austrittskante in einen Axialschnitt gelegt werden soll (z. B. angenähert in Abb. 286 u. Abb. 2, Taf. 25), und man darf wohl zugeben, daß in solchem Fall die durch die Umlenkung des Wassers auf die Schaufelfläche ausgeübte Druckwirkung die Strömung weniger stört, als in dem Fall der löffelförmig weit herausgezogenen Schaufelfläche (z. B. Abb. 290), wo der Druck gewissermaßen seitlich ausweichen kann.

Andererseits läßt sich aber die Schaufel durch ein Hinüberziehen der Austrittskante über mehrere Axialschnitte oft so wesentlich einfacher zur Herstellung und eleganter in der Wasserführung konstruieren, daß es nicht angebracht wäre, von diesem Hilfsmittel nicht in mäßigen Grenzen Gebrauch zu machen.

In besondrer Weise kommt uns jedoch noch weiter zu statten, daß auch die Eintrittskante nicht in einen Axialschnitt gelegt werden muß. Hier kann vielmehr durch ihre geschickte Krümmung nicht nur die Gefahr der Gußspannungen behoben, sondern auch die Überführung des Wassers in die Austrittsrichtung sowie die Herstellung der Schaufelfläche wesentlich erleichtert werden. Das letztere prüft man nach Einzeichnung der Axialschnitte in den Aufriß durch einen Zylinderschnitt nach S. 326 und Abb. 4, Taf. 1.

Nach diesen Erwägungen geht man mit der Aufzeichnung der Schaufelfläche zweckmäßig in 3 Schritten so vor, daß man zunächst die Eintrittskante in eine Axialebene legt und von ihr aus die Austrittspunkte der Flutbahnen im Grundriß jeweils auf den zugehörigen Austrittsdurchmessern einzeichnet, was in Abb. 3, Taf. 2, durch die Punkte (I) (II) (III) . . . gekennzeichnet ist. Darauf müssen diese Punkte, die im allgemeinen auf einer Zickzacklinie (strichpunktirt) liegen, so verschoben werden, daß ihre Verbindungslinie eine allmähliche Krümmung aufweist (strichdoppelpunktirt), und schließlich kann man diese Krümmung noch dadurch glätten, daß man ihr durch eine entsprechende Krümmung der Eintrittskante entgegen kommt.

Dabei darf die im zweiten Schritt erwähnte Verschiebung der Austrittspunkte natürlich nur in Beachtung der gleichzeitig in den Abwicklungen entstehenden Änderungen durchgeführt werden. Zunächst wird man versuchen, die erwünschten Änderungen in der Zahl der Axialschnitte durch Änderungen der Krümmungsradien zu erzielen (Abb. 4—8, ausgezogen statt gestrichelt). Wo das nicht ausreicht, braucht man nicht ängstlich zu sein, die Parallelführung im Austritt, die man im allgemeinen anstrebt (vgl. S. 408), in geringem Maße zu verlassen (das ist

z. B. in Abb. 5, Taf. 3, geschehen), oder auch den Eintrittswinkel  $\beta_1''$  um ein geringes zu ändern (z. B. Abb. 4 u. 5, Taf. 3). Das letztere wird ja nur ergeben, daß der »glatte« Eintritt für die betreffende Flutbahn bei einer andern als der zuerst angenommenen Wassermenge stattfindet, und das ist im allgemeinen kein erheblicher Nachteil.

Kommt man aber mit den angeführten Hilfsmitteln noch nicht zum erwünschten Ziel, so bleibt noch übrig, die Austrittskante zu verlegen oder schließlich auch am Laufradprofil selbst kleine Änderungen vorzunehmen.

Im allgemeinen werden dadurch die ersten Rechnungsgrundlagen nicht umgestoßen. Im vorliegenden Beispiel wurde, um die Austrittskante noch ebener zu gestalten, die Eintrittskante aus der Axialebene herausgezogen, worüber eine seitliche Ansicht mit anschließendem Zylinderschnitt  $Z-Z$  (Abb. 2, Taf. 2) den ersten Anhalt bot. Aus dieser wurden die Längen am Umfang  $\Delta t_I$ ,  $\Delta t_{II}$  . . . entnommen, um welche dann die Abwicklungen im Grundriß (Abb. 3) gedreht wurden.

So sind die Aus- und Eintrittskante durch die ausgezogenen Linien vorläufig festgelegt, und es beginnt nun der letzte Teil unsrer Aufgabe: die Übertragung der Axialschnitte ( $1/2, 1, 2, 3$  . . .) in den Aufriß bzw. die Konstruktion der Achsnormalschnitte ( $a, b, c, d$  . . .) im Grundriß. Diese Aufgabe wurde genau entsprechend der auf S. 311 gegebenen Anweisung durchgeführt. Dabei ist nur zu beachten, daß die Axialschnitte im Aufriß möglichst wenig gekrümmt verlaufen und die Flutbahnen möglichst unter rechtem Winkel schneiden sollen. Dasselbe gilt für die Achsnormalschnitte im Grundriß, doch darf man in beiden Fällen nicht vergessen, daß diese Bedingung nur dann von Bedeutung ist, wenn der betreffende Schnitt angenähert ein Normalschnitt durch die Schaufelfläche ist.

Werden diese Forderungen durch den Entwurf nicht erfüllt, so sind genau dieselben Hilfsmittel anzuwenden, die wir schon bei Festlegung der Austrittskante kennen gelernt hatten. In unsrem Fall zeigen die Axialschnitte im Aufriß (Abb. 2, Taf. 2 gestrichelt) zwischen Flutbahn I und II zu scharfe Krümmungen, dazu verläuft der Einguß in das Kranzprofil nicht senkrecht. Beides läßt sich in günstigster Weise durch ein Herunterziehen der Austrittskante bei I (Abb. 2 u. 4) verbessern, was auf die ausgezogene Kante und die ausgezogenen Schnitte der der Abb. 2 und 3 führt.

Schließlich wird man noch durch Einzeichnen des schon erwähnten Zylinderschnittes  $Z-Z$  prüfen, wie sich der Übergang der Eintrittskante in die Schaufelfläche vollzieht. Das ist in Abb. 2, Taf. 2, geschehen und läßt einen befriedigenden Verlauf erkennen.

## 7. Nachrechnung und Prüfung des Laufrades.

Nach Fertigstellung der Schaufelzeichnung ist die Nachrechnung des Wasserdurchlasses entsprechend dem auf S. 323 gegebenen Beispiel auszuführen.

Dazu sollte eine Prüfung der Wasserverteilung auf die einzelnen Teilturbinen bei wechselnder Beaufschlagung (vgl. S. 353) und eine Feststellung der Wassermenge erfolgen, bei der die innerste Teilturbine keine effektive Beschleunigung mehr aufweist und die, bei der sie nicht mehr fördert, da hierdurch der Abfall bzw. das Versagen des Wirkungsgrades bei Verminderung der Beaufschlagung festgelegt werden.

Auch ist die größte Schluckfähigkeit nach S. 373 durch Feststellen des Leistungsmaximums noch eigens nachzuprüfen. Schließlich sollte aber auch stets noch die Bremsung des Laufrades im Einbau mit der übrigen Turbine zum wenigsten an einem verkleinerten Versuchsmodell erfolgen, da sich aus den auf S. 291 ff. erwähnten Gesetzen der Proportionalität an geometrisch ähnlichen Turbinen weitgehende Schlüsse auf das Verhalten der verlangten Turbinengröße ziehen lassen, und da das Experiment auch wissenschaftlich in jedem Fall von höchstem Werte ist. Dazu wird uns erst der Versuch volle Sicherheit darüber geben, ob unsre Rechnung und Konstruktion in allen Teilen den gestellten Anforderungen entspricht. Auch sind wir erst dann in der Lage, aus den für jede Wassermenge und Gefällsgröße vorliegenden Wirkungsgraden die genaue Berechnung der wirtschaftlich besten Turbinengröße vorzunehmen, wodurch kleine Verschiebungen gegen unsre ersten Rechnungsannahmen auftreten können und die endgültige proportionale Vergrößerung des Turbinenmodells festgelegt wird.

### 8. Zusammenfassung.

Aus dem ganzen Konstruktionsgang ist wohl das klar geworden, daß die Laufradschaufel einer Zentripetal-Vollturbine ein Kunstwerk ist, bei dessen Entwurf wissenschaftliche Berechnung mit wissenschaftlich-erworbenem Gefühl zusammengehen muß; ein Kunstwerk, das der Anfänger nicht erwarten kann beim ersten Versuch in gewünschter Vollkommenheit zu schaffen. Aber auch der erfahrene Konstrukteur wird an dem Herausarbeiten idealer Schaufelformen längere Zeit verweilen und ich darf hinzufügen die genußreichsten Stunden schöpferischer Tätigkeit erleben, denen vergleichbar, die der Dichter beim Suchen nach dem besten sprachlichen Ausdruck der in ihm lebenden Ideen genießt.

Wem aber die Neukonstruktion eines Laufrades danach als zu langwierig und zeitraubend erscheint, der möge bedenken, daß sich die modernen Turbinenfirmen mit Rücksicht auf die gleichartigen Eigenschaften geometrisch ähnlicher Turbinen auf die Herstellung verhältnismäßig weniger, aber gut erprobter Turbinentypen verschiedener spezifischer Drehzahlen beschränken, wodurch die Sicherheit der Garantien erhöht, die fabrikmäßigen Herstellungskosten aber sehr erniedrigt werden, und daß deshalb der Bau einer neuen Turbinenserie für die Firma stets ein wichtiges Ereignis ist, für das es sich wohl lohnt, Zeit und Mühe aufzuwenden.

## II. Rechnungs- und Konstruktionsgang für einen Schnellläufer mit kurzen Schaufeln.

Mit Bezug auf die ausführlichen Darlegungen im vorigen Abschnitt werde ich mich hier möglichst kurz fassen.

Ich nehme an, die Vorerwägungen seien nach Absatz III, 1 u. 2, S. 416, soweit erledigt, daß es sich nunmehr darum handelt, ein Laufrad zu entwerfen, das bei 9 m Gefälle einschließlich Sicherheit

$$Q = Q_m = 1,09 \text{ m}^3/\text{sek}$$

verarbeitet und  $n = 512$  Umdrehungen in der Minute macht.

Dann folgt seine vorläufige spezifische Drehzahl für  $\epsilon = 0,75$  zu

$$n_s = \frac{n \sqrt{N}}{H \cdot \sqrt[4]{H}} = \frac{512 \sqrt{10 \cdot 1,09 \cdot 9}}{9 \cdot \sqrt[4]{9}} = \frac{512 \cdot 9,91}{9 \cdot 1,733} = 325.$$

Mit Rücksicht auf die schon ziemlich hohe spezifische Drehzahl wollen wir uns hier mit der Laufradkonstruktion für kurze Schaufeln begnügen und finden durch Vergleich mit der Tabelle A, Spalte 15 u. 16, daß der angenommene Wert von  $\epsilon = 0,75$  und damit auch der berechnete von  $n_s = 325$  mit dem Tabellenwert ( $\epsilon = 0,745$ ) annähernd übereinstimmt.

Wir erhalten dann weiter für  $n_s = 325$  aus der Tabelle und in Übereinstimmung mit dem Rechnungsgang S. 418

### 1. Kranz- und Bodenprofil,

indem

$$\begin{aligned} u &= \frac{n}{\sqrt{2gH}} = 1,0075; \quad \pi = \frac{n}{\sqrt{2gH}} = \frac{512}{\sqrt{2g \cdot 9}} = 38,6 \\ D &= \frac{60 \cdot u}{\pi \cdot \pi} = \frac{60 \cdot 1,0075}{\pi \cdot 38,6} = 0,500 \\ B &= \frac{B}{D} \cdot D = 0,367 \cdot 0,5 \cong 0,185 \\ z_{31} &= \frac{c_{31}^2}{2gH} = c_{31}^2 = 0,0525; \quad c_{31} = 0,229 \text{ m} \\ Q_1 &= \frac{Q_1}{Q_m} \cdot Q_m = \frac{1}{1,065} \cdot 1,09 = 1,025; \quad Q_1 = \frac{1,025}{\sqrt{2gH}} = 0,077 \\ F_3 &= \frac{Q_1}{c_{31}} = \frac{0,077}{0,229} = 0,3365. \end{aligned}$$

Für vertikale Turbine ohne durchgehende Welle ist

$$F_3 = \frac{D_3^2 \pi}{4} = 0,3365; \quad D_3 = 0,655.$$

Weiter folgt aus den Zeilen 14 bis 18

$$\begin{aligned} D_{1i} &= D \cdot \frac{u_{1i}}{u} = 0,5 \cdot 0,825 \approx 0,41 & r_{1i} &= 205 \text{ mm} \\ D_{2a} &= D \cdot \frac{u_{2a}}{u} = 0,5 \cdot \frac{1,155}{1,0075} = 0,573 & r_{2a} &= 286 \text{ mm} \\ D_{2i} &= D \cdot \frac{u_{2i}}{u} = 0,5 \cdot \frac{0,425}{1,0075} = 0,210 & r_{2i} &= 105 \text{ mm} \\ \delta_2 &= 35,5^\circ \\ l_a &= D \cdot \frac{l_a}{D} = 0,5 \cdot 0,175 = 0,0875. & &= 87,5 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Nunmehr schreiten wir, und zwar wieder in handlichem Maßstab, zur Aufzeichnung des Kranz- und Bodenprofils an Hand der durch die Endpunkte von  $D$ ,  $D_3$ ,  $D_{1i}$ ,  $D_{2a}$  und  $D_{2i}$  (vgl. Abb. 1, Taf. 2) gezogenen Parallelen zur Achse. Das Kranzprofil  $KP$  durchschneidet wieder die Parallele im Abstand  $D/2$  in kleiner Abrundung, annähernd senkrecht zum späteren Eintrittsprofil  $EP$ , um dann den Durchmesser  $D_{2a}$  unter dem Winkel  $\delta_2$  und mit der Gesamtlänge  $l_a$  zu erreichen

und schließlich in weitem Bogen in das etwa unter  $6^\circ$  anschließende Saugrohrprofil  $SP$  im Durchmesser  $D_3$  überzugehen. Das Bodenprofil  $BP$  wird hier zweckmäßig aus zwei Kreisbögen zusammengesetzt, von denen der kleinere den Leitraddeckel, der größere die Achse berührt.

## 2. Flutprofile und Austrittskante.

Auch hier teilen wir zunächst die Breite  $B$  sowie den Querschnitt  $F_3$  in vier gleiche Teile, was entsprechend S. 421 auf die Breiten

$$\Delta B = \frac{B}{4} = \frac{185}{4} = 46,3 \text{ mm}$$

und die Durchmesser

$$\begin{aligned} D_{3I} &= D_3 = 655 \text{ mm} \\ D_{3II} &= 568 \text{ } \\ D_{3III} &= 463 \text{ } \\ D_{3IV} &= 328 \text{ } \\ D_{3V} &= 0 \text{ } \end{aligned}$$

führt.

Die entsprechend eingezeichneten Flutprofile geben wieder den ersten Anhalt zu der zwischen  $D_{2a}$  und  $D_{2i}$  einzuzeichnenden Austrittskante. Auch hier wird der Austrittsquerschnitt um so größer, je weiter man die Kante herunterzieht, damit wird aber auch die Forderung großer Winkel  $\gamma$  und kurzer Schauffellängen immer schwerer zu erfüllen. Diese Untersuchungen sind entsprechend der vorangegangenen Aufgabe (vgl. Austrittsprofil  $AP'$  und  $AP''$ , Abb. 1, Taf. 2) auch hier ausgeführt, aber nicht eigens eingezeichnet worden.

Für eine angenommene Kante werden dann die  $D_2 \cdot \Delta b_2$  (wie oben S. 422) durch Verschieben der Flutprofile gleich gemacht und dann unter Berücksichtigung des Verengungskoeffizienten  $\varphi$  (Zeile 19) berechnet, mit welcher Geschwindigkeit  $c_2$  die verlangte Wassermenge  $Q_1$  das Laufrad verläßt und ob die gewünschte Größe von  $\alpha_{2\perp}$  (Zeile 20) damit nicht überschritten ist.

Nach einem Vorversuch entsprechend S. 422, der hier gleichfalls nicht eigens angeführt ist, erhalten wir für die ausgezogene Austrittskante:

Teilturb.	$\Delta b_2$	$\frac{D_2}{2}$	$\frac{\Delta b_2 \cdot D_2}{2}$
A	32,7	271,5	8890
B	38,0	234,5	8920
C	51,0	175,0	8930
D	77,0	115,0	8860
			35600 : 4 = 8900.

Für die verlangte Austrittsenergie  $\alpha_{2\perp} = 15,2 \%$  (vgl. Zeile 20) folgt  $c_{2\perp} = 0,39$  und damit für  $\varphi$  (Zeile 19)  $= 0,88$

$$\Delta b_2 \cdot \frac{D_2}{2} = \frac{Q_1}{8 \cdot \pi \cdot \varphi \cdot c_{2\perp}} = \frac{0,077}{8 \cdot \pi \cdot 0,88 \cdot 0,39} = 0,0089 \text{ m}^2 = 8900 \text{ mm}^2,$$

somit Übereinstimmung mit der Zeichnung.

### 3. Schaufelschnitte und Eintrittskante.

Für diese Flutprofile werden nun wieder in bekannter Weise (vgl. S. 325) die Abwicklungen aufgezeichnet. Dabei liegen die Austrittswinkel  $\beta_2$  aus Diagramm Abb. 8, Taf. 3 fest, während wir für die Eintrittswinkel  $\beta_1$  sowie für die Längen der Abwicklungen  $l$  noch wertvolle Freiheiten besitzen.

Nur die Länge  $l_1$  von Flutprofil I mit seinem Durchmesser  $D_1 = D$  ist gegeben. Hierfür bestimmen wir den Weg der Spitze des Eintrittsdreiecks nach Diagramm Abb. 8, und zeichnen für den hiernach gewählten Eintrittswinkel  $\beta_1 = 28,0^\circ$  (bei  $\Omega_\perp = 0,077$ ) die Abwicklung mit gleichzeitiger Festlegung der Schaufelzahl  $z_2 = 10$ .

Die andern Durchmesser  $D_i$  werden zur Erzielung größerer Eintrittswinkel  $\beta_i$  und kleinerer Profillängen  $l$  zweckmäßig zurückgenommen.

Einen Anhalt hierfür gibt der Tabellenwert nach Zeile 14. Von  $D_{1i}$  aus ziehen wir das Profil der Eintrittskante  $EP$  zunächst nach Gefühl, wie in Abb. 1 geschehen, zu Flutbahn I auf Durchmesser  $D$  heraus, behalten uns aber vor, bei Ausarbeitung der Schaufelfläche entsprechende Änderungen vorzunehmen.

Zunächst sind durch die Eintrittskante auch die Umfangsgeschwindigkeiten am Eintritt für die sämtlichen Flutprofile festgelegt, und wir bestimmen für ein jedes derselben unter Berücksichtigung der entsprechenden Breiten  $\Delta b_i$ , bzw. der  $c_{m_i}$  (vgl. Kurve der  $c_{m_i}$ , Abb. 1) den Weg der Spitze des Eintrittsdreiecks für  $\varepsilon + z_2 = \text{konstant}$ . Das zeigen die verhältnismäßig flach verlaufenden Kurven der Abb. 8, aus denen mit Hilfe der Eintrittsverkalen ( $V_1'$  und  $V_1''$ ) für  $\frac{2}{3}Q_\perp$  und  $Q_m$  die Änderungen der  $\beta_1$  im Beaufschlagungsbereich gefunden (vgl. S. 353 ff.) und die vorläufigen Eintrittswinkel  $\beta_1'$  in den Größen bei I =  $28^\circ$ , bei II =  $33^\circ$ , bei III =  $35^\circ$ , bei IV =  $37^\circ$  und bei V =  $38^\circ$  festgelegt wurden. Damit werden nun wieder die Abwicklungen der Flutbahnen entsprechend dem Vorgang auf Seite 325 eingezeichnet und mit Hilfe der Axialschnitte zur Festlegung der Austrittskante in den Grundriß übertragen. Hierbei waren genau dieselben Schritte auszuführen, die auf S. 423 erwähnt sind. Dasselbe gilt für die Konstruktion der Axial- und Achsnormalschnitte, für die die Profile der Ein- und Austrittskante nicht weiter geändert werden mußten. Dagegen ergab sich als zweckmäßig, die Eintrittswinkel  $\beta_1'$  von Flutbahn II und III auf  $50^\circ$  bzw.  $46^\circ$  zu vergrößern, um die betreffenden Flutbahnen zu kürzen und die Austrittskante sowie die Axialschnitte eben zu gestalten. Durch die Änderung der Eintrittswinkel wurde die Beaufschlagung glatten Eintritts, wie aus Abb. 8 zu ersehen ist, von  $\Omega_\perp$  auf  $0,765\Omega_\perp$  bzw.  $0,81\Omega_\perp$  verschoben. Aufriß und Grundriß zeigen die ebene Form der Axial- bzw. Achsnormalschnitte und der Zylinderschnitt  $Z-Z$  (Abb. 1), der durch den Eintrittspunkt der Flutbahn III gelegt wurde, läßt den guten Übergang der Eintrittskante in die Schaufelfläche erkennen.

### III. Rechnungs- und Konstruktionsgang eines Langsamläufers mit halblangen Schaufeln.

Auch hier sind die Rechnungsgrundlagen dieselben wie in den vorigen Beispielen, die Schaufelkonstruktion ist wesentlich einfacher.

Gegeben sei  $Q_m = 0,266 \text{ m}^3/\text{sek}$  beim Gefälle  $H = 36 \text{ m}$  und bei  $n = 560$  Umdrehungen in der Minute.

Danach rechnet sich wieder

$$n_s (\text{vorl.}) = \frac{n \cdot \sqrt[4]{V}}{H \cdot \sqrt[4]{H}} = \frac{560 \sqrt[4]{10 \cdot 0,266 \cdot 36}}{36 \cdot \sqrt[4]{36}} = \frac{560 \cdot 9,77}{36 \cdot 2,45} = 62$$

und damit aus der Tabelle mit  $e = 0,702$

$$n_s = \frac{560 \sqrt[4]{2,66 \cdot 36 \frac{0,702}{75}}}{36 \sqrt[4]{36}} = \frac{560 \cdot 9,45}{36 \sqrt[4]{36}} = 60.$$

Dazu gehören

mit $\frac{Q_m}{Q_\perp} = 1,1,$	$Q_\perp = 0,242$	und $Q_\perp = 0,0091 \text{ m}^3/\text{sek}$
» $u = 0,608 \text{ m}/\text{sek},$	$D = 550 \text{ mm}$	
» $z_{3\perp} = 0,025,$	$c_3 = 0,158 \text{ m}/\text{sek}$	» $D_3 = 282 \text{ mm}$ (bei $d_{3v} = 80$ )
» $z_{2\perp} = 0,036,$	$c_{2\perp} = 0,189 \text{ m}/\text{sek}$	
» $\frac{B}{D} = 0,07,$	$B = 39 \text{ mm}$	» $c_{m_1} = 0,137 \text{ m}/\text{sek}$
» $\varphi = 0,88,$	$D_2 \cdot \Delta b_2 = 0,0175$	» $b_2 = 50$
» $u_{2a} = 0,415 \text{ m}/\text{sek},$	$D_{2a} = 375 \text{ mm}$	
» $u_{2i} = 0,398 \text{ m}/\text{sek},$	$D_{2i} = 360 \text{ mm}$	
» $\frac{l_v}{D} = 0,16,$	$l_a = 88 \text{ mm}$	
dazu $\delta_2 = -72^\circ,$	$e_\perp = \varepsilon_\perp = 0,70.$	

Bei den vorigen Beispielen war die in der Zeichenebene stattfindende Umlenkung des Wassers von der zentripetalen zur axialen bzw. zur zentrifugalen Richtung bei den äußeren Flutbahnen ausschließlich im Bereich der Laufradkanäle ausgeführt worden. Das hat mit Rücksicht auf die dabei stattfindende Schraubenbewegung und reichliche Führung des Wassers naheliegende Vorzüge, läßt sich aber nur etwa bis  $n_s = 90$  herab durchführen.

Aus demselben Grunde ist in der vorliegenden Konstruktion der Wasserverzögerung nach dem Laufradaustritt besondere Beachtung zu schenken. In der Abbildung ist dies durch die eingezeichneten Kreise der  $\Delta b$  kontrolliert. Man findet, daß Boden- und Kranzprofile nicht zu früh in die axiale Richtung abgelenkt werden dürfen, was im übrigen den Vorteil einer niederen Bauhöhe des Laufrades mit sich bringt.

Zur weiteren Durchführung der Konstruktion, die entsprechend den früheren Darlegungen erfolgt, sei nur bemerkt, daß mit Rücksicht auf die geringe Breite des Laufrades sich seine Unterteilung in Teilturbinen erübrigt, und daß sowohl Ein- als Austrittskante in je eine Axialebene gelegt werden können. Zur Bestimmung des Eintrittswinkels benutzt man zweckmäßig wiederum das Diagramm (Abb. 5, Taf. 4), in dem der Weg der Spitze des Eintrittsdreiecks zu erkennen ist, und aus dem man bemerkt, daß es sich mit Rücksicht auf die Regulierung nicht empfiehlt, den Eintrittswinkel größer als  $90^\circ$  zu wählen, was auch die Korrosionsgefahr vermehren würde (S. 21).

## IV. Festigkeitsberechnung und Herstellung der Laufräder.

### 1. Allgemeines.

Das Laufrad wird im allgemeinen mit gußeisernem Boden und Kranz und mit eingegossenen Blehschaufeln aus Stahl oder Schmiedeeisen hergestellt. Die Erfahrung hat gezeigt, daß letztere vorzüglich anschweißen, wenn nur das flüssige Eisen mit hohem Hitzegrad mit den Schaufeln in Berührung kommt und wenn die Gußstärken so reichlich bemessen sind, daß genügend Wärme an die Blehschaufelkanten abgegeben werden kann. Man läßt deshalb zur sicheren Erwärmung bei kleinen Laufrädern zu Beginn des Gusses eine größere Menge Eisen durch die Form hindurchlaufen, die dann mit den Gußköpfen abgestochen wird.

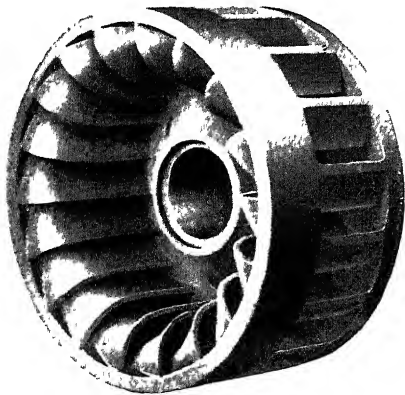


Abb. 520. Victor-Turbine.

In Amerika werden die Schaufeln noch häufig aus Gußeisen hergestellt, und zwar sowohl derart, daß man sie einzeln herstellt, mit dem Boden verschraubt und in den Kranz einspannt (Herkules-Turbine, Abb. 351, S. 222), bzw. in Boden und Kranz eingießt (Mac Cormick-Turbine) oder auch indem man sie mit dem ganzen Laufrad aus einem Stück herstellt (Abb. 520 und Abb. 4, Taf. 25).

Die Anwendung von Blehschaufeln hat aber den Vorzug glatterer Wände und größerer Billigkeit und wird, da sie sich als durchaus zuverlässig selbst bei hohen Gefällen erwiesen hat, die andern Verfahren um so mehr verdrängen, als auch mit der im vorigen Kapitel S. 431 begründeten Unterdrückung großer Eintrittswinkel  $\beta_1$  das Bedürfnis nach Schaufelverdickungen verschwunden ist.

Die Herstellung der Laufräder aus einem Stück wird sich dann auf die Fälle beschränken, wo man zum Schutz gegen Anfressungen Bronze verwendet.

### 2. Berechnung der Schaufelstärken.

Die wirklich auftretende größte Biegungsspannung im Schaufelblech läßt sich nicht genau ermitteln. Zunächst kann die Verteilung der Wasserdrucke über das Schaufelblech nur annähernd bestimmt werden, weiter stellt aber das Blech selbst einen meist sehr komplizierten Körper dar, dessen Trägheitsmomente um so schwerer in die Rechnung einzusetzen sind, als auch die Einspannstellen nicht in ebenen Flächen liegen. Dazu kommen die durch die Abkühlung nach dem Guß auftretenden sog. Gußspannungen, die das Blech erfahrungsgemäß oft über seine Elastizitätsgrenze beanspruchen und gelegentlich sogar seinen Bruch herbeigeführt haben.

Gefährlich sind in dieser Beziehung vor allem große Schaufeln, wenn sie Kranz und Boden des Laufrades durch ebene, im Einguß senkrecht stehende Flächen verbinden. Abb. 521 zeigt den Riß eines solchen Laufrades, der offenbar von



der betriebsmäßigen Beanspruchung des Rades nicht herrühren kann. Infolge solcher Erfahrungen werden die Schaufeln jetzt nicht nur aus Schmiedeeisen oder dehnbarem Stahl, sondern auch durchweg mit kleiner Wölbung oder wenigstens mit schräg gestellter Eintrittskante ausgeführt (Abb. 3, Taf. 25), was sich jederzeit leicht mit den hydraulischen Anforderungen in Einklang bringen läßt. Dadurch kann das Blech dem Zug nachgeben, was sich dadurch zeigt, daß solche Laufräder beim Anstoßen den glockenartigen Ton nicht besitzen, den man an Rädern mit gespannten Schaufeln hören kann. Zur angenäherten Berechnung der Betriebsspannung kann man in den Abwickelungen der einzelnen Wasserstraßen die Lage des resultierenden Wasserdrucks nach der auf S. 140 entwickelten Methode einzeichnen (Abb. 186) und die betreffenden Punkte dann in den Aufriß übertragen. Unter Voraussetzung gleicher Leistung jeder der  $z$  Teilturbinen wird die in die Umfangsrichtung fallende Komponente  $\Delta P_u$  des Wasserdrucks einer Teilturbine

$$\Delta P_u = \frac{75 \cdot N}{z \cdot u}, \quad (472)$$

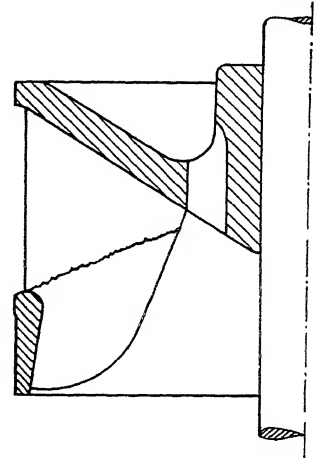


Abb. 521. Reißstelle durch Gußspannungen.

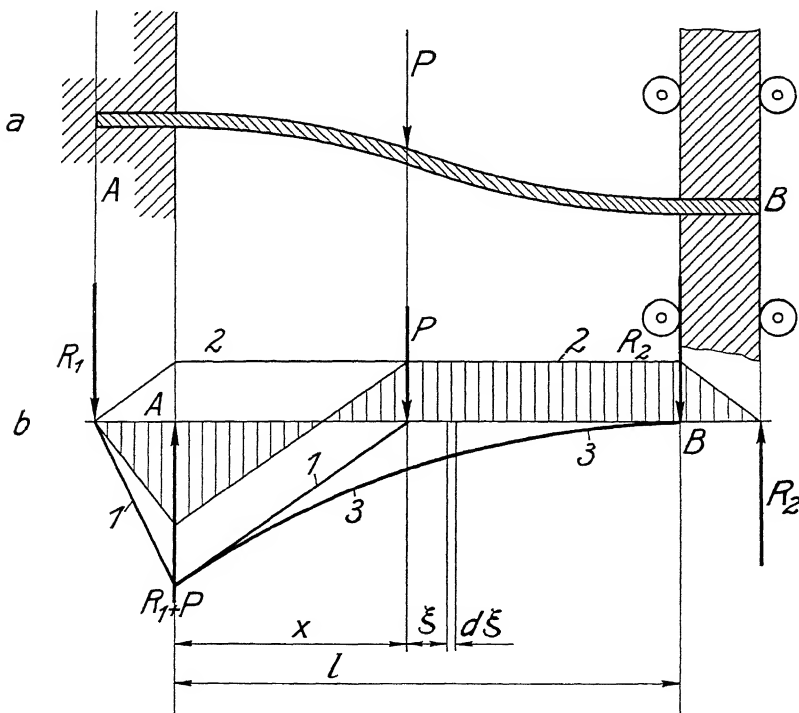


Abb. 522.

und mit der Annäherung, daß die einzelnen  $\mathcal{A}P_u$  parallel gerichtet seien, läßt sich die Umfangskomponente  $P_u$  der ganzen Schaufel nach Lage und Richtung durch ein Seilpolygon finden. Der wirkliche Wasserdruck  $P$  steht senkrecht auf der Schaufel,  $P_u$  erscheint somit als seine Umfangskomponente. Seine Einwirkung auf die Schaufel läßt sich dann schematisch durch den in Abb. 522 a gegebenen Belastungsfall ausdrücken, der ein Blech darstellt, das bei  $A$  und  $B$  eingespannt ist und in  $B$  eine Parallelverschiebung ausführen kann.

Ohne die Einspannstelle  $B$  würde sich die Momentenlinie 1 mit den Kräften  $P$ ,  $R_1$  und  $R_1 + P$  einstellen. Durch die Einspannung bei  $B$  wird ein Kräftepaar mit  $R_2$  und der Momentenlinie 2 in solcher Größe zugefügt, daß das Blech wieder horizontal gebogen wird, so daß als resultierende Momentenfläche die schraffierte Fläche erscheint.

Zur Ausrechnung bemerkt man, daß unter Annahme konstanten Widerstandsmoments die Biegung zwischen  $A$  und  $P$  nach zwei kubischen Parabeln, zwischen  $P$  und  $B$  aber nach einem Kreisbogen erfolgt.

Dabei ist von der durch die Biegung erfolgenden Kürzung des Bleches abgesehen.

Nimmt man den Schaufeldruck konstant in der Größe  $p$  auf die Längeneinheit an, so ergibt sich die Momentenlinie ohne Einspannung in  $B$  aus  $dM_x = p \cdot d\xi \cdot \xi$

$$\text{zu } M_x = p \int_0^{l-x} \xi d\xi = \frac{p(l-x)^2}{2} = M$$

als die Parabel  $\overline{33}$  (Abb. 522 b.)

Durch die Einspannung in  $B$  tritt ein Kräftepaar  $m$  hinzu, so daß an jeder Stelle

$$M = \frac{p(l-x)^2}{2} - m.$$

Das Kräftepaar  $m$  kann daraus mit Hilfe der bekannten Differentialgleichung der elastischen Linie

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot \mathcal{F}} = \left( \frac{p(l-x)^2}{2E \cdot \mathcal{F}} - \frac{m}{E \cdot \mathcal{F}} \right)$$

durch zweimalige Integration bestimmt werden, wobei die drei Bedingungen:

$$\begin{aligned} x=0, \quad y=0, \quad \frac{dy}{dx} &= 0 \\ x=l, \quad \frac{dy}{dx} &= 0 \end{aligned}$$

zur Berechnung der beiden Integrationskonstanten sowie von  $m$  ausreichen.

Dabei ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{-p}{6E \cdot \mathcal{F}} (l-x)^3 - \frac{m}{E \cdot \mathcal{F}} x + A \\ y &= \frac{p}{24E \cdot \mathcal{F}} (l-x)^4 - \frac{1}{2} \frac{m}{E \cdot \mathcal{F}} x^2 + Ax + B. \end{aligned}$$

Aus  $x=0$ ,  $y=0$  folgt

$$0 = \frac{p}{24E \cdot \mathcal{F}} l^4 + B, \quad B = -\frac{p}{24E \cdot \mathcal{F}} l^4.$$

Aus

$$x = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0.$$

$$0 = \frac{-p}{6E \cdot \mathcal{F}} l^3 + A \quad A = \frac{p}{6E \cdot \mathcal{F}} l^3.$$

Aus

$$x = l, \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

$$0 = -\frac{m}{E \cdot \mathcal{F}} l + A; \quad \frac{m}{E \cdot \mathcal{F}} = \frac{A}{l} = \frac{p}{6E \cdot \mathcal{F}} l^2.$$

Somit die Gleichung der elastischen Linien:

$$y = \frac{p}{24E \cdot \mathcal{F}} (l-x)^4 - \frac{p}{12E \cdot \mathcal{F}} l^2 x^2 + \frac{p}{6E \cdot \mathcal{F}} l^3 \cdot x - \frac{p}{24E \cdot \mathcal{F}} l^4 \quad (473)$$

und die der Momentenlinien

$$M = \frac{p(l-x)^2}{2} - \frac{p}{6} l^2 = \frac{p}{2} \left( (l-x)^2 - \frac{l^2}{3} \right),$$

damit für

$$x = 0; \quad M_0 = \frac{p}{2} \cdot \frac{2}{3} l^2 = \frac{p \cdot l^2}{3}$$

$$x = l; \quad M_l = \frac{p}{2} \cdot \frac{l^2}{3} = \frac{p l^2}{6}$$

Während ohne Einspannung  $M = \frac{p(l-x)^2}{2}$ ; für  $x = 0$ :  $M_0 = \frac{p l^2}{2}$ .

Somit folgt durch das Einspannen eine Verbesserung um  $\frac{p l^2}{6}$ , vorausgesetzt daß die Belastung  $p$ , sowie das Trägheitsmoment  $\mathcal{F}$  über die ganze Länge  $l$  konstant sind. Beides ist natürlich nur eine sehr rohe Annäherung; denn es wird vor allem  $\mathcal{F}$  in dem gewölbten Blech stark variieren, dazu sich mit einer Durchbiegung des Bleches ändern, d. h. eine Funktion von  $dy/dx$  sein.

Einen Weg, der in einfacher und sicherer Weise die Bestimmung der Schaufelstärken ermöglicht, gelang mir während meiner praktischen Tätigkeit bei Briegleb, Hansen & Co. auf Grund der folgenden Überlegungen aufzufinden.

Wie auch das Kraftmoment  $P \cdot l$ , und wie groß das Trägheitsmoment  $\mathcal{F}$  bzw. das Widerstandsmoment  $W$  der Schaufel in ihrem gefährlichen Querschnitt beschaffen sein mag, jedenfalls wird  $P$  bei »ähnlichen« Ausführungen proportional dem Quadrat des Laufraddurchmessers und proportional dem Gefälle zunehmen. Da nun der Hebelarm  $l$  proportional mit dem Durchmesser, das Widerstandsmoment, wenn die Schaufelstärke auch »ähnlich« vergrößert wird, aber mit der dritten Potenz wächst, so schreibt sich die größte Biegungsspannung  $\sigma_{\max}$

$$\sigma_{\max} = \frac{P \cdot l}{W} = k_x \cdot \frac{D^2 \cdot H \cdot D}{D^3}, \quad (474)$$

d. h. gleich einer Konstanten mal dem Gefälle.

Mit andern Worten: Bei Turbinen genau (d. h. auch in den Blechstärken), ähnlicher Bauart sind die Materialspannungen nur dem Gefälle proportional. Dieses Gesetz, das den ganzen Turbinenbau in wunderbarer Weise durchzieht,

kann nun dazu dienen, die Blechstärken für Neukonstruktionen aus experimentellen Untersuchungen »ähnlicher« Ausführungen zu berechnen.

Bedenkt man nämlich weiter, daß das Widerstandsmoment  $W$  dem Quadrat der Blechstärke  $s$ , sowie der Eingußlänge  $m$  proportional gesetzt werden kann, so folgt  $W = k' \cdot s^2 \cdot m$  oder

$$s = k'' \cdot \sqrt{\frac{W}{m}} \quad (475)$$

und mit

$$W = \frac{P \cdot l}{\sigma_{\max}}; \quad s = k'' \cdot \sqrt{\frac{P \cdot l}{m \cdot \sigma_{\max}}};$$

durch Einsetzen der oben angeführten Proportionalitäten ergibt sich dann

$$s = k''' \cdot \sqrt{\frac{D^2 \cdot H \cdot D}{D \sigma_{\max}}} = k \cdot D \sqrt{H}. \quad (476)$$

Man hat somit bei ähnlichen Turbinen gleiche Materialspannungen im Schaufelblech zu erwarten, wenn das letztere dem Durchmesser und der Wurzel aus dem Gefälle proportional ausgeführt wird.

Die experimentelle Bestimmung der Konstanten  $k$  geschah nun in der Art, daß das kleine Versuchslaufrad auf einer arretierten Drehscheibe mit dem Lauf-  
radboden festgeklemt, am Radkranz aber durch ein Kräftepaar tortiert wurde. Zu dem Zweck war um den Kranz eine Kette oder ein doppelarmiger Hebel gelegt, woran auf der einen Seite vertikal  
abwärts durch Gewichte, auf der andern Seite nach oben durch den Kran mit eingeschalteter Federwage ein je gleicher Zug ausgeübt werden konnte.

Das Torsionsmoment wurde dann in wiederholten Versuchen solange ganz allmählich gesteigert, bis sich bei Aufhebung der Belastung am Zeiger  $Z$  eine kleine bleibende Deformation feststellen ließ.

Damit war die Elastizitätsgrenze und damit ein Maß für die zulässige Höchstbelastung gegeben.

Freilich ist die Beanspruchung der Schaufeln nach dieser Methode nicht genau mit der Beanspruchung gleichartig, die sie durch den Wasserdruck erfahren; vergegenwärtigt man sich aber die Momentenlinie einmal vom Angriffspunkt

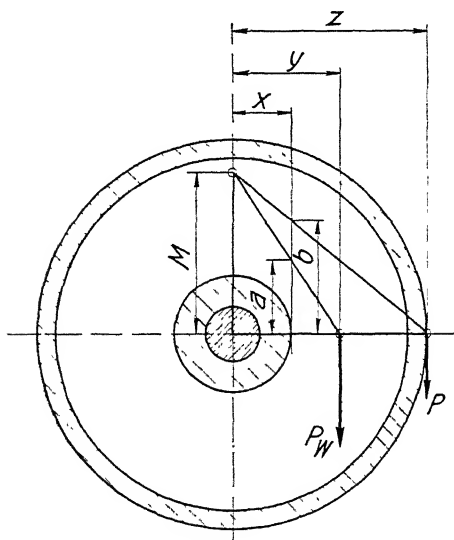


Abb. 523.

des Schaufeldrucks in Entfernung  $y$  von der Achse (Abb. 523) und dann die von der Entfernung des Kranzes  $z$  nach dem gleichen Moment  $M$  verlaufend, so bemerkt man, daß der Wasserdruck die Schaufel an der Einspannstelle an der Nabe in Entfernung  $x$  geringer (mit  $a$ ) beansprucht, als die im Kranz eingeleitete Kraft (mit  $b$ ).

Deshalb erschien es mir statthaft, mit dem größten Drehmoment der Turbine bis an  $\frac{1}{4}$ , d. h. mit dem im allgemeinen nicht eintretenden Moment der festgebremsten Turbine bis etwa an  $\frac{1}{2}$  dieser die bleibende Deformation hervorrufoenden Belastung zu gehen.

Sei dieses größte zulässige Drehmoment des Laufrades  $= M_{\max}$ , so haben wir jetzt nur noch nötig, es mit dem unter einer wirklichen Bremsung beim Gefälle  $H_o$  auftretenden Moment  $M_o$  in Verbindung zu bringen.

Da Moment und Gefälle proportional sind, ergibt sich

$$M_{\max} : H_{\max} = M_o : H_o.$$

Sonach folgt nach dem oben abgeleiteten Gesetz

$$s = k \cdot D \sqrt{H},$$

wobei hier  $s = s_o$ ;  $D = D_o$ ;  $H = H_{\max}$ , so daß

$$s_o = k \cdot D_o \sqrt{H_{\max}} = k \cdot D_o \cdot \sqrt{\frac{M_{\max}}{M_o} \cdot H_o}$$

und die Konstante  $k$  aus den Bremswerten  $H_o$  und  $M_o$ , sowie dem zulässigen Torsionsmoment  $M_{\max}$  als

$$k = \frac{s_o}{D_o} \sqrt{\frac{M_o}{M_{\max}} \cdot \frac{1}{H_o}}. \quad (477)$$

Schließlich empfiehlt es sich noch, die empirische Formel für die Schaufelstärken für den Fall zu erweitern, wo sie auf ein Laufrad mit ähnlichen Schaufeln, aber geänderter Schaufelzahl angewendet werden soll.

Die Kraft  $P$  auf eine Schaufel ist offenbar umgekehrt proportional der Schaufelzahl. Somit folgt aus der obigen Beziehung

$$s = k \sqrt{\frac{P \cdot l}{m \sigma_{\max}}},$$

daß die Schaufelzahl mit ihrem reziproken Wert unter die Wurzel tritt, so daß wir schreiben können:

$$s = k_s \cdot D \sqrt{\frac{H}{z}},$$

wobei die Konstante  $k_s$  nach

$$k_s = \frac{s_o}{D_o} \sqrt{\frac{M_o}{M_{\max}} \cdot \frac{z_o}{H_o}} \quad (478)$$

zu bestimmen ist.

Die Versuche haben gezeigt, daß die Konstante  $k_s$ , wie zu erwarten, stark von der Schaufelform und der Art des Eingusses abhängt.

Am kleinsten ist sie bei den schmalen Laufrädern der Langsamläufer, am größten bei den breiten der vielschluckenden Schnelläufer.

Im Durchschnitt darf man setzen, wobei für Verrosten noch 2 mm zugegeben werden:

$$s \approx 5 \cdot D \sqrt{\frac{H}{z_2}} + 2 \text{ mm für Langsamläufer,} \quad (479)$$

$$s \approx 10 \cdot D \sqrt{\frac{H}{z_2}} + 2 \text{ mm für Schnelläufer.} \quad (480)$$

### 3. Herstellung der Blechschaufeln.

Die Form der Blechschaufeln ist durch die Achsnormalschnitte festgelegt, die auf S. 311 behandelt wurden.

Der Modelltischler sägt die Schnittkurven aus Holzstücken, deren Stärken dem Vertikalabstand der Schnitte entsprechen, leimt sie richtig übereinander (Abb. 524) und arbeitet aus dem Ganzen mit Meißel und Rundhobel die Schaufelform heraus. Nach ihr wird der gußeiserne Schaufelklotz abgegossen (Schwindmaß!).

Das Schwindmaß beträgt dabei im allgemeinen 1,007. Mit Rücksicht auf das spätere Eingießen der Schaufeln in Boden und Kranz trugen Briegleb, Hansen & Co. seinerzeit dem nochmaligen Zusammenstauchen der Schaufeln durch Anwendung eines Schwindmaßes von 1,009 für den Schaufelklotz Rechnung.

Der Füllkörper für die Oberfläche der Schaufel wird am einfachsten und sichersten hergestellt, wenn beim Aufzeichnen der Achsnormalschnitte für die untere Schaufelfläche gleich diejenigen für die Oberfläche durch Antragen der jeweiligen Schaufelstärke hinzugefügt werden. Hierbei muß dann die Säge innerhalb der Schaufelstärken (schrag, Abb. 524) geführt werden.

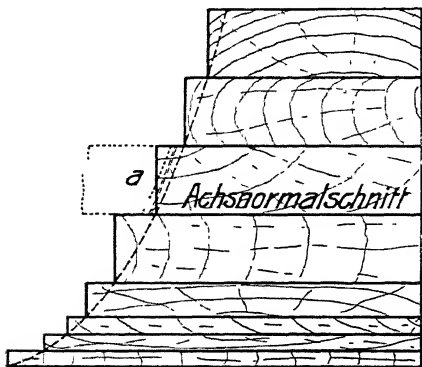


Abb. 524. Holzmodell des Schaufelklotzes.

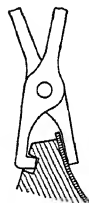


Abb. 525.

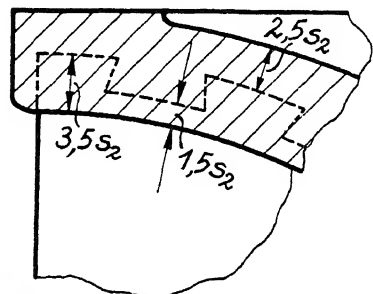


Abb. 526. Schaufeleinguß.

Das ist von besonderer Bedeutung, wenn die Schaufeln gepreßt werden sollen. Dazu werden die Bleche auf Rotglut angewärmt. Man bildet dann die beiden Schaufelklötze so aus, daß sie in der Schaufelpresse leicht befestigt werden können.

Nur die einfacheren Schaufelformen lassen sich pressen. Solche mit tiefen Säcken müssen in einen Klotz mit Holzhämmern hineingeklopft werden, und verlangen oft wiederholtes Anwärmen, wodurch die Blechstärke reduziert wird und die Kosten ganz bedeutend wachsen. Zum Festhalten der Bleche bedient man sich großer Zangen nach Abb. 525.

Um die Größe des benötigten Bleches in glattem Zustand wenigstens annähernd kennen zu lernen, bringt man zunächst ein Bleiblech in die Schaufel, schneidet es dann in der gewünschten Größe ab und biegt es wieder in die Ebene zurück.

Die Schaufelbleche überragen die eigentliche Schaufelform um soviel, als sie später eingegossen werden sollen. Die Ausbildung dieses Teils des Schaufelklotzes überläßt man am besten dem Modellschreiner bzw. dem Schaufelschmied, da er am leichtesten sieht, wie die Bleche zu möglichst senkrechtem Einguß entwickelt werden können.

Die Schaufelkanten werden zur besonderen Sicherheit mit großen Schwalbenschwänzen (Abb. 526) versehen. Die Dimensionen des Eingusses richten sich nach der größten für die betreffende Turbinengröße normalerweise in Frage kommenden Blechstärke, da man für kleinere Gefälle nicht jeweils neue Modelle machen kann. Bei außergewöhnlich hohen Gefällen hilft man sich dann wohl durch Vermehrung der Zahl der im übrigen gleichgeformten Schaufeln, wodurch freilich verhältnismäßig engere Kanäle mit größeren Reibungsverlusten und kleinerer Schluckfähigkeit entstehen.

Für die Dimensionen des Eingusses dürften sich die in Abb. 526 angegebenen Regeln empfehlen, wodurch auch gleich die Stärken von Laufradboden und Kranz festgelegt sind.

Was die Schaufelzahl angeht, so haben wir bei Konstruktion der Schaufelflächen (S. 424) gesehen, daß sie bei gegebenem Ein- und Austrittsprofil durch die Forderung bestimmt ist, das Wasser mit den kleinsten benetzten Flächen, aber auch mit großen Krümmungsradien auf die vorgeschriebenen Austrittswinkel überzuleiten, und es besteht theoretisch kein Grund, die Schaufelzahl mit der Turbinengröße zu wechseln. Trotzdem lassen die meisten Konstrukteure aus praktischen Gründen die Schaufelzahl mit der Turbinengröße zunehmen, da bei großen Laufrädern sonst die Bleche, die Blechstärken und damit die Herstellungskosten stark wachsen.

Absichtlich möchte ich mir versagen, hier Regeln für die Schaufelzahlen anzuführen, da solche Regeln zu leicht die Denkarbeit des Konstrukteurs hemmen, und es ja leicht ist, für jeden Fall nach der oben gegebenen Berechnung der Blechstärken die Schaufelzahl für eine gewünschte Blechstärke zu bestimmen.

Die Fertigstellung der Bleche hat mit großer Sorgfalt zu geschehen. Sie müssen am Schaufelklotz auf ihre richtige Formgebung über die ganze Wölbung einzeln geprüft werden (Einlagen von Lehmkugeln zwischen Blech und Schaufelklotz!) und erhalten am Ein- und meistens auch am Austritt in der Richtung der relativen Wasserbewegung eine dachförmige Zuschärfung (Abb. 455, S. 341).

#### 4. Laufradboden und Laufradkranz.

Die Gußstärken sind durch den Einguß der Blechstärken (Abb. 526) reichlich festgelegt. Man läßt, wie dort angegeben, den Guß über den Durchmesser  $D_i$  um 5—20 mm je nach Turbinengröße vorstehen, um den Einguß noch besser zu erwärmen und das Abdrehen des Laufrades im Kranzspalt zu erleichtern. Es empfiehlt sich auch, den Rand gegenüber dem Leitrad etwas abzurunden (bei  $a$ , Abb. 527), da hierdurch der Spaltverlust verkleinert und eine plötzliche Richtungsänderung bei ungenau eingestelltem Laufrad gemildert werden kann.

Aus letzterem Grunde sind auch die Entfernungen  $e$  in gleicher Figur nicht zu knapp, d. h. 5—10 mm zu wählen, während man den Kranzspalt  $KS$  auf 1—2 mm zu beschränken sucht.

Der Schaufelspalt  $SS$  dagegen wird aus den früher erwähnten Gründen der Wasserführung (S. 366) sehr reichlich, 10—30 mm, gemacht. Neuerdings ist man darin noch viel weiter gegangen. Eine Turbine von JAKOBSEN<sup>1)</sup> (Z. g. T. 1910, S. 81f.) war hierin bahnbrechend und zeigt deutlich, wie sich der Schaufelspalt

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu Abb. 619, S. 496.

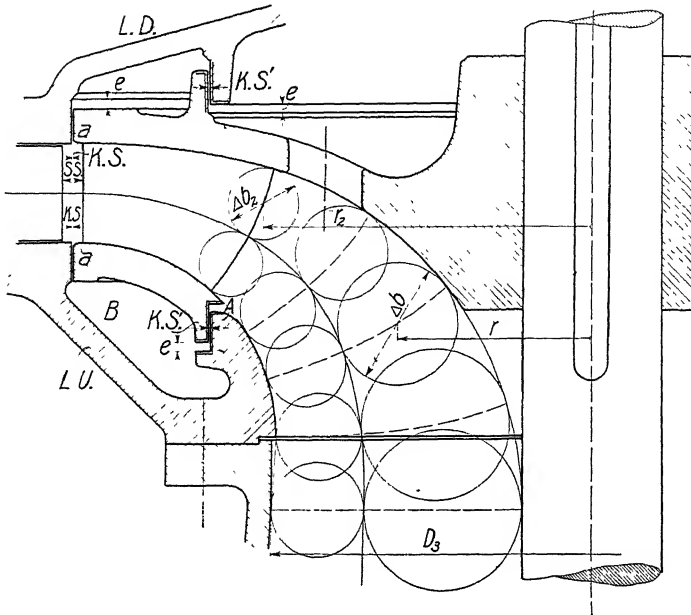


Abb. 527. Laufradprofil eines Langsamläufers.

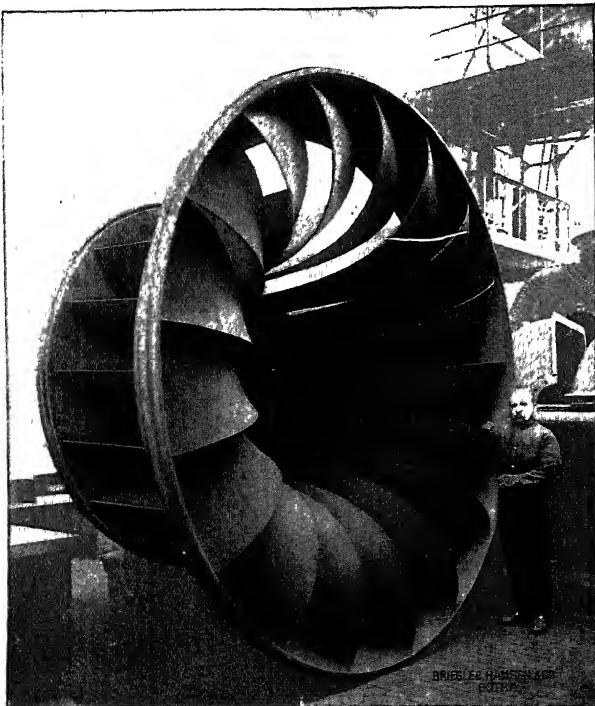


Abb. 528. Hansenwerk-Laufrad-Type D.R.P. für 17 cbm Wasserdurchlaß pro Sekunde bei 2 m Gefälle.

vom Kranz zum Boden erweitert, und Versuche, die Briegleb, Hansen & Co., sowie besonders VOITH (vgl. Taf. 19) ausführten, zeigen, daß die Wasserführung durch den großen Spalt nicht leidet. Briegleb, Hansen & Co. sind dann noch einen Schritt weitergegangen und haben durch Herunterziehen der Eintrittsstelle unter den Wulstdurchmesser (Abb. 519c) eine Turbinentype geschaffen, die sich für Schnellläufer gut zu bewahren scheint und die in Abb. 528 dargestellt ist.

Ein praktischer Vorteil des Hereinziehens der Eintrittskante auf kleinem Durchmesser für Schnellläufer ist die Verkleinerung der Umfangsgeschwindigkeiten und die daraus folgende ein-



fachere Schaufelform. Ein Nachteil liegt in der Kürzung der Eingußlänge und in der Schwächung des Widerstandsmoments durch Vergrößerung von  $\beta'_1$ , weshalb hier größere Schaufelstärken benötigt werden.

Bei stark herabgezogenem Laufradprofil, was nach amerikanischem Vorbild (Abb. 350, S. 222) zu einem Hinausführen der Eintrittskante führt (Abb. 285, S. 198), ist dafür zu sorgen, daß auch bei völlig geöffnetem Leitrad kein Schleifen des Laufrades infolge einer kleinen Axialverschiebung eintreten kann (Abb. 1, Taf. 1). Man zeichnet deshalb entsprechend Abb. 527 das Laufradprofil in die gewünschte Wasserbegrenzung so ein, daß die Länge  $e$  wieder 2—5 mm beträgt und rundet außerdem die Spitze des Profils bei  $a$  in Übereinstimmung mit obiger Bemerkung ab.

Allgemein ist erwünscht, den Laufraddurchmesser am Spalt klein zu halten, da damit sowohl der Spaltverlust als der Axialschub abnimmt. Der achsnormal geführte Spalt (Abb. 1, Taf. 15) ist zwar leicht herzustellen, erfordert aber sehr genaue Montage. Der schräge Spalt (Abb. 529), wie ihn z. B. die amerikanische Herkulesturbine aufweist, kann mit Rücksicht auf Herstellung und Montage nicht empfohlen werden.

Ein nochmaliger Spalt am unteren Ende des Laufradkranzes (Abb. 2, Taf. 15) kommt bei dem herausgezogenen Profil der Schnellläufer im allgemeinen nicht zur Anwendung, obgleich er den Spaltverlust verkleinert, da man den Axialschub wegen wünscht, daß sich der niedere Saugrohrdruck im Raum  $B$  (Abb. 651, S. 521) einstelle. Dies Bedenken fällt bei Zwillingsturbinen (Taf. 23) weg.

Das gleiche gilt bei Normalläufern, während man bei Langsamläufern umgekehrt bestrebt ist, durch hohen Druck im Raum  $B$  eine Entlastung des Axialschubs herbeizuführen (vgl. S. 521, Abb. 652).

Stets wird man aber durch geeignete Abrundungen ( $A$ , Abb. 527) dafür Sorge tragen, daß bei den Übergängen vom Laufrad in das Saugrohr auch bei kleinen Abweichungen der Gußform und bei kleinem Axialverschieben des Rades kein Aufprallen des Wassers an vorstehenden Kanten und kein Schleifen des Laufrades eintritt.

Der Laufradboden wird mit der Nabe meist aus einem Stück hergestellt, in dem man dann noch die weiten, eingegossenen Wasserlöcher bemerkt. Häufig werden aber auch Nabe und Laufradboden nach Taf. 19 getrennt ausgeführt. Das erleichtert bei Laufrädern, die sich nahe zur Achse hin erstrecken, die Herstellung sowie die Anbringung der Wasserlöcher, die jetzt in die Nabe verlegt werden. Allgemein wird man diese Konstruktion auch bei Bronze-Laufrädern (Taf. 36) anwenden, um an dem teuren Material zu sparen.

Kleine Laufräder werden mit einem, größere besser mit zwei um  $120^\circ$  versetzten Keilen auf der Welle befestigt. Bei Federkeilen, die das Rundlaufen der Räder besonders garantieren, sowie überhaupt bei vertikaler Welle, ist eine Sicherung gegen Axialverschiebung vorzusehen, die meist aus einem zweiteiligen eingelassenen Ring nach Abb. 1, Taf. 15 besteht.

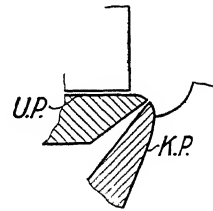


Abb. 529.

### 5. Auswuchten der Laufräder.

Raschlaufende Laufräder müssen zur Vermeidung freier Zentrifugalkräfte ausgewuchtet werden.

Meist begnügt man sich, die Gewichte nach der Drehachse allein auszugleichen, indem man das aufgekeilte Rad auf zwei horizontalen Schneiden ausbalanciert (Abb. 530). Dabei liegen aber die ausgeglichenen Gewichte  $G$  der Abb. 531 im allgemeinen nicht in Rotationsebenen, so daß bei hoher Drehzahl noch unerlaubte Drucke auf die Lager kommen. Der Ausgleich dieser Drucke ist schwierig herzustellen, indem die freien Kräfte, da ja der Schwerpunkt der Massen in jedem Fall in der Achse liegt, nur in bewegtem Zustand dynamisch festgestellt werden können. Ich habe, unabhängig von den folgenden Angaben, vorgeschlagen (Frühjahr 1911), dazu das Rad mit einem Bügel, auf Spitze  $B$  nach Abb. 532 gelagert, rotieren zu lassen, wobei das obere Wellenstück bei  $A$  erkennen läßt, nach welcher Richtung freie Kräfte aufgetreten sind. Letzteres kann durch Federn geschehen, die zusammengedrückt werden und dabei einen Merkstift verschieben.

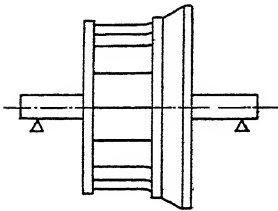


Abb. 530. Statisches Auswuchten eines Laufrades.

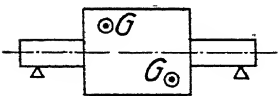


Abb. 531.

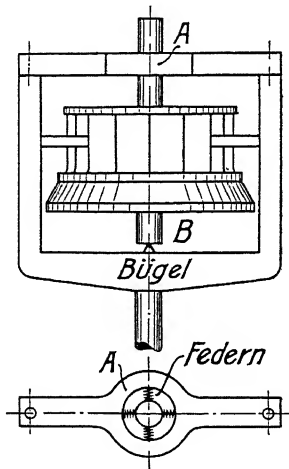


Abb. 532. Dynamische Auswuchtung nach CAMERER.

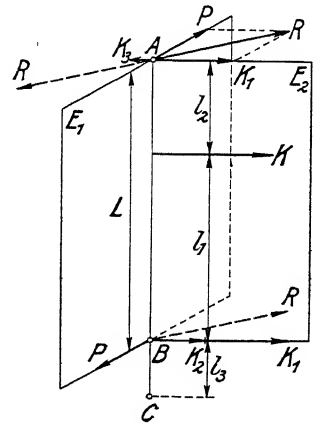


Abb. 533. Dynamische Auswuchtung nach LAWACZECK.

STODOLA gibt eine ähnliche Vorrichtung, aber ohne Bügel, in der dritten Auflage seiner Dampfturbine. Eine theoretisch wie praktisch durchdachte Lösung bringt LAWACZECK in der Z. g. T. 1911, S. 433 ff., bei der nicht nur ein in einer Ebene durch die Drehachse befindliches Kräftepaar, sondern auch ein Abstand des Gesamtschwerpunktes von der Achse auf dynamischem Wege durch Wirkung der Zentrifugalkräfte festgestellt werden kann. Dieses Verfahren wird bei genügender Steigerung der Drehzahl bedeutend empfindlicher sein als das statische Auswuchten des Übergewichts. Der Gedankengang LAWACZECKs folgt aus der perspektivischen Darstellung (Abb. 533), in der ein Kräftepaar  $M$  in Ebene  $E_1$  und eine Kraft  $K$  in Ebene  $E_2$  gedacht sind. Ersteres wirkt als  $M = P \cdot L$  mit den Kräften  $P$  in  $A$  und  $B$ , letztere mit  $K_1 = K \cdot \frac{l_1}{L}$  in  $A$  mit  $K_2 = K \cdot \frac{l_2}{L}$

in  $B$ . Die Resultierende  $R$  aus  $P$  und  $K_1$  ruft den Ausschlag in  $A$  hervor. Wird er durch ein entgegengerichtetes Kräftepaar  $= RL$  aufgehoben (gestrichelt), so bleibt  $K_1 + K_2 = K$  in  $B$  übrig. Um nun dieses letztere zu bestimmen, verschiebt LAWACZEK schließlich, und das ist sein hübscher Erfindungsgedanke, den unteren Stützpunkt  $B$  nach  $C$  und findet dann  $K$  aus  $K_3$  am Punkt  $A$  mit  $K = K_3 \frac{L + l_3}{l_3}$ .

LAWACZEK benutzt als Stützpunkt bei  $B$  und  $C$  je ein Lager und erhält daraus komplizierte Schwingungen. Einfacher scheint mir die allseitig mögliche Beweglichkeit auf einer Spitze nach meinem Vorschlag Abb. 532, wobei der Gesamtausschlag konstant bleibt. Dabei kann die Frage der Verschiebung des Stützpunktes von  $B$  nach  $C$  konstruktiv leicht durch Einführen eines Zwischengliedes gelöst werden.

FRANCIS HODGKINSON hat für Dampfturbinenräder ein Verfahren erdacht, den statischen Ausgleich um die Achse ohne Aufziehen der Räder zu ermöglichen<sup>1)</sup>. Er legt das fragliche Rad genau konzentrisch auf eine horizontale Scheibe, die unmittelbar über ihrem Schwerpunkt durch Schneiden gelagert ist, und gleicht dann ein Übergewicht des Rades durch ein Gegengewicht aus. Durch Drehen des Rades um  $180^\circ$ , dann um  $90^\circ$ , wird die Lage seines Schwerpunktes, und durch wiederholtes Ausgleichen wird die Größe des Übergewichts bestimmt.

## D. Berechnung und Konstruktion der Leiträder.

### I. Austrittswinkel $\alpha_o$ .

Eine kurze Beschreibung der bei zentripetalen Vollturbinen angewendeten Leiträder haben wir im Abschnitt C des fünften Teiles auf S. 313 kennen gelernt. Für jede dieser Arten ist die Berechnung des Leitradaustritts, für die im allgemeinen die größte Beaufschlagung des Laufrades zugrunde gelegt wird, gleichartig.

Die wesentlichste Größe für den Leitradaustritt ist neben der Leitradbreite  $B$ , die bereits der Laufradkonstruktion zugrunde gelegt war, der Austrittswinkel  $\alpha_o$ , der nach der Beziehung  $\operatorname{tg} \alpha_o = \frac{c_{m_o}}{c_{u_o}}$  aus der Meridian- und aus der Umfangskomponente der absoluten Austrittsgeschwindigkeit bestimmt wird.

Die erstere folgt bei gegebener Leitradbreite  $B$  und angenommener Schaufelverengung  $\frac{z_o \cdot s_o}{\sin \alpha_o}$  zu

$$c_{m_o} = \frac{Q}{\left(D_o \pi - \frac{z_o s_o}{\sin \alpha_o}\right) B} \quad [\text{Vgl. Gl. 408}]$$

bzw. bei wechselndem  $c_{m_o}$  für die einzelne Teilturbine zu

$$c_{m_o} = \frac{AQ}{\left(D_o \pi - \frac{z_o s_o}{\sin \alpha_o}\right) \Delta b_o},$$

<sup>1)</sup> Z. g. T. 1912, S. 259 aus der Revue industrielle.

Die Berechnung von  $c_{u0}$  ist unmittelbar aus der Hauptgleichung möglich, wenn wir (analog S. 346) die Laufradschaufeln durch ideelle, druck- und energielose Flächen bis zum Durchmesser  $D_0$  fortgesetzt denken, und für ihre in  $D_0$  auftretende ideelle Umfangsgeschwindigkeit  $u_0$  die Bestimmung von  $c_{u0}$  vornehmen, wonach

$$c_{u0} = \frac{u_2 c_{u2}}{u_0} + \frac{g H \varepsilon}{u_0}. \quad [\text{Vgl. Gl. 278 u. 430}]$$

Ist die Verteilung der Wassermenge bei größter Beaufschlagung auf die einzelnen Teilturbinen nach S. 353 durchgeführt, so können hierbei die entsprechenden Werte unmittelbar eingesetzt werden. Im allgemeinen genügt es aber nach S. 360, für  $\varepsilon$  den Wirkungsgrad der voll beaufschlagten Turbine, und zur Bestimmung von  $u_2 c_{u2}$  den Schwerpunkt der effektiven Austrittskante (nicht wie bei  $Q_{\perp} u_2 c_{u2} = 0$ ) zu benutzen. Dabei sei daran erinnert, daß für  $\alpha_2 > 90^\circ$  der Wert von

$$c_{u2} = c_2 \cdot \cos \alpha_2$$

negativ ausfällt (Abb. 534).

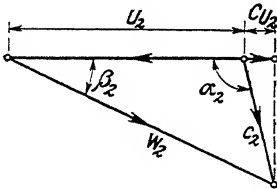


Abb. 534. Austrittsdreieck mit negativem  $c_{u2}$ .

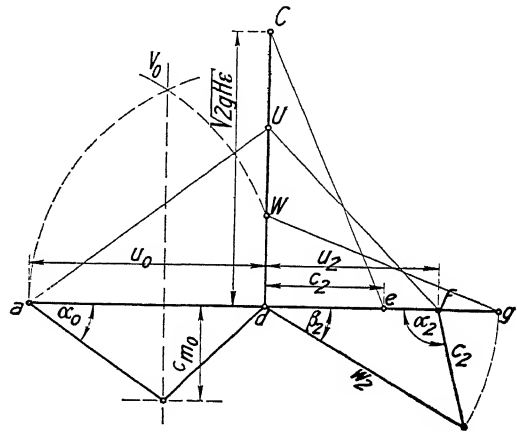


Abb. 535. Diagramm zur Konstruktion des Leitrad-austrittsdreiecks.

Die gleiche Rechnung ergibt sich auch nach den Diagrammen (Abb. 535) in der Reihenfolge:

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| 1. $\overline{Cd} = \sqrt{2gH\varepsilon}$ | 6. $\overline{Ua} = \overline{Ce}$ |
| 2. $\overline{ad} = u_0$                   | 7. $\overline{dg} = w_2$           |
| 3. $\overline{df} = u_2$                   | 8. $\overline{Wg} = \overline{Uf}$ |
| 4. $w_2$ für volles $Q$ auf $\beta_2$ .    | 9. $V_0$ aus $W$                   |
| 5. Damit $c_2$ und $\overline{de} = c_2$   | 10. $c_{m0}$ auf $V_0$             |

liefert die Dreieckspitze mit  $\alpha_0$ .

Ist  $D_0$  über die Leitradaustrittskante konstant, was die Regel bildet, und sind die einzelnen  $\angle b_0$  annähernd gleich, so liefert die Konstruktion mit dem Austrittsschwerpunkt auch gleiche  $\alpha_0$ .

Im andern Falle macht die Bestimmung des wechselnden  $\alpha_0$  für die einzelnen Teilturbinen nach dem angeführten Verfahren keinerlei Schwierigkeiten, sobald — und das ist die allerdings noch nicht befriedigend gelöste Frage — die Lage der Flutprofile bestimmt ist, aus denen die  $\angle b_0$  abzugreifen sind.

## II. Schaufelform am Austritt.

Die Schaufelform am Austritt soll dann derart entwickelt werden, daß das Wasser den Durchmesser  $D_0$  unter dem verlangten Winkel  $\alpha_0$  durchfließt.

Erfahrungsgemäß (vgl. S. 363) tritt dies dann angenähert ein, wenn eine Gerade durch  $\alpha_0$  die Schaufelspitze halbiert (Abb. 536). Im übrigen gelten ähnliche Überlegungen wie beim Aufzeichnen der Laufradschaufelschnitte (S. 389f.). Als innere Schaufelbegrenzung im Austritt hat man Evolventen, gerade Linien, oder noch besser zwischen beiden liegende Kreisbogen (Abb. 537) verwendet. Von Interesse ist auch, daß bereits FINK 1878 eine recht einfache Konstruktion mit einem Kreisbogen vorschlägt, dessen Mittelpunkt da liegt, wo die Senkrechte auf  $\alpha_0$  durch ein Lot aus dem Turbinenmittel getroffen wird (Abb. 352, S. 223)<sup>1)</sup>.

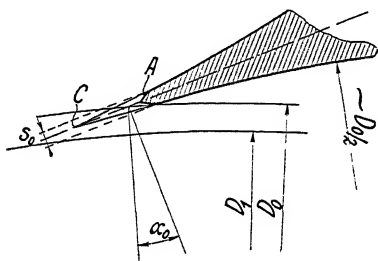


Abb. 536. Richtung der Leitschaufelspitze.

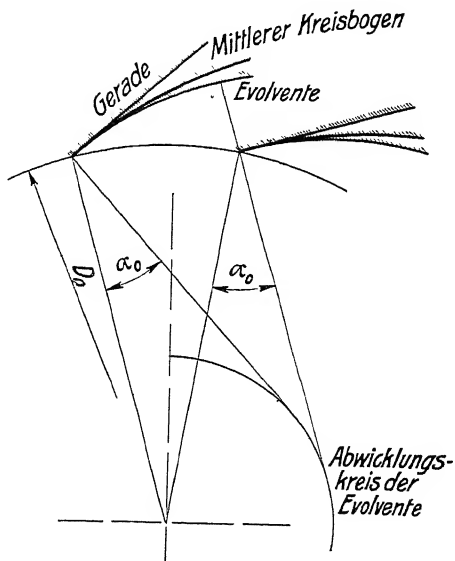


Abb. 537. Innere Begrenzung des Leitschaufelrades.

Wo nur die volle Beaufschlagung in Betracht kommt, sind die geraden Schaufeln, wie ich an zahlreichen Versuchen bei Briegleb, Hansen u. Co. erfahren habe, mindestens eben so gut, wie die nach Evolventen oder Kreisformen gebildeten. Was im einzelnen Fall vorzuziehen ist, kann nur an Hand bestimmter Leitradskonstruktionen und bestimmter Regulierprobleme entschieden werden.

## III. Drehschaufelregulierung.

### 1. Austrittswinkel $\alpha_0$ .

Wir wenden uns nun zur näheren Besprechung der Drehschaufelregulierung, die praktisch die weitaus größte Bedeutung besitzt, da sie auch bei starkem Wechsel der Beaufschlagung gute Wirkungsgrade liefert.

Für sie gelten die der Laufradberechnung zugrunde liegenden Tabellen (S. 411), aus denen die Vergrößerung der Wassermenge von  $Q_{\perp}$  auf  $Q_m$ , sowie die Wirkungsgrade bei voller Beaufschlagung entnommen, bzw. interpoliert werden können.

<sup>1)</sup> FINK, Theorie und Konstruktion der Turbinen. 1877. S. 218.

Außerdem haben aber auch Nachrechnungen an Bremsergebnissen (S. 364) gezeigt, daß für Steigerungen der Beaufschlagung über  $Q_1$  hinaus bei Drehschaufelregulierungen die Bedingung  $\varepsilon + \alpha_2 = \text{konstant}$

ziemlich genau erfüllt ist, so daß die einzelnen  $\varepsilon$  für die verschiedenen  $\alpha_2$  annähernd vorhergesagt werden können.

Im Diagramm führt die Bedingung  $\varepsilon + \alpha_2 = k$  auf die einfache Beziehung:  $\overline{Ud} = \text{konst.}$  (vgl. S. 278). Wir finden daher das gewünschte Geschwindigkeitsdreieck dadurch, daß  $\overline{Ce}$  aus dem Diagramm für  $Q_1$  entnommen von  $a$  ( $\overline{ad} = u_o$ ) angetragen den Punkt  $U$  liefert, der nun konstant bleibt.  $W$  folgt in bekannter Weise für die volle Beaufschlagung aus  $\overline{gW} = \overline{fU}$  mit  $\overline{dg} = w_2 = \frac{Q}{Q_1} w_{2\perp}$  und damit  $\alpha_o$  wie vorhin.

Wegen der Beweglichkeit und wegen des Abschlusses der Leitschaufeln hat man bisher die Grundrißform der Drehschaufeln stets mit konstantem Austrittswinkel ausgeführt.

Es kann aber keinem Zweifel unterliegen, daß es auch hier richtiger wäre, die Leitschaufeln bei stark heruntergezogenen Flutprofilen mit den Winkeln auszustatten, die sich etwa für  $Q_1$  über die Austrittsbreite variabel ergeben.

Dabei würden infolge des konstanten  $D_o$  die  $c_{u_o}$  zwar unveränderlich bleiben, die  $c_{m_o}$  dagegen würden nach der Beziehung

$$c_{m_o} = \frac{\Delta Q_1}{\left(D_o \pi - \frac{z_o s_o}{\sin \alpha_o}\right) \Delta b_o} \quad [\text{Vgl. Gl. 408}]$$

zu berechnen sein, wonach sich der im Grundriß verzerrte Winkel  $\alpha_o''$  als

$$\operatorname{tg} \alpha_o'' = \frac{c_{m_o} \cdot \cos \gamma_o}{c_{u_o}} \quad (481)$$

ergeben würde (Abb. 538).

Abb. 538. Leitrad-austritt bei heruntergezogenem Flutprofil.

Durch reichliches Weiteröffnen des Leitapparats muß dann für den Wasserdurchlaß bei voller Beaufschlagung gesorgt werden, während man das völlige Abstellen der Turbine im allgemeinen durch den Leitapparat nicht mehr würde ausführen können.

Infolge dieser praktischen Unzweckmäßigkeit hat man m. E. von solchen winkelfrichtigen Schaufeln bei Drehschaufeln bisher keinen Gebrauch gemacht.

## 2. Schaufelform.

Die auf der Innenseite geradlinig begrenzten Flachschaufeln (Abb. 539) erscheinen hier für kleinere Beaufschlagungen besonders dann nicht günstig, wenn das Leitrad eine geringe Schaufelzahl besitzt. Dann wird der Hohlraum, in dem das Wasser rotieren muß, polygonförmig, wodurch naturgemäß größere Verluste entstehen, als wenn sich die geschlossenen Schaufeln an die Kreisform anlegen (Abb. 426, S. 313), und man wird aus diesem Grund die letztere Schaufelform im allgemeinen vorziehen, oder wenigstens ein Mittelding zwischen beiden wählen. Wir legen dann, wie bemerkt (S. 363), die Symmetrielinie der Schaufelspitze in die

Richtung des einen Schenkels von  $\alpha_0$  (Abb. 536) und zeichnen von hier aus die Schaufel mit möglichst schlankem und kurzem Verlauf bis zu einer gewissen Eintrittsrichtung, wobei auf gute Wasserführung und rasche Wasserbeschleunigung besonders Wert zu legen ist. Vgl. hierzu die Studie auf S. 408.

Für die weitere Formgebung der Drehschaufeln ist zu beachten, in welcher Weise der Drehbolzen ausgeführt werden soll und in welcher Richtung das Wasser den Schaufeln zufließen wird.

Bezüglich der Drehbolzen unterscheidet man besonders zwei Ausführungen. Nach der einen (z. B. Taf. 21, 22, 23, 29, Abb. 3 u. 5. Taf. 32, Abb. 5, Taf. 33) ist der Bolzen in den Leiträderkränzen befestigt, »die Schaufel mit Bohrung« wird um ihn geschwenkt. Nach der andern ist er mit der Schaufel aus einem Stück hergestellt (z. B. Taf. 12, Abb. 2, Taf. 35 u. 37) »Schaufel mit Zapfen«, und dreht sich in Büchsen, die in den Leiträderkränzen gelagert sind.

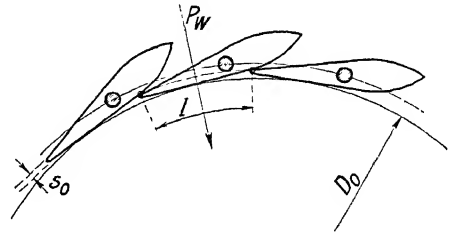


Abb. 539. Geschlossene Flachschaufeln.  
Lage des Wasserdrucks.

Im ersten Fall, der bei offen eingebauten Turbinen die Regel bildet, kann der Drehbolzen zur Versteifung der Leiträderkränze verwendet werden; von seiner Stärke und Lage ist aber die Formgebung der Schaufel in hohem Maße abhängig. Im andern Fall ist man in dieser Beziehung ziemlich frei. Die Schaufeln können schlanker gehalten werden, und bieten bei geschlossenen Turbinen den besondern Vorteil, von außen angetrieben und geschmiert werden zu können (Abb. 2, Taf. 38, Abb. 1, 3 u. 4, Taf. 39), dagegen muß die gegenseitige Versteifung der Leiträderkränze von andern Teilen übernommen werden (vgl. S. 474 u. 515).

### 3. Schaufel mit Bohrung.

Zur Bestimmung der Form der Schaufel mit Bohrung benötigt man zunächst eine vorläufige Berechnung der Bolzenstärke und hierzu wieder eine Annahme über die Schaufelzahl.

Die Reibungsformel  $R_d = k_d \frac{l_o \cdot U_o}{f_o} \cdot \frac{c_o^2}{2g}$  hatte für konstantes  $k_d$  und geometrisch ähnliche Abwickelungen der Schaufeln darauf geführt (vgl. S. 383f.), möglichst hohe Schaufelzahlen für das Leitrad anzuwenden. Die Rücksicht auf die Festigkeit der Schaufeln und die der Drehbolzen gestattet aber keine genau geometrisch ähnliche Verkleinerung des Schaufelquerschnitts, da sein Widerstandsmoment mit der dritten Potenz abnimmt. Bei einer Verdoppelung der Schaufelzahl würden z. B. zwar der Druck auf eine Schaufel auf etwa die Hälfte, ihr Widerstandsmoment bei geometrisch ähnlicher Verkleinerung aber auf  $\frac{1}{8}$  verringert werden.

Aus diesem Grund wählt man die Schaufelzahl der Leitschaufeln für kleine Turbinen zwischen 12 und 16, für große zwischen 16 und 24, und bei hohem Gefälle geringer als bei niedrigem Gefälle, dazu jedenfalls verschieden von der Schaufelzahl des Laufrades, damit etwaige Eintrittsstörungen nicht am ganzen Umfang gleichzeitig auftreten.

Den zur vorläufigen Berechnung der Drehbolzen benötigten Bolzendruck  $P_b$  bestimmt man aus der Schließstellung des Leitrades. In ihr (Abb. 539) erscheint der Wasserdruck einfach als

$$P_w = l \cdot B \cdot H \cdot \gamma. \quad (482)$$

Mit genügender Annäherung ist  $l = \frac{D_o \pi}{z_o}$  wonach

$$P_w = \frac{D_o \pi}{z_o} \cdot B \cdot H \cdot \gamma. \quad (483)$$

Da die Schaufel im allgemeinen nicht ausbalanciert ist, sondern in die Schlußstellung gedrückt werden muß, tritt noch eine Komponente der im Lenker wirkenden Druckkraft  $P_l$  zum Bolzendruck  $P_b$ , die man etwa mit 20–40% der letzteren berücksichtigen kann, so daß

$$P_b \approx 1,3 P_w.$$

Mit diesem Bolzendruck wird der Drehbolzen vorläufig für eine bestimmte Biegungsspannung  $k_b$  und einen mittleren Auflagerdruck  $p$  in bekannter Weise berechnet.

Eine einfache und solide Ausführung eines Drehbolzens ist in Abb. 540 für Anordnung mit, bzw. ohne Büchse gegeben. Angenähert nehmen wir danach  $P/2$  in der Mitte von  $l$  und die Reaktion in der Einspannstelle an, so daß das Biegemoment  $M$

$$M = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{\pi}{32} d^3 \cdot k_b. \quad (484)$$

Der Auflagerdruck ergibt sich aus

$$P = 2 \cdot l \cdot d \cdot p \quad (485)$$

und aus einer Division der beiden nach  $k_b$  und  $p$  aufgelösten Gleichungen das Durchmesser Verhältnis  $\frac{l}{d}$  für das Verhältnis von  $\frac{k_b}{p}$  als

$$\frac{l}{d} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{16} \cdot \frac{k_b}{p}}, \quad (486)$$

und damit schließlich  $l$  und  $d$  nach einer der obigen Gleichungen.

$k_b$  und  $p$  werden so niedrig gewählt, als es die Schaufelstärke bzw. die Wasserführung zuläßt, damit die betreffende Turbine in möglichst großem Gefallsbereich Verwendung finden kann. In mittlerem Gefälle findet man  $k_b = 360$ ,  $p = 8 \text{ kg/cm}^2$ , in hohem bis  $k_b = 1000$  und  $p = 50 \text{ kg/cm}^2$ , was einem Werte von  $l/d = 3$  bis  $l/d = 2$  entspricht.

Die Prüfung der Bolzen auf Zug bei geschlossenen Turbinen (Abb. 5, Taf. 33 u. 34) und die auf Durchbiegung bei horizontaler Aufstellung (Taf. 21) versparen wir auf den Schluß der Betrachtung.

Was die Festigkeit des Schaufelkörpers selbst angeht, die bei hohem Druck gleichfalls in Frage steht, so ist zu beachten, daß der Körper gleicher Festigkeit

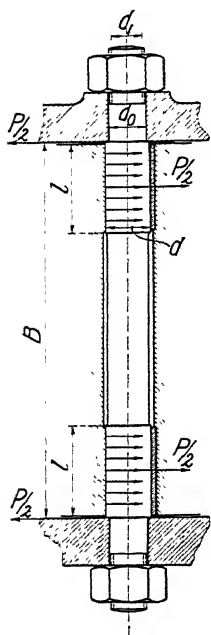


Abb. 540. Kräfte am Drehbolzen.

(Links ohne, rechts mit Büchse gezeichnet.)



eines gleichmäßig belasteten, freitragenden Körpers von rechteckigem Querschnitt Dreiecksform besitzt, da für jeden Querschnitt (Abb. 541) das Moment

$$M = x \cdot b \cdot p \cdot \frac{x}{2} = \frac{b s^2}{6} k_b,$$

somit

$$s = x \sqrt{\frac{3p}{k_b}} \quad (487)$$

ist.

Dabei ist für Gußeisen wegen dessen nicht homogenen Charakters und wegen Gußspannungen  $k_b$  unter 100 kg/qcm für Stahlguß bis 500 kg/qcm zu wählen.

Der so gefundene Wert von  $s$  zeigt die jeweilige Minimalwandstärke an. Die Ausführung darf nicht zu spitz zugeschärft werden, da das Eisen sonst an der Spitze spröde und hart wird, zumal man häufig die Schaufelspitze zur Sicherung völliger Abschlußmöglichkeit einseitig bearbeitet. Dazu werden im Berührungspunkte  $C$  (Abb. 542) Arbeitsleisten, wie in  $A$  und  $B$  herausgezeichnet, vorgesehen.

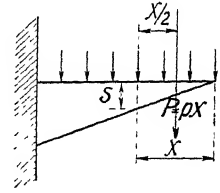


Abb. 541.

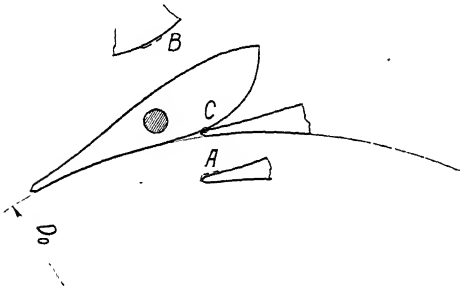


Abb. 542. Arbeitsleisten der Abschlußflächen.

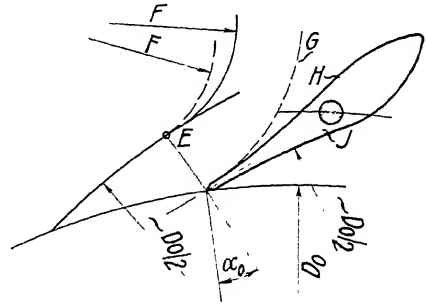


Abb. 543. Die Begrenzung der Leitschaufel.

Aus dem genannten Grunde gibt man der Spitze am Ende eine rasche Zuschärfung ( $A$  in Abb. 536, S. 445), an die sich dann die eine flache Zuschärfung in dem Sinne anschließt, daß einerseits  $s$  mit Rücksicht auf die Festigkeit nicht unterschritten, andererseits aber auch ein Zusammenschluß des Wassers (bei  $C$ ) vor dem Eintritt in das Laufrad gewährleistet wird.

An diese Abschrägung läßt man dann auf der Innenseite etwa einen Kreisbogen anschließen, der nicht kleiner als  $\frac{D_0}{2}$  ( $D_0$  für geschlossene Schaufeln) sein soll.

Die Entwicklung der Abschrägung auf der Außenseite hängt einerseits von der Lage des Schaufelbolzens, andererseits von der erwünschten Querschnittsverjüngung des Leitkanals, bzw. von der Lage der Nachbarschaufel ab.

Um das zu übersehen, zeichnet man für die Nachbarschaufel gleichfalls die Spitze mit dem inneren Begrenzungskreis ein und führt ihn zunächst bis dahin fort, wo sein Radius die Spitze der nächsten Schaufel berührt ( $E$  in Abb. 543). Anschließend gibt man eine Abrundung von solchem Krümmungsradius  $F$  an, daß eine zwanglose Zuführung des Wassers gewährleistet ist. Die Äquidistante  $G$  dieser Abrundung durch die benachbarte Schaufelspitze dient dann zur Kontrolle der Querschnittsverjüngung für die nunmehr einzuzeichnende äußere Schaufelbegrenzung.

Die letztere wird mit Rücksicht auf den Schaufelbolzen festgesetzt. Dabei ist zu beachten, daß die Schaufel in der äußeren Wand ( $H$ ) einem Zug und einer Abnutzung, in der inneren Wand ( $J$ ) dagegen einem Druck ausgesetzt ist. Danach ist bei hohem Gefälle die Festigkeitsberechnung durchzuführen (bei Gußeisen ist  $k > k_2$ !). Bei niederem Gefälle macht man bei Gußeisen mit Rücksicht auf die Herstellung

	bei $D$ bis	500	1000	1500	2000
die innere Wandstärke		5	10	15	20
» äußere	»	7	15	22	30.

Bei automatischen Regulatoren müssen die Schaufeln wegen der Abnutzung mit Metallbüchsen versehen werden, (die rechte Hälfte der Abb. 540 zeigt eine derartige Ausführung), deren Wandstärken entsprechend obigem etwa 3, 5, 8 und 10 mm betragen.

Man rückt nun den Bolzen unter Beachtung der angeführten Wandstärken soweit nach der Schaufelspitze zu, als es die Querschnittverjüngung des Leitkanals gestattet, da erfahrungsgemäß dadurch die Ausbalancierung der Schaufel verbessert und der Hebelarm zum Antrieb der Schaufel verlängert wird.

Gelingt das nicht in gewünschtem Maß, so rückt man wohl auch den Kreis  $F$  etwas nach vorn ( $F$  in Abb. 543 gestrichelt), so daß er den Kreis mit  $D_0/2$  etwas vor dem Punkt  $E$  berührt, wodurch der Übergang der Wasserströmung in die Austrittsrichtung im allgemeinen nur erleichtert wird; wie man überhaupt danach trachten sollte, das Wasser nicht auf einem S-förmig gekrümmten Wege, sondern möglichst geradlinig der Austrittsrichtung  $\alpha_0$  zuzuführen.

Paßt sich die Schaufel dann in ihrer Schlußstellung einem Kreisbogen auch nicht mehr völlig an, so ist das unbedenklich, da man bei den ganz kleinen Schaufelöffnungen ohnedies auf annehmbare Wirkungsgrade nicht mehr rechnen kann.

Den der Spitze abgewendeten Teil der Schaufel sucht man schließlich wieder möglichst schlank und so auszuführen, daß er dem ankommenden Wasser wenig Widerstand darbietet, d. h. bei radialem Zufluß etwa nach Abb. 554 und Taf. 21, bei spiralförmigem Zufluß nach Abb. 544 und Abb. 2, Taf. 12, bei beiderseitigem nach Abb. 1, Taf. 12.

In diesem Teil der Schaufel greift auch der Mechanismus für den Antrieb der Drehschaukel mit Hilfe eines Lenkers (Abb. 554, S. 459) oder eines Gleitsteins (Abb. 552, S. 457 und 553, S. 458) an.

Die nähere Beschreibung der dazu gehörigen Konstruktionen soll im sechsten Absatz dieses Abschnitts ausgeführt werden.

#### 4. Schaufel mit Zapfen.

Die Form der Schaufel mit Zapfen kann ganz unabhängig von der Lage des Zapfens entworfen werden. Man macht sie daher viel schlanker als für die Schaufel mit Bohrung, und das ist auch deshalb möglich, weil sie meist aus Stahlguß hergestellt wird.

Die Entwicklung der Schaufelspitze und der inneren Schaufelbegrenzung wird zwar nach den oben erwähnten Grundsätzen durchgeführt. Verschieden erscheint

aber insbesondere die äußere Schaufelbegrenzung (Abb. 544), während für den Zulauf des Wassers, der hier häufig spiralig erfolgt, wieder die obigen Grundsätze gelten.

Den Zapfen schließt man an der gewünschten Stelle an die Schaufel an, wobei die letztere, wenn sie die Bolzenstärke nicht erreicht, nach HONOLDScher Ausführung (Abb. 545) eine Verdickung erfahren kann, die der Wasserströmung wenig hinderlich ist.

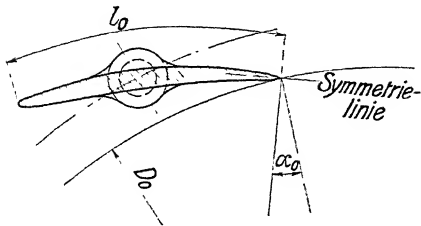


Abb. 544. Schaufel mit Zapfen.

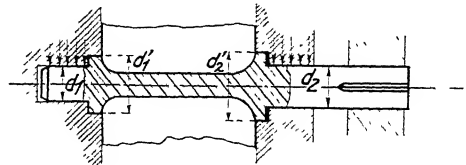


Abb. 545. Schaufel mit Zapfen.

Der eine Zapfen ist auf Biegung und Auflagerdruck, der andere gleichzeitig auf Torsion zu rechnen. Dabei kann die Schaufel, besonders wenn ein breiter Übergang zwischen Zapfen und Schaufel ausgeführt wird, als starr angesehen werden. Die Biegungsbeanspruchung soll mit Rücksicht auf gleichmäßigen Auflagerdruck niedrig gehalten werden, und dasselbe gilt für die Drehspannung zur Vermeidung von federnden Schwingungen. Das heißt etwa  $k_b = 250$ ,  $k_d = 160 \text{ kg/cm}^2$ . Die Zapfenberechnung erfolgt dann für das zusammengesetzte ideelle Biegemoment (vgl. Hütte I, S. 605) aus

$$M_t = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + \left( \frac{k_b}{1,3 k_d} M_d \right)^2} = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 \cdot k_b. \quad (488)$$

Dazu ist zu beachten, daß der tortierte Zapfen noch eine Schwächung durch Keilnut oder Vierkant erfährt, sowie daß die von außen eingeleitete Kraft, namentlich wenn ihr Hebelarm kurz gewählt wird, ein viel größeres Biegemoment hervorrufen kann, als es der Wasserdruck an der Schaufel tut.

## 5. Der Wasserdruck und sein Moment auf die Drehschaufel.

Die folgende Abhandlung stützt sich auf die theoretischen Betrachtungen über die Kraftwirkungen abgelenkter Strahlen von S. 136 und 157 der Hydraulik.

Es wurde dort ausgeführt, daß man, wenn die Kraftwirkungen auf die einzelnen Wände eines Gefäßes gesucht werden, mit einer Kenntnis der Ein- und Ausströmung nicht auskommt, sondern genötigt ist, den Strömungsvorgang auf seinem ganzen Wege zu verfolgen.

Am gleichen Ort wurde auch auf die einfache Beziehung  $l \cdot s = \text{konstant}$  hingewiesen, nach der man in der Lage ist, das Bild einer wirbelfreien Strömung einzuzichnen, und es erschien nun in hohem Maße erwünscht, durch das Experiment festzustellen, inwieweit eine solche Rechnung die richtige Bestimmung der auftretenden Kräfte erwarten läßt.

Durch hochherzige Unterstützung von seiten des Vereins deutscher Ingenieure wurde mir die Möglichkeit gegeben, derartige Versuche anzustellen, deren Durchführung ich in der Z. d. V. d. I. beschrieben habe<sup>1)</sup>. Die Messung der wirklichen

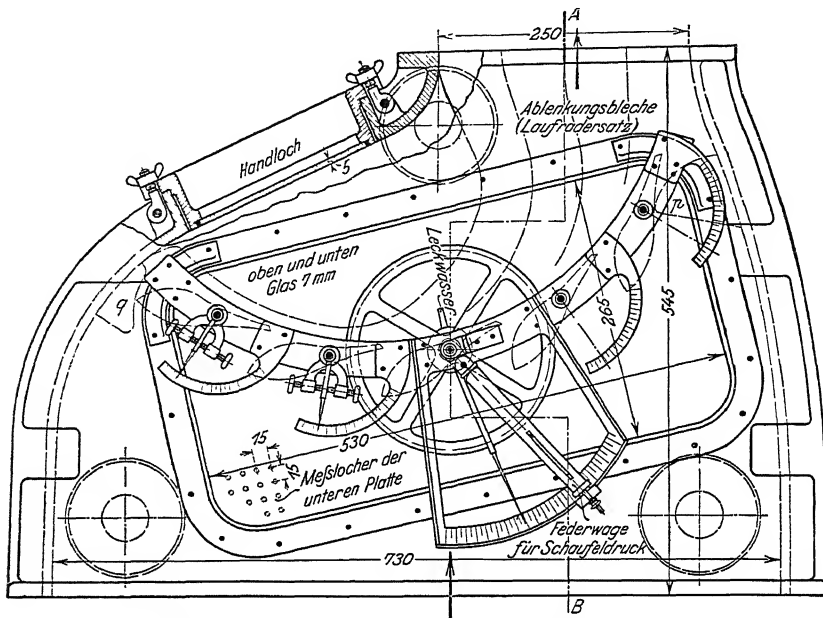


Abb. 546. Meßapparat für Schaufeldrucke. (Draufsicht.) (Z. 1911, S. 2008.)

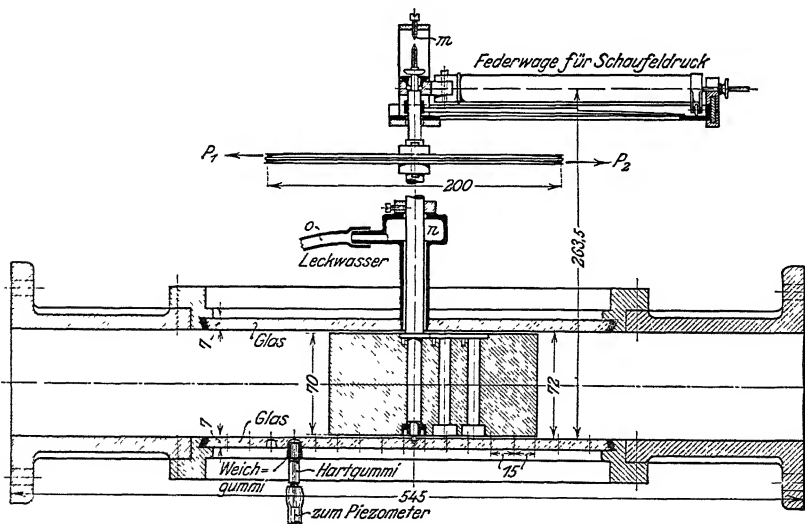


Abb. 547. Meßapparat für Schaufeldrucke. (Schnitt AB durch Abb. 546.)

Drehmomente und Schaufeldrucke stellte ich dabei an einem Apparat an, der in Abb. 546 in Draufsicht und in Abb. 547 im Schnitt wiedergegeben ist und der einen Ausschnitt aus einem Leitapparat mit fünf Drehschaufeln darstellt (vgl.

<sup>1)</sup> Die Wasserdruckmomente der Drehschaufeln von Zentripetal-Francis-Turbinen. Z. 1911, S. 2007.

Abb. 550). Die Messung geschah an der mittleren Schaufel, während die äußeren Schaufeln in der gewünschten Stellung festgeklemt waren. Das Drehmoment wurde dabei einfach durch die Schnurzüge  $P_1$  und  $P_2$  an der eingezeichneten Schnurscheibe als Kräftepaar abgewogen. Mehr Schwierigkeit machte die Bestimmung der Größe und Lage des Schaufeldrucks. Dazu hatte ich zwei Methoden vorgesehen, von denen ich die erste gleichfalls in der Z. d. V. d. I.<sup>1)</sup> beschrieben hatte. Sie besteht darin, die Schaufel nach Abb. 548 mit mehreren Drehpunkten auszustatten. Beschränkt man sich auf zwei Drehpunkte, so erhält man für sie zwei Momente

$$M_1 = Pl_1 \cos \alpha_1 \quad \text{und} \quad M_2 = Pl_2 \cos \alpha_1,$$

aus denen sich der Schnittpunkt von  $P$  mit der Verbindungslinie der Drehpunkte (wobei  $l_2 - l_1 = a$ ) berechnen läßt als

$$l_2 = a \frac{M_2}{M_2 - M_1}. \quad (489)$$

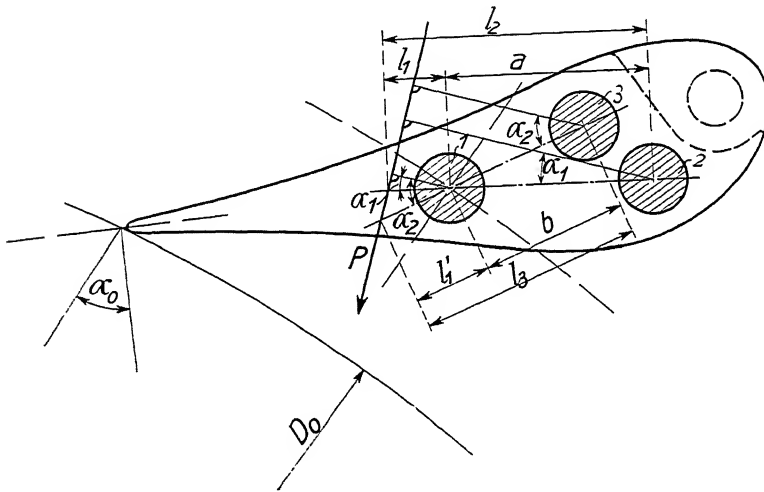


Abb. 548.

Zur Bestimmung der Richtung von  $P$  muß noch ein dritter Drehpunkt außerhalb der ersten Verbindungslinie angenommen werden. Er ergibt entsprechend mit  $l_3 - l'_1 = b$

$$l_3 = b \frac{M_3}{M_3 - M_1} \quad (490)$$

und damit den zweiten Punkt der Richtungslinie von  $P$ .

Aus dem Abstand von  $P$  und dem Drehmoment kann dann auch die Größe von  $P$  gefunden werden.

Diese Methode ist zwar sehr genau, die Anordnung der zwei bzw. drei Drehpunkte ist aber nicht einfach, wenn verschiedene Schaufelstellungen untersucht werden sollen<sup>2)</sup>. Deshalb habe ich bei den erwähnten Versuchen eine andere

<sup>1)</sup> Experimentelle Bestimmung des günstigsten Drehpunktes von Turbinendrehschauflern. Z. 1906, S. 54.

<sup>2)</sup> Im neuen hydraulischen Institut der Münchener Technischen Hochschule soll ein derartiger Meßapparat benutzt werden, bei dessen Konstruktion ich von meinem Assistenten Dipl. Ing. WEISBROD in verständnisvoller Weise unterstützt wurde.

Methode angewendet. Nach ihr erhielt die Drehschaufel in ihrem unteren Lager eine dünne und bewegliche Spitze, im oberen aber etwas Luft. Dadurch war es möglich, nachdem das Drehmoment durch das am Schnurzug angreifende Kräfte-

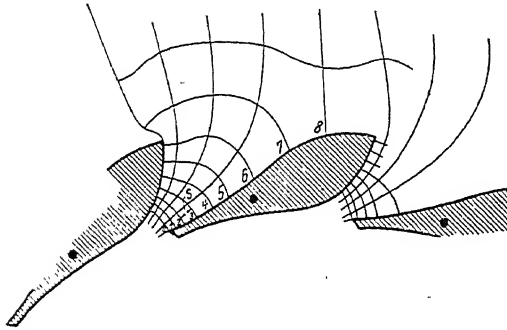


Abb. 549. Stromungsbild nach dem Gesetz  $l \cdot s = \text{konstant}$  unter Anpassung der Versuchsergebnisse. (Z. 1911, S. 2014.)

paar ausbalanciert war, dem Schaufeldruck durch eine am oberen Ende des Drehbolzens angreifende Federwage das Gleichgewicht zu halten. Wenn die Spitze des Bolzens unter die Schraube *m* (Abb. 547) zu liegen kam, mußte die Federwage in Richtung des Schaufeldrucks und auf die dem Verhältnis der Hebellängen (36 und 263,5 mm) entsprechende Zuggröße eingestellt sein.

Für den zweiten Teil der Aufgabe, die Einzeichnung wirbelfreier Strömungslinien, sind die Annahmen von besonderer Bedeutung, die man über die Art von Zu- und Abfluß macht.

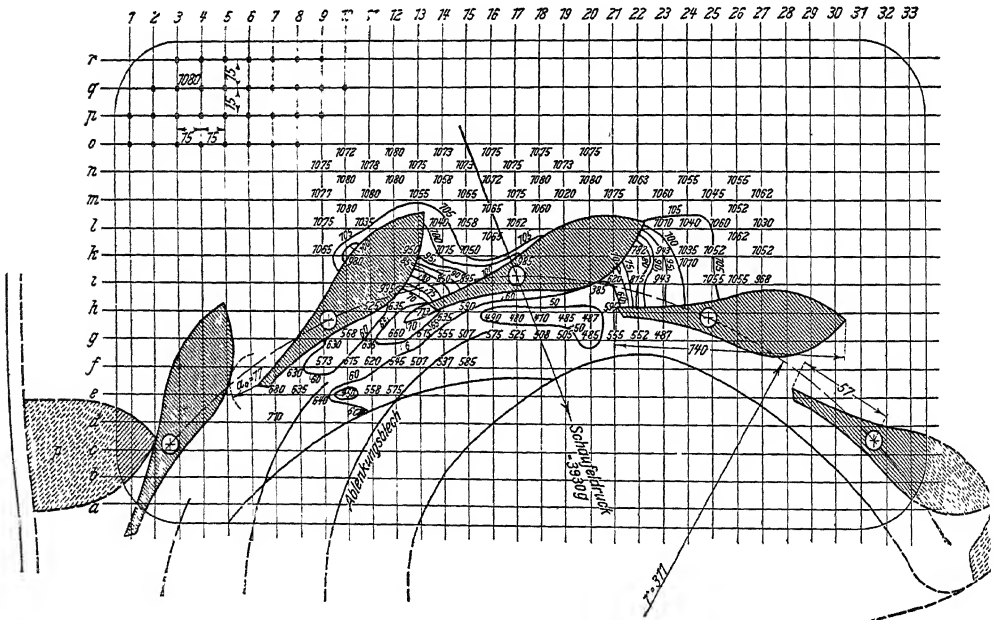


Abb. 550. Kurven gleichen Druckes. (Z. 1911, S. 2010.)

Bei den für den Versuchsapparat vorliegenden eigentümlichen Verhältnissen wurden diese Annahmen durch unmittelbare Messung der Strömungs- bzw. Drucklinien (nach REINDL vgl. S. 82) mit Hilfe von eingepreßter Luft unterstützt.

Ein so gewonnenes Strömungsbild hatten wir bereits in Abb. 115, S. 81 kennen gelernt. Im Anschluß daran wurden nun die Linien wirbelfreier Strömung nach

dem Gesetz  $l \cdot s = \text{konstant}$  eingezeichnet und ergaben z. B. den in Abb. 549 dargestellten Verlauf.

Ein Vergleich der hiernach berechneten Drucke mit denen, die der Versuch ergeben hatte und die z. B. in Abb. 550 wiedergegeben sind, ist bezüglich der resultierenden Schaufeldrucke, Drehmomente und Hebelarme in Abb. 551 zusammengestellt, in der die aus dem wirbelfreien Strömungsbild berechneten Werte ausgezogen sind, während die aus der Druckmessung berechneten Werte strichpunktiert, die unmittelbar abgewogenen Werte aber gestrichelt angeführt sind.

Man bemerkt die gute Übereinstimmung bezüglich der Größe des Schaufeldrucks, während sich seine Lage mit Hilfe der Rechnung nur angenähert bestimmen ließ. Dieser Umstand ist auf die Berechnung des Drehmoments von höchstem Einfluß, wenn sich der Schaufeldrehpunkt zufällig in der Nähe des Schaufeldrucks befindet. Zur nötigen Sicherheit muß daher mit einer möglichen unrichtigen Lage des letzteren gerechnet werden. Der mögliche Betrag des Fehlers darf hier natürlich nicht als Bruchteil des Abstandes der Kraft vom Drehpunkt eingeführt werden. Vielmehr möchte ich empfehlen, zur Sicherheit den Schaufeldruck im Sinne der Vergrößerung des Schaufelmoments um einen Bruchteil, etwa  $\frac{1}{10}$  der Schaufellänge, parallel mit sich zu verschieben.

Bei Nachrechnung vollständiger Leiträder werden wir hier — wie auch früher (S. 346) — für den Zu- und Abfluß den Flächensatz an-

wenden, nach dem bei Vernachlässigung der Reibungsverluste zwischen parallelen Wänden logarithmische Spiralen auftreten. Bei der Zuleitung aus einem Spiralgehäuse werden diese aus letzterem zu entwickeln sein (vgl. Abb. 2, Taf. 11), bei Zuleitung aus offenem Wasserkasten gehen sie angenähert in Radiale über (vgl. Abb. 1, Taf. 9). Die Ableitung wird sich den Schaufelenden anschließen, um schließlich in die im Spalt mehr oder weniger genau auftretenden logarithmischen Spiralen überzugehen.

Die Durchführung der Rechnung sei nun noch an dem in Abb. 1, Taf. 9, dargestellten Beispiel erläutert.

Wir nehmen dabei an, das Wasser fließe dem Leiträd radial zu. Bei der Einzeichnung der Flut- und Niveaulinien gehen wir von der engsten Stelle des

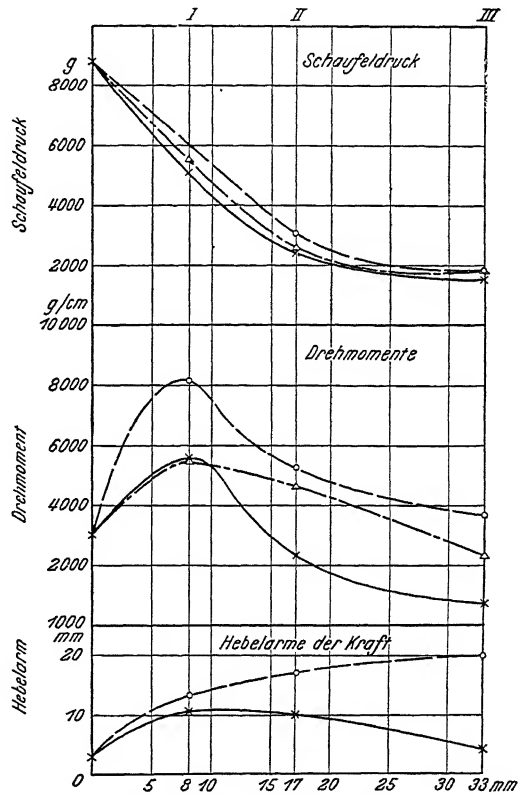


Abb. 551. (Z. 1911, S. 2012.)

Leitrads aus, indem wir voraussetzen, dieser Querschnitt werde vom Wasser senkrecht und mit gleicher Geschwindigkeit durchflossen. Dadurch können wir die nächstliegenden der früher erwähnten Quadrate ( $l \cdot s = 1$ ) einzeichnen. Gegen das Laufrad zu werden die Flutlinien möglichst gleichmäßig so verlängert, daß sie sich den logarithmischen Spiralen anschließen. Gegen den Leitradeintritt zu werden die quadratähnlichen Vierecke derart aufgebaut, daß ihre Seiten möglichst gleich und vor allem die Winkel möglichst  $90^\circ$  betragen. Die Krümmung der Seiten kann nicht vermieden werden und ist auch nicht zu beanstanden, da sie beim Übergang zur Grenze verschwindet. Besondere Sorgfalt ist darauf zu legen, daß die Niveaulinien mit dem Vorrücken gegen den Wasserzufluß hin sich immer mehr der Kreisform nähern und daß das aufgezeichnete Kurvennetz an jeder Schaufel kongruent ausfällt. Zweckmäßig ist es, bei dieser Aufzeichnung, bei der sich längeres Probieren nicht vermeiden läßt, zunächst mit größeren Vierecken zu beginnen und die genauere Unterteilung, die auch nur an den Schaufelflächen selbst interessiert, erst nachträglich durchzuführen.

Zur Berechnung der Wasserdrucke nehmen wir dann für eine Stelle kleinsten Abstandes  $l$ , d. h. größter Geschwindigkeit, eine beliebige Geschwindigkeit  $c$  an und berechnen die entsprechenden Geschwindigkeiten an allen andern Stellen im umgekehrten Verhältnis der betreffenden Abstände  $l$ . Daraus folgen die betreffenden Drucke  $h$  nach dem Gesetz

$$h + \frac{c^2}{2g} = \text{konstant},$$

wobei wir, da die absolute Höhe des Druckes ohne Einfluß ist, etwa den Druck an der Stelle größter Geschwindigkeit (im allgemeinen im Austrittsquerschnitt) = Null setzen.

Durch Multiplikation der Drucke mit den entsprechenden Schaufelflächen ( $s \cdot B$ ) ergeben sich die einzelnen Druckkräfte, und aus deren Zusammensetzung nach dem Kräfte- und Seilpolygon folgt schließlich die Lage und Größe des Schaufeldrucks.

Das ist in Abb. 2 und 3, Taf. 9 durchgeführt, wobei wegen der evolventenförmigen Form des Schaufelendes der Druck über die Strecke von  $a_0$  bis  $C$  einfach konstant gesetzt wurde.

Für eine Schaufelbreite von 10 cm, eine Schaufelweite von  $a_0 = 40$  mm und eine größte Geschwindigkeit  $c$  von 10 m/sek bei  $h = 0$  ergab sich z. B. der Druck auf das Schaufelstück von der Breite  $s_6$  zu

$$P_6 = h_6 \cdot \gamma \cdot s_6 \cdot B = 3,118 \cdot 1000 \cdot 0,017 \cdot 0,1 = 5,3 \text{ kg.}$$

Dabei wurde  $h$  gefunden als arithmetisches Mittel der nach der Beziehung

$$\frac{c^2}{2g} + h = \text{konstant} = \frac{10^2}{2g} + 0 = 5,1 \text{ m}$$

in den Endpunkten der Strecke  $s_6$  ermittelten  $h$ . Durch geometrische Addition der einzelnen Kräfte  $P_1$  bis  $P_{17}$  ergibt sich der Wasserdruck  $P_w$  zu 29,65 kg. Zur sicheren Berechnung des Schaufelmoments wurde er nach obigem Vorschlag um  $\frac{1}{10}$  der Schaufellänge, d. h. um 12,5 mm, vom Drehpunkt weg verschoben.

Dieses Schaufelmoment entspricht, da es für  $c_0 = 10$  m berechnet wurde und da nach dem Geschwindigkeitsdiagramm für  $H = 1$  m,  $c_0 = 2,8$  m zu erwarten ist, einem Turbinengefälle von  $H = 1 \cdot \left(\frac{10}{2,8}\right)^2 = 12,75$  m.



Für spiralförmigen Einlauf ist eine ähnliche Berechnung des Wasserdrucks in Abb. 2, Taf. II, durchgeführt. Dabei nehmen wir an, das Wasser fließe dem Leitrad in logarithmischen Spiralen zu, die den die Leitschaufel außen berührenden Kreis unter einem Winkel von  $24^\circ$  schneiden. Wir zeichnen uns eine Reihe solcher Spiralen ein, als ob die Leitschaufeln nicht vorhanden wären, und versuchen die Strömungslinien in sie überzuführen. Der rundum gleichartige Wasserzulauf zum Leitrad verlangt auch hier, daß sich an jeder Leitschaufel die gleichen Strömungslinien wiederholen und daß jedem Leitkanal die gleiche Zahl von Flut- und Niveaulinien zugeordnet sind. Die weitere Durchführung der Untersuchung geschah ähnlich wie bei dem vorigen Beispiel.

## 6. Beschreibung des Regulierantriebs.

a) Antrieb der Schaufeln.

Der geschichtliche Entwicklungsgang führte auch hier, wie so oft, über eine große Zahl verschiedener und zum Teil verwickelter Konstruktionen zu einer ein-

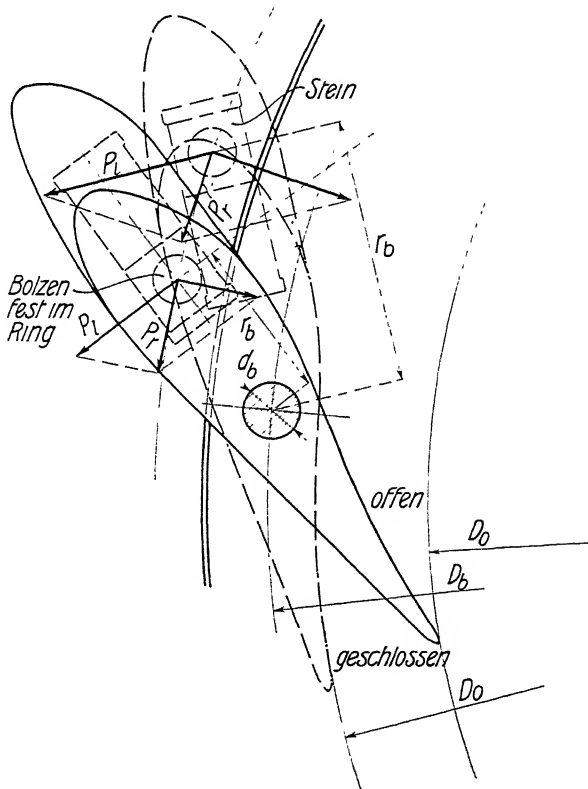


Abb. 552. Kräftezerlegung beim Gleitantrieb in der Schaufel.

fachen Musterausführung. Dies gilt sowohl für den unmittelbaren Antrieb der Schaufeln als auch für die Weiterführung der Regulierung bis zu der Stelle, wo die äußere Regulierkraft einsetzt.

Abb. 552 und 553 zeigen den — jetzt meist verlassenen — Antrieb der Schaufeln durch ein Gleitstück, das in einem Schlitz beweglich und um einen Bolzen drehbar ist. Im ersten Fall ist der Schlitz in der Schaufel, im zweiten Fall im sogenannten Regulerring vorgesehen, der bis auf die Ausführung von RIVA (vgl. S. 462, Abb. 562 u. Abb. 1, Taf. 15) allen Drehschaufelregulierungen gemeinsam ist.

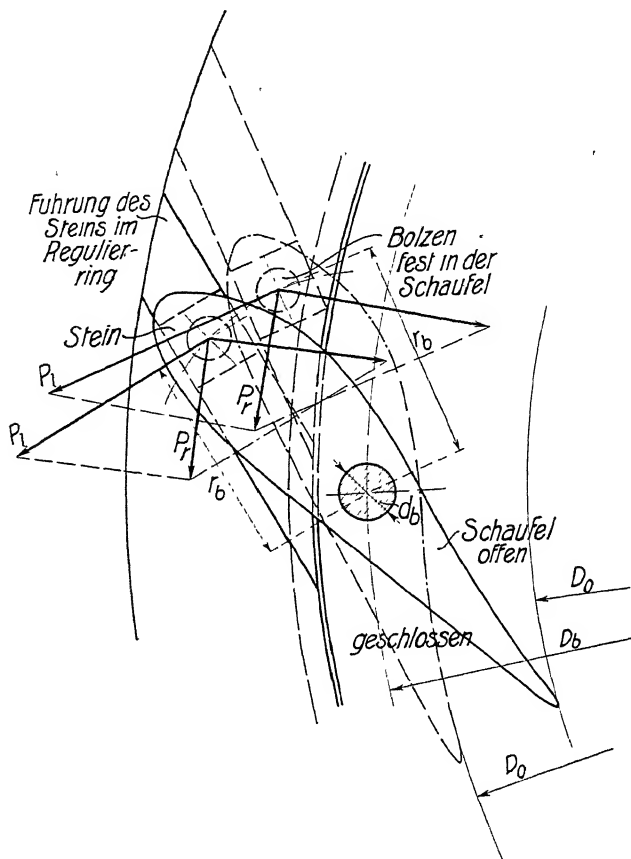


Abb. 553. Kräftezerlegung beim Gleitantrieb im Ring.

Durch die Annahme der Richtung der Schlitz ist man, wie die Konstruktion der Ringkraft  $P_r$  aus der der Lenkerkraft entsprechenden Kraft  $P_i$  in den Abb. 552 und 553 zeigt, in der Lage, den Weg des Regulierendes und seine Antriebskraft zu verändern.

Geringere Abnutzung und Reibung zeigen die Antriebe durch Lenker. Hier bemerkt man zunächst große Lenker mit kleinem Ring, nach der amerikanischen Samson-Turbine, bzw. nach der von mir bei Briegleb, Hansen & Co. ausgeführten Nachbildung (Taf. 13 u. Abb. 19, S. 23).

Der Lenkerantrieb geht dabei durch Schlitz (S, Taf. 13) des Leitraddeckels hindurch. Das ist der Nachteil dieser Konstruktion, da infolge dieser Undichtheit

der geschlossene Einbau bzw. die Benutzung des Deckels als Mauerabschluß nach Abb. 4, Taf. 26, unmöglich wird. Offen horizontale Turbinen dieser Bauart benötigen daher einen besonderen Abschlußboden nach Abb. 1, Taf. 31.

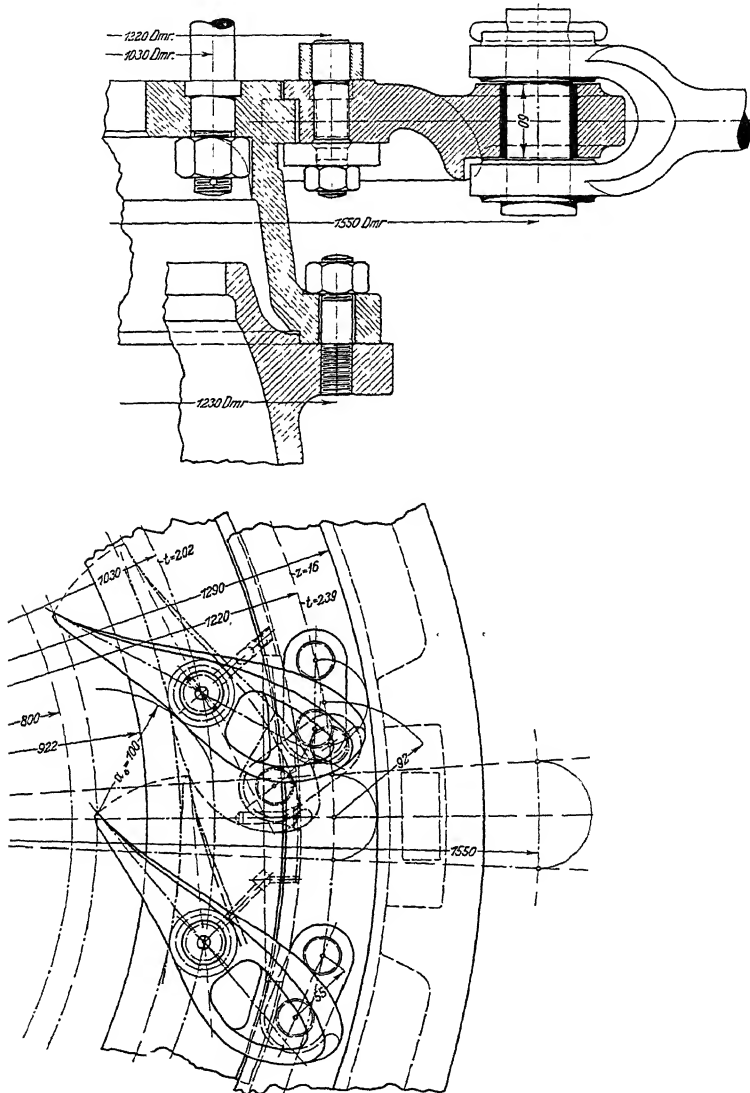


Abb. 554. Drehschaufelantrieb durch kleine Lenker (HANSEN). (Vgl. Z., 1910, S. 1384.)

Vorteile der Konstruktion sind die leichte Montage durch Zurecht-klopfen der in den Gleitschuhen eingegossenen Lenkerstangen (Taf. 13), vor allem aber die Möglichkeit einseitigen Antriebs des verhältnismäßig kleinen Regulierendes.

Von größerer Bedeutung ist der Antrieb durch kleine Lenker (Abb. 554) mit großem Regulierendes. Dabei wird der letztere häufig als ein Teil des unteren Leitradkranzes ausgebildet (vgl. Abb. 554), und die Lenker geben Gelegenheit, durch

Kniehebelwirkung (Abb. 555) die Widerstände der Schlußstellung unschwer zu überwinden. Freilich darf die Lenkerrichtung nicht völlig mit der Radialen zusammenfallen (höchstens bis etwa  $15^\circ$ ), da sonst beim Eindringen kleiner und harter Fremdkörper unfehlbar Brüche auftreten müßten.

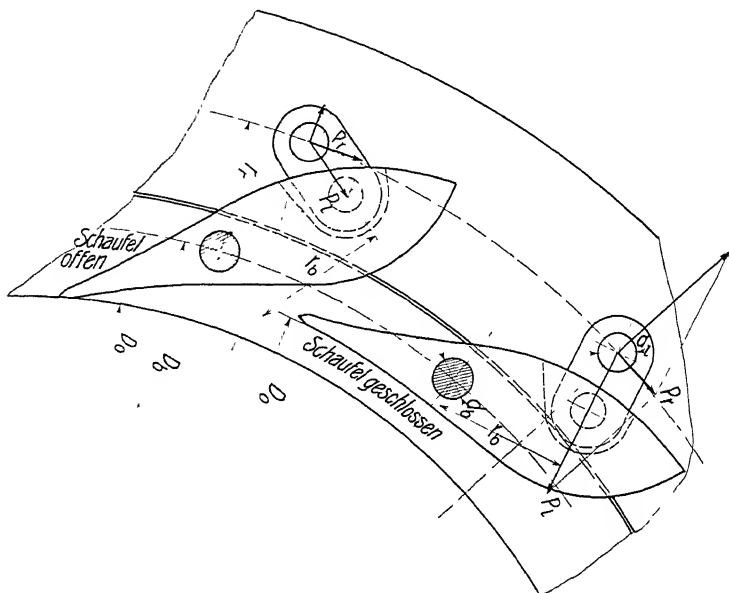


Abb. 555. Kräftezerlegung beim Lenkerantrieb.

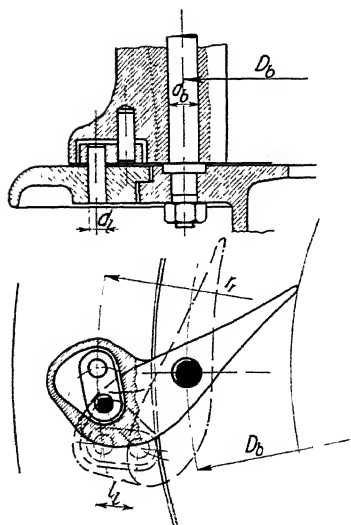


Abb. 556. Lenkerantrieb in der Schaufel (VOITH).

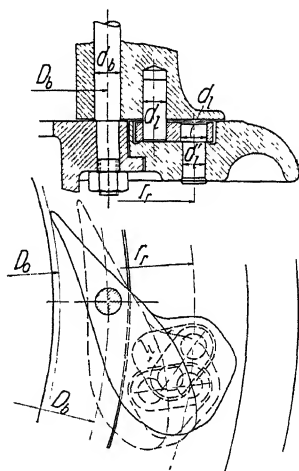


Abb. 557. Lenkerantrieb im Ring (VOITH).

Man hat verschiedene Konstruktionen ersonnen, die Lenker aus dem Strömungsbereich zu entfernen. VOITH<sup>1)</sup> legt sie in taschenförmige Aussparungen der

<sup>1</sup>) D.R.P. 99 590.

Schaukel (Abb. 556 u. Taf. 19. 21 u. 22) oder des Regulierringes (Abb. 557 u. Abb. 3 u. 4, Taf. 32). Andere Konstrukteure bringen sie unterhalb des Regulierringes unter, (z. B. LEFFLER<sup>1)</sup> und gleichzeitig und unabhängig von ihm Verfasser nach Abb. 558).

Zur eigentlichen Standardmarke ist aber die (nicht patentierte) durch ihre Einfachheit und Betriebssicherheit auffallende Konstruktion der Abb. 554 geworden, bei der durch Ausschneiden des Schaukelendes der nötige Raum zum Unterbringen des kleinen Lenkers geschaffen wird (vgl. Abb. 1 u. 3, Taf. 27, Abb. 2, 3 u. 4, Taf. 28.)

Störungen des Wasserstroms durch die letzteren spielen bei einiger Schaukelbreite keine Rolle und können noch durch Abschrägen der Lenkerhöhe  $l_h$  nach Abb. 559 verringert werden. Die freie Lage des Mechanismus vermeidet die Gefahr von Verstopfungen.

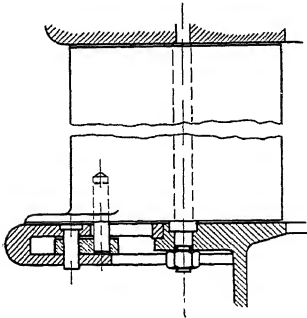


Abb. 558. Lenkerantrieb im Ring (LEFFLER, CAMERER).

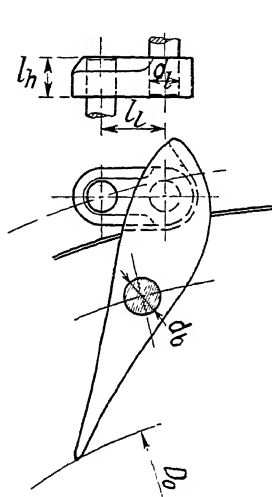


Abb. 559. Schaufel mit ab-geschrägtem Lenker.

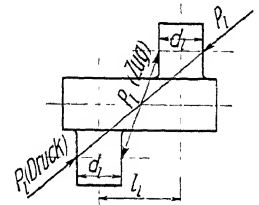


Abb. 560. Lenker mit schädlichem Kräftepaar.

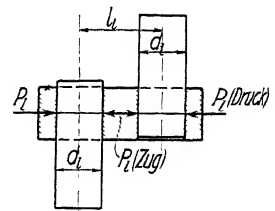


Abb. 561. Lenker ohne Kräftepaar.

Besonders sei aber bei dieser Gelegenheit davor gewarnt, die Lenker mit dem Drehbolzen aus einem Stück anzufertigen. Abb. 560 zeigt im Gegensatz zu Abb. 561 das schädliche Auftreten des Kräftepaars und der Krafrichtung insbesondere bei Zugbeanspruchung. Verfasser fand bei einer größeren Anlage nach kurzer Betriebsdauer zentimeterstarke Abnutzung der Lenker infolge dieses Fehlers.

Eine Bewegung der Drehschaukeln ohne Regulierring führt RIVA nach FORESTI<sup>2)</sup> aus. Dabei sind die einzelnen Schaufeln durch Lenker verbunden, deren Bolzen

<sup>1)</sup> D.R.P. 160935.

<sup>2)</sup> D.R.P. 125186.

(Abb. 1, Taf. 15) mit den Drehbolzen der Schaufeln Parallelogramme bilden, so daß die Schaufeldrehung nicht gehindert ist.

Abb. 562 zeigt die Ansicht einer solchen Konstruktion. Der Angriff in Schaufelmitte bringt gute Kräfteverteilung, stört aber den Wasserzufluß. Auch wird der Vorteil des Wegfallens des Regulierendes durch die ungleichartige Beanspruchung der einzelnen Lenker, die meist von zwei diametral liegenden Seiten angetrieben werden, aufgehoben.

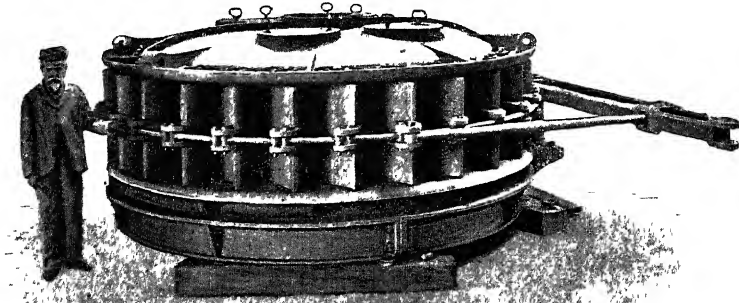


Abb. 562. Regulerring nach FORESTI (RIVA).

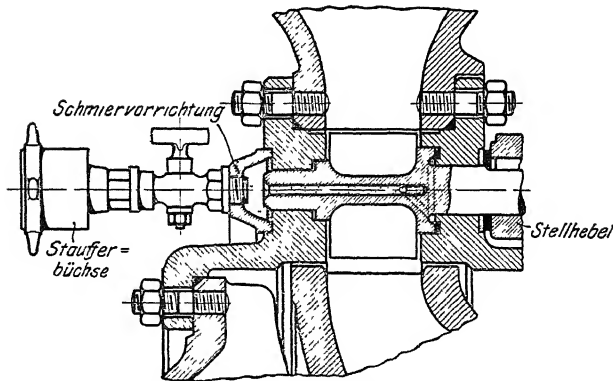


Abb. 563. Schmierung der Schaufel mit Zapfen nach HONOLD (HANSEN). (Aus Z., 1910, S. 1385.)

Die Drehschaufel mit Zapfen findet ausschließlich bei geschlossenen Turbinen Verwendung. Der kurze Zapfen sitzt in einer Büchse des einen Leitradkranzes. Der längere durchdringt den andern Kranz, wobei die Dichtung bei Gefälle bis 12 m durch Einpressen von konsistentem Fett (Abb. 563), bei höherem Druck durch Stopfbüchsen (Abb. 6, Taf. 35) erfolgt.

Eine gewisse Selbstdichtung durch den Wasserdruck erfolgt dann, wenn das Tragende des Bolzens nicht durch das Gehäuse durchdringt und infolgedessen unter den Wasserdruck zu stehen kommt, während das andere Ende mit einer Ringfläche ausgestattet wird, die durch den Überdruck in axialer Richtung nach außen gepreßt wird. Eine derartige Ausführung mit beiderseitiger, aber verschieden großer Ringfläche zeigt die Abb. 563 und Abb. 2, Taf. 35.

Am äußeren Ende des mit der Schaufel vereinigten Drehbolzens ist ein Hebel angebracht, dessen Bewegung von einem Regulerring aus am einfachsten durch eine Zahnform (Abb. 564a), besser durch Gleitflächen in Drehkörpern (Abb. 564b),

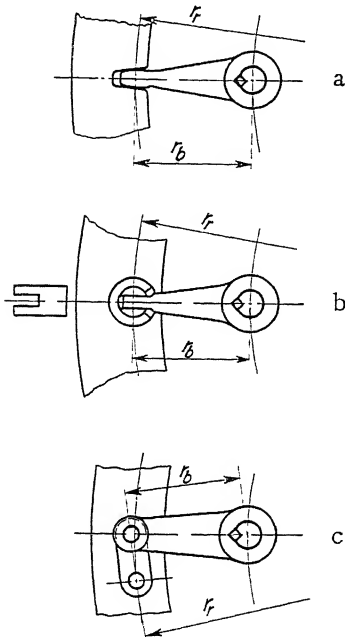
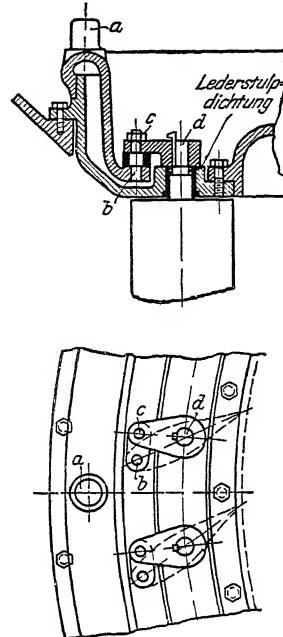


Abb. 564. Antrieb des Schaufelbolzens.

Abb. 565. Regulierantrieb nach A. G. K.  
(Z. 1913, S. 609).

am besten aber wieder durch Lenker (Abb. 564c) erfolgt. Eine Ausführung nach Abb. 564c zeigt für eine größere Turbine (Z. 1913, S. 609) von A. G. K. die Abb. 565, bei der das hereingezogene Querschnittsprofil des Regulierings besonders auffällt.

### b) Antrieb des Regulieringes.

Der Regulerring muß so stark ausgeführt werden, daß er als annähernd starrer Körper aufgefaßt werden kann. Dabei muß er soviel Luft besitzen, daß er bei einer geringen elastischen Deformation (Abb. 566 schematisch) nicht klemmt. Treibt man ihn dann durch einen

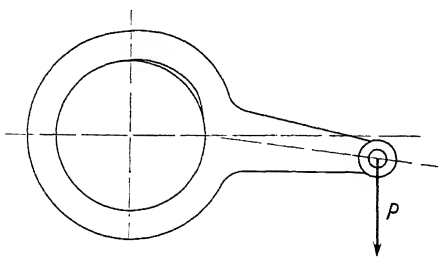


Abb. 566. Verbiegung des Regulierings.

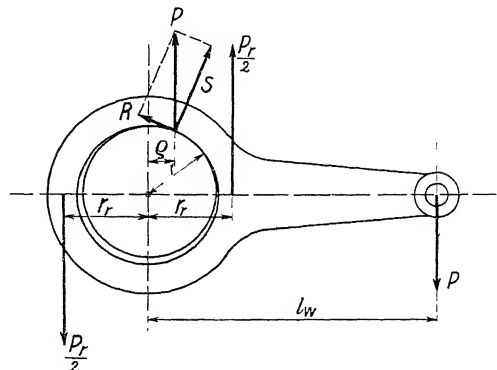


Abb. 567. Reibung im Regulerring.

einarmigen Hebel von außen an, so hat die Kraft  $P$  sowohl das Reguliermoment  $M$  als das Moment der Ringreibung  $M_R$  zu überwinden.

Da der Ring nicht als eingelaufener Zapfen, sondern als Zapfen mit Spiel zu betrachten ist, folgt<sup>1)</sup> das Moment  $M_R$  nach Abb. 567 zu

$$M_R = R \cdot r = S \cdot \mu \cdot r$$

mit

$$S = P \cdot \cos \varphi, \quad M_R = P \cdot \cos \varphi \cdot \mu \cdot r$$

und mit

$$\frac{\mu \cdot S}{S} = \operatorname{tg} \varphi = \mu, \quad M_R = P \cdot \sin \varphi \cdot r.$$

Das Gleichgewicht ergibt sich danach zu

$$P(l_w - \varrho) = M,$$

wobei

$$\varrho = r \cdot \sin \varphi.$$

Man bemerkt, daß für  $l_w = \varrho$ ,  $P = \infty$ .

Allgemein:

$$P = \frac{M}{l_w - r \cdot \sin \varphi} = \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{l_w} \sin \varphi\right)} \cdot \frac{M}{l_w}. \quad (491)$$

Dasselbe Ergebnis erhält man auch für

$$P \cdot l_w = M + M_R = M + P \cdot r \cdot \sin \varphi.$$

Setzen wir  $\sin \varphi = 0,2$ , so wird für

$\frac{l_w}{r} =$	1	1,5	2	2,5	3
$\frac{1}{1 - \frac{r}{l_w} \sin \varphi} =$	1,25	1,15	1,11	1,086	1,07.

Man sieht daraus, daß, wenn  $l_w/r$  nur  $= 2$  gemacht werden kann, die Steigerung von  $P$  infolge der Reibung schon auf 11% erniedrigt wird, daß somit in solchem Fall der einseitige Antrieb unbedenklich ist.

Meist wird der lange Hebel von  $l_w$  als unschön empfunden. Dazu kommt, daß bei einem Lenkerantrieb desselben auch noch Zusatzkräfte durch schräge Lenkerstellung auf den Ring ausgeübt werden.

Man wählt deshalb den einseitigen Ringantrieb im allgemeinen nur bei den durch kleinen Reguliering ausgezeichneten Konstruktionen (Taf. 13; Abb. 3 u. 4, Taf. 39; Abb. 1,

Taf. 41), den großen Reguliering treibt man dagegen meist durch ein Kräftepaar an (Abb. 568). Dabei muß dafür gesorgt werden, daß die beiden Kräfte  $P/2$  auch mit Sicherheit annähernd gleich groß ausfallen, selbst wenn im Antriebsmechanismus elastische Deformationen oder kleine Montagefehler auftreten.

Dafür ist eine große Reihe von Konstruktionen erdacht worden, von denen die meisten heute wieder verlassen sind. Für alle Fälle, wo man den Regulier-

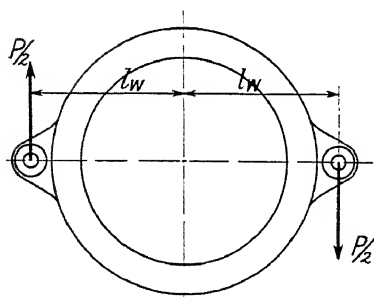


Abb. 568. Regulierung mit Antrieb durch Kräftepaar.

<sup>1)</sup> Zapfenreibung, Zapfenkraft und Koeffizient der Zapfenreibung. Z., 1901, S. 1501.



ring unmittelbar mit zwei Stangen fassen kann, hat sich die in Abb. 569 wiedergegebene Konstruktion, die ich zuerst bei VOITH 1902 gefunden habe, infolge ihrer großen Einfachheit das Feld erobert.

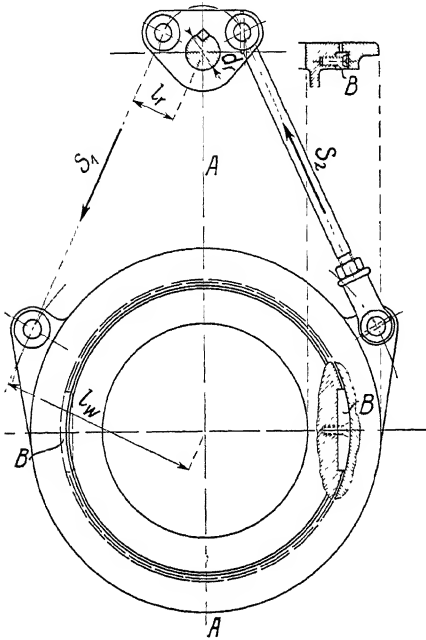


Abb. 569. Regulierantrieb mit Ausgleich im Ring.

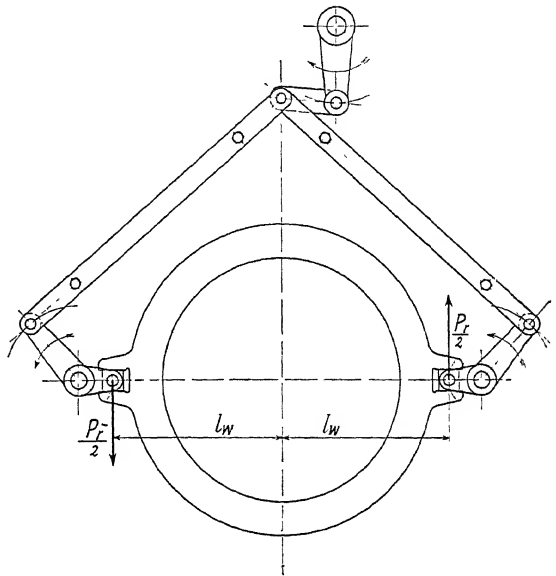


Abb. 570. Regulierantrieb mit Ausgleich im Gestänge (Dreiecksausgleich).

Der Ausgleich der Stangenkräfte geschieht dabei in genialer Weise durch die Beweglichkeit des Ringes in der Achse *AA*, während er seine Führung durch die seitlichen Backen *B* erhält, die meist aus Lagermetall hergestellt werden.

Nur wenn der Ring im geschlossenen Gehäuse durch Hebel angetrieben werden muß, deren Wellen durch Stopfbüchsen nach außen geleitet werden

(Taf. 34), oder wenn aus andern Gründen die unmittelbar angreifenden Zugstangen nicht verwendet werden können, benutzt man die in den Abb. 570 und 571 wiedergegebenen Konstruktionen, die auch auf Abb. 1 und 2, Taf. 39, Abb. 1 und 2, Taf. 40 kenntlich sind.

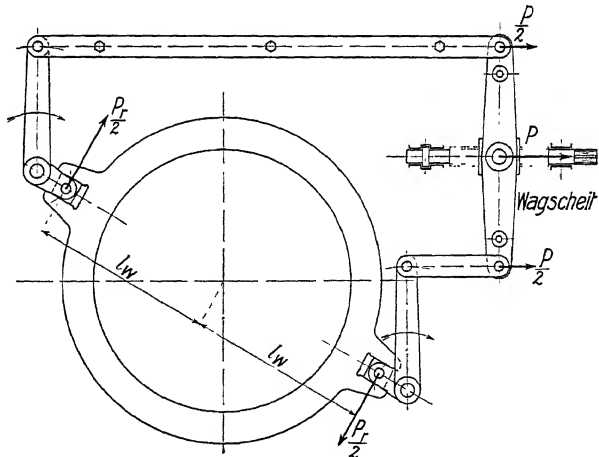


Abb. 571. Regulierantrieb mit Ausgleich durch Wagscheit.

Bei diesen Anordnungen wird der Ring der Raumersparnis halber meist durch einen Stein mit Geradföhrung angetrieben, die entweder in der Mittelebene des Ringes nach Abb. 572 oder seitlich nach Abb. 573 angebracht ist. Die Kurbeln der beiden Antriebswellen werden aus demselben Grund, und damit kleine Drehmomente in die Welle kommen, mit möglichst kleinen Radien ausgeföhrt. Doch soll der gesamte Drehwinkel, der für die Zurücklegung des Regulierwegs erforderlich ist,  $60^\circ$  nicht überschreiten. Zweckmäßig schmiedet man die Kurbel mit der Welle aus einem Stuck und versieht die letztere, wenn es die Konstruktion zulaßt, mit einer Außenlagerung (Abb. 574 u. Taf. 29).

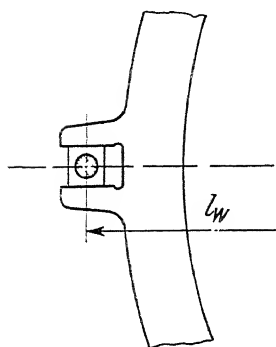


Abb. 572.

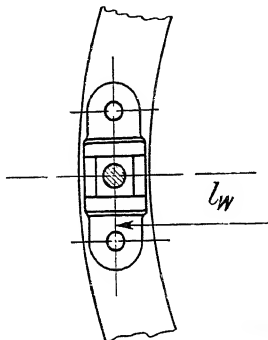


Abb. 573.

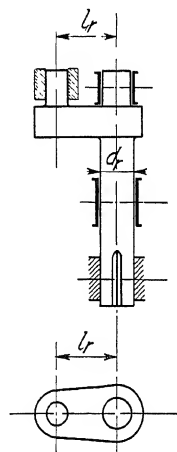


Abb. 574. Regulierkurbel mit Außenlagerung.

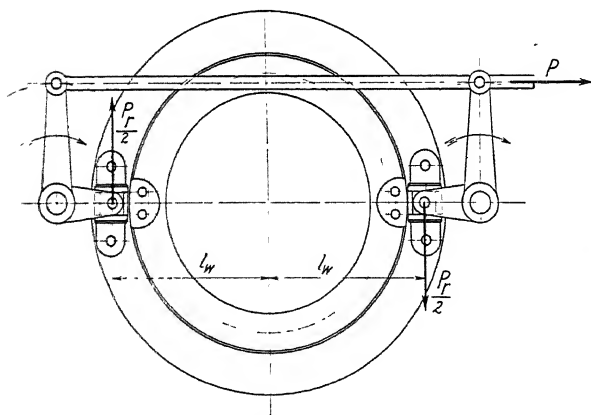


Abb. 575. Regulierantrieb mit Ausgleich im Ring.

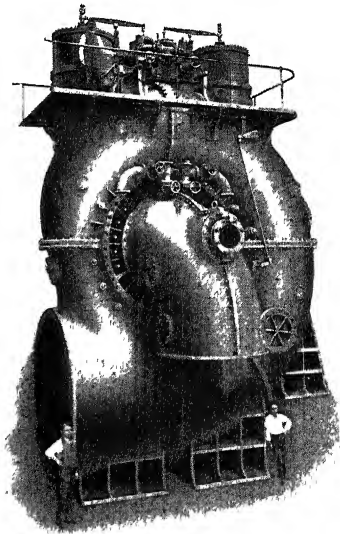


Abb. 576. Hydraulischer Regulierantrieb durch Kräftepaar.

Man kann aber auch hier auf einen besonderen Ausgleicher verzichten und die beiden Kurbeln starr verbinden, wenn man ähnlich wie nach Abb. 569 dem Regulier-ring nach Abb. 575 Spiel gibt.

Für sehr große Kräfte verdient der in Abb. 576 (vgl. Abb. 568) wiedergegebene hydraulische Regulierantrieb Erwähnung. Er läßt in seiner Einfachheit nichts zu wünschen übrig und gibt durch Verbindung der betreffenden Zylinderseiten gleichzeitig die Gewähr für die Ausübung eines reinen Kräftepaars.

## 7. Berechnung des Regulierantriebs.

Die Berechnung des Regulierantriebs hat von zwei Gesichtspunkten aus zu erfolgen. Nach dem einen geht man von den Wasserdruckmomenten der Drehschaufeln aus und bestimmt unter Berücksichtigung der Reibungswiderstände die für Öffnen und Schließen erwünschten Übersetzungsverhältnisse und Kräfte, bzw. die erforderlichen Dimensionen der Konstruktionsteile.

Es kann aber auch sein, daß unüberwindliche Widerstände an den Drehschaufeln oder an andern Teilen des Reguliermechanismus, z. B. durch Eindringen von Fremdkörpern, auftreten. Soll die Konstruktion auch dann vor Bruchgefahr gesichert sein, so muß ihre Stärke der größten Kraft angepaßt werden, die schlimmstenfalls von der Antriebseite aus eingeleitet wird. Die Ermittlung der auftretenden Kräfte hat dann genau im umgekehrten Sinn wie vorhin zu erfolgen. Sichere Grundlagen sind für sie allerdings nur bei automatischer Regulierung, z. B. durch den größten Druck im Preßzylinder des hydraulischen Reglers gegeben.

Bei Handantrieb wird man den voraussichtlich größten Kurbeldruck am Handrad, etwa 100 kg, der Rechnung zugrunde legen, ist aber freilich nie davor sicher, daß der Druck nicht durch künstliche Mittel (Verlängern des Hebelarms u. dgl.) von seiten unvernünftiger Arbeiter so lange gesteigert wird, bis eben an irgend einer Stelle ein Bruch erfolgt.

Dagegen kann man sich durch elastische Zwischenglieder oder durch Bruchsicherungen schützen. Ein Beispiel für die ersteren gibt Abb. 3, Taf. 41. Die letzteren bestehen entsprechend den elektrischen Sicherungen aus einem leicht ersetzbaren Zwischenstück, das bei zu großer Beanspruchung zerstört wird und dadurch zur Beseitigung des Hindernisses Anlaß gibt (vgl. Abb. 510, S. 400).

Wenden wir uns nun zur Bestimmung der Regulierwiderstände und der dadurch benötigten Übersetzungsverhältnisse, so wird es zweckmäßig sein, zur Einführung eine kleine Rechnung an einem ausgeführten Reguliermechanismus vorzunehmen. Ich benutze dazu ein Beispiel, das ich 1906 in der Z., S. 2030ff. veröffentlicht habe. Dabei zeigte sich, daß es nicht angängig ist, die Reibungswiderstände im Mechanismus zu vernachlässigen, ja daß es auch nicht genügt, die Rechnung zunächst ohne Berücksichtigung der Reibung durchzuführen und das Endresultat um einen »zur Sicherheit« groß gewählten Reibungskoeffizienten zu berichtigen, da die wirklich auftretenden Widerstände die für reibungslosen Zustand berechneten leicht um ein Vielfaches übersteigen.

In der genannten Untersuchung ist einmal reibungsloser Zustand vorausgesetzt, dann die Reibung zu 15, dann zu 30% angenommen, und zwar der Einfachheit halber in gleicher Weise für sämtliche Zapfen- und Flächenreibungen<sup>1)</sup>. Als Beispiel ist eine der allgemein bekannten Finkschen Drehschaufelregulierungen gewählt, wo die Schaufeln *Sch* (Abb. 577) durch kurze Hebel *l* von einem Ring *R* aus bewegt werden; dieser Ring wird auf einander diametral gegenüberliegenden Seiten von zwei Kurbeln *K* angetrieben, die von einem gemeinsamen Wagscheit *W* durch Schraubenspindel *Sp* und Handrädchen in Bewegung gesetzt werden (vgl. Abb. 571, S. 465).

<sup>1)</sup> Näheres über den Koeffizienten der Zapfenreibung siehe S. 531.

Der Untersuchung ist eine beliebige mittlere Stellung der Schaufel *Sch* zugrunde gelegt und dabei angenommen, daß in dieser Stellung der Wasserdruck *P* die eingezeichnete Richtung und Größe (150 kg) hat.

Abb. 577 gibt die Untersuchung für reibungslosen Zustand. Dabei geht sowohl der Zug im Lenker *L* als der Druck auf den Schaufelbolzen *B* durch die Mitten der entsprechenden Zapfen, und da sich beide auf der Richtung des Wasserdrucks *P* schneiden müssen, ist ihre Größe von 39,0 bzw. 115,5 kg bestimmt.

Die Lenker *l* (14 Stück am Umfang) rufen am Hebel *H<sub>1</sub>* von 265,2 mm Länge ein Ringmoment von 144,9 kgm hervor. Der Einfachheit halber ist hier angenommen, daß die beiden am Ring einander gegenüberliegenden Kurbeln *K*

mit Hilfe der Hebel *k* und Steine *St* dieses Moment zu gleichen Teilen aufnehmen. Das ist natürlich nur richtig, wenn die Kraft in der Spindel *Sp* durch das Wagscheit *W* auf die beiden Lenker *L* gleichmäßig verteilt wird, was praktisch mit großer Annäherung zutrifft.

Hier kommt also bei einem Hebelarm  $H_2 = 0,4$  m auf jeden Stein *St* die gleiche Kraft  $c = \frac{14 \cdot 39,0 \cdot 0,2652}{2 \cdot 0,4} = 181,1$  kg.

Für den reibungslosen Zustand müssen auch jetzt die Senkrechte auf der Gleitfläche des Steins *St* und der Druck auf das Lager der Kurbelwelle *N* sich auf der durch die Mitten der Zapfen des Lenkers *L*

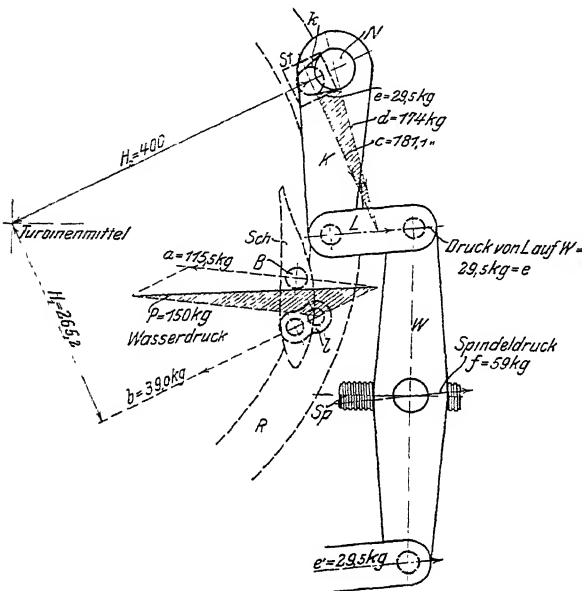


Abb. 577. Berechnung eines Regulierantriebs ohne Berücksichtigung der Reibung.

gehenden Kraft *e* schneiden. Unter der vorhin gemachten Annahme der gleichmäßigen Verteilung der Spindelkraft *f* auf die beiden Lenker *L*, wobei wir noch weiter die Abweichung vom Parallelismus vernachlässigen, folgt dann die Kraft *f* in der Spindel als Summe aus den beiden gleichgerichteten Lenkerkräften *e* und *e'* zu 59 kg.

Das Moment am Handrädchen ergibt sich mit der Ganghöhe von  $h = \frac{1}{4}'' = 6,35$  mm und dem mittleren Durchmesser der Schraube von 32,5 mm zu

$$M = \frac{f \cdot h}{2 \pi} = 59,6 \text{ kgmm.}$$

Mit Berücksichtigung der Reibung zeigt sich vor allem der charakteristische Unterschied gänzlich verschiedener Werte für Öffnen und Schließen. In Abb. 578 ist die Untersuchung für Öffnen einmal mit 15, dann mit 30% Reibung durchgeführt. Jetzt gehen die Kräfte nicht mehr durch die Mitten der Zapfen, sondern

berühren den Reibungskreis, und es muß jeweils genau festgestellt werden, auf welcher Seite das eintritt.

Dies geschieht in einfachster Weise dadurch, daß man zunächst die Richtung der auf den Zapfen ausgeübten Kraft festlegt und sie dann so verschiebt, daß sie das Reibungsmoment in der gewünschten Drehrichtung überwinden hilft.

So macht die Schaufel *Sch* beim Öffnen um ihren Zapfen *B* eine Bewegung entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Die Druckkraft *a* muß infolgedessen den Reibungskreis auf der oberen Seite berühren.

Der Lenker *l* ist auf Zug beansprucht. Er bewegt sich beim Öffnen der Schaufel, auf letztere bezogen, entgegengesetzt dem Uhrzeiger, infolgedessen muß diese Zugkraft *b* den Reibungskreis des Lenkerschaufelbolzens unten berühren. In bezug auf den Ring *R* bewegt sich der Lenker *l* gleichfalls entgegen dem Uhrzeiger. Diese Bewegung wird durch eine Zugkraft *b* unterstützt, die den Reibungskreis des Lenkerringzapfens oben berührt.

Danach kann nun das erste Kräfdreieck gezeichnet werden. Unter der vorhin gemachten Voraussetzung gleicher Kräfte in den beiden Kurbeln *K* ist die Bewegung des Ringes *R* reibungslos. Man erhält somit die auf den Gleitstein *St* ausgeübte Kraft einfach, indem man das halbe Ring-

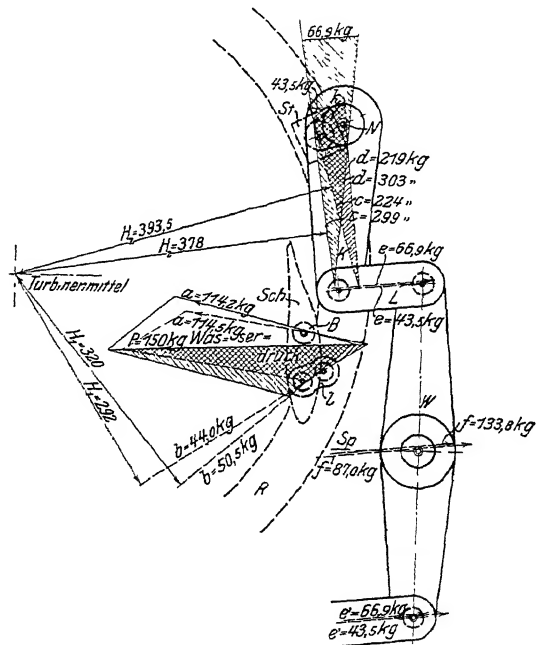


Abb. 578. Berechnung eines Regulierantriebs für „Öffnen“ mit Berücksichtigung der Reibung.

moment  $\frac{179,9}{2}$  kgm durch die Hebellänge  $H_2$  dividiert.

Zur Bestimmung dieser Kraft ist wieder die Bewegungsrichtung des Steins *St* zu berücksichtigen. Der Stein bewegt sich beim Öffnen von links nach rechts. Infolgedessen wird die vom Stein ausgeübte Druckkraft *c* die Reibung in dieser Richtung zu überwinden haben und um den Reibungswinkel im Sinne des Uhrzeigers gegen die Senkrechte verdreht erscheinen.

Zur Bestimmung der wahren Lage dieser Kraft ist es noch nötig, zu überlegen, auf welcher Seite sie den Reibungskreis des Kurbelzapfens *k* berührt. Die Kurbel *K* bewegt sich beim Öffnen mit dem Uhrzeiger, der Zapfen *k* am Stein, bezogen auf letzteren, gleichfalls mit dem Uhrzeiger; infolgedessen muß die die Bewegung unterstützende Druckkraft *c* auf der linken Seite des Reibungskreises, und zwar in der vorhin bestimmten Richtung, berühren.

Dividiert man nun das Ringmoment durch den Abstand  $H_2$  von der Turbinenmitte, so ergibt sich die Größe der auf die beiden Steine  $St$  ausgeübten Kräfte  $c$ . Die Kraft  $c$  im Lenker  $L$  muß nun ihrerseits mit der erwähnten Druckkraft  $c$  des Steins  $St$  und der Druckkraft  $d$  im Lager  $N$  der Kurbelwelle ein Parallelogramm der Kräfte bilden. Zu diesem Zweck sind noch für die Zapfen des Lenkers  $L$ , sowie für das Kurbellager  $N$  die Reibungskreise einzuzichnen und die Richtungen der berührenden Kräfte zu bestimmen. Der Zapfen im Kurbellager  $N$  bewegt sich beim Öffnen im Sinne des Uhrzeigers, der Lenker  $L$  im linken Zapfen gegen den Uhrzeiger, im rechten Lager im Sinne des Uhrzeigers. Da die Lenkerkraft  $c$  eine Druckkraft ist, so wird also die Bewegung unterstützt, wenn die beiden Reibungskreise des Lenkers  $L$  oben berührt werden. Man erkennt weiter, daß der Zapfen im Kurbellager  $N$  unten zur Auflage kommt, somit die Drehrichtung im Uhrzeigersinn durch Verschieben der Kraft  $d$  nach rechts unterstützt wird.

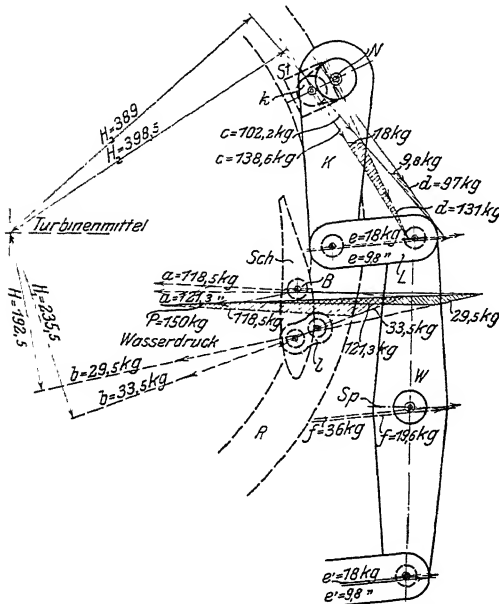


Abb. 579 Berechnung eines Regulierantriebs für »Schließen« mit Berücksichtigung der Reibung.

Spindel  $Sp$  von  $r = 16,25$  mm und einem mittleren Bundhalbmesser von  $\varrho = 22,5$  mm das Spindelmoment für 15% Reibung in bekannter Weise <sup>1)</sup> zu

$$M = f \left( \frac{h + 2\pi r \mu}{2\pi - \mu \frac{h}{r}} + \mu \varrho \right) = 2 \cdot 43,5 \left( \frac{6,35 + 2\pi \cdot 16,25 \cdot 0,15}{2\pi - 0,15 \cdot \frac{6,35}{16,25}} + 0,15 \cdot 22,5 \right) \quad (492)$$

$$M = 596 \text{ kgmm.}$$

In gleicher Weise ist die Untersuchung für 30% Reibung durchgerechnet, was auf ein Spindelmoment von

$$M = 2 \cdot 66,9 \left( \frac{6,35 + 2\pi \cdot 16,25 \cdot 0,3}{2\pi - 0,30 \cdot \frac{6,35}{16,25}} + 0,3 \cdot 22,5 \right) = 1708 \text{ kgmm}$$

führt.

Abb. 579 stellt dieselbe Untersuchung bei gleicher Schaufelstellung für die Schließbewegung dar. Dabei ergeben sich der Selbsthemmung der Schraube wegen die Spindelmomente mit negativem Vorzeichen. Zu näherem Vergleich sind in der Zahlentafel die verschiedenen Rechnungsgrößen zusammengestellt.

<sup>1)</sup> Hütte, 1911, I, S. 770.

	30% Öffnen	15% Öffnen	Reibungslos Öffnen = Schließen	15% Schließen	30% Schließen
Wasserdruck auf die Schaufel $P$ kg	150	150	150	150	150
Lenkerkraft $b$ . . . . . kg	50,5	44,0	39,0	33,5	29,5
Ringmoment . . . . . kgm	226,2	179,9	144,9	110,5	79,5
Druck auf den Stein $c$ . . . kg	299,0	224,0	181,1	138,6	102,2
Spindelkraft $f$ . . . . . kg	133,8	87	59,0	36,0	19,6
Spindelmoment . . . . . kgmm	+ 1708	+ 596	+ 59,6	— 172,8	— 206

Man bemerkt den außerordentlich großen Einfluß der Reibung, indem bei einer Steigerung des Reibungskoeffizienten von 0 auf 15 und 30% die entsprechenden Regulierkräfte beim Öffnen, wo die Reibung zum Wasserdruck hinzutritt, eine Steigerung der Spindelkraft von 47,5 bzw. 126,5% und des Spindelmoments gar von 900 bzw. 2762% erfahren.

Als zweites Beispiel sei die Kräfteverteilung der modernen Regulierung für offene Turbinen nach Abb. 569, S. 465 nachgerechnet.

Der Wasserdruck wurde nach der S. 456 angegebenen Weise in der in Abb. 2, Taf. 9 ausgezogenen Linie zu  $P_w = 29,65$  kg gefunden. Aus Gründen der Sicherheit verschieben wir ihn für die weitere Berechnung um  $\frac{1}{10}$  der Schaufellänge  $l_s$  in die gestrichelte Lage.

Auch hier sei die Untersuchung vergleichsweise ohne und mit Berücksichtigung der Reibung durchgeführt. Im ersteren Fall erhalten wir nach der graphischen Zerlegung Abb. 1, Taf. 10 (ausgezogen) den Bolzendruck zu  $P_b = 20,3$  kg, den Lenkerdruck zu  $P_l = 17,8$  kg. Aus letzterem folgt das Ringmoment zu

$$M_r = z_o \cdot P_l \cdot r_r = 16 \cdot 17,8 \cdot 26,98 = 7670 \text{ cmkg.} \quad (493)$$

Die Kräfte in den Regulierstangen  $S_1$  und  $S_2$  müssen nun einerseits dem Kräfte-dreieck  $\mathfrak{R}$ , das in vorläufig unbekanntem Maßstab aufgezeichnet wird, anderseits der Bedingung entsprechen, daß die Momente der Stangenkräfte  $S$  gleich dem Ringmoment  $M_r$  sind, d. h. daß

$$S_1 \cdot l_{w1} + S_2 \cdot l_{w2} = M_r. \quad (494)$$

Daraus folgen  $S_1 = 113,9$  kg,  $S_2 = 113,3$  kg, sowie der Auflagerdruck  $Z = 103,2$  kg und das Moment der Regulierwelle  $M_w = Z_r \cdot l_r = 103,2 \cdot 16,1 = 1660$  cmkg.

Bei Berücksichtigung der Reibung ist wieder der Öffnungs- und Schließvorgang zu unterscheiden. Dabei soll der Reibungskoeffizient in den ungeschmierten Schaufel- und Lenkerbolzen, sowie am Regulierring 0,3, an der geschmierten Regulierwelle 0,10 betragen.

Wir erhalten dann für den Schließvorgang nach Abb. 1, Taf. 10 (strichpunktiert) als Bolzendruck  $P'_b = 18,95$  kg, als Lenkerkraft  $P'_l = 16,96$  kg und als Ringmoment  $M'_r = 7065$  cmkg<sup>1)</sup>.

Die Stangenkräfte  $S_1$  und  $S_2$  müssen mit der durch den Auflagerdruck hervorgerufenen Reibung dem Gesamtmoment das Gleichgewicht halten:

$$S'_1 l'_{w1} + S'_2 l'_{w2} + Z'_w r'_z = M'_r. \quad (495)$$

<sup>1)</sup> Kleiner als oben, da die Reibung dem Schließbestreben der Schaufel entgegenwirkt.

Daraus folgt mit dem Kräftedreieck  $\mathfrak{R}'$  nun  $S'_1 = 106,6$ ,  $S'_2 = 77,9$ ,  $Z'_r = Z'_w = 87,4$  kg, und ferner  $M''_w = Z'_r \cdot l'_r = 87,4 \cdot 14,3 = 1246$  cmkg.

Für den Öffnungsvorgang ist dieselbe Untersuchung in Abb. 2, Taf. 10, durchgeführt und ergab die Werte:  $P''_g = 21,56$  kg,  $P''_l = 19,67$  kg,  $M''_r = 8715$  cmkg,  $S''_1 = 119,8$  kg,  $S''_2 = 166,7$  kg,  $Z''_r = 133,5$  kg, ferner  $M''_w = 2202$  kg.

Zur Übersicht sind die Kräftedreiecke  $\mathfrak{R}$ ,  $\mathfrak{R}'$  und  $\mathfrak{R}''$ , sowie die Drucke  $Z$ ,  $Z'$  und  $Z''$  in Abb. 1 nebeneinander aufgetragen.

Zur Bestimmung des in der gleichen Ebene wirkenden Auflagerdrucks der Regulierwelle wurde angenommen, daß das Reguliermoment durch eine längere biegsame Welle eingeleitet werde, so daß an fraglicher Stelle nur ein reines Kräftepaar übermittelt wird. Dann erscheint die Kraft  $Z$  in gleicher Größe als Auflagerdruck und wird im Lager (nicht eingelaufen, vgl. S. 464) nach Abb. 1 und 2 in eine Normalkraft  $N'_w$  und eine Reibungskraft  $R'_w$  zerlegt.

Derartige Untersuchungen sind mit verschiedenen Schaufelstellungen durchzuführen. Trägt man die Ergebnisse graphisch auf, so erhält man ein übersichtliches Bild über den Wechsel der beim Öffnungs- und Schließvorgang auftretenden Kräfte (vgl. auch Abb. 551, S. 455)<sup>1)</sup>. In ausführlicher Weise hat dies mein früherer Assistent, jetzt Dr.-Ing. MÜHLSCHLEGEL gelegentlich meiner Untersuchung des Elektrizitätswerks Gersthofen durchgeführt<sup>2)</sup>. Sehr erwünscht ist es, bei Bremsung ausgeführter Anlagen gleichzeitig die Regulierkräfte zu messen, was bei hydraulischer Regulierung in einfachster Weise durch Indizierung des Preßzylinders geschehen kann.

Aus solchen Rechnungen und Messungen ergeben sich die gewünschten Unterlagen für Neukonstruktionen. Die Lage des Drehpunkts der Drehschaufeln, sowie die Größe und Richtung der Lenker und Hebel ist so festzulegen, daß möglichst geringe Regulierarbeiten benötigt werden.

Dabei wird die Lage des Schaufeldrehpunktes meist soweit gegen die Schaufelspitze gelegt, als es die Rücksicht auf Wasserführung und Festigkeit des Materials (S. 450) gestattet. Was die Lenker anbetrifft, so folgt zunächst, daß die Reibungs-

widerstände der Lenkerbolzen im Bereich der üblichen Dimensionen annähernd umgekehrt proportional der Lenkerlänge zunehmen. Man kann das ebenso aus der Kräftezerlegung als aus einem Ansatz der virtuellen Reibungsarbeiten ableiten. Man hat somit allen Grund, die sämtlichen Lenker tunlichst groß zu machen. Häufig fehlt hierzu der nötige Raum, und man ist gelegentlich gezwungen, an Stelle der Lenker Steinführung anzuwenden, die mit Rücksicht auf die Kräftezerlegung einem Lenker von der Länge  $l = d$  gleichwertig ist. Das ist in Abb. 580

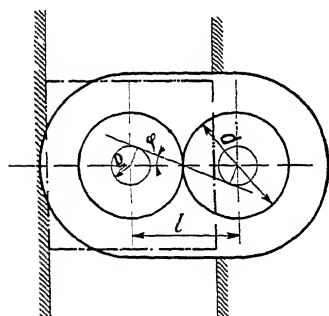


Abb. 580.

dargestellt, wobei  $\sin \varphi = \frac{q}{l/2}$ , somit  $l = 2 \frac{q}{\sin \varphi} = \frac{2 \cdot \frac{d}{2} \mu}{\mu} = d$ .

<sup>1)</sup> Experimentelle Bestimmung des günstigsten Drehpunktes von Turbinendrehschaufeln. Z., 1906, S. 54.

<sup>2)</sup> MÜHLSCHLEGEL, Forschg. Arb. Heft 41.



Weiter wird man aber auch bemüht sein, durch die Wahl der Hebelanordnungen (Kniehebelwirkung, vgl. Abb. 555) die Kräfteverteilung auf dem Regulierweg auch wechselnden Schaufelmomenten anzupassen, um eine möglichst gleichmäßige Regulierkraft am Handrad bzw. am Preßzylinder zu erzielen.

Bei automatischen Regulierungen, die einer Selbsthemmung bedürfen, da sie nicht dauernd unter Druck stehen dürfen, was bei Reglern mit Bedarfsdruck früher der Fall war, hat man durch Gegengewichte an unrundern Scheiben erzielt, daß die Schaufeln bei jeder Beaufschlagung stehen blieben und zum Öffnen und Schließen dieselbe Kraft beanspruchten.

In neuerer Zeit vermeidet man diese wenig schöne Lösung des Problems dadurch, daß der Preßzylinder im Totpunkt des Regulierventils verriegelt wird (D.R.P.).

Weiter ergeben sich dann aus diesen Berechnungen, die in entsprechender Weise auch mit andern Regulierantrieben ausgeführt werden können, die Übersetzungsverhältnisse des Mechanismus, sowie die Stärken der einzelnen Teile. Dabei ist der Abnutzung sowie der elastischen Deformation besondere Beachtung zu schenken, wo automatische Regulierung in Frage kommt, die ein, wenn auch geringes, so doch oft fortwährendes Arbeiten des Mechanismus mit sich bringt und die leicht ins Pendeln gerät, wenn durch toten Gang ein Nachhinken der Regulierwirkung auftritt.

Druckstangen sind auf Knicken zu berechnen. Bei Anordnung der Keilverbindung ist dem häufigen Wechsel der Krafrichtung Rechnung zu tragen. Für diesen Fall sind Keile nach Abb. 581 (Spießkantkeile) beliebt.

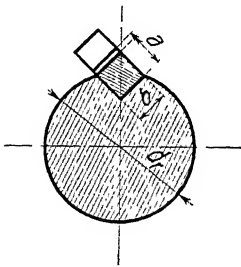


Abb. 581. Spießkantkeil.

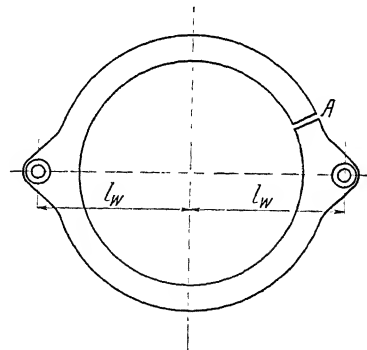


Abb. 582.

Die Beanspruchung des Regulierringes ist statisch unbestimmt. Zur Bestimmung der aufgenommenen Spannungen denkt man ihn an einer oder auch an zwei symmetrischen Stellen aufgeschnitten (Abb. 582). Man hat dann an den Schnittstellen die Spannungen einzuführen, die die Deformation aufheben.

Praktisch ist aber eine solche Berechnung im allgemeinen unnötig, da man aus Gründen der Steifigkeit und Sicherheit den Ring um so lieber überstark macht, als er bei sehr vielen Ausführungen (z. B. Abb. 554, S. 459, Abb. 556 u. 557, S. 460) einen Teil des Leitradkranzes ersetzt und daher bei Verbreiterung der Ausführung keine Gesamtmehrkosten hervorruft.

## S. Weitere Ausgestaltung der Leiträder.

Die Drehschaufeln bewegen sich, wie bemerkt, zwischen parallelen Kränzen, die bei Spirlturbinen in das Spirlgehäuse übergeführt werden (vgl. S. 515, Abb. 641), bei den offenen Turbinen aber aus dem Leitraduntersatz  $LU$  (Abb. 487, S. 383) bestehen, der die Turbine mit ihrem Fundament verbindet, und dem Leitraddeckel  $LD$ , der gleichzeitig das Laufrad gegen den äußeren Wasserdruk abschließt und die Leitrادلagerung  $LL$  (Abb. 629, S. 502) der Turbinen übernimmt.

Die beiden Kränze werden auf der Innenseite abgedreht, sowohl um die glatte Beweglichkeit der Schaufeln (bei etwa  $\frac{1}{2}$  mm Spiel), als auch die solide Versteifung durch Dreh- bzw. Stehbolzen zu sichern. Von besonderer Wichtigkeit ist, daß die Bohrungen für die letzteren genau aufeinander passen.

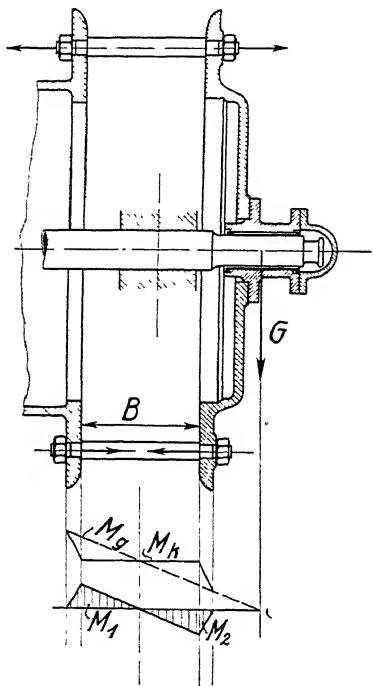


Abb. 583. Biegemoment im Drehbolzen.

Für die gegenseitige Versteifung der beiden Kränze kommen verschiedene Arten von Dreh- und Stehbolzen sowie auch Spannschaufeln, vgl. S. 515, in Betracht. Der auf S. 448, Abb. 540, beschriebene Drehbolzen gewährt an sich bei vertikaler Aufstellung im allgemeinen schon genügende Versteifung. Bei Kegelradübersetzung, wo außer dem oberen Halslager nur noch die Leitrادلagerung der Welle vorhanden war, hat sich freilich gezeigt, daß das ruhige Laufen verbessert wird, wenn man besondere Versteifungen (Abb. 12, S. 20) vorsieht.

Bei horizontaler Aufstellung reichen die einfachen Drehbolzen im allgemeinen mit Rücksicht auf die Durchbiegung nicht aus. Für sie kommt, wenn keine besondere Unterstützung (Abb. 619, S. 496 und Taf. 20) vorgesehen ist, das Gewicht des Leitraddeckels in Frage, mit den Teilen, die unmittelbar an ihm befestigt sind, d. h. das halbe Gewicht der Leitschaufeln, das Laufrad mit der Welle zum größten Teil und schließlich die am Leitraddeckel angebrachten Teile der Regulierung.

Zur Berechnung beachten wir (vgl. Schema einer Momentenlinie Abb. 583), daß die Bolzenmomente  $M_1$  und  $M_2$  infolge der Einspannung gleich und daß das Moment in  $\frac{B}{2}$  gleich Null sein muß.

Wenn sonach das Gesamtmoment  $M_g$  in der gezeichneten Momentenlinie ansteigt, so wird dabei durch Zug und Druck auf die Bolzen (vgl. Abb. 583) ein Kräftepaar  $M_k$  ausgeübt, so daß als reines Biegemoment auf die Bolzen nur

$$M_1 = -M_2 = G \frac{B}{2}$$

übrig bleibt. Für letzteres ist demnach die absolute Lage vom  $G$  ohne Belang und wir erhalten die Durchbiegung  $y'$  in bekannter Weise<sup>1)</sup> als

$$y' = 2 \frac{G}{E \cdot J} \frac{1}{3} \left( \frac{B}{2} \right)^3 \quad (496)$$

$$\left( E = \text{Elastizitätsmodul} = 2000000, \quad J = \text{Trägheitsmoment} = \frac{\pi}{64} d^4 \right).$$

Außer dem Gewicht  $G$  übt auch die Reaktion des Wassers auf die Leitschaufeln eine biegende Wirkung aus. Sie entspricht für radial zufließendes Wasser einem Moment

$$M_o = P \cdot \frac{D_o}{2} = \frac{Q \cdot \gamma}{g} c_{n_o} \frac{D_o}{2} \quad (497)$$

und das stimmt bei  $Q_1$  mit dem Nutzmoment der Turbine  $M = 716,2 \frac{N}{n}$  überein.

Danach wird das Biegemoment  $M_b$  für einen Bolzen

$$M_b = \frac{1}{z_o} \frac{716,2 \frac{N}{n}}{\frac{D_o}{2}} \frac{B}{2}. \quad (498)$$

Dieses Moment wirkt stets nur in der Umfangsrichtung, ist meist zu vernachlässigen, eventuell mit dem ersten geometrisch zusammenzusetzen.

Wird das Wasser spiralisch derart zugeleitet, daß es ohne Leitschaufeln im Kreis  $D_o$  die Umfangskomponente  $c_{n'_o}$  hätte, so kommt als  $M_o$  nur

$$M_o = \frac{Q \gamma}{g} (c_{n_o} - c_{n'_o}) \frac{D_o}{2} \quad (499)$$

in Betracht.

Ist das Laufrad nicht genau ausgewuchtet, so kommen entsprechende Zentrifugalkräfte auf die Drehbolzen. Sie sollten aber keinen bemerklichen Einfluß auf deren Durchbiegung gewinnen.

Das gleiche gilt für Reaktionen, die von Kräften der Transmission (Kegelräder, Riemenscheiben) herrühren. Wenn sie an Bedeutung gewinnen, sind sie außerhalb der Turbine in eigenen Lagern abzufangen (vgl. Abb. 2 u. 3, Taf. 14, Abb. 1 u. 5, Taf. 20).

Interessant ist es nun noch, zu sehen, daß das große Gesetz der Proportionalität sowohl für die Drehbolzen als für die Stehbolzen Geltung besitzt. Für erstere fanden wir Abb. 540, S. 448, die Biegungsspannung

$$k_b = \frac{\frac{Pl}{4}}{\frac{\pi d^3}{32}}, \quad [484]$$

sowie den Auflagerdruck

$$p = \frac{P}{2l \cdot d}; \quad [485]$$

da nun für geometrisch ähnliche Turbinen bei gleichem Gefälle  $P$  proportional  $D^2$ ,  $l$  und  $d$  proportional  $D$ , so ergeben sich  $k_b$  und  $p$  konstant.

<sup>1)</sup> Hütte, I. 1911, S. 564, Fall 1.

Die Durchbiegung  $y$  wächst, soweit sie vom Gewicht herrührt, wie aus Gleichung (496) hervorgeht, im gleichen Fall proportional mit  $D$ , wenn das Gewicht proportional  $D^2$ , dagegen mit  $D^3$ , wenn  $G$  proportional  $D^3$  gesetzt wird. Die Wirklichkeit liegt, da die Wandstärken nicht proportional zunehmen, etwa in der Mitte.

Soweit  $y$  von der Umfangskraft der Turbine herrührt, die proportional mit  $D^2$  zunimmt, wächst es proportional mit  $D$ .

Dieselben Rechnungen gelten auch für die Stehbolzen Taf. 13; Abb. 1, Taf. 15; Abb. 1, Taf. 25, deren Biegungs- und Elastizitätsgleichungen den gleichen Aufbau zeigen.

### Leitraduntersatz und Mauerring.

Der Leitraduntersatz ( $LU$ , Abb. 487, S. 383) trägt die Leitschaufeln und bildet die untere Begrenzung der Leitkanäle. Er vermittelt ihre Verbindung mit Mauerring ( $MR$ ) oder Saugrohr. Bei offenen Turbinen lagert er meist den Regulierring, gelegentlich auch die Regulierwelle. Bei Turbinen, deren Laufrad durch den Leitraduntersatz nach oben gezogen werden kann ( $\delta_2 \leq 0$ ), übernimmt er bei billigen Anlagen die Aufgabe des Mauerrings.

Im allgemeinen wird ein besonderer Mauerring ( $MR$ ) ausgeführt, der sich bei vertikalen Turbinen entweder auf die Eisenkonstruktion des Gebäudes (Abb. 2, Taf. 15) stützt, oder im oberen Ende des betonierten Saugrohrs gelagert ist (Taf. 14), bei horizontalen Turbinen in einer seitlichen Mauer der Turbinenkammer ruht (Taf. 22). Bei Verwendung von Blechsaugrohren ist die untere Tragfläche des Mauerrings zur luftdichten Befestigung des Saugrohrs einzurichten (Abb. 2, Taf. 15, sowie Abb. 487, S. 383).

### Leitraddeckel.

Der Leitraddeckel ( $LD$ , Abb. 487, S. 383) bildet die obere Begrenzung der Leitkanäle, deckt das Laufrad ab und trägt eine Führung für die Turbinenwelle (Leitradlager  $LL$  Abb. 629, S. 502), die meist aus Stopfbüchse und Lager besteht. Um das Laufrad bei offenen, vertikalen Turbinen leicht nachsehen zu können, führt man den Leitraddeckel häufig aus zwei konzentrischen Stücken aus (Abb. 2, Taf. 15), von denen das untere als eigentlicher Leitradkranz die Drehbolzen aufnimmt, während das obere wegen des Wasserdrucks nur leicht befestigt zu werden braucht und bei geeigneter Transmission mit Welle und Laufrad in die Höhe gezogen werden kann, wenn letzteres durch den Leitraduntersatz hindurch geht. Besonders bei horizontalen Turbinen verlangt die leichte Zugänglichkeit häufig eine Teilung des Leitraddeckels in einem Axialschnitt (Taf. 22, 23, 32). Bei geschlossenen Turbinen schließt sich das Gehäuse meist unmittelbar an den Leitraddeckel an, der hierzu eine Zentrierleiste erhält (Abb. 3 u. 5, Taf. 32, Abb. 2 u. 6, Taf. 35).

## IV. Andere Regulierungen.

Neben den erwähnten Konstruktionen ist im Laufe der Jahre eine Unmasse eigenartiger Drehschaufel- und anderer Regulierungen erdacht worden. Besonders Amerika hat sich hierin in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts

fruchtbar erwiesen, und eine stattliche Zahl zum Teil sinnreicher, zum Teil auch recht verfehlter Konstruktionen bringt JAMES EMERSON in einem kleinen Treatise<sup>1)</sup> jeweils mit den auf der Holyoke-Versuchsanstalt gebremsten Wirkungsgraden.

Praktische Bedeutung haben aber all' diese eigenartigen Drehschaufelregulierungen nicht erlangt, während von andern Regulierarten der Gitterschieber und die Ringschütze wegen ihrer kräftigen und einfachen Bauart auch heute noch gelegentlich angewendet werden.

Beim Gitterschieber sind die Leitschaufeln durch einen zylindrischen Schnitt in zwei Teile zerlegt (Abb. 584), von denen der eine feststehend mit den Leitradkränzen aus einem Stück gegossen wird, während der andere ähnlich einem Regulerring angetrieben wird.

Hierbei brauchen die Leitradkränze nicht mehr parallel ausgeführt zu werden, was den Wasserzutritt erleichtert; ungünstig wirkt aber die große Dicke der Schaufel, die zur Herstellung völliger Abschlußmöglichkeit  $\overline{AB} = \overline{BC}$  Abb. 584 notwendig ist. Das macht besonders bei Turbinen hoher Schluckfähigkeit Schwierigkeiten, weshalb man in diesem Fall gelegentlich darauf verzichtet hat, die Turbine mit Hilfe des Gitterschiebers völlig abzustellen.

Eine bemerkenswerte Ausführung des Gitterschiebers zeigt Abb. 585, wobei an der Rückseite noch Zungen zu erkennen sind, die eine glattere Einführung des Wassers ins Rad bewirken sollen, in Wirklichkeit aber nur die Stelle der zur Kontinuität notwendigen Umbiegung des Wasserstrahls mehr zum Laufrad hinschieben.

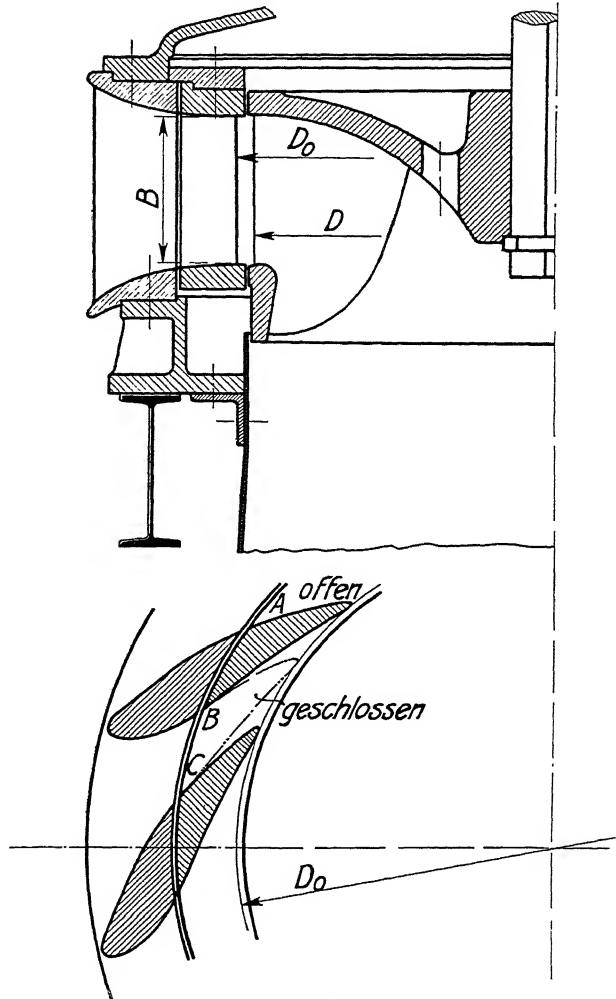


Abb. 584. Gitterschieber-Regulierung.

<sup>1)</sup> J. EMERSON, Treatise relative to the Testing of Water-Wheels on Machinery. L. Ed. J. EMERSON, Willimansett, Mass., U.S.A.

Bei voller Beaufschlagung erreicht die Regulierung durch Gitterschieber annähernd die durch Drehschaufeln. fällt aber bei teilweiser Beaufschlagung rascher ab.

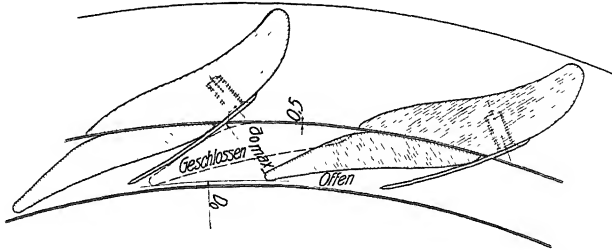


Abb. 585. Gitterschieber mit Zungen nach ZODEL.

Letzteres gilt in noch höherem Maße für die Ringschützenregulierung (vgl. Abb. 424, S. 312), die bei voller Beaufschlagung infolge ihrer glatten und dünnen Stahlschaufeln sogar die Drehschaufelregulierung im Wirkungsgrad übertrifft.

## E. Wegführung des Wassers vom Laufrad.

### I. Das Saugrohr.

#### 1. Allgemeines.

Während die Axial- und Zentrifugalturbinen das Wasser aus dem Laufrad unmittelbar in das Unterwasser austreten ließen, ist es ein besonderer Vorteil der Zentripetalturbinen, hier eine geschlossene Zwischenleitung einzuschalten, die als Saugrohr bezeichnet wird.

Das Saugrohr hat zwei wichtige Aufgaben zu erfüllen: die Ermöglichung der Aufstellung der Turbine über dem Unterwasser und die Verzögerung des Wassers vom Laufradaustritt bis zum Unterwasser.

#### a) Aufstellung der Turbine über dem Unterwasser.

Durch den barometrischen Gegendruck auf den Unterwasserspiegel wird die unter Wasser mündende Saugleitung (Abb. 11, S. 19) gefüllt gehalten und somit das gesamte Gefälle auch bei beträchtlicher Höherstellung der Turbine ausgenutzt.

Wie weit man mit letzterer gehen darf, folgt einmal aus dem Betrag der im oberen Teil des Saugrohrs eintretenden Druckverminderung und dann daraus, wie sich die Eigenschaften des Wassers der Druckverminderung gegenüber verhalten.

Der niedrigste Druck ist, wenn wir von einer kleinen Erhebung des Saugrohrkrümmers (bei A, Abb. 586) absehen, an der höchstgelegenen Stelle des Laufradaustritts (bei B) zu erwarten.

Dabei ist vorausgesetzt, daß über jedem Querschnitt im Saugrohr annähernd konstante Geschwindigkeit herrscht. Für den Krümmer trifft das nicht zu. Hier entsteht durch die Zentrifugalkräfte eine Druckverminderung am inneren Krümmungsradius (bei C, Abb. 586), die wohl zu beachten ist. (Vgl. S. 157 ff.)

Ware das Wasser vollkommen luftfrei, so könnte der Druck infolge der inneren Kohäsionskräfte weit unter den absoluten Nullpunkt erniedrigt, das Wasser könnte auf Zug beansprucht werden. (Vgl. S. 19.)

Das den Turbinen zufließende Wasser besitzt aber starken Luftgehalt<sup>1)</sup>, und von diesem scheidet sich bei jeder Druckverringerung soviel aus, als dem Henry-Daltonschen Gesetz entspricht (vgl. S. 20).

Die ausgeschiedene Luft durchsetzt das Wasser in kleinen Bläschen und vermindert das spezifische Gewicht des im Saugrohr befindlichen Flüssigkeitsgemisches. Da die Zeit des Durchgangs nicht ausreicht, um die Luft in den tiefer gelegenen, dem stärkeren Druck wieder ausgesetzten Teilen des Saugrohrs zurück zu absorbieren, so macht sich dieser Nachteil über die ganze Saugrohrhöhe bemerkbar.

In unserer Hauptgleichung hatten wir diese Verringerung des spezifischen Gewichts nicht berücksichtigt. Dies hätte die Einführung einer Energieabgabe an ein unter geringem

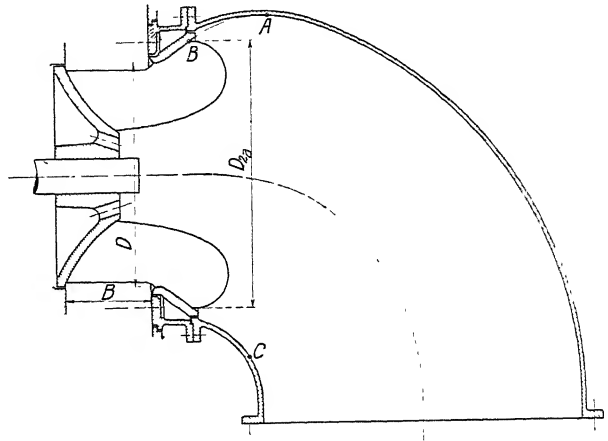


Abb. 586. Saugrohranschluß an horizontalen Schnelläufer.

Druck aufgenommenes, auf höheren Druck übergeführtes Luftvolumen verlangt. Doch ist bei gebräuchlichen Saughöhen  $H_s$  die Vernachlässigung dieser Energiemengen auch durchaus berechtigt. Mit ihr berechnet sich die jeweilige Druckhöhe am Laufradaustritt sehr einfach aus der Arbeitsgleichung 340, S. 280, als

$$h_2 = h_{at} - H_s - \frac{c_2^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g} + R_s,$$

und aus ihr rechnet man unter Vernachlässigung des Luftgehalts einerseits und der Kohäsion andererseits häufig eine ideelle Maximalsaughöhe  $H_{s_{\max}}$  für  $h_2 = 0$  zu

$$H_{s_{\max}} = h_{at} - \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + R_s, \quad (500)$$

die, wie man sieht, neben der Wasserverzögerung und der Reibung vor allem von dem jeweiligen Barometerstand der Turbinenanlage abhängt.

In der Praxis haben sich unter normalen Verhältnissen Saughöhen bis zu 6 m Höhe gut bewährt. Die oben genannten Nachteile sind hierbei noch verschwindend und werden durch die anschließend zu betrachtenden Vorteile langer Saugrohre weit aufgehoben.

Bei solchen Höhen lassen sich auch die wichtigsten Forderungen des Einbaues: leichte Zugänglichkeit und hochwasserfreie Aufstellung der Turbine mit der Anpassung an die Schwankungen des Unterwassers im allgemeinen vollständig erfüllen.

<sup>1)</sup> Nach BUNSEN 20%, PFARR rechnet mit 7% (2 Aufl. S. 265).

Wird aber aus örtlichen Gründen eine höhere Saughöhe benötigt, so treten die genannten Schwierigkeiten um so mehr ein, je größer die Verzögerung im Saugrohr vorgesehen ist und je größere Druckdifferenzen in seinem oberen Teil durch die Umbiegung des Wassers in einem Saugrohrkrümmer entstehen.

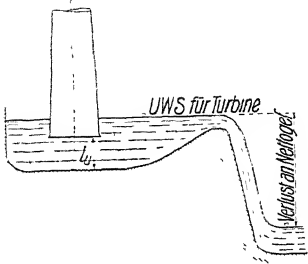


Abb. 587. Künstliche Hebung des Unterwasserspiegels.

Es ist dann, wenn die Saughöhe sich dem Barometerstand nähert, eine heute noch offene Frage, ob man besser tut, das Saugrohr für die ganze Länge zu bauen, um in seinem oberen Teil mit einem spezifisch leichten Gemisch von Wasser, Wasserdampf und Luft vorlieb zu nehmen, oder, wie dies bisher gemacht wurde<sup>1)</sup>, durch Höherlegen des Unterwassers auf einen Teil des Gefälles von vornherein zu verzichten (Abb. 587). Freilich müßte im ersten Fall die Wasserbewegung im Saugrohr so langsam vor sich gehen, daß die Luft im unteren Bereich wenigstens zum Teil wieder absorbiert werden kann. In besonderen Fällen dürften hierbei eigene »Luftabschneider« zu empfehlen sein<sup>2)</sup>.

#### b) Verzögerung des Wassers vom Laufradaustritt zum Unterwasser.

Die Verzögerung des Wassers vom Laufradaustritt zum Unterwasser bedeutet die zweite wichtige Eigenschaft des Saugrohrs. Sie gestattet, die Turbinen mit großer Austrittsenergie im Laufrad zu bauen, wodurch die Reibungsverluste in dessen Kanälen verringert und wodurch billige und schnelllaufende Turbinen ermöglicht werden, ohne daß große Austrittsverluste geschaffen würden.

Was hier gewonnen wird, ergibt sich rechnerisch durch Gegenüberstellung einer Turbine mit erweitertem Saugrohr gegenüber einer solchen, bei der die Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  aus dem Laufrad mit der aus dem Saugrohr  $c_4$  identisch ist.

Schreiben wir das wirksame Gefälle, wie aus der Ableitung der Hauptgleichung hervorging (S. 246 u. 251)

$$H \cdot \varepsilon = H - R = H - R_d - R_r - R_s$$

und setzen

$$R_s = R_3 + R_4 + R_a,$$

wobei  $R_a$  mit Rücksicht auf den unvermittelten Übergang vom Saugrohr ins Unterwasser sehr angenähert zu  $R_a = \frac{c_4^2 - c_a^2}{2g}$  gerechnet werden darf, so folgt allgemein:

$$H\varepsilon = H - R_d - R_r - R_3 - R_4 - \frac{c_4^2 - c_a^2}{2g}, \quad (501)$$

während ohne Erweiterung, d. h. mit  $c_4 = c_2$ ,

$$H\varepsilon' = H - R'_d - R'_r - R'_3 - R'_4 - \frac{c_2^2 - c_a'^2}{2g}. \quad (502)$$

<sup>1)</sup> Elektrizitätswerk Riva.

<sup>2)</sup> Im hydraulischen Institut der technischen Hochschule München ist ein Prüffeld mit Saugrohr-längen über 10 m zur Untersuchung solcher Fragen vorgesehen.



Nehmen wir nun in erster Annäherung an, die Reibungsverluste und Geschwindigkeiten seien in beiden Fällen bis auf  $c_4$  und  $c_2$  gleich, so folgt der Einfluß der Saugrohrerweiterung durch Subtraktion beider Gleichungen als eine Vermehrung des wirksamen Gefalles, indem

$$H\varepsilon = H\varepsilon' + \frac{c_2^2 - c_4^2}{2g}, \quad (503)$$

bzw. des Wirkungsgrads, indem

$$\varepsilon = \varepsilon' + \frac{c_2^2 - c_4^2}{2gH}. \quad (504)$$

Die Drehzahl und Schluckfähigkeit einer Turbine nimmt dann auch im Verhältnis der Wurzel der wirksamen Gefälle zu.

Genau genommen werden dabei die Reibungsgrößen nicht gleich bleiben, vor allem können die  $R_3 + R_4$  größer oder kleiner ausfallen als  $R'_3 + R'_4$ , je nachdem ob die durch Verzögerung eintretenden Störungen von größerer Bedeutung sind oder die Rohrreibungsverluste infolge der am Rohrende bei nicht erweitertem Saugrohr auftretenden großen Geschwindigkeiten.

Im allgemeinen wird aber bei sachgemäßer Formgebung des Saugrohrs der Gewinn von  $\frac{c_2^2 - c_4^2}{2g}$  den Betrag von  $R_3 + R_4 - R'_3 - R'_4$  weit übertreffen.

## 2. Formgebung des Saugrohrs.

### a) Der Übergang vom Laufrad zum eigentlichen Saugrohr.

Dieser Übergang sollte möglichst allmählich und mit geringer Verzögerung des Wassers erfolgen (vgl. S. 113 ff.).

Im allgemeinen läßt sich hier aber eine unerwünscht große Wasserverzögerung schwer vermeiden, da die Laufradschaufeln mit Rücksicht auf Kosten und Haltbarkeit nicht genügend schlank zugeschärft werden können.

Ein zweiter Grund zu übermäßiger Verzögerung ist auch oft in der Linienführung der Laufradkanäle vorhanden, wenn nämlich die Schaufelenden parallel bzw. nach Evolventen, d. h. mit konstanter lichter Weite  $a$  ausgeführt werden, obwohl die Breiten der Teilturbinen  $Ab$  nach außen zunehmen (Abb. 1, Taf. 2).

Hier wäre es richtiger, die Schaufelweiten  $a$  in dem Maße abnehmen zu lassen, daß eine Zunahme des Lagendruckes im Laufrad nicht zu erwarten ist (vgl. S. 389), wie denn auch Laufräder mit zusammengeführten, d. h. nicht parallelen Schaufelenden gute Ergebnisse erzielt haben (z. B. Herkulesturbine Abb. 424, S. 312, sowie eine Konstruktion [ähnlich Abb. 289, S. 198] des Verfassers).

Gewöhnlich will man aber die Bequemlichkeit des Evolventen-Austritts zur Nachmessung der lichten Weiten nicht aufgeben und muß dann die durch den Laufradaustritt eingeleitete Wasserverzögerung auch für den Übergang zum Saugrohr in Kauf nehmen.

Eng verwandt hiermit sind die den Übergang vom Laufradprofil zum eigentlichen Saugrohrprofil betreffenden Überlegungen. Hierbei haben wir zu unterscheiden:

## a) Saugrohranschluß bei Schnellläufern.

Bei Schnellläufern endet das Kranzprofil des Laufrades unter dem Winkel  $\delta_2$  (Abb. 516, S. 414), der durch die Forderung großer Austrittsquerschnitte benötigt war,

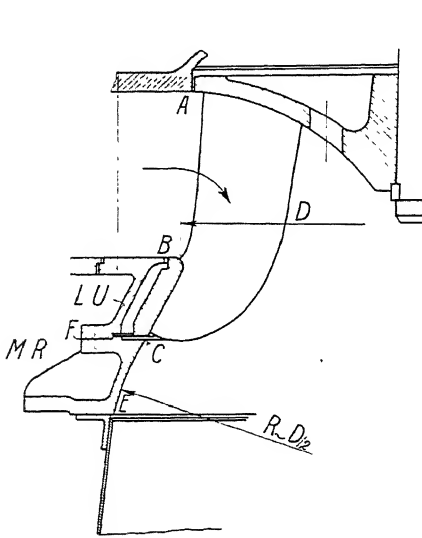


Abb. 588. Schnellaäufer-Saugrohranschluß mit nicht zurückgenommenen Kanten.

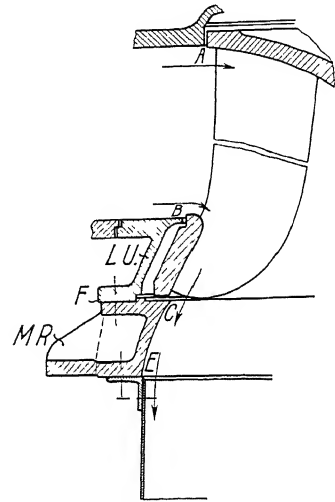


Abb. 589. Schnellaäufer-Saugrohranschluß mit vorstehenden Kanten.

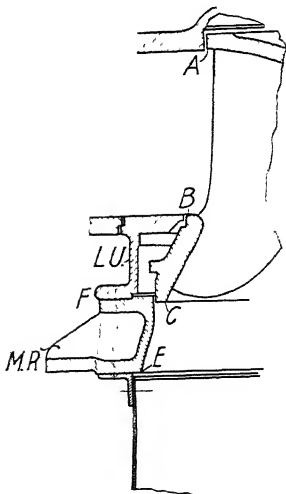


Abb. 590. Schnellaäufer-Saugrohranschluß mit zurückgenommenen Kanten.

den Betrag aber weit überschreitet, der für die Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck in konisch erweiterten Rohren zulässig ist. Den letzteren Betrag wollen wir für das eigentliche Saugrohr als  $\delta_3$  einführen und versuchen, die Richtung  $\delta_2$  unter möglichst geringen Verlusten in  $\delta_3$  überzuführen. Zu dem Zweck verlängern wir das Kranzprofil des Laufrades in weitem Bogen (etwa mit  $r = D/2$ , Abb. 588) und legen an diesen berührend den gewünschten Beginn des eigentlichen Saugrohrs bei  $D_3$  in  $E$ .

Das Saugrohr selbst soll diesem Bogen aber nicht wie in Abb. 588 genau folgen; denn da das Laufradinnere ebenso wie das Saugrohrinnere nicht bearbeitet werden, würde damit Gefahr bestehen, daß ein Teil des Saugrohrandes überstände, wodurch ein Aufprallen des Wassers bei  $C$  Abb. 589 stattfinden müßte, wenn nicht ein kostspieliges Abarbeiten ausgeführt wird.

Daraus folgt die allgemeine Regel, daß unbearbeitete Stücke im Sinne der Richtung der Wasserbewegung stets etwas zurückgenommen werden bei  $C$  und  $E$  in Abb. 590 (vgl. auch Taf. 23), und es genügt für das Saugrohr vollkommen, wenn es den gewünschten Ablenkungskreis des Wassers etwas überstehend berührt (Abb. 487, S. 383).

Aus Montagerücksichten wünscht man bei vertikalen Turbinen häufig, daß sich das Laufrad auf einen Vorsprung des Untersatzes bzw. Auflagerringes aufsetzt (Abb. 590). Bei horizontalen Turbinen gibt man dagegen meistens Bewegungsfreiheit in axialer Richtung (Taf. 23).

### β) Saugrohranschluß bei Normalläufnern.

Der Saugrohranschluß bei Normalläufnern entwickelt sich ohne die vorhin bemerkten Schwierigkeiten, da der Winkel  $\delta_2$  mit  $\delta_3$  meist nahe zusammenfällt.

Man wird aber auch hier das Saugrohr so weit zurückstehen lassen, daß kein Aufprallen des Wassers bei kleinen Ungenauigkeiten der Ausführung zu befürchten ist (Taf. 21 u. 22), wodurch gleichzeitig die freie Beweglichkeit des Laufrades in das Saugrohr hinein gewährleistet ist.

### γ) Saugrohranschluß bei Langsamläufnern.

Hier muß das Laufradprofil zunächst auf den eigentlichen Saugrohrdurchmesser hereingeführt werden. (Vgl. die Konstruktion des Langsamläufers Abb. 1, Taf. 4 und S. 430.)

Dabei ist wohl zu beachten, daß sich das Wasser stetig verzögert, wozu man ähnlich wie bei der Laufradkonstruktion einzelne Flutbahnen einzeichnet und dafür sorgt, daß die Produkte  $r \cdot \delta$  in jeder Wasserstraße zunehmen (Abb. 527, S. 440).

Der Anschluß an das Laufrad wird hier meist mit einem zweiten Kranzspalt  $K.S'$  ausgerüstet, der sowohl eine kleine Beweglichkeit des Laufrades in axialer Richtung gestattet, als auch wieder durch geeignete Abrundung bei  $A$  ein Aufprallen des Wasserstroms bei ungenauer Ausführung vermeidet, denn nur die doppelt geränderten Teile der Abbildung sollten abgedreht werden (Abb. 527).

### b) Das eigentliche Saugrohr.

Wir unterscheiden hier das gerade Saugrohr und den Saugrohrkrümmer.

Das erstere (Abb. 591) erreicht die Rückumsetzung von Geschwindigkeit in Druck durch eine einfache konische Erweiterung in der vollkommensten Weise. Man hat wohl versucht, für die Entwicklung des Saugrohrprofils besondere Gesetze anzuwenden, die eine besonders günstige Wasserführung erzielen sollten. So hat PRASIL unter der Voraussetzung, daß die Wasserströmung ein Geschwindigkeitspotential besitzt, die Leitlinie als eine Kurve dritten Grades ( $r^2 z = \text{konstant}$ ) entwickelt<sup>2)</sup> (vgl. Abb. 428, S. 317). Soweit aber Versuche vorliegen (vgl. S. 116), scheinen diese Formen weniger günstig zu sein, als der einfache Konus.

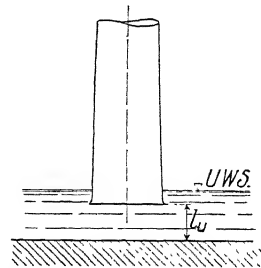


Abb. 591. Gerades konisches Saugrohr.

Für die Überführung des Wassers in den Untergraben ist es dann weiter am günstigsten, das gerade und konisch erweiterte Saugrohr in den mit reichlichen Dimensionen ausgestatteten Untergraben nach Abb. 591 münden zu lassen. Dabei soll die Höhe  $L_u$  bei allseitig freiem Abfluß mindestens

<sup>2)</sup> Schw. Bztg. 1903, S. 207 ff.

gleich  $D_4/2$ , bei einseitigem Abfluß gleich  $D_4$  gemacht werden. Eine solche Tiefe läßt sich oft nur mit großen Kosten erzielen, dann hilft man sich zur Überführung des Wassers wohl mit einer Aufkrepelung des Saugrohrendes (Abb. 592), die nach der (Abb. 527, S. 440) für die Aufzeichnung der Flutbahnen mehrfach angewendeten Beziehung  $Ab \cdot r = \text{konstant}$  für reichliche Verzögerung zu berechnen ist, oder man fügt, besonders bei betonierten Saugrohren am Ende des Saugrohrs einen Krümmer an, der das Wasser in der Richtung der Unterwassergeschwindigkeit entläßt und gleichzeitig durch seitliche Erweiterung die Gesamttiefe des Bauwerks verringert. Abb. 593 zeigt diese Anordnung mit gleichzeitiger Angabe der Querschnittszunahme und Abb. 594 läßt die zugehörige Abhängigkeit der  $F$ ,  $c$ ,  $r$  und  $z_2$  von der mittleren Saugrohlänge erkennen.

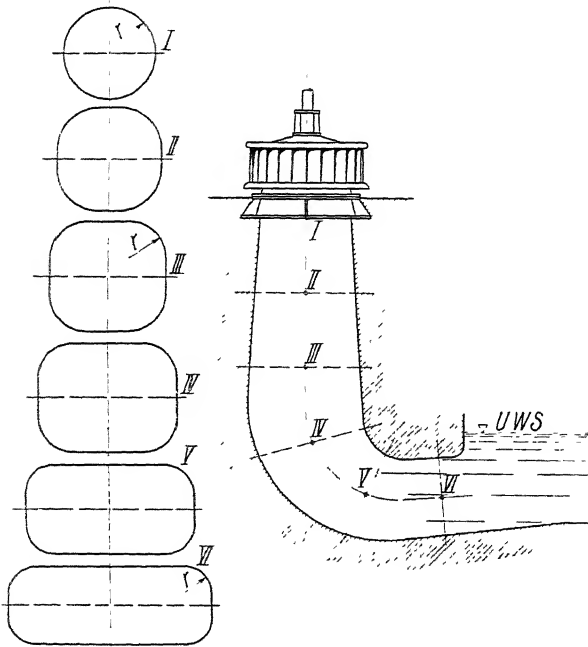


Abb. 593. Querschnittsfolge im betonierten Saugrohr.

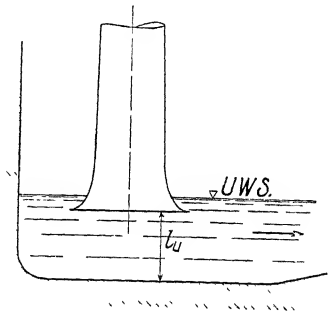


Abb. 592. Gerades konisches Saugrohr mit erweitertem Ausguß.

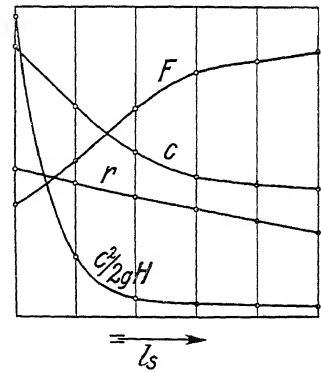


Abb. 594.

Zu demselben Mittel greift man auch, wenn die Höhenlage der Turbine über dem Unterwasser nicht ausreicht, um die gewünschte Wasserverzögerung im senkrechten Saugrohr zu erzielen. Man legt dann den größten Teil der Wasserverzögerung in den nach dem Krümmer angeschlossenen, horizontalen Teil des Saugrohrs (Abb. 595).

Diese Anordnung steht aber im Wirkungsgrade hinter dem einfach konischen Saugrohr weit zurück, denn erstens verläuft die Umbiegung des Wassers bei ihr in dem Teil des Saugrohrs, der noch erhebliche Wassergeschwindigkeiten aufweist, und zweitens ist das durch die Krümmung stark beunruhigte Wasser zur nachfolgenden Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck nicht sehr geeignet.

Dieselben Nachteile treten auch bei horizontalen Turbinen auf, bei denen einfache und doppelte Umlenkungen nach den Abb. 596 bis 599 die Regel bilden,

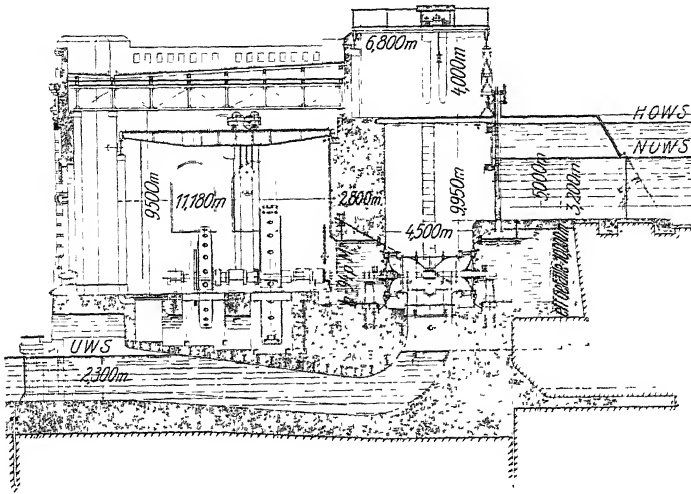


Abb. 595. Lech-Elektrizitätswerk Gersthofen (M. A. N.).  $N = 1500$  PS. (Längenschnitt.)

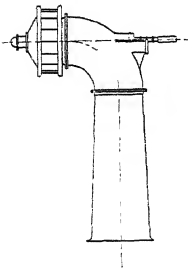


Abb. 596.

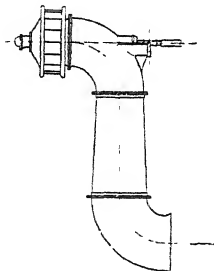


Abb. 597.

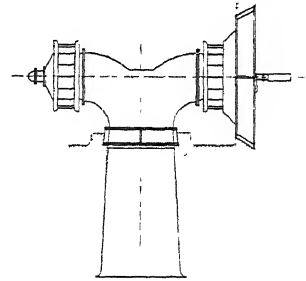


Abb. 598.

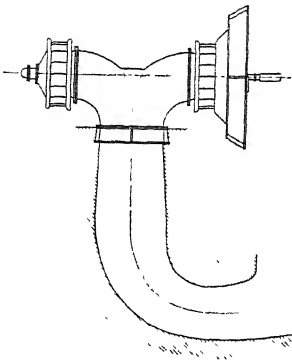


Abb. 599.

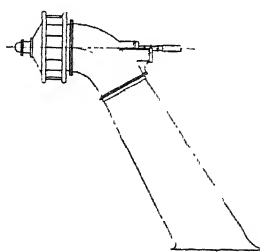


Abb. 600. Einfachturbine mit schrägem Ausfluß.

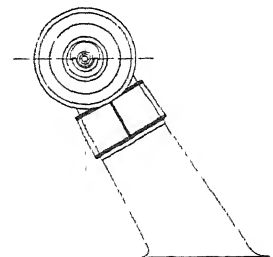


Abb. 601. Zwillingturbine mit schrägem Ausfluß.

gelegentlich aber auch nach den Abb. 600 und 601 in etwas vermindertem Maße auftreten.

Die Fälle sind nicht selten, wo die Leistung einer Turbine mit Krümmer um 6% und mehr abgenommen hat gegenüber dem Einbau mit geradem Saugrohr, und manche Enttäuschungen mit Versuchsmodellen, die mit geradem Saugrohr geprüft waren und später mit Krümmer verwendet wurden, sind auf die Krümmerverluste zurückzuführen. Dabei spielt auch noch die den Krümmer durchziehende Turbinenwelle einen unheilvollen Einfluß, der sich unter Preisgabe eines Lagers bei Einfachturbinen gelegentlich durch fliegende Anordnung des Laufrades nach Abb. 602 vermeiden läßt. Am besten wäre es, die aus der Turbine austretenden Wassermassen erst in einem geraden Erweiterungsstück zu verzögern, bevor man sie den Krümmerverlusten aussetzt, wie dies bei horizontalen Turbinen nach

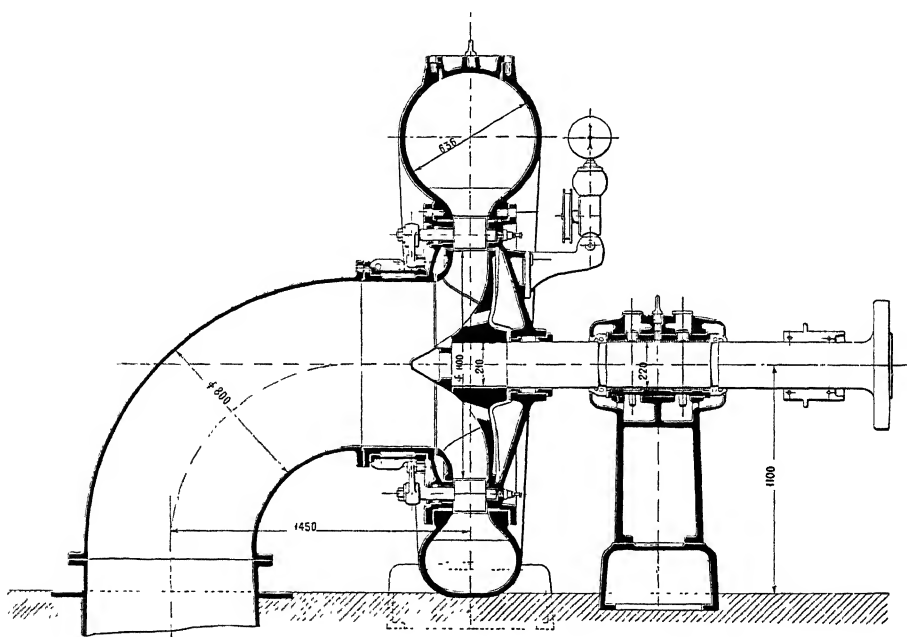


Abb. 602. Spiralturbine »Cedegolo« mit fliegend angeordnetem Laufrad (Riva). (Z.g.T., 1911, S. 104 ff.)

$H = 95 \text{ m}$ ,  $Q = 3,3 \text{ m}^3/\text{sek}$ ,  $N = 3200 \text{ PS.}$ ,  $n = 504$ ,  $n_s = 96$ .

Abb. 603, bei vertikalen Turbinen nach Abb. 593 möglich wäre. Bei den ersteren herrscht aber aus Gründen der Konstruktion und der Kostenersparnis das genau entgegengesetzte Bestreben, die Krümmung möglichst rasch abzubiegen, um billige Krümmer und kurze Turbinenwellen zu erhalten<sup>1)</sup>. Hierzu ist man besonders bei horizontalen, mehrfachen Turbinen gezwungen (Abb. 15, S. 22), bei denen die Baulänge schon an und für sich leicht eine schwer zu bewältigende Größe darstellt. Dabei führt man den Saugrohrdoppelkrümmer oft nicht in die Kreisform (Abb. 2, Taf. 27), sondern in ovale oder abgeflachte Rechteckform über (Abb. 1 u. 3, Taf. 27), wodurch eine starke Verkürzung der Welle, freilich auf Kosten des Wirkungsgrades, erzielt wird.

<sup>1)</sup> Eine Ausnahme bildet in geringem Maße die Turbine Raabklam (Abb. 6, Taf. 35).

Die Krümmerverluste nehmen eben zu mit der Schärfe der Krümmung. Gut bewährt hat sich dabei der Einbau einer Zwischenwand, eines sogenannten Führungsblechs, nach Abb. 627, S. 500, sowie Taf. 23 (D.R.P.), wodurch die Druck- und Geschwindigkeitsdifferenzen über einem Querschnitt gemildert werden.

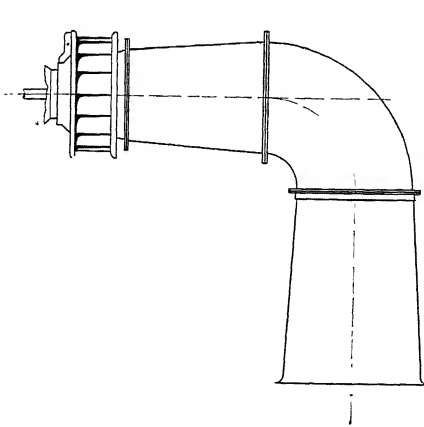


Abb. 603. Konische Erweiterung vor dem Krümmer.

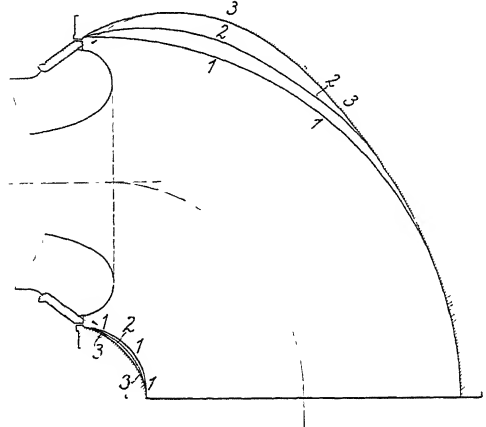


Abb. 604. Fehlerhafter und richtiger Krümmeranschluß.

Zweckmäßig gibt man auch dem Krümmer schon eine beträchtliche Erweiterung — für Gußkrümmer habe ich das bei Briegleb, Hansen & Co. mit gutem Erfolg eingeführt — und berechnet zur Herstellung eine Schar auf einander folgender Querschnitte, die, als Holzschablonen ausgeführt, genügend Anhalt für eine aus freier Hand herzustellende Gußform bieten.

Dabei hat sich als besonders wichtig erwiesen, daß der erste Ausguß aus dem Laufrad nicht gestört wird. Ganz fehlerhaft wäre hiernach ein Saugrohrprofil nach 1 1 . . . (Abb. 604). Besser ist schon 2 2 . . . Noch besser 3 3 . . .

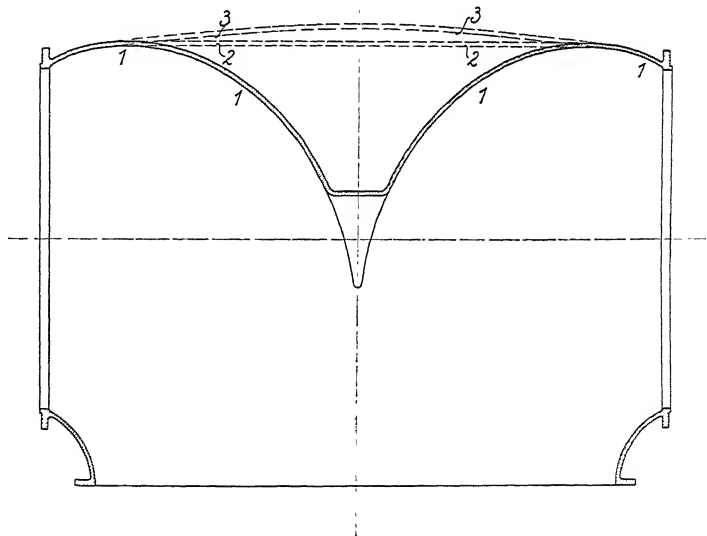


Abb. 605. Verschiedene Formen des Doppelkrümmers.

Bei Saugrohren von Zwillingsturbinen hat man sich auch mit Überführungen nach 1 1 . . . (Abb. 605), viele Mühe gegeben. Neuere Versuche sollen aber gezeigt haben, daß eine einfache Verbindung der beiden Teile nach 2 2 oder 3 3 ebenso gut, wenn nicht besser wirkt.

### 3. Herstellung des Saugrohrs.

#### a) Das gerade Saugrohr.

Das gerade Saugrohr wird meist aus Schmiedeeisen hergestellt und am Leitraduntersatz mit Hilfe eines angeschmiedeten Winkelringes durch Schrauben befestigt. Gute, luftdichte Abdichtung durch ölgetränkte Hanfschnur oder andere Beilagen ist wesentlich. Auch ist die Möglichkeit der Kontrolle vorzusehen.

Je nach Ausführung des Leitraduntersatzes und seiner Befestigung auf der Trägerkonstruktion ergeben sich die Ausführungen nach Taf. 15, 19 und 20.

Die günstigste Länge des Saugrohrs kann, wenn sie durch die Konstruktion nicht bestimmt ist, bei gegebener Geschwindigkeit  $c_3$  und  $c_4$  (die letztere annähernd gleich der Geschwindigkeit im Untergraben) durch Differentiation der Erfahrungsformel (156), S. 115, berechnet werden, wobei wir (Abb. 606)



Abb. 606. Saugrohrquerschnitt.

$$\sin \delta_3 \approx \operatorname{tg} \delta_3 \approx \frac{D_4 - D_3}{2 l_s}, \quad \sin 2 \delta_3 \approx \operatorname{tg} 2 \delta_3 \approx \frac{D_4 - D_3}{l_s} \quad (505)$$

setzen und wodurch nach unseren Bezeichnungen (S. 245)

$$R_4 / \frac{c_4^2}{2g} = \frac{\lambda}{8 \cdot \frac{D_4 - D_3}{2 l_s}} \left( \left( \frac{D_4}{D_3} \right)^4 - 1 \right) + \left( \left( \frac{D_4}{D_3} \right)^2 - 1 \right)^2 \frac{D_4 - D_3}{l_s} \quad (506)$$

und mit

$$\frac{\partial \left( R_4 / \frac{c_4^2}{2g} \right)}{\partial l_s} = \frac{\lambda}{4(D_4 - D_3)} \left( \left( \frac{D_4}{D_3} \right)^4 - 1 \right) - \frac{1}{l_s^2} \left( \left( \frac{D_4}{D_3} \right)^2 - 1 \right)^2 (D_4 - D_3) = 0$$

die günstigste Saugrohlänge

$$l_s = \sqrt{\frac{\frac{1}{\lambda} (D_4 - D_3)^2 \left( \left( \frac{D_4}{D_3} \right)^2 - 1 \right)}{\left( \frac{D_4}{D_3} \right)^2 + 1}} \quad (507)$$

bzw. der günstigste Saugrohrwinkel  $\delta_3$  aus

$$\operatorname{tg} \delta_3 = \frac{D_4 - D_3}{2 l_s} = \sqrt{\frac{\lambda}{16} \cdot \frac{\left( \frac{D_4}{D_3} \right)^2 + 1}{\left( \frac{D_4}{D_3} \right)^2 - 1}} \quad (508)$$

Man sieht hieraus, daß der günstigste Wert von  $\delta_3$ , sofern die angeführten Erfahrungsformeln als richtig anerkannt werden, vom Verhältnis  $\frac{D_4}{D_3}$  abhängt, was durch das Diagramm Abb. 607, sowie durch die folgende Tabelle zur Darstellung kommt, wobei  $\lambda = 0,02$  angenommen ist.

	$\frac{D_4}{D_3} =$	1,05	1,1	1,2	1,5	2,0	3,0
Günstigstes	$\delta_3 =$	9°12'	6°30'	4°50'	3°20'	2°40'	2°20'
"	$\frac{l_s}{D_3} =$	0,154	0,439	1,264	4,29	10,96	25,3



Läßt sich das Saugrohr aus konstruktiven Gründen nicht so lang ausführen, so wird  $c_4$  größer zu wählen sein als  $c_a$ . Wie weit man da gehen darf, folgt aus einer Kleinstwertbestimmung der Verluste ( $R_4 + R_a$ ) für  $\delta_3$ , in die jetzt auch noch  $R_a = \frac{c_4^2 - c_a^2}{2g}$  einzusetzen ist.

Muß  $l_s$  länger gemacht werden, als obiger Grenzbestimmung entspricht, so fügt man wohl an die konische Saugrohrlänge den weiteren Verlauf mit gleichbleibendem Durchmesser  $D_4$  an (Abb. 608), wobei wieder die Summe der in beiden Teilen auftretenden Verluste einen Kleinstwert annehmen soll.

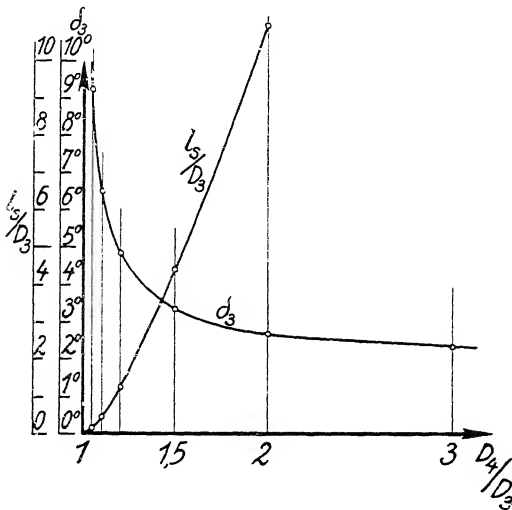


Abb. 607. Günstigste Saugrohrlänge und -Erweiterung bei gegebenem Durchmesser Verhältnis  $D_4/D_3$ .

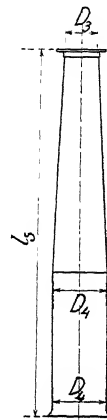


Abb. 608. Saugrohrerweiterung bei übergroßer Saugrohrlänge.

Es empfiehlt sich aber nicht, sich mit diesen Rechnungen zu sehr in Einzelheiten zu verlieren, da die Erfahrungsformeln, auf denen sie aufgebaut sind, keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen können. Nur auf das eine möge noch hingewiesen werden, daß nach diesen Formeln »ähnliche« Saugrohre in bezug auf Reibungsverluste wie auf Verzögerung gleich zu bewerten sind. Das erstere folgt (vgl. S. 107) aus dem dimensionslosen Charakter der Gleichung (156, S. 115), das zweite aus der Anschreibung des ideellen Verzögerungsdrucks:

$$\frac{c_4^2 - c_3^2}{2g} = \frac{\left(\frac{Q}{F_4}\right)^2 - \left(\frac{Q}{F_3}\right)^2}{2g} = \left(\frac{Q}{F_4}\right)^2 \frac{1 - \left(\frac{F_4}{F_3}\right)^2}{2g} = \frac{c_4^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{F_4}{F_3}\right)^2\right), \quad (509)$$

der bei gleichem  $c_4$  und  $\frac{F_4}{F_3}$  bzw.  $\frac{D_4}{D_3}$  jeweils gleich zu erwarten ist.

Zum Vergleich verschiedener Saugrohre kreisförmigen Querschnitts kann somit der Winkel  $\delta$  nur dann dienen, wenn die gleichzeitigen Saugrohrängen jeweils auf gleiche Durchmesser bezogen werden. Bei Saugrohren beliebigen Querschnitts wäre für jeden Axialschnitt eine eigene Betrachtung anzustellen. Zum Vergleich

mit dem kreisförmigen Saugrohr dient dann nach Abb. 609 jeweils der in dem betreffenden Axialschnitt liegende Winkel ( $\delta$ ) und Durchmesser.

So sind z. B. die in Abb. 610 eingezeichneten Saugrohrteile *A*, *B*, *C* hydraulisch allgemein zwar gleichwertig. Im besonderen wird aber in jedem derselben an Verzögerungs- und Verlusthöhe nur ein Betrag auftreten, der dem Geschwindigkeitsquadrat des jeweiligen Endquerschnitts proportional ist, so daß der wirkliche Druckgewinn durch die Verzögerung, wie an der Abnahme der Geschwindigkeitsquadrate (Abb. 610) zu ersehen ist, im Ende des Saugrohrs nur sehr klein ist; ein Grund mehr, gelegentlich die in Abb. 608 gekennzeichnete billigere Form anzuwenden.

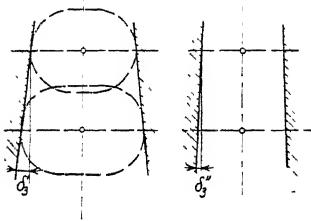


Abb. 609. Saugrohr mit ovalem Querschnitt.

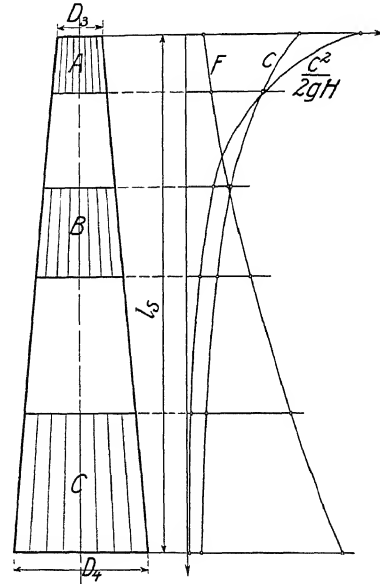


Abb. 610. Änderung von Querschnitt (*F*), Geschwindigkeit und Geschwindigkeitshöhe im konischen Saugrohr.

Nach Ausführungen bekannter Firmen ergeben sich Erfahrungswerte gerader Saugrohre durch die folgenden Zahlen:

	$\delta_3 = 1^{\circ}30'$	$3^{\circ}$	$3^{\circ}20'$	$4^{\circ}10'$	$5^{\circ}30'$	$6^{\circ}10'$	$7^{\circ}40'$	$7^{\circ}45'$	$7^{\circ}50'$
mit $\frac{l_s}{D_3}$	11,7	7,45	7,25	1,43	3,36	2,33	1,43	1,12	0,93
$\frac{D_4}{D_3}$	1,58	1,78	1,83	1,20	1,64	1,50	1,52	1,70	1,25

die mit dem Diagramm Abb. 607 im allgemeinen nicht gut übereinstimmen.

### b) Das gekrümmte Saugrohr.

Das gekrümmte Saugrohr wird über dem Fußboden meist aus Gußeisen (Taf. 21 u. 22), unter dem Fußboden aus Beton (Taf. 14) hergestellt. Eine Besonderheit bildet noch der aus Blech geschmiedete Ablaufkrümmer der Zwillingsturbinen (Abb. 611), der freilich den Charakter eines eigentlichen Krümmers fast verloren hat.

Bei den Krümmern ist vor allem für reichliche Querschnittserweiterung Sorge zu tragen. Der oberirdische Krümmer erhält ein Mannloch oder Handloch und wird bei größeren Ausführungen zweiteilig (Taf. 23 u. 27), oft auch vierteilig hergestellt,

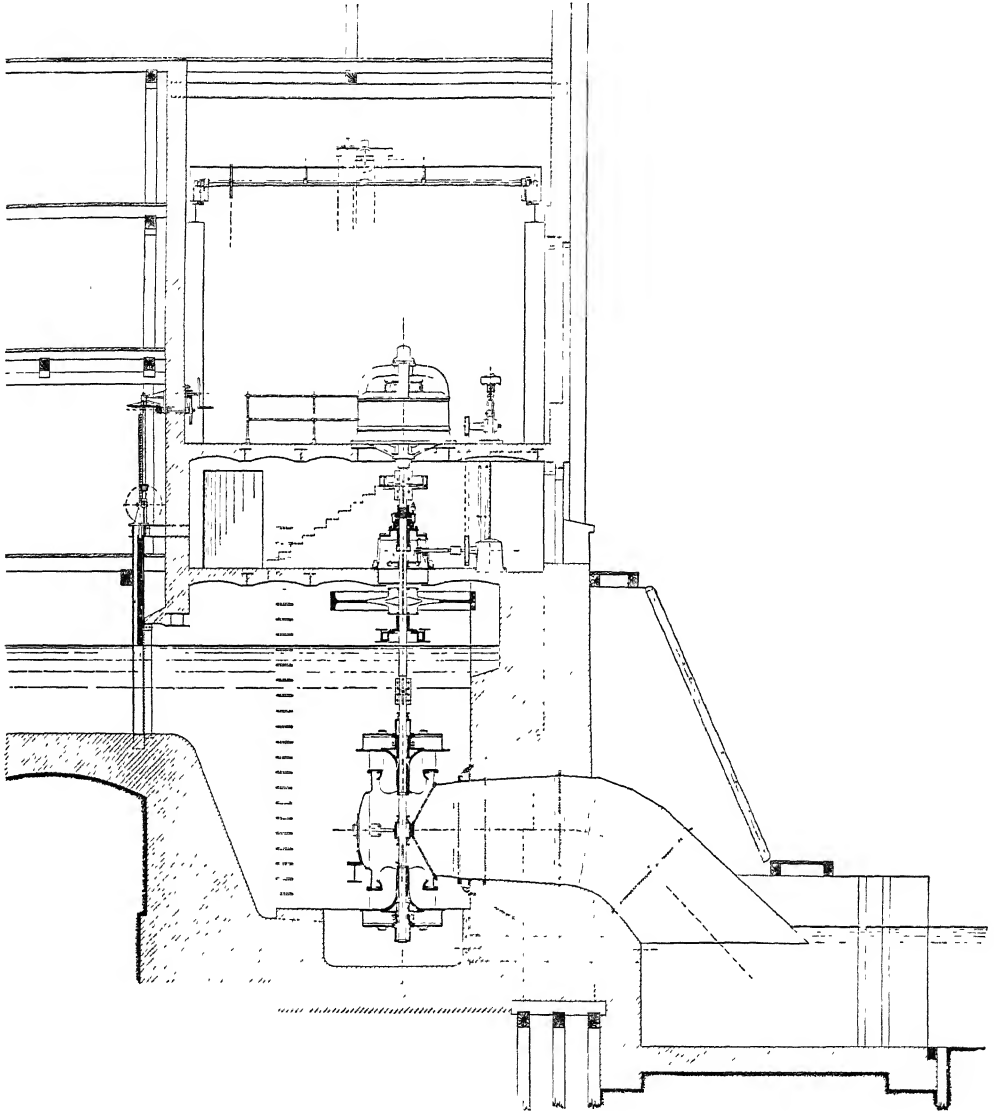


Abb. 611. Anlage Sagan (Hansenwerk).

Vertikale Zwillingsturbine. Laufräder mit langen Schaufeln. Modell im Hydraulischen Institut München.

$$H = 5 \text{ m}, Q = 5,4 \text{ m}^3/\text{sek}, N = 270 \text{ PS.}, n = 175, n_s = 280.$$

was nicht nur für die Montage, sondern mit Rücksicht auf den Auftrieb des Kerns auch für die Gießerei eine große Erleichterung und daher Materialersparnis bedeutet, da die Wandstärken, wo nur äußerer Druck vorhanden ist, so klein gemacht werden können, als es die Gießereitechnik erlaubt.

Die Herstellung der Betonform geschieht dadurch, daß man die aufeinander folgenden Durchflußquerschnitte aus Holzgerüsten herstellt und über ihnen die Holzverschalung anbringt, gegen die dann der Beton gestampft wird. Die Abb 612 zeigt den Hergang recht deutlich.

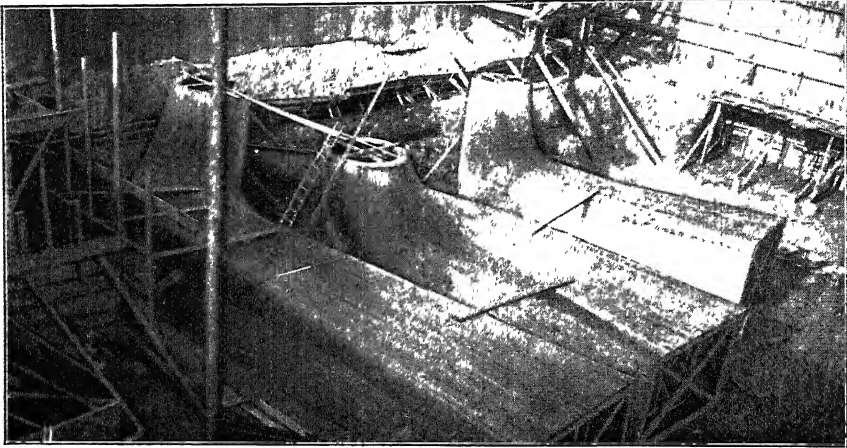


Abb 612. Holzverschalung für die Herstellung von Betonsaugrohren.

Dabei sorgt man für die gewünschte Querschnittszunahme, für große Krümmungsradien und dafür, daß an den Stellen der Krümmung die Differenz des äußeren und inneren Krümmungsradius möglichst klein bleibt, was durch möglichste seitliche Verbreiterung des Querschnitts, gelegentlich auch wie bemerkt durch Anbringung von schmiedeeisernen Zwischenwänden erfolgen kann.

## II. Vorrichtungen zur Anpassung an das Hochwasser.

### 1. Hochwasserturbine.

Durch Hochwasser wird meist der Unterwasserspiegel gehoben, während der künstlich gestaute Oberwasserspiegel einen weiteren Anstau nicht gestattet. Das bedeutet eine Verkleinerung des Gefälles, so daß die Schluckfähigkeit und Leistung der Turbinen zurückgeht. Man hat für solche Fälle eigene Hochwasserturbinen vorgesehen, die hier kurz besprochen werden sollen.

Unter Hochwasserturbinen versteht man solche Turbinen, die neben der normalen Anlage für die überschüssige Wassermenge und das im allgemeinen verringerte Gefälle konstruiert sind und daher meist hohe spezifische Drehzahlen besitzen (vgl. Taf. 20, Abb. 4 u. 5). Außerdem hat man Turbinen mit zwei Kränzen ausgeführt (Abb. 5, Taf. 25), von denen der eine als Hochwasserkranz nur bei außergewöhnlich großer Wassermenge in Tätigkeit tritt. Eine besonders geistreiche Lösung des Gedankens ist von ÖSTERLEN bei Voith zur Ausführung gekommen (D.R.P.; Taf. 19). Der Fortschritt besteht hier sowohl in der Ausführung des

Laufrads, bei dem unter Verwertung eines außergewöhnlich großen Schaufelspalts beide Kränze als Schnellläufer ausgebildet sind, als auch in der Anbringung von zwei konzentrischen Saugrohren, von denen das äußere bei Nichtbeaufschlagung des unteren Laufradkranzes automatisch auf den richtigen Saugdruck gelüftet wird. Wie günstig diese Anordnung ist, zeigt sich an der Wirkungsgradkurve Taf. 19, die auf der Versuchstation von Voith gewonnen wurde.

## 2. Ejektor.

Ein anderes Hilfsmittel besteht darin, eine künstliche Druckverminderung am Austritt der Turbine dadurch zu erzielen, daß man dort das Hochwasser mit

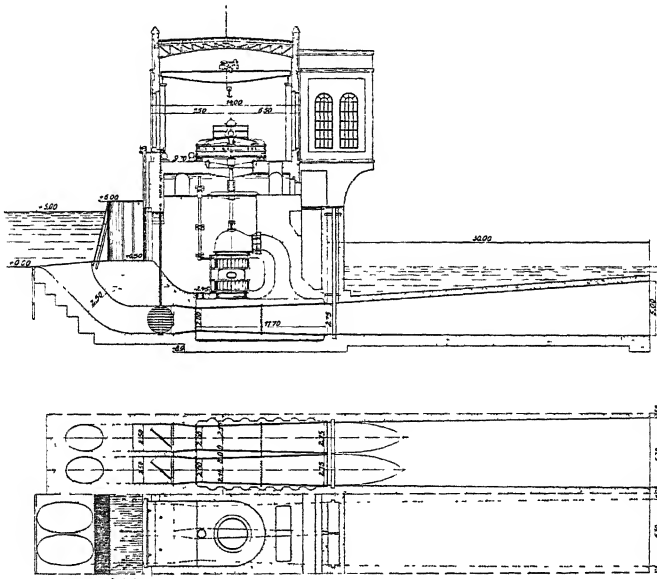


Abb. 613. Ejektorenanordnung für das Bremer Wasserwerk nach HERSCHEL.

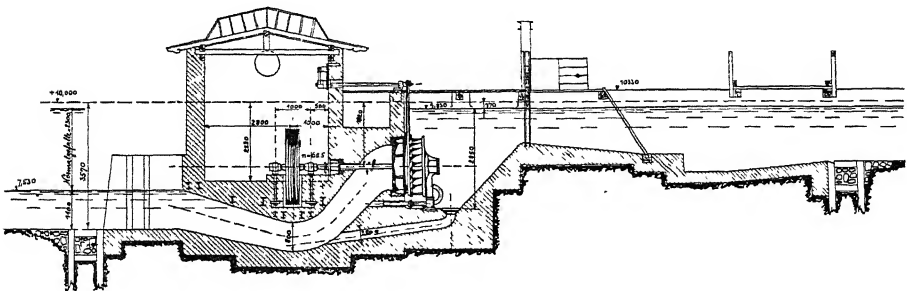


Abb. 614. Anlage Gersdorf (Andritz) mit 4 Ejektoren. (Aus Z. g. T., 1911, S. 150.)

$H = 2,3 \text{ m}$ ,  $N = 51 \text{ PS.}$ ,  $n = 67,5$ .

möglichster Geschwindigkeit vorbeiführt und anschließend allmählich verzögert. Man hat dabei Ausführungen, bei denen das Hochwasser das Turbinensaugrohr durchfließt (Abb. 613 bis 615), und solche, bei denen es am Saugrohr vorbei fließt

(Abb. 616). In jedem Falle aber sollte sich seine größte Geschwindigkeitsentwicklung bzw. Druckerniedrigung an der Stelle befinden, wo es mit dem

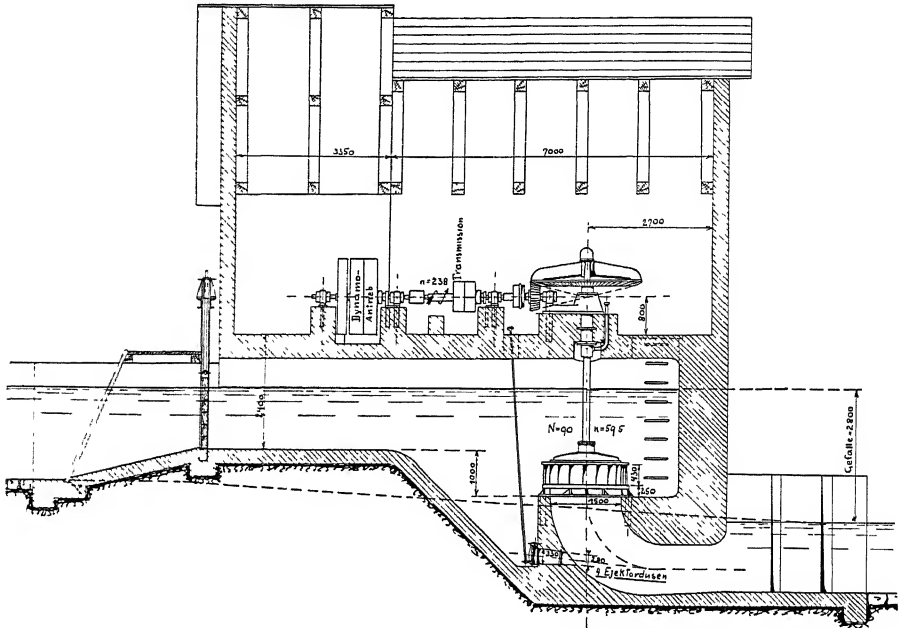


Abb. 615. Anlage Gleinstätten mit 4 Ejektoren (Andritz). (Aus Z. g. T., 1911, S. 276.)  
 $H = 2,8$  m,  $N = 90$  PS.,  $\eta = 59,5$ .

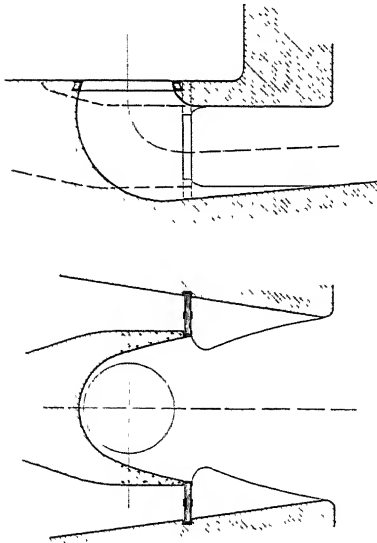


Abb. 617. Beiderseitig in das Saugrohr eintretender Ejektor.

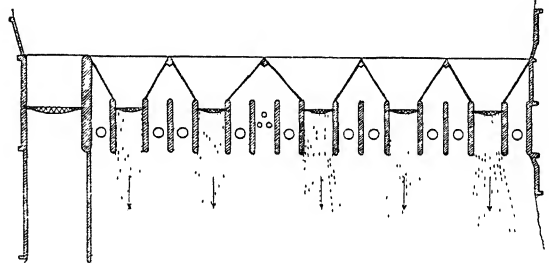


Abb. 616. Ejektorenanordnung nach SAUGEY (Chêvres). (Die Turbine, 5. Jahrg., S. 245.)

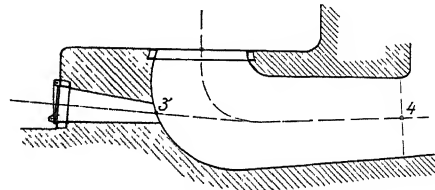


Abb. 618. Schema des Ejektors.

Turbinenwasser in Berührung kommt. Diesem Grundsatz entsprechen die Konstruktionen (Abb. 614 u. 616) in nur unvollkommener Weise. Besser sind die

Ausführungen Abb. 613 und 615. Günstig wäre auch ein Vorschlag nach Abb. 617, den Verfasser seiner Zeit mit Herrn Direktor GRAF (Gotha) ausgearbeitet hat.

Einen Überblick über den zu erwartenden Betriebszustand gibt uns auch hier die Anschreibung des Energiegesetzes. Erfolgt z. B. der Eintritt des Ejektorwassers  $Q_e$  mit Geschwindigkeit  $c_e$  annähernd im Punkte 3' (Abb. 618) des Saugrohrs, so folgt durch Gleichsetzen der Energien in 3' und 4:

$$Q\gamma\left(\frac{c_3'^2}{2g} + h_3'\right) + Q_e\gamma\left(\frac{c_e^2}{2g} + h_3'\right) = (Q + Q_e)\gamma\left(\frac{c_4^2}{2g} + h_4\right) + R_4, \quad (510)$$

dabei berechnet sich  $Q$  für das neue Turbinengefälle und  $c_3$  als  $\frac{Q}{F_3}$ .  $Q_e$  folgt aus dem Ejektorgefälle unter Schätzung der Reibung und mit  $c_e$  aus  $\frac{Q_e}{F_e}$  ( $F_e$  = Ejektordüsenquerschnitt).  $c_4$  ergibt sich schließlich aus  $Q + Q_e$  und  $F_4$  und  $R_4$  muß unter Berücksichtigung der Rohrreibung und der Mischreibung geschätzt werden.

Ich versage mir, auf diese Rechnung, die, wie man sieht, am besten durch Interpolation gelöst wird, deren Verlustkoeffizienten aber von Fall zu Fall durch den Versuch bestimmt werden müssen, näher einzugehen und bemerke nur, daß nach HERSCHEL der Wirkungsgrad des Ejektors etwa 30% betragen soll<sup>1)</sup>, und daß er sich in verschiedenen Ausführungen (Abb. 615) gut bewährt hat<sup>2)</sup>.

### III. Der Untergraben.

Der Untergraben wird unterhalb der Turbine zur allmählichen Umlenkung des Wassers oft vertieft, entsprechend einer Anordnung des betonierten Saugrohrs, die wir Taf. 14 kennen gelernt haben, und wird dann mit geringer Steigung in das eigentliche Untergrabenprofil übergeführt. Das letztere wird, wenn betoniert, meist rechteckig, wenn mit Erdböschung versehen, trapezförmig ausgeführt.

Die genaue Bestimmung seiner Form und seines Querschnitts ist Sache einer wirtschaftlichen Überlegung, die in den Anlagekosten und in dem Geldwert der durch die Kanalreibung verlorenen Energie begründet ist und wobei die Wassergeschwindigkeit bei unbefestigten Ufern 0,6 m/sek nicht übersteigen soll.

Wenn irgend möglich, sollte die Kanalsole so tief gelegt werden, daß sich auch der niederste Wasserstand im Flußlauf an der Turbine bemerklich macht und die entsprechende Gefällsvermehrung zur Ausnutzung bringt (Abb. 2, Taf. 18).

Natürlich muß dann auch das Saugrohr entsprechend tief herabgeführt werden (Taf. 30). Auch versteht man, daß aus diesem Grund die Sohle des Untergrabens eben oder doch nur mit kleinstem Gefälle ausgeführt und daß die Länge des Grabens so kurz wie möglich gemacht wird, zumal die Baukosten für ihn bei gleicher Länge höher auszufallen pflegen als für den Obergraben.

Zu Beginn des Untergrabens bringt man zwei Nuten an, die bei Reparaturen an der Turbine Dammbalken aufnehmen und die Abdichtung der Turbinenkammer bzw. des Saugrohrs gegen das Unterwasser ermöglichen.

<sup>1)</sup> HERSCHEL, Der Nutzen des Gefällsvermehrers bei Wasserkraftanlagen. Turbine 1910, S. 225.

<sup>2)</sup> REINDL. Z. g. T., 1911, S. 276.

## F. Zuführung des Wassers zum Leitrad und Aufbau der Turbinen.

### I. Offene und halboffene Turbinen.

#### 1. Allgemeines.

Bei niedrigem Gefälle bildet die offene Turbinenkammer die Regel. Sie ist dadurch gekennzeichnet, daß die Turbine in einer offenen Wasserkammer sitzt und nach Abschützen des Wassers unmittelbar zugänglich wird (z. B. Taf. 20).

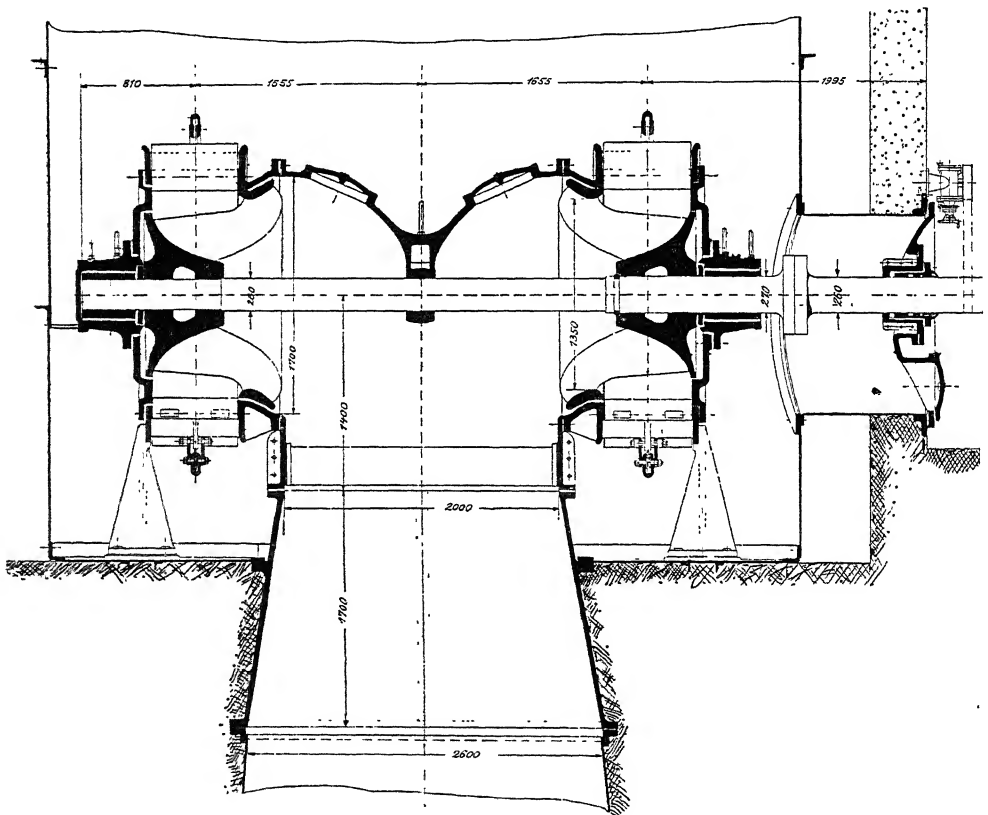


Abb. 619. Zwillingturbine Gullspang. (Z. g. T., 1910, S. 83.)

Horizontalturbine mit Unterstützung des Leitraddeckels. (Großer Schaufelspalt!)

$$H = 20 \text{ m}, N = 4000 \text{ PS.}, n = 250, n_s = 265.$$

Man wendet den offenen Einbau zweckmäßig bei kleinen Leistungen bis 4 m, bei großen bis 10 m Gefälle an. Doch findet man auch Ausnahmen, wie z. B. Abb. 619 und besonders 620 zeigen, wo man den zugänglichen und durch geringe Wassergeschwindigkeiten ausgezeichneten offenen Einbau durch einen Eisen- bzw. Eisenbetonzylinder gewahrt hat, während man z. B. in Taf. 30 bei 8 m Gefälle die bequeme Aufstellung der geschlossenen Turbine andern Rücksichten vorgezogen hat. Ausschlaggebend ist hier neben wirtschaftlichen Erwägungen über die



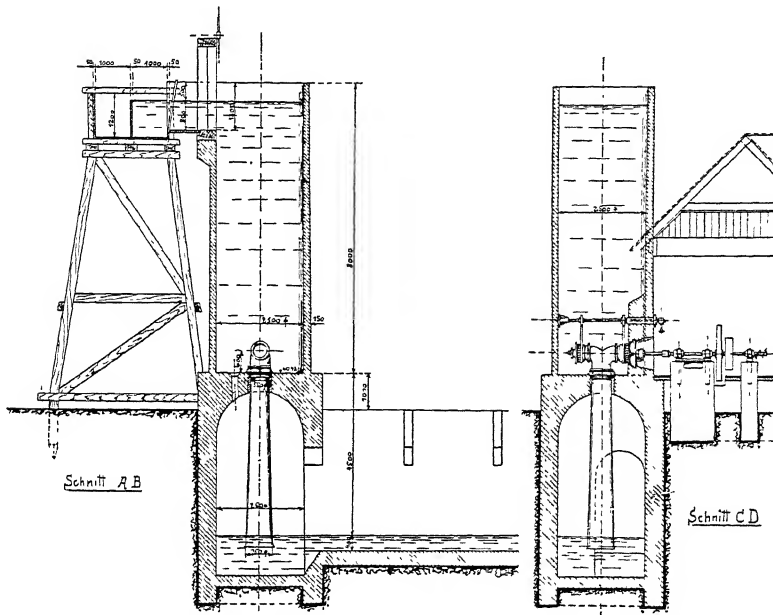


Abb. 620. Anlage Kallwang (ANDRITZ). (Aus Z. g. T., 1911, S. 277.)

$H = 11 \text{ m}$ ,  $N = 60 \text{ PS}$ ,  $n = 580$ ,  $n_s = 159$ .

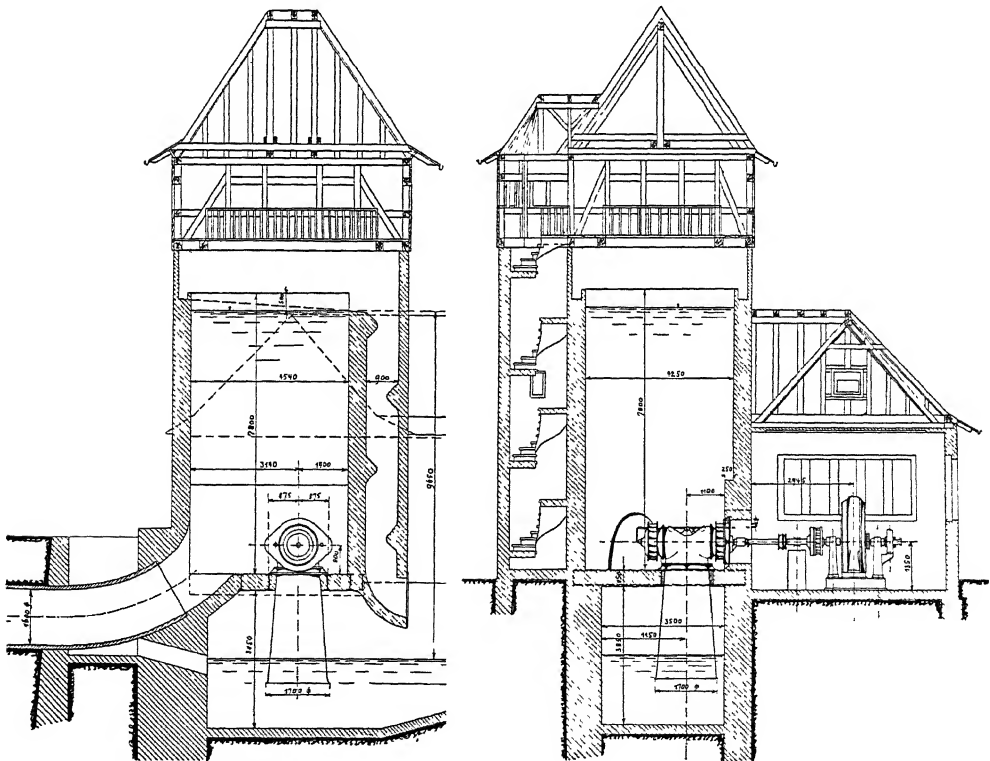


Abb. 621. Anlage Gutach (Ausgleichschacht) E.W.C. (Aus Z. g. T., 1911, S. 278.)

$H = 8,15 - 9,52 \text{ m}$ ,  $N = 255 - 76 \text{ PS}$ ,  $n = 300 \text{ m}$  (Länge der Rohrleitung 900 m).

Camerer, Wasserkraftmaschinen.

jeweiligen Kosten der Betonarbeiten oft die Frage der Regulierung, denn die geringe Bewegungsenergie der offenen Zuleitung, verbunden mit der Eigenschaft des Wasserspeichers bei geräumigen Turbinenkammern erleichtert die automatische Regulierung in der günstigsten Weise (Abb. 621).

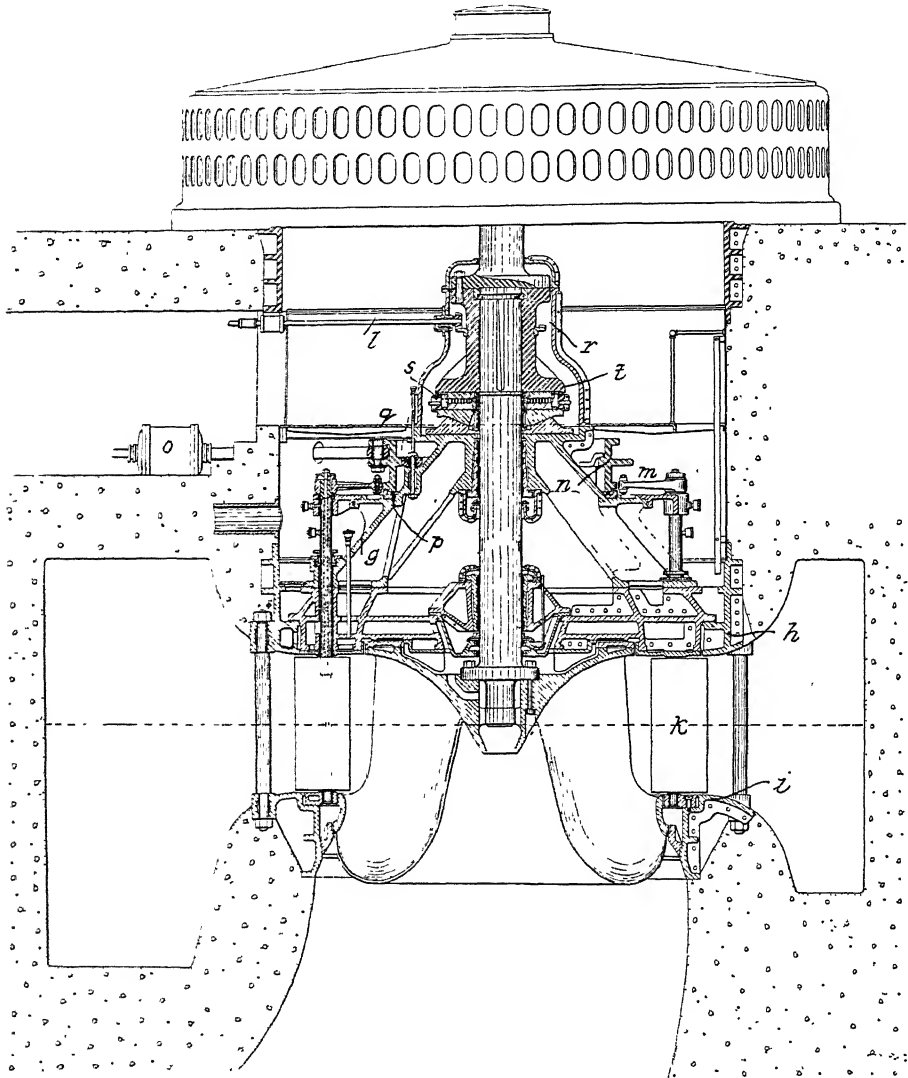


Abb. 622. Keokukturbine. Maßstab 1:115. (Aus Z. g. T., 1913, S. 125.)  
 $H = 6,1-11,9$  m,  $N = 10000$  PS.,  $n = 57,7$ , Raddurchmesser = 4,92 m.

Soll der ganze Vorteil des offenen Einbaus voll zur Geltung kommen, so muß die Turbinenkammer nach Abschützen des Wassers leicht zugänglich und geräumig, hell und trocken sein, so daß das Nachsehen der Turbinen, sowie die Ausführung kleiner Reparaturen ungehindert möglich ist. Die hierfür aufgewendeten Kosten machen sich durch eine verlängerte Lebensdauer der Anlage wohl bezahlt.

Zur Trockenlegung faßt man das durch die Einlaßschütze hindurchtretende Sickerwasser in einem kleinen Gerinne (S.R. Abb. 627, S. 500) zusammen und führt es durch ein eigenes Auslaßventil ab (Taf. 14).

Erwünscht ist es, dem Tageslicht dadurch leichten Zugang zu gewähren, daß ein möglichst vollständiges Abheben der Decken vorgesehen wird (Taf. 20 und Abb. 625). Die letzteren müssen gleichzeitig dem Kran ein ungehindertes Einbringen auch der größten Maschinenteile gewähren (vgl. Abb. 595, S. 485).

Ist man seitlich im Raum beschränkt und gestattet eine geringe Wassertiefe über dem Leitrad auch keinen freien Wasserzutritt von rückwärts, so wendet man bei Vertikalturbinen mit Vorteil den spiralförmigen Zufluß an, der in Taf. 17 und in Abb. 2, Taf. 18, im Grundriß dargestellt ist. Besonders günstig hat sich dabei ein möglichst dichter Abschluß durch das Horn bewährt. Dadurch wird an dieser Stelle eine dem Turbinendreh sinn entgegen gerichtete Wasserbewegung vermieden, die sich sonst infolge des Druckabfalls im spiralförmigen Zulauf einzustellen sucht. Dabei darf auf die gewaltigen Dimensionen der Keokukturbine hingewiesen werden, die in den Abb. 622 bis 624 dargestellt ist.

Für Horizontalturbinen hat HALLINGER<sup>1)</sup> die Aufstellung nach Abb. 625 erfunden, bei der der Leerlauf zur Raumersparnis mit Hilfe einer abnehmbaren Decke über die Turbinenkammer gelegt ist.

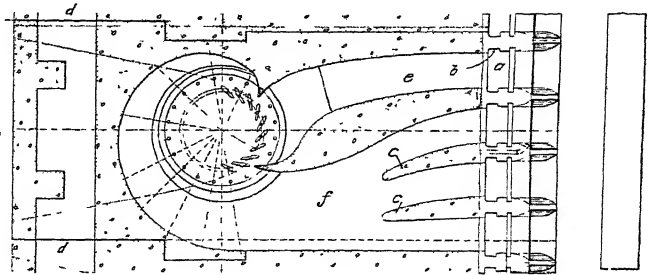


Abb. 623. Grundriß der Anlage Keokuk. Maßstab 1:500.

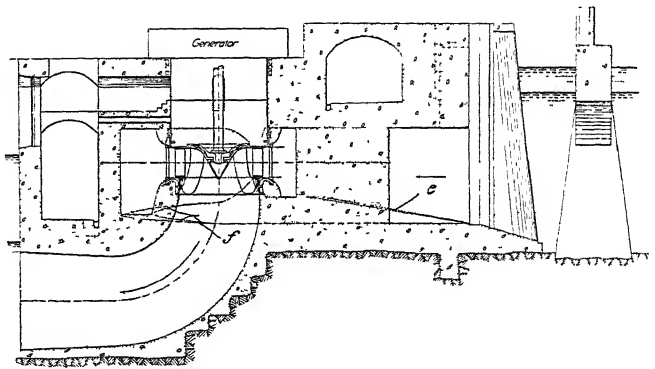


Abb. 624. Aufriß der Anlage Keokuk. Maßstab 1:500.

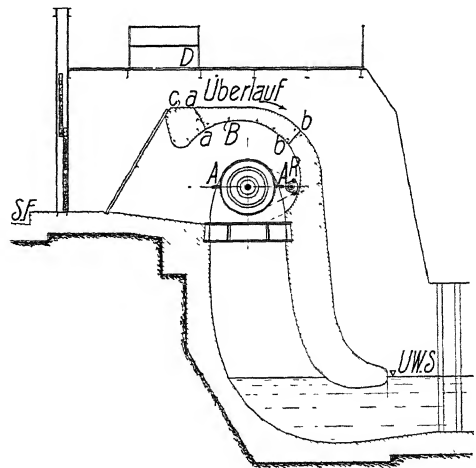


Abb. 625 Turbineneinbau nach HALLINGER.

<sup>1)</sup> D. R. P.

Niedriger Wasserstand über dem Leitrad bringt die Gefahr der Lufttrichterbildung mit sich, die nicht nur den Wirkungsgrad der Anlage schädigt, sondern auch durch ihr Geheul unliebsames Aufsehen erregt.

Genau zahlenmäßige Angaben über die erforderliche Druckhöhe  $H_d$  (Abb. 629, S. 502) lassen sich dabei schwer machen, man darf aber sagen, daß die Neigung zur Trichterbildung groß ist:

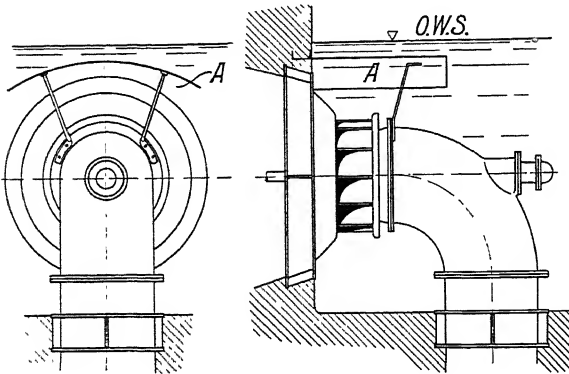


Abb. 626. Turbine mit Schild gegen Trichterbildung.

1. Wenn die Turbinenkammer groß und geräumig ist.
2. Wenn ihr das Wasser aus einem Gerinne kleineren Querschnitts mit großer Geschwindigkeit zugeführt wird, besonders, wenn die Zuführung exzentrisch erfolgt.
3. Wenn die Leitradöffnungen groß sind und wenn sie mit großer Geschwindigkeit durchflossen werden.

Unter solchen Umständen haben Anlagen schon Lufttrichterbildung gezeigt, wenn  $\frac{H_d}{H_n} < 0,35$  (vgl. Abb. 632, S. 504) wurde. Ein Schulbeispiel dafür ist die

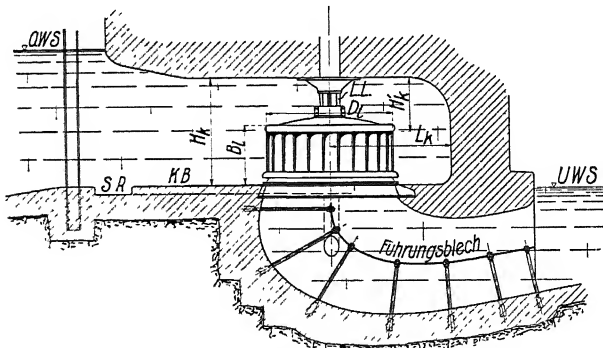


Abb 627. Halboffener Einbau.

Anlage JANNOWITZ ( $H_n = 4,25$ ), bei der sich mit großer Regelmäßigkeit sehr starke Luftwirbel einstellen, sobald der Oberwasserspiegel auf 1,2 m über die Leitradoberkante gesunken war.

Umgekehrt kann man, wenn das Wasser dem Leitrad mit hoher Geschwindigkeit und ohne Richtungswechsel zugeführt wird, mit  $\frac{H_d}{H_n}$  auf 0,25 und noch viel niedriger gehen.

Ein einfaches Hilfsmittel gegen die Lufttrichter bildet das Einbringen eines Schildes unter der Wasseroberfläche, wie er in Abb. 626 durch *A* dargestellt ist.

In neuester Zeit bildet man diesen Schild als Decke der Turbinenkammer aus (»tauchende Decke«). Dadurch kommt man zum halboffenen Einbau (vgl. Abb. 627), der eine große Freiheit in der Aufstellung der Turbine mit sich bringt und sich daher bei niedrigem Gefälle bestens bewährt hat. Es besteht kein Bedenken, mit ihm sogar eine Heberwirkung zu verbinden, Abb. 628, die gestattet, die Turbine auch bei niedrigstem Gefälle über dem Unterwasser aufzustellen und

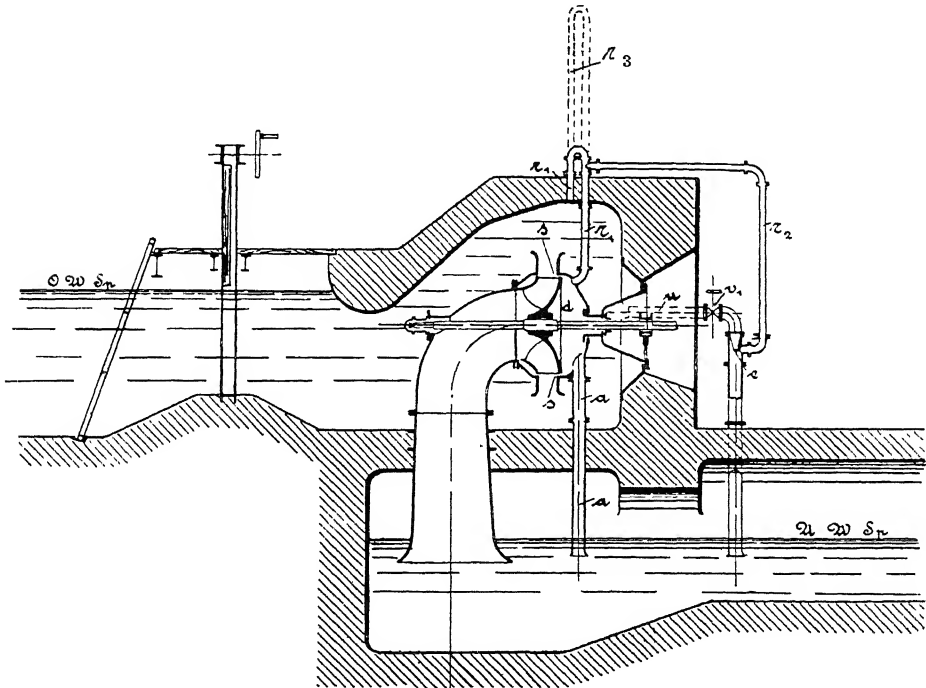


Abb. 628. Heberturbine mit Luftabsaugung nach OSTERLEN (Voith).

(Aus Z. g. T., 1913, S. 84.)

die Höhenlage einer horizontalen Welle dem Niveau der Arbeitsmaschinen anzupassen. Abb. 4, Taf. 28, bringt eine bemerkenswerte Ausführung dieser Art von ESCHER WYSS (Amperwerke), bei der das Absaugen der Luft durch die Entlüftungsschächte besorgt wird, die bei genügend angestiegenem Wasserspiegel durch Schwimmer geschlossen werden, um weiteren Wasserverlust zu vermeiden.

Derartige Turbinen laufen, was aber unwesentlich ist, nicht so rasch an als solche mit großem Druckgefälle  $H_d$ . Bedenklicher ist, daß durch die Heberwirkung Luft ausgefällt wird (vgl. S. 20), wodurch der Wirkungsgrad der Turbinen leidet. OESTERLEN hat hierüber Versuche veröffentlicht<sup>1)</sup>, bei denen auch das Voithsche Patent der Luftabsaugung aus dem Heber durch das Spaltwasser beschrieben ist.

<sup>1)</sup> Z. g. T., 1913, S. 82ff.

## 2. Einbau in die Turbinenkammer.

### a) Die einfache vertikale Turbine.

Bei vertikaler Welle ist der übliche Einbau durch Abb. 629 (vgl. Taf. 14) gekennzeichnet. Die Höhe des Kammerbodens *K.B.* soll höher liegen wie der höchste Unterwasserspiegel. Danach ergeben sich z. B. die größtmöglichen Durchmesser *D* einer Turbine vom Breitenverhältnis  $B/D = 0,375$  nach HANSEN zu

$H_n =$	500	750	1000	1250	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$D =$	400	650	900	1100	1350	1850	2250	2700	3200	3650
$H_{d\min} =$	230	370	510	620	770	1050	1250	1470	1740	2000.

Erscheint dabei die Höhe  $H_d$  in ihrem Kleinstwert nicht mehr genügend die erwähnte Trichterbildung auszuschließen, so hat man früher wohl das Leitrad teilweise in das Unterwasser gesetzt (Abb. 630) und die trockene Zugänglichkeit durch Anbringung der Stufen *St* gewahrt.

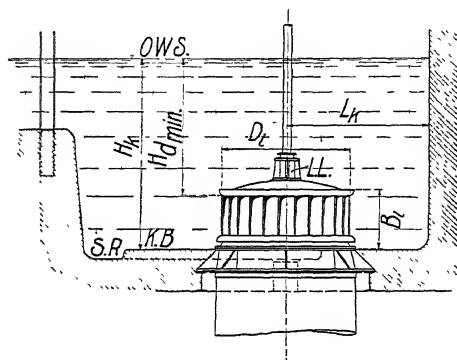


Abb. 629. Normaler Einbau der Vertikalturbine.

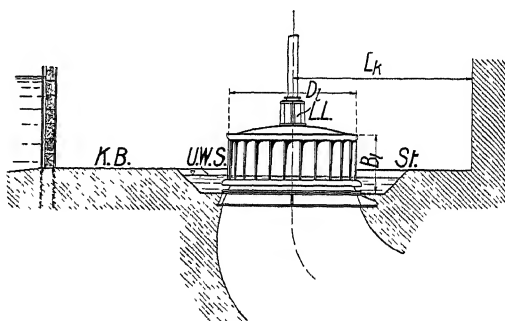


Abb. 630. Anormaler Einbau der Vertikalturbine.

Heute zieht man in solchem Fall den oben erwähnten halboffenen Einbau oder den anschließend beschriebenen Hebereinbau vor (vgl. auch Abb. 12, S. 20).

Ist das Gefälle hoch genug, so befolgt man wohl die alte Regel, die Turbine in die Mitte des Gefälles zu setzen, wodurch das Anlaufen der Turbine rascher erfolgen kann. Wichtiger sind aber Erwägungen über die zweckmäßige und billige Herstellung des Turbinenhauses mit den Transmissionen. Je höher die Turbine gesetzt wird, um so kürzer, billiger, vor allem leichter wird die Turbinenwelle, um so länger aber das Saugrohr, und damit die gesamte der automatischen Regulierung schädliche Bewegungsenergie des strömenden Wassers; denn die Wassergeschwindigkeit in dem letzteren ist naturgemäß größer als die in der Kammer.

Bei betoniertem Saugrohr setzt man den Leitraduntersatz unmittelbar auf den einbetonierten Mauerring (Abb. 630 u. Taf. 14), der öfters gleichzeitig den Regulierantrieb trägt.

Bei kleinen Wassermengen und höherem Gefälle ist das Blechsaugrohr vorzuziehen. Es ist dann billiger als das betonierte Saugrohr und veranlaßt geringere Reibungsverluste. In diesem Fall setzt man den Mauerring wohl zunächst auf I-Träger (Abb. 629), die gleichzeitig den gewölbten Boden der Turbinenkammer aufnehmen (vgl. Abb. 2, Taf. 15).

Das Hauptlager der Turbinenwelle wird stets zugänglich ins Freie gelegt. Im Wasser befindet sich das Lager am Leitraddeckel (L.L. Abb. 629) oder an einem Tragkreuz im Saugrohr; das letztere Lager hat nur unbedeutende Kräfte aufzu-

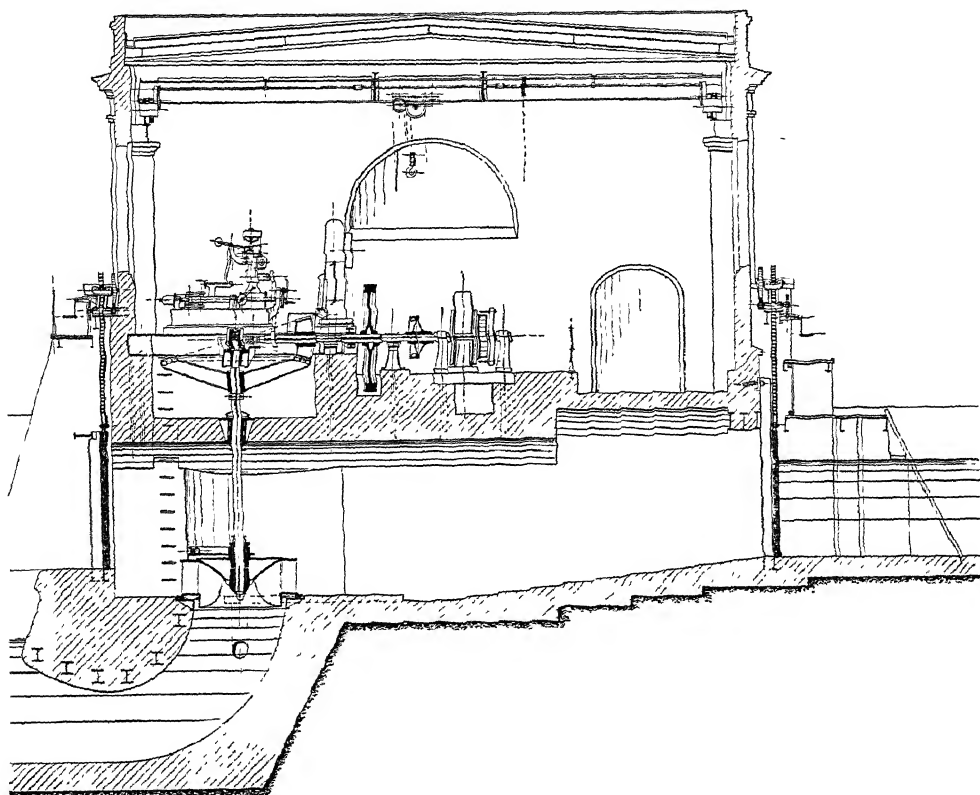


Abb. 631. Anlage Guben (Hansenwerk). Offene vertikale Turbine mit Kegelraduntergriff und Eisschütze.  
 $H = 4,5 \text{ m}$ ,  $N = 1200 \text{ PS}$ .

nehmen, und sollte, wenn es am Leitraddeckel angeordnet ist, entweder durch eine Stopfbüchse (Abb. 629) (vgl. Abb. 631), oder durch eine aufgesetzte Luftröhre (Abb. 1 u. 2, Taf. 15) vor dem Durchsaugen von Wasser geschützt werden.

Abb. 631 zeigt den offenen, vertikalen Einbau mit Eisschütze.

#### b) Die mehrfache vertikale Turbine.

Dieselbe hat (vgl. Abb. 1 u. 2, Taf. 18, Abb. 1, Taf. 26) eine oft beträchtliche Bauhöhe. Der Grundsatz ihrer völligen Erhebung über das Unterwasser kann daher nur noch bei entsprechend hohen Gefällen erzielt werden und ist in der Tat bei hervorragenden Anlagen (Rheinfelden, Betznau, Hagneck) fallen gelassen worden. Zum Nachsehen und Reparieren solcher Turbinen ist man dann, wenn nicht Taucher oft unter Lebensgefahr eine meist unbefriedigende Arbeit leisten sollen, auf das lästige Auspumpen angewiesen, nachdem das Unterwasser durch Dammbalken von der Turbine abgeschützt worden ist. Man hat diesen Unzulänglichkeiten, zu denen noch eine meist schwierige Montage mit Unzugänglichkeit der unteren Lager nicht als kleinster Nachteil hinzukommt, durch

die Raumersparnis im Maschinenhaus rechtfertigen wollen. Nach meiner Ansicht überwiegen aber in allen Fällen, wo das Gefälle nicht die hohe und zugängliche Aufstellung der Turbinen mühelos ermöglicht, die oben erwähnten Nachteile die Vorteile kleinen Raumbedarfs ganz erheblich, zumal auch die Baukosten einer mehrfachen vertikalen Turbine recht beträchtlich ausfallen.

Es erscheint mir deshalb richtiger, nur so viele Laufräder anzuwenden, als noch über dem Unterwasser mit guter Zugänglichkeit aufgestellt werden können. (In Abb. 611, S. 491 z. B. schneidet das Unterwasser mit dem unteren Leitraddeckel ab. Den Durchmesser des oberen Leitraddeckels hatte Verfasser zur Vermeidung von Trichterbildung vergrößert.) Die Kosten des Generators werden dann durch die entsprechend kleinere Drehzahl zwar erhöht, größtenteils aber durch die einfachere Bauart der Turbine wieder eingebracht und machen sich durch die größere Betriebssicherheit reichlich bezahlt.

Oder aber man geht zur horizontalen Bauart über, die zwar etwas größeren Platzbedarf hat, dafür aber durch mancherlei Vorzüge vor der vertikalen Bauart ausgezeichnet ist.

Abb. 1, Taf. 18 zeigt eine Zweifachturbine mit getrennten Betonsaugrohren. Bei normalem Unterwasser kann die Turbinenkammer durch Schließen der Einlaßschütze trocken gelegt werden.

Abb. 2 zeigt eine stehende Zwillingturbine mit spiralförmigem Zulauf in Beton. Der Saugrohrdoppelkrümmer ist gleichfalls vollständig in Beton ausgeführt. Bemerkenswert ist bei Abb. 2 noch die hydraulische Entlastung des Spurlagers. Bei dem unteren Laufrad sind die üblichen Wasserlöcher fortgelassen, was schon an sich eine kleine Entlastung des Lagers bedingt. Außerdem ist der Deckelraum des unteren Laufrads noch mit dem Spiralgehäuse in Verbindung, wodurch je nach dem Gefälle eine Entlastung bis zu 13,5 Tonnen erzielt wird.

### c) Die einfache, horizontale Turbine.

Dieselbe verlangt für offenen Einbau ein etwas größeres Gefälle als die entsprechende vertikale Turbine, in dem Maß, als der äußere Leitraddurchmesser größer ist wie die Leitradbreite. Wie klein  $H_{d(\min)}$  (Abb. 632) mit Rücksicht auf

Lufttrichterbildung genommen werden darf, hängt auch hier wesentlich von den Einlaufbedingungen des Wassers ab (vgl. S. 500).

Durch die Forderung, daß das Leitrad über dem Unterwasser liegen soll, ist mit der Höhe  $H_{d(\min)}$  für ein bestimmtes Gefälle  $H_n$  der größte Leitraddurchmesser und gleichzeitig die Lage der Turbinenwelle gegeben.

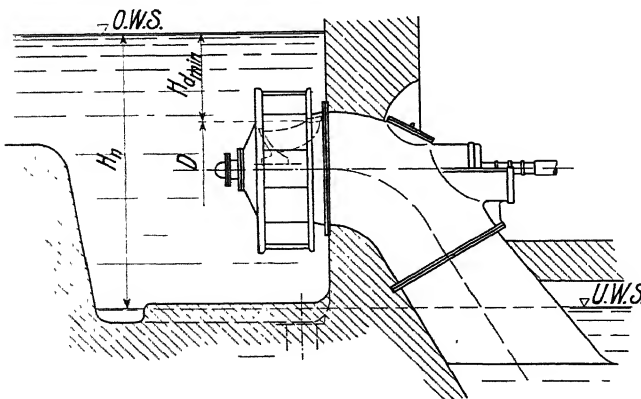


Abb. 632. Horizontalturbine mit Krümmer im Haus.



So ergibt sich nach Ausführungen von Briegleb, Hansen & Co. Abb. 633 für eine Turbinengattung, bei der der äußere Leitraddurchmesser  $\sim 1,5 \times$  Laufraddurchmesser  $D$  ist, die größtmögliche Turbine mit

$H_n$	750	1000	1250	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$D$	250	350	450	550	750	950	1150	1350	1500
$H_{d_{min}}$	220	300	370	505	610	770	940	1110	1240.

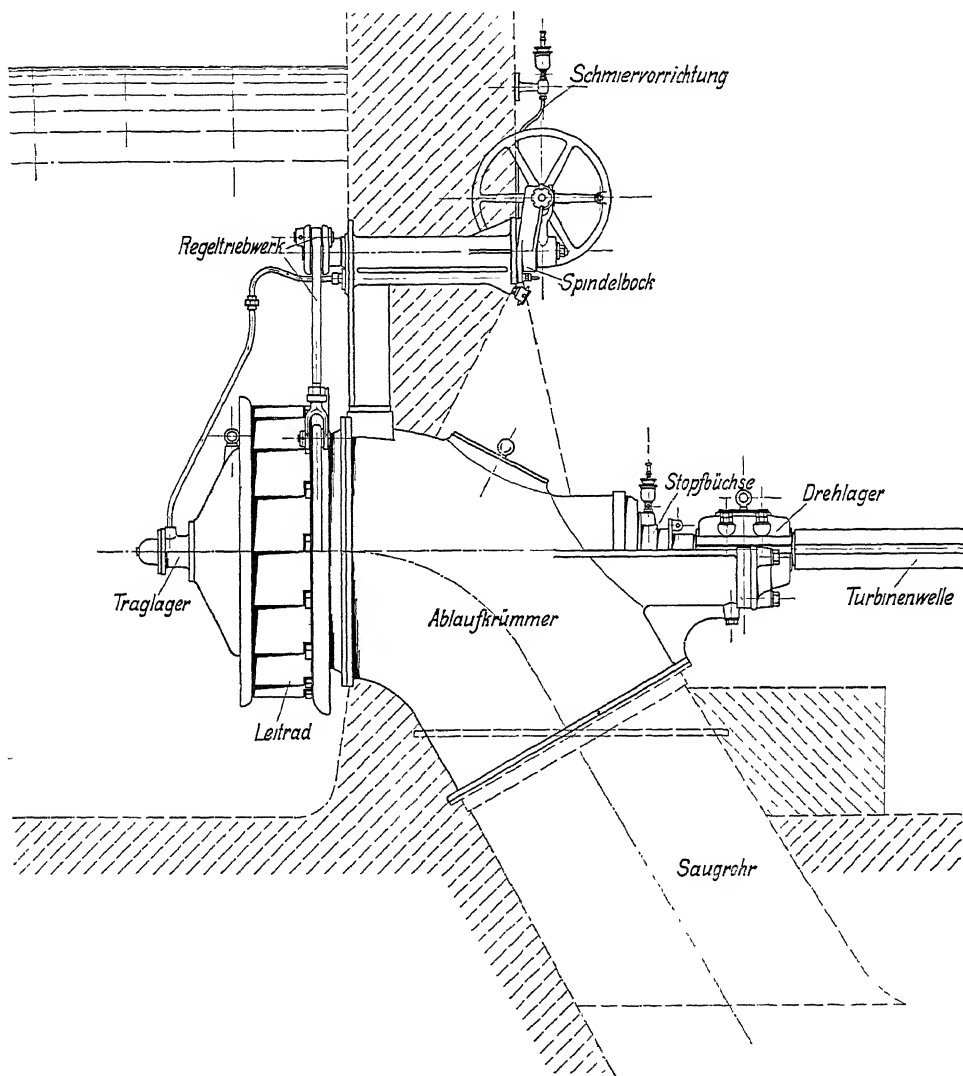


Abb. 633. Offene Turbine. Krümmer im Haus. (Hansenwerk.)

Reicht das nicht aus oder soll die horizontale Turbinenwelle höher gelegt werden, so benutzt man auch hier den S. 501 erwähnten halboffenen Einbau bzw. die Turbine mit Heberwirkung.

Der offene Einbau der einfachen horizontalen Turbine wird nach der Lage des Krümmers unterschieden. Abb. 2, Taf. 20 und Taf. 21 zeigen den »Krümmer im Haus«. Dabei läßt sich das Leitrads samt Regulierung in besonders zugänglicher Weise vom Schacht aus montieren. Auch das Einbringen des Laufrades samt Welle macht von dieser Seite meistens keine Schwierigkeit, wenn die Stopfbüchse die ganze Welle durchläßt.

Baulich nicht gerade schön und bequem ist die Durchführung des Saugrohrs durch den Maschinenraum. Deshalb zieht man es meistens vor, den Krümmer in die Turbinenkammer zu legen (Abb. 1, Taf. 20, Taf. 22 u. Abb. 2 u. 4, Taf. 26), wodurch auch der Vorteil erreicht wird, daß das im Wasser befindliche Lager weniger belastet wird, oder noch besser, daß man das Laufrad freitragend anordnen kann, wodurch die Widerstände im Saugrohr wesentlich vermindert werden und das unzugängliche Endlager ganz ausgeschaltet wird (vgl. Abb. 602, S. 486).

#### d) Die mehrfache, horizontale Turbine.

Der horizontale Einbau ist der mehrfachen Turbine wesentlich günstiger als der vertikale Einbau. Die Teilung der Wassermenge vermindert den Durchmesser des Leitrades und erleichtert dadurch die Aufstellung über Unterwasser auch bei kleinem Gefälle. Auch die Zugänglichkeit der innen liegenden Lager läßt sich unschwer erzielen und wird bei größeren Anlagen durchweg ausgeführt; früher durch eigene Tunnelbauten (vgl. S. Abb. 15, S. 22), neuerdings mehr durch Blechgehäuse (Taf. 23 u. Abb. 2, 3 u. 4, Taf. 28), die der Montage geringere Schwierigkeit und der Wasserströmung geringeren Widerstand darbieten.

Sind die inneren Lager nicht zugänglich, was bei kleinen horizontalen Mehrfachturbinen immer noch die Regel bildet (Abb. 3 u. 5, Taf. 20 u. Abb. 1, Taf. 31), so stellt sich die Montage ähnlich wie für die einfache Horizontalturbine mit Krümmer im Schacht.

Sind die Lager aber an Zugangsschächte angebaut, so macht es mehr Schwierigkeit, einzelne Leiträder zu ersetzen und das Laufrad zu besichtigen. — Die in der Nähe des Mauerrings liegenden Maschinenteile können zwar meist durch diesen hindurchgezogen werden; läßt sich der Leitradsdeckel aber nicht in der genannten Richtung verschieben, so ist es sehr wichtig, die Leitradschaufeln auch bei feststehenden Leitradrängen einzeln herausnehmbar auszuführen.

Eine andere Lösung zeigt die Zwillingsturbine des Elektrizitätswerks Tübingen (Taf. 23). Hier ist der Leitradsdeckel zweiteilig ausgeführt und über einen eigenen, rotationsförmigen Lagerkörper gestülpt. Er kann daher nach Lösen der Drehbolzenschrauben aus den Bolzen herausgezogen, dann geöffnet und entfernt werden, wodurch genügend Raum entsteht, auch einzelne Leitschaufeln von ihrem Bolzen abzuziehen. Zur Entfernung der Laufräder aber ist der Saugrohrkrümmer selbst zweiteilig gemacht. Er kann nach entsprechender Lösung und Verschiebung des Leitradsuntersatzes entfernt werden, wodurch das Laufrad mit der Welle freiliegt. Die letztere kann, wenn die Laufräder losgekeilt sind, nach vorn, und nach Entfernung des hinteren Laufrades eventuell auch nach hinten durch die Lageruntersätze hindurch gezogen werden. Natürlich sind die entsprechenden Lager selbst vorher zu entfernen, was aber, da sie als Drehlager nach Abb. 5 bis 8, Taf. 42 ausgeführt sind, keine Schwierigkeit macht.

Werden die Leitschaufeln mittelst langer Lenker bewegt (vgl. Abb. 19, S. 23 u. Taf. 13), deren Antrieb durch einen die Welle eng umschließenden Ring erfolgt, so wird die Welle durch einen getrennt ausgeführten Mauerkasten hindurch geführt Abb. 1, Taf. 31, denn eine Absperrung des Mauerrings durch den Leitraddeckel verbietet sich infolge der Löcher des Deckels, durch die der Angriff der Leitrad-schaufeln erfolgt.

## II. Geschlossene Turbinen.

### 1. Allgemeines.

Geschlossene Turbinen werden heutzutage, der sicheren Lagerung wegen, fast nur noch mit liegender Welle, d. h. in horizontaler Bauart, ausgeführt. Man unter-

scheidet dabei die Kesselturbinen und die Turbinen mit Spiralgehäuse. Die ersten werden mit seitlichem Einlauf (Abb. 634) oder mit axialem Einlauf als »Frontalturbinen« (Abb. 635) ausgeführt. Der Kessel ist größtenteils aus Kesselblech (Abb. 2, Taf. 31; Taf. 32; Abb. 2, 3 u. 4, Taf. 38) seltener aus Gußeisen (Taf. 29 u. 30; Abb. 1, Taf. 38), während die Spiralgehäuse gelegentlich zwar auch aus Schmiedeeisen, (Taf. 34 u. 40, Abb. 2), im allgemeinen aber aus Gußeisen (Taf. 33, 36, 37, 39; Abb. 1 u. 3, Taf. 40; Taf. 41) hergestellt werden.

Die geschlossenen Turbinen werden wirtschaftlich, wenn das Gefälle bei kleinen Anlagen über 4 bis 5 m, bei großen über 10 m steigt. Ihre Leit- und Laufräder sind im Betrieb

nicht so zugänglich wie die der offenen Turbinen, dafür kann die Lagerung jederzeit leicht besichtigt werden und auch der Reguliermechanismus wird bei bedeutenden Anlagen neuerdings ganz auf die Außenseite des Gehäuses gelegt (Taf. 37; Abb. 2, Taf. 38); man muß aber dann die früher durch die Drehbolzen bewirkte Verstärkung der Leitradkränze

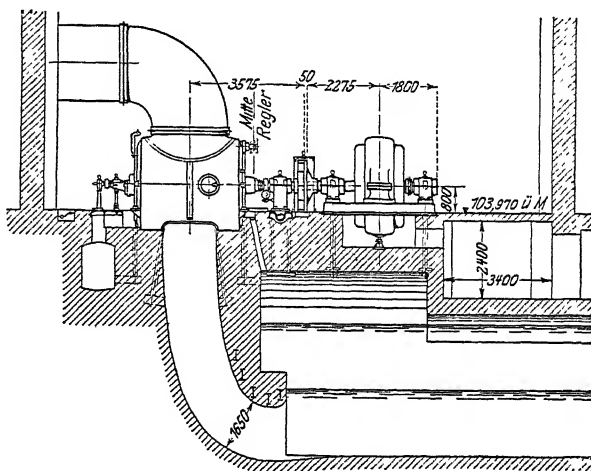


Abb. 634. Kesselturbine mit seitlichem Einlauf.  
(Aus Z., 1910, S. 1382.)

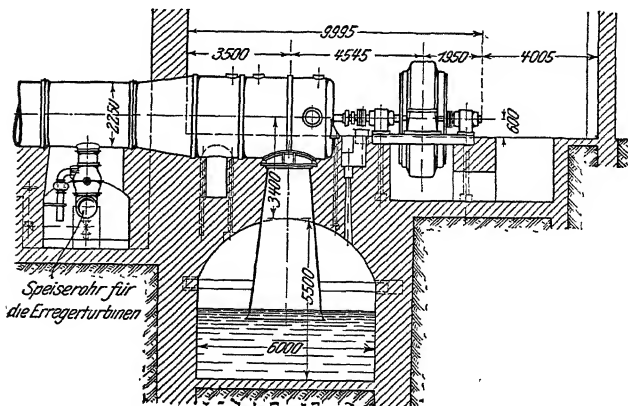


Abb. 635. Kesselturbine mit axialem Einlauf (Frontalturbine).  
(Aus Z., 1912, S. 1239.)

in besonderer Weise ausführen (vgl. S. 447). Wichtig für den Wirkungsgrad und für die automatische Regulierung der geschlossenen Turbine ist es, die Querschnitte der Zuleitungen zu den Gehäusen und die der Gehäuse so groß zu machen, als wirtschaftlich zugänglich ist, damit Reibungsverluste und Tragheitswirkungen der bewegten Wassermassen auf den denkbar kleinsten Betrag beschränkt bleiben. Aus demselben Grund wird man auch die Leitungen möglichst kurz anordnen und gelegentlich zwischen Oberwasserkanal und Turbinen eine Art von Wasserschloß mit kleinsten Wassergeschwindigkeiten einschalten.

## 2. Kesselturbinen.

Taf. 29 und 30 gibt die Konstruktionszeichnung einer einfachen »Frontalturbine«. Man erkennt die außerordentlich leichte Wasserführung dieser geschlossenen Turbinengattung, aber auch die schwierige Zugänglichkeit des vorderen Lagers. Bei größeren Anlagen ordnet man hierfür einen eigenen Zugangsschacht an, im Beispiel begnügt man sich mit der Zuführung einer reichlichen Schmierung zu dem Lager, das ähnlich Abb. 4, Taf. 47 ausgeführt ist.

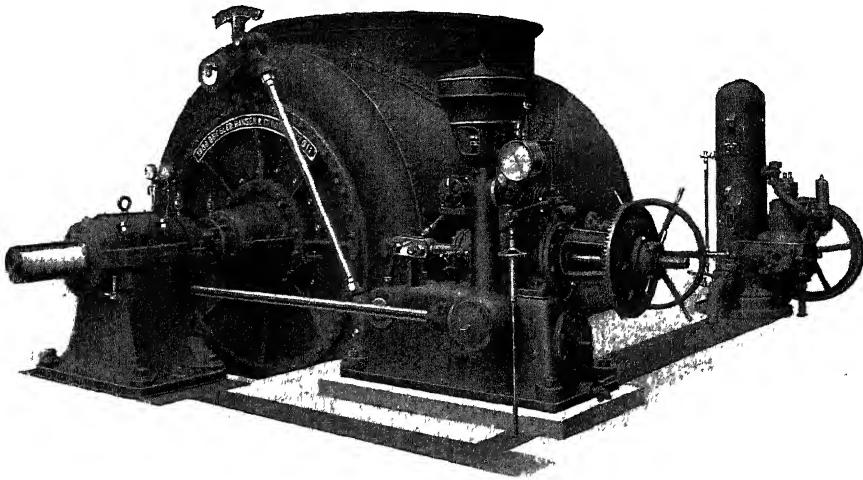


Abb. 636. Kesselturbine Bolarque (Hansenwerk). (Querschnitt s. Abb. 5, Taf. 32.)

Die leichte Freilegung der Turbine wird hier dadurch gewährleistet, daß der vordere Gehäuseteil über das Zuleitungsrohr hinweggezogen werden kann und außerdem zweiteilig ausgeführt ist.

Die Zuleitungsquerschnitte zum Leitrad sind reichlich bemessen und der Deckel des letzteren wird durch drei Distanzbolzen vom Gehäuse aus zentriert. Beachtung verdient weiter der Regulerring, der der Wasserführung völlig angepaßt ist. Er wird einseitig von einer Kurbel aus angetrieben und ist zur Verminderung seiner »Zapfenreibung« mit Drehrollen ausgerüstet.

Abb. 1—4, Taf. 32 zeigen die Konstruktionszeichnung einer Zwillingfrontalturbine. Das vordere Lager ist hier durch einen Einsteigschacht zugänglich gemacht. Dieser ist so ausgebildet, daß er die Wasserströmung kaum stört.

Die Abb. 3 und 4 der Taf. 38 zeigen Aufnahmen von Zwillingsfrontalturbinen in der Montagehalle.

Abb. 636, sowie Taf. 31 zeigt mehrere Abbildungen von Zwillingskesselturbinen. Die Turbine Abb. 2 hat seitlichen Wasserzulauf und getrennte Saugrohre. Die dadurch bedingte große Wellenlänge zwingt zum Einbau zweier Lager ins Gehäuse, die während des Betriebs unzugänglich sind. Man bringt daher neuerdings meist den Doppelkrümmer im Gehäuse unter (Abb. 4; Abb. 5, Taf. 32) und erspart dadurch fast immer ein Zwischenlager (ähnlich Abb. 1, Taf. 31).

Abb. 3, Taf. 31 zeigt eine Kesselturbine mit stehender Welle und mit dreimaliger Umlenkung des Wassers im Saugrohr.

Eine Turbine mit kugelförmigem Kessel zeigt Abb. 1, Taf. 38.

### 3. Spiralturbinen.

#### a) Querschnittsermittlung des Spiralgehäuses.

Eine besonders elegante Ausführung der geschlossenen Turbine ist die Spiralturbine, bei der das Wasser spiralförmig (Abb. 1, Taf. 35) zugeführt wird.

Inwieweit dabei die Bedingung rundum gleichartigen Einfließens in das Leitrad bzw. in das Laufrad erfüllt werden kann, muß der Versuch lehren. Streng genau ist sie schon mit Rücksicht auf die verschiedenen großen Reibungsverluste in den verschiedenen langen Strombahnen (vgl. Abb. 638) nicht einzuhalten<sup>1)</sup>, und man sollte daher die Geschwindigkeiten im Spiralgehäuse so niedrig wählen, als es sich mit Rücksicht auf die Herstellungskosten rechtfertigen läßt, wozu im einzelnen Fall eine wirtschaftliche Überlegung anzustellen wäre.

Hieraus folgt auch, daß der an sich bestechende Gedanke, den Leitapparat der Turbine durch das Spiralgehäuse zu ersetzen, wegen der dabei verlangten hohen Wassergeschwindigkeiten nicht zu empfehlen ist und sich in der Tat auch abgesehen von der schlechten Regulierbarkeit bisher nicht bewährt hat.

Verzichtet man aber auf das übliche Leitrad nicht, so fallen die genannten Schwierigkeiten zum größten Teil weg, und die Berechnung des Spiralgehäuses wird leicht verständlich, wenn man dabei die folgenden Schritte unterscheidet.

Der erste Schritt rechnet damit, daß der Zulauf zum Leitrad so reichlich ausgeführt sei, daß Reibungsverluste nicht in Frage kommen. Dann fallen die Ausfließgeschwindigkeiten aus dem Leitrad  $c_o$  nach dem Energiegesetz  $\left(H_d + \frac{c_o^2}{2g} = k\right)$  gleich groß aus, wenn die betreffenden Öffnungen ins Freie ausmünden und sich in gleicher Höhe befinden.

Auch die gleiche Winkelrichtung der austretenden Strahlen und damit die zweite verlangte Bedingung für den rundum gleichen Zustand wird erfüllt sein,

<sup>1)</sup> Ob die Bedingung rundum gleichartigen Einfließens für eine reibungsfreie Potentialströmung theoretisch möglich ist, läßt sich aus der La-Placeschen Differentialgleichung mit gegebenen Randbedingungen nicht ohne weiteres beantworten, da man nach ihr für irgend einen Querschnitt der Strömung nur die Normalkomponenten der Geschwindigkeiten unter Erfüllung der Kontinuität, oder ihre Richtungen, dann aber nicht ihre Größen beliebig wählen kann. Vgl. hierzu Enzyklopädie der math. Wissenschaften II. A, 7b. H. BURKHARDT u. W. F. MEYER, Potentialtheorie, Randwertaufgabe 17, S. 486.

sobald die Leitradkanäle die parallele Wasserführung der Hauptströmung mit genügender Sicherheit erwarten lassen. Abb. 637 kennzeichne diesen Zustand.

Führen wir nun als zweiten Schritt Laufrad mit Saugrohr ein, so ändert sich wegen deren zentrischen Eigenschaften an obiger Betrachtung nichts, nur werden wir durch das Saugrohr von der horizontalen Lage der Leitradkanäle unabhängig.

Soll jetzt das Spiralgehäuse mit Rücksicht auf die Herstellungskosten und auf die unmittelbare Überführung der im Zuleitungsrohr herrschenden Geschwindigkeit zum Leitrad verengt werden, so ist ein dritter Schritt auszuführen, der lediglich die Frage der Reibungsverluste zu behandeln hat. Daß mit diesem infolge der ungleichen Länge der Wasserbahnen auch ungleiche Austrittsgeschwindigkeiten in Kauf genommen werden müssen, wurde schon erwähnt. Praktisch wichtiger ist, daß dabei möglichst jede Verzögerung, bzw. daß jeder plötzliche und nicht eindeutig geführte (vgl. S. 119 ff.) Richtungswechsel des Wassers vermieden werde.

Das muß besonders beim Eintritt in die Leitkanäle, bzw. bei den S. 515 genannten Spannschaufeln beachtet werden, während an Stellen kleiner Geschwindigkeit eine Verzögerung, besonders wenn sie allmählich erfolgt, weniger schädlich ist.

Zur Bestimmung der fraglichen Richtungen geht man am besten vom Leitrad aus, wobei man in Annäherung die angestrebte Forderung rundum gleichen Ausflusses zugrunde legt. Mit ihr ist die Wassermenge und damit auch die Größe und Richtung der Einlaufgeschwindigkeit für jeden Leitkanal durch die Führung der Leitschaufeln gleich und gegeben.

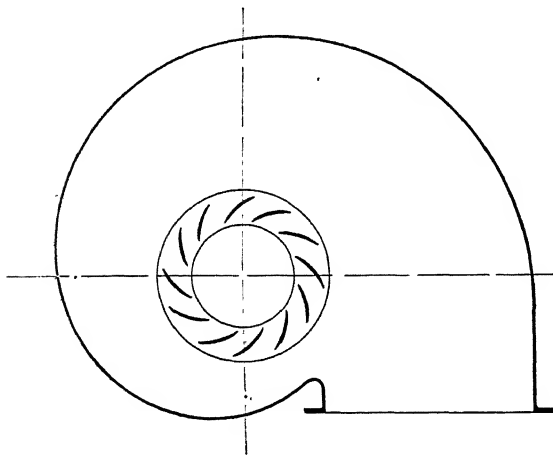


Abb. 637. Weites Spiralgehäuse mit gleichartigen (Leitrad-) Ausflußquerschnitten.

Für die weitere Entwicklung der Wasserströmung zum Zuleitungsrohr hin wollen wir uns nun zu einer schematischen Orientierung über das Strömungsbild als nächsten Schritt die die Leitschaufeln begrenzenden Wände bis zum Rand des Spiralgehäuses fortgesetzt denken. Dann lassen sich leicht die Strömungs- und Niveaulinien einzeichnen, die nach S. 157 die ganze Fläche in Quadraten überdecken, und man erkennt (Abb. 638) ohne weiteres, welche Formgebung der Begrenzung des Spiralgehäuses etwa empfehlenswert wäre, um dabei Verzögerungen möglichst zu vermeiden. Ein derartig schmales Spiralgehäuse wäre aber hydraulisch und konstruktiv unzweckmäßig.

Deshalb gehen wir noch einen Schritt weiter und erweitern die Gehäusewände zu einem handlichen rechteckigen oder noch besser zu einem runden Querschnitt.

Bei ihrer Berechnung mußten freilich einige Annäherungen mit in Kauf genommen werden, die am einfachsten aus dem Rechnungsbeispiel, das in Abb. 639 dargestellt ist, zu entnehmen sind. Wir gehen dabei wiederum von der Annahme

aus, im Laufradeintritt herrsche rundum der gleiche Zustand; danach folgt unmittelbar die Meridiangeschwindigkeit  $c_{m_x} = \frac{Q}{D\pi b_x}$  und im Leitradeintritt (Index  $l$  in Abb. 639)

die Meridiangeschwindigkeit  $c_{m_l} = \frac{Q}{D_l\pi \cdot B_l}$ .

In unserem Beispiel ist  $D = 1,0$  m,  $Q = 0,615$  m<sup>3</sup>/sek,  $B = 0,185$  m angenommen, woraus sich  $c_{m_x}$  zu 1,06 m/sek und mit  $B_l = B$  und  $D_l = 1,28$  m  $c_{m_l} = 0,827$  m/sek ergibt. Für die Formgebung des Spiralgehäuses ist nun der Winkel  $\alpha_l$ , unter dem die absolute Wassergeschwindigkeit den Leitradkreis vom

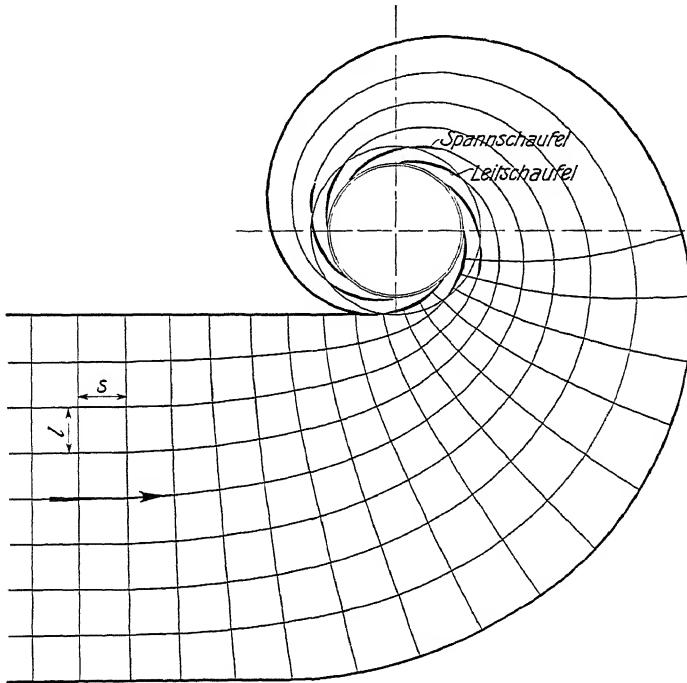


Abb. 638. Reibungsfreie Strömung im Spiralgehäuse konstanter Breite  $B$ .

Durchmesser  $D_l$  durchschneidet, von größtem Einfluß. Um diesen zu studieren, sind in vorliegendem Falle vier Annahmen gemacht worden, wonach sich mit

$$c_{u_l} = \frac{c_{m_l}}{\operatorname{tg} \alpha_l}$$

- |      |                       |                         |
|------|-----------------------|-------------------------|
| I.   | $\alpha_l = 15^\circ$ | $c_{u_l} = 3,085$ m/sek |
| II.  | $\alpha_l = 20^\circ$ | $c_{u_l} = 2,270$ m/sek |
| III. | $\alpha_l = 25^\circ$ | $c_{u_l} = 1,776$ m/sek |
| IV.  | $\alpha_l = 30^\circ$ | $c_{u_l} = 1,430$ m/sek |
- ergeben (Abb. 639).

Weiter wurde angenommen, daß die Zuströmung des Wassers im Gehäuse dann am günstigsten erfolge, wenn jeweils auf konzentrischen Kreisen rundum möglichst konstante Drucke sich einstellen. Demnach mußte das Gehäuse so konstruiert werden, daß sich die Umfangsgeschwindigkeiten nach dem Flächensatz ändern können.





3. mußten am Einlaufquerschnitt des Spiralgehäuses einige Störungen in Kauf genommen werden, die durch den tangentialen Anschluß des Einlaufstutzens und die konstruktive Entwicklung des Spiralendes hervorgerufen wurden und eine kleine Wasserverzögerung im Gefolge haben können. Denn man kann darüber im Zweifel sein, ob es besser ist, den Anschluß (bei Ausführung IV) nach den Linien  $XX$  oder  $YY$  auszuführen.

Zur Berechnung der Querschnitte wurden nun zunächst die dem Flächensatz entsprechenden Geschwindigkeiten  $c_u$  (vgl. S. 362) für die Fälle I—IV in Abhängigkeit vom Durchmesser ( $a, b, c \dots$  in Abb. 639) aufgetragen.

Auf demselben Durchmesser wurde auch eine beliebig herausgegriffene Zahl von Querschnitten eingezeichnet und es wurde für einen jeden derselben, durch Unterteilung in einzelne Flächenstreifen, die den entsprechenden Geschwindigkeiten zukommenden Durchflußmengen berechnet. Bei Aufzeichnung dieser Querschnitte war man bestrebt, die Breite  $B$  möglichst rasch zu vergrößern, sowohl um die Meridiansgeschwindigkeit klein zu halten, als auch um den hydraulischen Radius des Querschnitts groß zu machen. Damit ergab sich z. B. für den durch Rand-schraffur hervorgehobenen Querschnitt  $c$  im Falle IV:

$\Delta F$	$c_{u \text{ mittel}}$	$\Delta Q$
0,0119	1,375	0,0164
0,0340	1,230	0,0418
0,0540	1,080	0,0583
0,0672	0,970	0,0652
0,0725	0,880	0,0638
0,0725	0,800	0,0580
0,0672	0,730	0,0490
0,0520	0,680	0,0355
0,0208	0,662	0,0137
$F = \Sigma \Delta F = 0,452 \text{ l}$		$Q = \Sigma \Delta Q = 0,4017$

Aus den so gefundenen Wassermengen wurden schließlich die wirklichen Lagen der betreffenden Querschnitte nach dem Gesichtspunkt berechnet, daß auf gleichem Umfang jeweils gleichviel Wasser dem Lauf- bzw. Leitrad zuströmt. So bildete der schraffierte Querschnitt gegenüber dem Eintrittsquerschnitt einen Zentriwinkel von  $235^\circ$  (vgl. Abb. 639), während dem Anfangsquerschnitt mit  $Q = 0,615 \text{ m}^3/\text{sek}$   $360^\circ$  entsprachen.

Um den Verlauf der Querschnitte deutlich verfolgen zu können, sind sie in Abb. 640 in Abhängigkeit vom Umfang aufgetragen. Man bemerkt dabei die Abnahme der  $F$  bzw. die dem Flächensatze entsprechende Wasserbeschleunigung nach innen.

Durch die Annahme des Winkels  $\alpha_l$  ist auch gleich die Richtung der Spannschaufeln festgelegt, deren Ende mit  $\alpha_l$  zusammenfällt, während der Anfangswinkel  $\alpha_s$  aus den entsprechenden  $c_{m_s}$  und  $c_{u_s}$  zu berechnen ist. Die Abb. 639 zeigt Spannschaufeln für Fall I und IV.

Der Übergang vom Spiralgehäuse in den Zulauf führt dann ziemlich rasch auf annähernd konstante Geschwindigkeiten, deren Mittelwerte sich in unserm Beispiel bei konstantem Querschnitt für die Fälle I—IV im Querschnitt  $AA$  zu

mit

$c_e = 2,05$	1,43	1,025	0,792 m/sek
$\alpha_e = 21,5$	10,3	5,34	3,2 ‰

ergeben.

In dem durch  $AA'$  bzw.  $YY'$  begrenzten Zulaufstutzen von kreisförmigem Querschnitt, der im allgemeinen als Einlaufquerschnitt angesprochen wird, ergibt sich eine weitere Verringerung von  $\alpha_e$ ; z. B. für Fall IV  $\alpha'_e$  auf 2,58 bzw. 2,43 ‰.

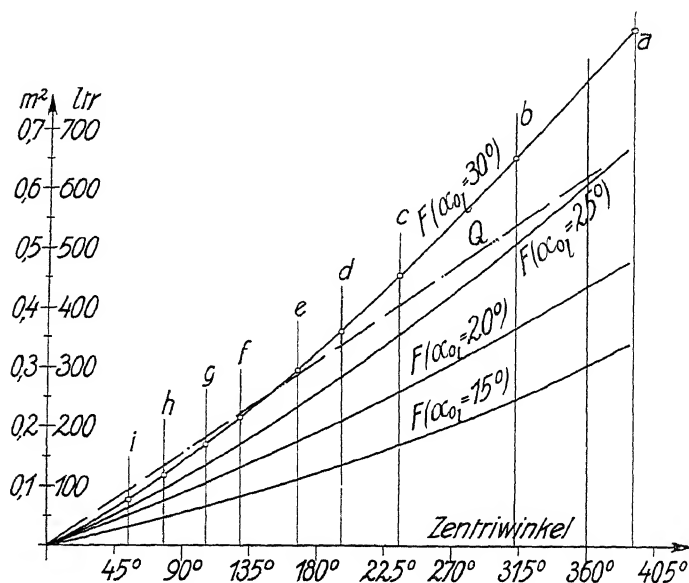


Abb. 640.

In der Praxis findet man für  $\alpha_e$  außerordentlich verschiedene Werte, was einmal in der Unsicherheit der Konstrukteure gegenüber der Berechnung der Querschnitte und der Reibungsverluste, dann aber auch darin begründet ist, daß für die Dimensionierung der anschließenden Zuleitungen andere Gesichtspunkte maßgebend sind (S. 121), als für die der Turbinenquerschnitte, da für die ersteren infolge ihrer gegebenen Gesamtlänge das Ähnlichkeitsgesetz, das wir bei der Turbinenkonstruktion (S. 293) kennen gelernt hatten, versagt.

So hat die Anlage Passburg (Briegleb, Hansen & Co.) bei  $H = 6$  m,  $c_e = 3,28$  m/sek oder  $\alpha_e = \frac{c_e^2}{2gH} = 9,14$  ‰, die Anlage Raabklamm (Andritz) mit

$$H = 57 \text{ m, } c_e = 2,83 \text{ m/sek und } \alpha_e = 0,72 \text{ ‰}$$

PFARR gibt  $\alpha_e = 3 \sim 5 \sim 7$  ‰<sup>1)</sup>

THOMANN  $\alpha_e = 6 \sim 9$  ‰ ( $c_e < 5 \sim 6$  m)<sup>2)</sup>.

HONOLD bei Leitschaufeln

mit Bohrung  $\alpha_e = 3,2 \sim 7,3$  ‰ ( $c_e < 10 \sim 12$  m)

mit Zapfen  $\alpha_e = 10 \sim 13$  ‰ ( $c_e < 10 \sim 12$  m)<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> PFARR, 2. Aufl., S. 541.

<sup>2)</sup> THOMANN, S. 193.

<sup>3)</sup> HONOLD, Heft II, S. 147.

Sicherlich darf man mit  $\kappa_e$  um so höher gehen, je sorgfältiger die Überführung des Wassers in das Leit- und Laufrad durchkonstruiert ist, was auch HONOLD für die schlankeren Leitschaufeln mit Zapfen in obigen Zahlen bewertet.

Im einzelnen Fall wird aber die Wirtschaftlichkeit der Anlage ausschlaggebend sein und ich ziehe daher, da die Turbinenkosten hierbei im allgemeinen nicht ins Gewicht fallen, die kleineren Werte von PFARR vor.

### b) Konstruktive Bemerkungen zur Spiralturbine.

Früher hat man auch hier durchweg Leitschaufeln mit Bohrung (S. 447) angewendet, die von einem innenliegenden Ring bewegt wurden, der seinerseits durch 2 diametral angeordnete Hebel mit Steinen oder Lenkern seinen Antrieb erfuhr (Taf. 34 u. 36). Heute verwendet man fast durchweg Leitschaufeln mit Zapfen (S. 450) und Außenregulierung (Taf. 35 u. 37; Abb. 1, 3 u. 4, Taf. 39; Taf. 40 u. 41), wobei neben der Zugänglichkeit des Reguliermechanismus noch der Vorteil besteht, daß die Leitschaufeln schlanker werden und daher in größerer Zahl angeordnet werden können. Dadurch wird nicht nur die Regulierarbeit kleiner, sondern vor allem auch der äußere Leitradurchmesser, der für die Größe und die Kosten des Spiralgehäuses von entscheidender Bedeutung ist. Von diesem Durchmesser an ist man bestrebt, die Breite  $B$  möglichst rasch zu erweitern, um möglichst bald in den Bereich kleinerer Meridiangeschwindigkeit und in den des eigentlichen Spiralgehäuses zu gelangen. Die Abb. 641 zeigt zwei Musterbeispiele für kurze ( $a$ ) und lange ( $b$ ) Leitschaufeln.

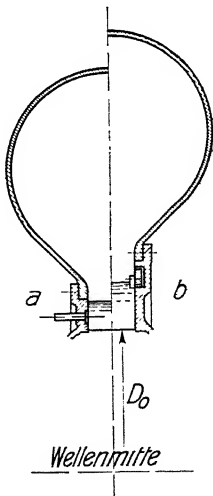


Abb. 641. Gehäusequerschnitte mit kurzer ( $a$ ) und mit langer Leitschaufel ( $b$ ).

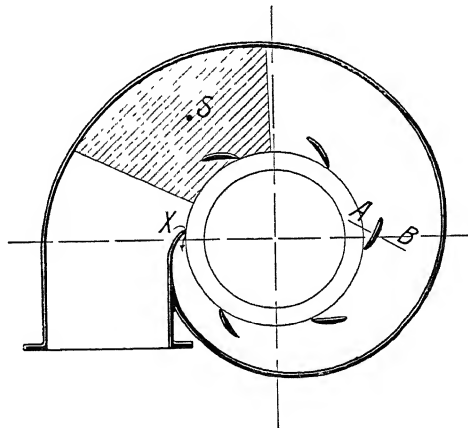


Abb. 642. Beanspruchung der Spannschaufeln.

Der einzige Nachteil der Leitschaufeln mit Zapfen ist, daß ihre Zapfen nicht wie die Drehzapfen der Leitschaufeln mit Bohrung zur Versteifung des Gehäuses herangezogen werden können. Deshalb ist es schon bei kleinen Gefallen nötig, die Wirkung des Wasserdrucks durch eigene Spannschaufeln (s. Abb. 1, Taf. 35) abzufangen. Der Wasserdruck ist z. B. für die erste Spannschaufel der Abb. 642 gleich dem gestrichelten Segment mal  $H_z \cdot \gamma$ , und greift annähernd im Schwerpunkt  $S$

desselben an. Die Spannschaufel aus Gußeisen, die zur Verhinderung des Losreißen mit breiten Abrundungen in die Gehäusewand übergehen soll, (Abb. 642a), darf nicht mehr als  $120 \text{ kg/cm}^2$  Spannung aufnehmen. Bei hohen Gefällen durchbohrt man deshalb die Schaufel und führt einen Bolzen aus Stahl ein, der mit  $800\text{--}1000 \text{ kg/cm}^2$  belastet wird (Abb. 643), oder man begnügt sich mit dem Bolzen allein (Taf. 37).

Bei hohem Druck muß das Gehäuse auch bei Schaufeln mit Bohrung eigens verspannt werden, um die Drehbolzen und Leitschaufeln schlank zu erhalten (Taf. 36).

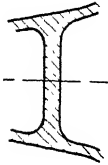


Abb 642a. Schnitt *AB* durch eine Spannschaufel der Abb 642.

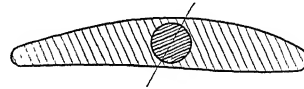


Abb. 643. Durch Bolzen verstärkte Spannschaufel.

Die Wasserreibung im Gehäuse bringt es bei Anwendung des Flächensatzes mit sich, daß der Lagendruck am Ende der Spirale kleiner ist als an ihrem Anfang. Dadurch will eine Wasserströmung durch die Öffnung bei *X* der Abb. 642 im verkehrten Sinn entstehen, wie der eingezeichnete Pfeil andeutet. Um das zu vermeiden, bringt man die Nase bei *X* möglichst nahe an den Leitschaufelbeginn heran und führt sie gleich als Spannschaufel aus.

Spiralgehäuse mit kreisförmigem oder nach Abb. 2 u. 6, Taf. 35 annähernd kreisförmigem Querschnitt brauchen außer den Spannschaufeln keine weitere Versteifung. Nicht so diejenigen mit rechteckigem Querschnitt, die fast nur noch bei kleinem Gefälle für große Dimensionen und aus Blech ausgeführt werden. Sie erhalten T-Eisen nach Taf. 34 und Abb. 2, Taf. 40 aufgenietet. Taf. 34 zeigt außerdem Versteifungsbolzen. Eine sehr wirksame Versteifung tritt aber auch dann ein, wenn hier wie bei den Krümmern (Abb. 627, S. 500) eine Trennungswand zur Ausführung kommt.

Für die Zugänglichkeit bzw. zum leichten Öffnen der Spiralturbine empfiehlt es sich, die Regulierung auf die Krümmerseite zu legen, so daß der vordere Deckel ungehindert entfernt werden kann. Bei kleinen Turbinen macht man dabei Leitradkranz und -deckel aus einem Stück (Taf. 34). Bei großen werden sie geteilt und der Deckel erhält wohl auch eine Trennungsfuge (Taf. 37).

Zur Vermeidung des Axialschubes werden auch Zwillings- (Taf. 37 u. Taf. 41, Abb. 1) oder Doppelspiralturbinen (Taf. 33, Abb. 5 u. Taf. 36) ausgeführt, die gleichzeitig eine gelegentlich erwünschte Erniedrigung der spezifischen Drehzahl (vgl. S. 295) besitzen.

#### 4. Zuleitung des Wassers zu den geschlossenen Turbinen.

Sie erfolgt im allgemeinen durch genietete Blech- oder geschweißte Stahlrohre mit Flanschen, bei kleinen Ausführungen gelegentlich durch Muffenrohre, die den Vorteil leichten Verlegens und, sofern sie aus Guß hergestellt sind, geringen Rostens besitzen.

Krümmern sollen auch hier möglichst große Radien aufweisen. Gelegentlich hat man bei großen Dimensionen auch Scheidewände eingeführt.

Unmittelbar vor der Turbine hat man bei langen Leitungen ein eigenes Absperrorgan: Absperrschieber oder Drosselklappe (vgl. Abb. 1 u. 3, Taf. 33), während man sich bei kürzeren Leitungen mit der Schütze am Einlauf begnügt. Stets ist die Möglichkeit völliger Entwässerung des Gehäuses vorzusehen (Abb. 5, Taf. 33).

## G. Die Turbinenwelle und ihre Lagerung.

### I. Befestigung des Laufrades auf der Welle.

Die Befestigung der Nabe des Laufrades auf der Welle geschieht meist durch Keile nach den gewöhnlichen Normalien<sup>2)</sup>. Dabei ist durch genaue Bohrung und genügende Nabelänge dafür zu sorgen, daß kein Schlagen des Rades eintritt. Die Nabelänge  $l_n$  (Abb. 644) darf mit Laufraddurchmesser  $D$ , Laufradbreite  $B$  und Wellendurchmesser  $d_w$  etwa zu  $l_n \approx \frac{1}{10} (D + 2B + 5d_w)$  gewählt werden. Günstig ist eine Aussparung der Tragfläche, die bei mittelgroßen Ausführungen,

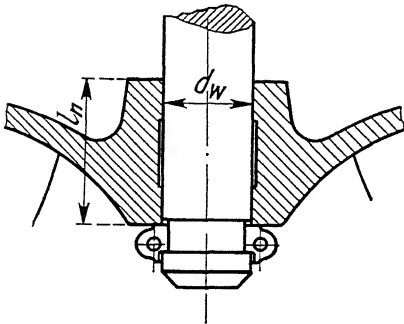


Abb. 644.

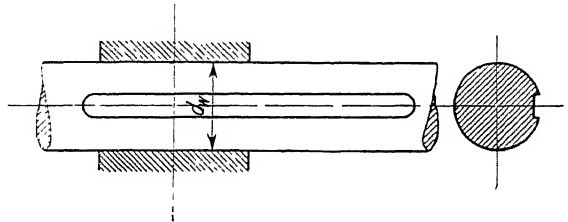


Abb. 645.

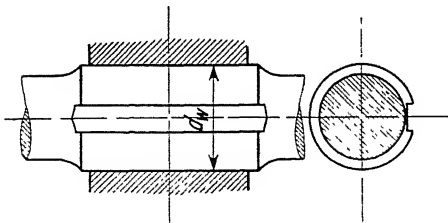


Abb. 646.

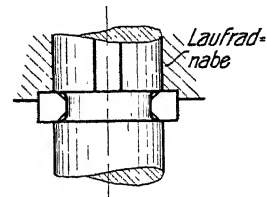


Abb. 647.

durch geringes Ausdrehen (Abb. 644), bei größeren durch entsprechenden Hohlguß (Taf. 5) erzielt wird, der gleichzeitig die Gußspannungen vermindert. Die Keilnuten müssen soweit durchgeführt werden, daß eine Entfernung der Keile ohne Klemmen erfolgen kann (Abb. 645). Dies zu erleichtern, wird die Turbinenwelle gelegentlich in der Nabe verdickt (Abb. 646). (Allmähliche Überführung!)

Bei vertikaler Anordnung der Welle schützt man das Rad vor dem Heruntergleiten durch einen in die Welle eingelegten, zweiteiligen Ring, wobei wiederum scharfe Kanten dann sorgfältig zu vermeiden sind, wenn der betreffende Teil der Welle noch durch andre äußere Kräfte beansprucht wird (Abb. 647).

Der Ring wird entweder verschraubt (Abb. 644) oder durch einfaches Überstülpen der Laufradnabe zusammengehalten (Abb. 647). Vgl. auch Abb. 1, Taf. 15.

<sup>2)</sup> Hütte 1911, I, S. 756.

Sehr solide, aber kostspielige und daher wenig gebräuchliche Befestigungsarten sind die mit Konus, Feder und Schraube (Abb. 648), oder mittels eines an die Welle angeschmiedeten Flansches (Abb. 649).

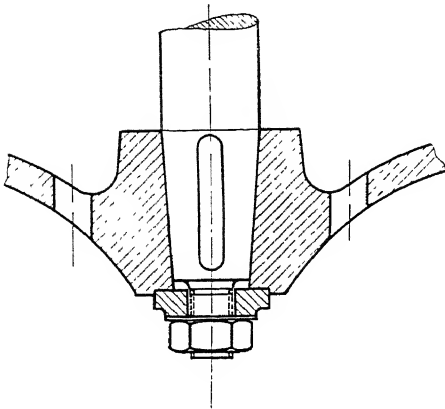


Abb. 648.

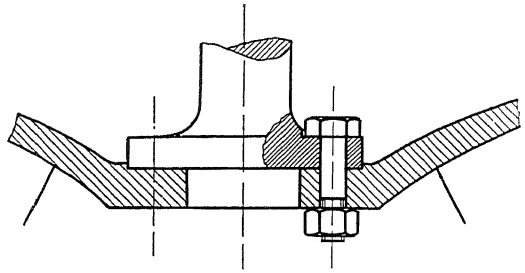


Abb. 649.

## II. Drehmoment an der Turbinenwelle.

Das denkbar größte Drehmoment erfährt die Turbinenwelle dann, wenn der volle Betrieb durch ein unglückliches Hindernis plötzlich gehemmt wird. Wir sind aber nicht in der Lage, die Festigkeitsrechnung den in solchen Fällen maßlos großen Verzögerungskräften anzupassen.

Das größte, der Rechnung zugängliche Drehmoment tritt vielmehr dann auf, wenn die Turbine festgebremst wird. Es beträgt etwa das 1,6fache des bei normaler Drehzahl auftretenden Wertes (vgl. Abb. 444, S. 335), kann sich aber natürlich auch nur dann einstellen, wenn der Widerstand an der Welle, sei es durch eine Bremse, sei es durch die Arbeitsmaschinen in entsprechender Größe vorhanden ist.

Mit Rücksicht auf die im allgemeinen ruhende Torsionsbelastung der Turbinenwelle dürfte die zulässige Drehspannung an sich hoch gewählt werden [Flußeisen  $k_d = 600 \text{ kg/cm}^2$ , Flußstahl  $k_d = 900 \text{ kg/cm}^2$  <sup>1)</sup>]. Praktische Ausführungen normaler Anlagen werden aber meist erheblich niedriger belastet (Briegleb, Hansen & Co. setzen  $k_d = 110 \text{ kg/cm}^2$ , hauptsächlich um die elastischen Deformationen klein zu halten). Eine Durchbiegung der Welle kann leicht zum Schleifen des Laufrades im Kranzspalt führen oder den Eingriff der häufig angebrachten Kegelräder stören. Die Verdrehung einer langen Turbinenwelle aber ruft bei raschen Belastungsänderungen Schwingungserscheinungen hervor, die den Regulator ungünstig beeinflussen.

## III. Axialbelastung der Turbinenwelle.

Zur Bewertung der Kräfte, die die Turbinenwelle in axialer Richtung belasten, ist eine Betrachtung anzustellen, wie wir sie auf S. 142 kennen gelernt haben. Danach kommen jeweils mit ihren axialen Komponenten in Frage:

<sup>1)</sup> Hütte 1911, I, S. 523.

- Die aktiven Kräfte des Wassers im Laufrad: Gewicht- und Massenkräfte.
- Das Gewicht von Laufrad und Welle mit den äußeren Kräften (Gewicht eines Kegelrades, Zahndruckkomponente u. dgl.).
- Die auf die äußere Oberfläche und die Öffnungen des Laufrades sowie auf die Welle wirkenden Drucke.

Das Wasser- und Radgewicht kombiniert mit dem Teil der auf die Laufradöffnungen und auf die äußere Oberfläche des Rades wirkenden Wasserdrucke, der rein von der Schwerkraft stammt, kann durch den Abzug des Auftriebs vom Gewicht des Laufrades d. h. durch Einführen eines um 1 verminderten spezifischen Materialgewichts berücksichtigt werden.

Danach kommen für das Laufrad nur noch die Massenkräfte des Wassers im Laufrad und schließlich diejenigen auf die äußere Oberfläche des Rades wirkenden Wasserdrucke in Frage, die durch den Überdruck im Laufrad und die Strömung dieser Wassermassen hervorgerufen werden und eine genauere Betrachtung erfordern. Die Massenkräfte im Laufrad ergeben sich, wenn wir die sekundlichen Wassermassen mit den Differenzen multiplizieren aus ihren im Laufradeintritt und im Laufradaustritt auftretenden axialen Wassergeschwindigkeiten. Dabei sind als Ein- und Austrittsquerschnitte die durch Kranz- und Bodenprofil gebildeten Querschnitte zu verstehen. Im allgemeinen können wir die Axialgeschwindigkeiten im Eintritt vernachlässigen, während für die Axialgeschwindigkeiten im Austritt die im Querschnitt  $(D_{2a}^2 - d_w^2) \frac{\pi}{4}$  auftretenden Meridiangeschwindigkeiten eingesetzt werden können. Setzen wir die letzteren gleich  $c_{m2}$ , so ergibt sich die Träghheitskraft zu  $\Sigma \left( \frac{1}{g} \frac{Q \cdot \gamma}{c_{m2}} \right)$

Nehmen wir bezüglich der auf die Radoberfläche (Abb. 650) wirkenden Wasserdrucke an, der Spalt bei  $b$  sowie der Durchlauf bei  $d$  seien verschlossen und die äußere Wassermasse sei in Ruhe, so würde der nach abwärts wirkende Druck auf die Laufradaußenfläche einfach gleich

$$(h_1 - h_2) \gamma \cdot (D_b^2 - d_w^2) \frac{\pi}{4}, \quad (511)$$

einzusetzen sein, da die Änderungen von  $h_1$  und  $h_2$ , soweit sie rein von der Schwere stammen, bereits durch Einführen des Auftriebs berücksichtigt wurden.

Dieser Ausdruck stellt das Maximum der betreffenden Drucke dar und kann zu einer sicheren Überschlagsrechnung dienen. Er wird dadurch verringert, daß eine Wasserströmung durch  $a$  und  $b$  sowie eine durch  $c$  und  $d$  erfolgt, die an der Rotation teilnimmt.

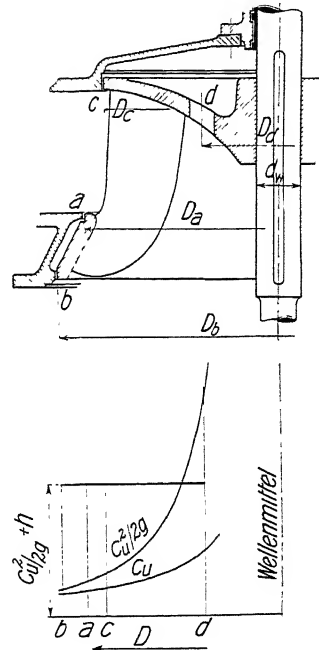


Abb. 650. Durchflußstellen der Spaltwassermenge mit idealer Änderung des Dralls.

Auf diese Rotation sind von Einfluß

1. der Drall des bei  $a$  und  $c$  durchtretenden Wassers,
2. die Reibung des Wassers an der rotierenden Außenwand des Laufrades und der ruhenden Innenwand des Leitrades.

Der erstere ist für die durch  $c-d$  durchtretende Spaltwassermenge  $Q_{cd}$  beim Punkte  $c$

$$\frac{Q_{cd} \cdot \gamma}{g} r_c c_{uc},$$

wenn  $r_c$  den betreffenden Radius und  $c_{uc}$  die Umfangskomponente der absoluten Geschwindigkeit darstellen.

$c_{uc}$  ist beim Eintritt in den Spalt  $\sim c_{u_1}$  gewesen, wird aber durch die Reibung am stillstehenden Leitradgehäuse schätzungsweise bis auf etwa  $\frac{u_c}{2}$  abnehmen.

Beim zentripetalen Weiterfließen gegen  $d$  würde der Drall  $c_u \cdot r = \frac{u_c}{2} \cdot r_c$ , wenn die Reibung an den Wänden nicht vorhanden wäre, konstant bleiben, d. h. es würde  $c_u$  rasch zunehmen (Abb. 650), bzw. der entsprechende Druck, mit  $\frac{c_u^2}{2g} + h = \text{konst.}$ , abnehmen.

Das verbietet sich nun schon deshalb von selbst, weil diese Druckabnahme ein Ausfließen in das Saugrohr unmöglich und damit die Wassermenge  $Q_{cd}$  sowie die mit dem Drall eingeleitete Energie  $= 0$  machen würde, sobald  $\frac{c_{u_d}^2}{2g} + h_2 = \frac{c_{u_c}^2}{2g} + h_c$  geworden ist, was bei dem hyperbelartigen Ansteigen von  $c_u$  sehr bald eintreten müßte.

Umgekehrt ist es beim Übertritt von  $a$  nach  $b$ . Hier wird mit der Vergrößerung von  $r$  die Geschwindigkeit kleiner (Abb. 650) und der Überdruck, der das Ausfließen der betreffenden Spaltwassermenge hervorruft, wächst.

Immerhin wird, da das Durchmesser Verhältnis  $\frac{D_a}{D_b}$  meist nicht viel über 1 ist, und da der Kranzspalt so eng wie möglich ist, auch hier die austretende Wassermenge  $Q_{ab}$  so klein ausfallen, daß die Wirkung des Dralles bei ihrem Fortschreiten von  $a$  nach  $b$  durch die an den Wänden auftretende Reibung rasch aufgezehrt werden dürfte.

Damit bleibt als wesentlich zu beachtende Größe nur die durch die Reibung des Wasserkörpers am Laufrad und am Leitrad entstehende Rotation.

Bezüglich der letzteren verweise ich auf die betreffenden Abhandlungen in der Hydraulik S. 42, aus denen wir hier das Ergebnis übernehmen, daß unter Abzug der von der Schwerkraft stammenden Druckdifferenzen die Wasserdrucke sich unabhängig von der Richtung der Drehachse nach einem Paraboloid

$$h = \frac{c_u^2}{2g}$$

einstellen, wenn  $c_u$  die jeweilige Umfangsgeschwindigkeit der Rotation darstellt.

Die Grenzwerte folgen aus den äußeren Drucken  $h_1$  und  $h_2$  und den Widerstandshöhen des überströmenden Wassers.

Der Vorgang erhellt am besten aus Abb. 651 a bis d, in der wieder die Schwere aus den angeführten Gründen ausscheidet.



Man bemerkt die eingezeichneten Drucklinien  $h_1$  und  $h_2$ . In den Punkten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  findet Überströmen statt. Dazwischen stellt sich das Paraboloid ein.

Dann muß zwischen  $a$  und  $b$

$$h_b - \frac{c_{u_a}^2 - c_{u_b}^2}{2g} + h_a = h_1 - h_2 \quad (512)$$

entsprechend zwischen  $c$  und  $d$

$$h_c + \frac{c_{u_c}^2 - c_{u_d}^2}{2g} + h_d = h_1 - h_2 \quad (513)$$

sein.

Die Druckhöhen  $h_a$ ,  $h_b$ ,  $h_c$  und  $h_d$  folgen dabei aus der Überlegung, daß dieselbe Wassermenge durch  $a$  wie durch  $b$  bzw. dieselbe durch  $c$  wie durch  $d$  fließe. Danach ist

$$Q_{ab} = \mu_a \cdot F_a \sqrt{2g h_a} = \mu_b \cdot F_b \cdot \sqrt{2g h_b},$$

$$Q_{cd} = \mu_c \cdot F_c \sqrt{2g h_c} = \mu_d \cdot F_d \cdot \sqrt{2g h_d}.$$

Durch Einsetzen in obige Gleichungen folgen sowohl die einzelnen Druckdifferenzen wie die durchströmenden Wassermengen, die als Spaltverluste bezeichnet werden.

Die Multiplikation der gefundenen Drucke mit den entsprechenden Kreisringflächen gibt die gesuchten Axialschübe.

Was in Abb. 651 für eine Schnellläuferturbine, das ist in Abb. 652 für einen Langsamäufer aufgezeichnet, wobei der Druck im Raum  $B$  als aufwärtswirkend zu beachten ist.

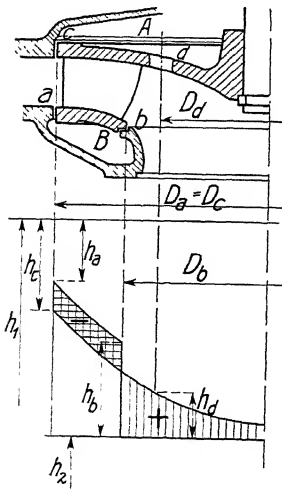


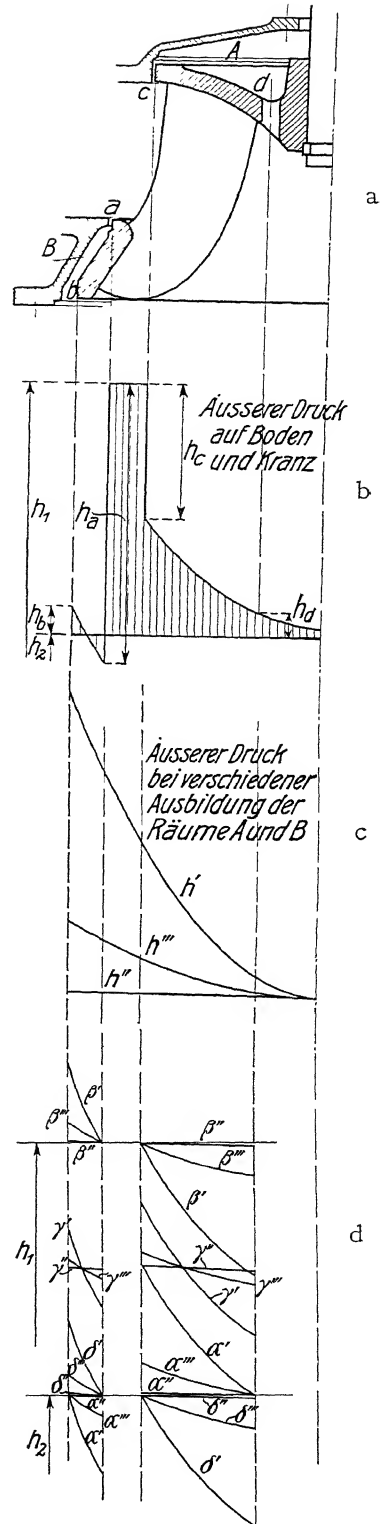
Abb. 651.

Axialschub

bei einem

Schnellläufer.

Abb. 652. Axialschub beim Langsamäufer.



Diese Wirkung der Wasserdrucke auf die Außenfläche des Rades kann nach Wunsch in verschiedener Weise variiert werden<sup>1)</sup>

1. durch Änderung der Rotationsgeschwindigkeit (Abb. 651c).

1') Durch Rippen am Laufrad wird das Wasser mitgenommen, wir setzen dann  $c_u =$  Radgeschwindigkeit  $u$  (Druck =  $h'$ ).

1'') Mit Rippen am Leitrad rechnen wir mit  $c_u = 0$  (Druck =  $h''$ ).

1''') Bei beiderseits glatter Oberfläche ist  $c_u$  etwa = halbe Radgeschwindigkeit (Druck =  $h'''$ ).

Bei Fall 1'' und noch mehr bei 1' kann, wie man sieht, der Laufradboden die Wirkung einer Zentrifugalpumpe ausüben.

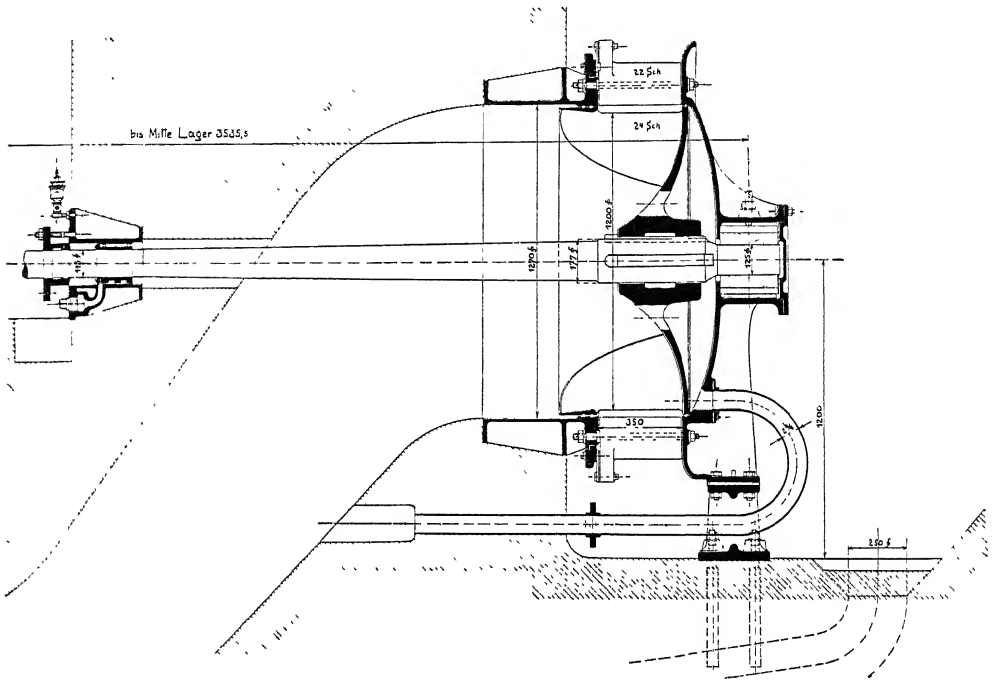


Abb. 653. Turbine Gersdorf mit regulierbarem Axialschub (ANDRITZ).

$H = 2,3$  m,  $N = 52$  PS.,  $n = 62,7$ ,  $n_s = 170$ .

2. Durch Ändern der Integrationsgrenzen, indem

a) Spalt  $a$  und  $c$  klein,  $b$  und  $d$  groß, dann ist angenähert  $h_b$  und  $h_d = 0$  und die 3 obigen Fälle äußern sich in Abb. 651d als  $\alpha'$ ,  $\alpha''$  und  $\alpha'''$ .

$\beta$ ) Öffnung  $b$  und  $d$  klein,  $a$  und  $c$  groß, liefert entsprechend die Kurven  $\beta'$ ,  $\beta''$ ,  $\beta'''$ .

$\gamma$ ) Öffnung  $a = b$ ,  $c = d$ , so daß der Druckabfall  $h_a \approx h_b$  und  $h_c \approx h_d$ , ergibt die Kurven  $\gamma'$ ,  $\gamma''$ ,  $\gamma'''$ .

$\delta$ ) Ein Umlauf nach Abb. 653, meist bei verschlossener Öffnung  $d$ , führt auf die geringsten Gegendrucke über dem Laufradboden  $\delta'$ ,  $\delta''$ ,  $\delta'''$ , wenn der Umlauf bei  $c$  bzw. bei  $b$  mündet.

<sup>1)</sup> Zahlreiche zahlenmäßige Berechnungen bringt zu diesem Gegenstand: KOBES, Studien über den Druck auf den Spurzapfen . . . 1906.

Natürlich gibt es noch verschiedene zwischenliegende Werte und anderweitige Kombinationen.

Praktisch verzichtet man meistens auf die Anbringung von Rippen, da sie die Reibungsverluste und unter Umständen auch den Spaltverlust (S. 542) vermehren.

Wird die Wirkung der äußeren Wasserdrucke klein gewünscht, so begnügt man sich häufig damit, die Öffnung  $d$  groß, die Öffnung  $b$  bei herausgezogenen Laufrädern groß, bei hereingezogenen klein zu machen. Der Kranzspalt bei  $a$  und  $c$  wird zur Verminderung der Spaltverluste und zur Vermeidung der Ansammlung von Fremdkörpern im Zwischenraum  $\overline{ab}$  oder  $\overline{cd}$  stets klein gemacht.

Sehr zweckmäßig erscheint die von THOMA angegebene, in Abb. 654 skizzierte Anordnung (D. R. P.), nach der durch eine an der Nabe eng anschließende feststehende Ringscheibe  $O$  der niedere Saugrohrdruck von  $d$  nach  $c$ , d. h. an die Außenseite des Rotationsparaboloids übertragen wird (vgl. Abb. 2, Taf. 35).

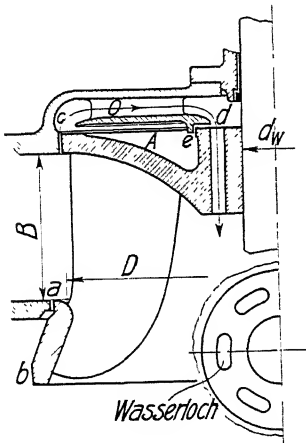


Abb. 654. Entlastung des Laufradbodens nach THOMA.

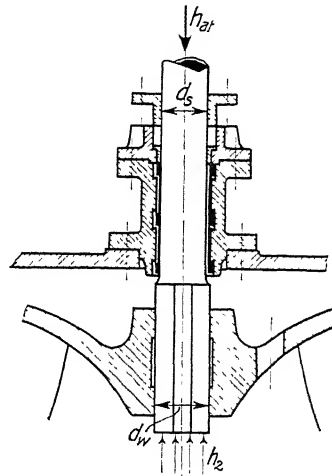


Abb. 655.

Schließlich erfährt die Welle neben ihrem Eigengewicht noch die Einwirkung der äußeren Drucke, die sich außerhalb des Gehäuses durch den Luftdruck  $h_{at}$  auf den Durchmesser in der Stopfbüchse bzw. im Lager als  $\frac{d_s^2 \pi}{4} \cdot h_{at} \cdot \gamma$ , (Abb. 655) im Saugrohr aber durch den dort herrschenden Druck  $h_2$  auf den Wellendurchmesser als  $\frac{d_w^2 \pi}{4} h_2$  äußern und wobei im allgemeinen  $h_2 < h_{at}$ .

Dazu kommen die Gewichte der mit der Welle verbundenen Maschinenteile und gelegentlich eine auf sie wirkende Komponente der Kraftübertragung. Als solche tritt bei Kegelrädern die axiale Komponente des Zahndrucks auf, der sich nach der Abb. 656 und unter der Annahme, daß der Zahndruck in die Richtung der Eingriffslinie ( $\varphi$ ) fällt, als

$$P_z = P_j \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \psi \quad (514)$$

aus dem nützlichen Zahndruck  $P_y$

$$P_y = \frac{716,2 \cdot N}{n} \cdot \frac{1}{r} \quad (515)$$

ergibt, und bei Obergriff entlastend, bei Untergriff belastend wirkt.

Die Axialkräfte sollen klein gehalten, aber bei vertikaler Welle nicht Null werden, damit kein Tanzen des Laufrades eintritt.

Bei horizontaler Welle ist die symmetrische Anordnung der Laufräder nach Abb. 619, S. 496 und Taf. 36 u. 37 zur Aufhebung der Axialkräfte beliebt. Bei vertikaler Welle kann durch Ausgießen nach oben oder bei Zwillingsturbinen durch Weglassen der Wasserlöcher im unteren Laufrad ein Teil des Gewichts von Laufrad und Welle aufgehoben werden. Noch wirksamer ist es, wenn Druckwasser über den unteren Laufradboden eingelassen wird (Abb. 2, Taf. 18), und genügt auch das nicht, so verwendet man wohl noch eigene Entlastungskolben, wie dies bei den Niagara-Turbinen von ESCHER WYSS geschehen ist, bei denen ein Gewicht der rotierenden Teile von 120 t zu tragen war<sup>1)</sup>.

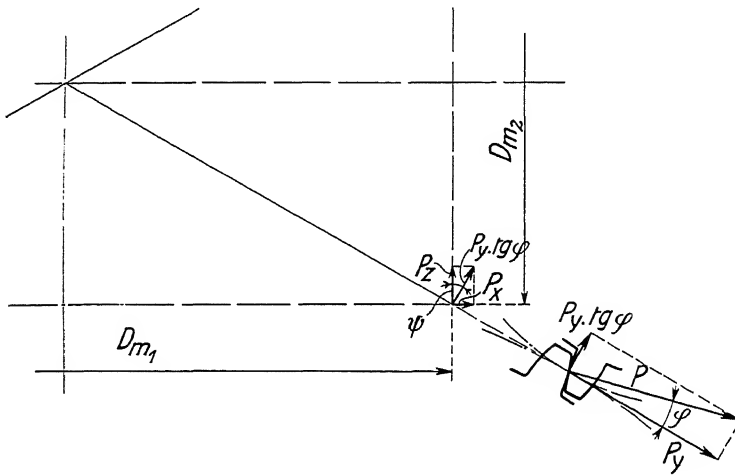


Abb. 656. Komponenten des Zahndrucks bei Kegelrädern.

Die Entlastungskolben haben den Nachteil, daß Druckwasser im Spalt verloren geht, vor allem aber, daß der Spalt bei unreinem Wasser angefrassen wird. Das kann nach EGLI<sup>2)</sup> bei offenen Turbinen durch eine Taucherglocke vermieden werden, die freilich nicht unbedeutende Wasserreibung hervorrufen wird.

Bei den Langsamläufnern kann der Ausgleich durch den unteren Laufradboden (Raum B, Abb. 652, S. 521) erfolgen. Bei horizontaler Aufstellung hat man auch nach PFARR durch Schleifränder, meist aus Bronze hergestellt, eine automatische Einstellung bewirkt.

Stets ist Sorge zu tragen, daß beim Abstellen der Turbine der betreffende Entlastungsdruck nicht aufgehoben wird, denn Turbinen mit großen Schwungmassen können noch leer solange fortlaufen, daß die betreffenden Lager gefährdet werden. Man bringt deshalb in solchen Fällen die Turbine nach dem Abstellen durch eigene Bremsen zum Stillstand.

<sup>1)</sup> THOMANN, Taf. 19.

<sup>2)</sup> Z. g. T. 1911, S. 437, 457.

#### IV. Biegungsbeanspruchung der Turbinenwelle.

Sie ist bei Vollturbinen im allgemeinen gering, da die Wasserkräfte sich bis auf den Auftrieb aufheben, der das Wellen- und Radgewicht entlastet.

Bei horizontaler Welle kommt daher nur dieser Rest, bei vertikaler Welle gar keine biegende Kraft in Betracht, insofern die Wasserzu- und -abströmung zentrisch erfolgt und die Turbine mit einem Generator unmittelbar gekuppelt ist.

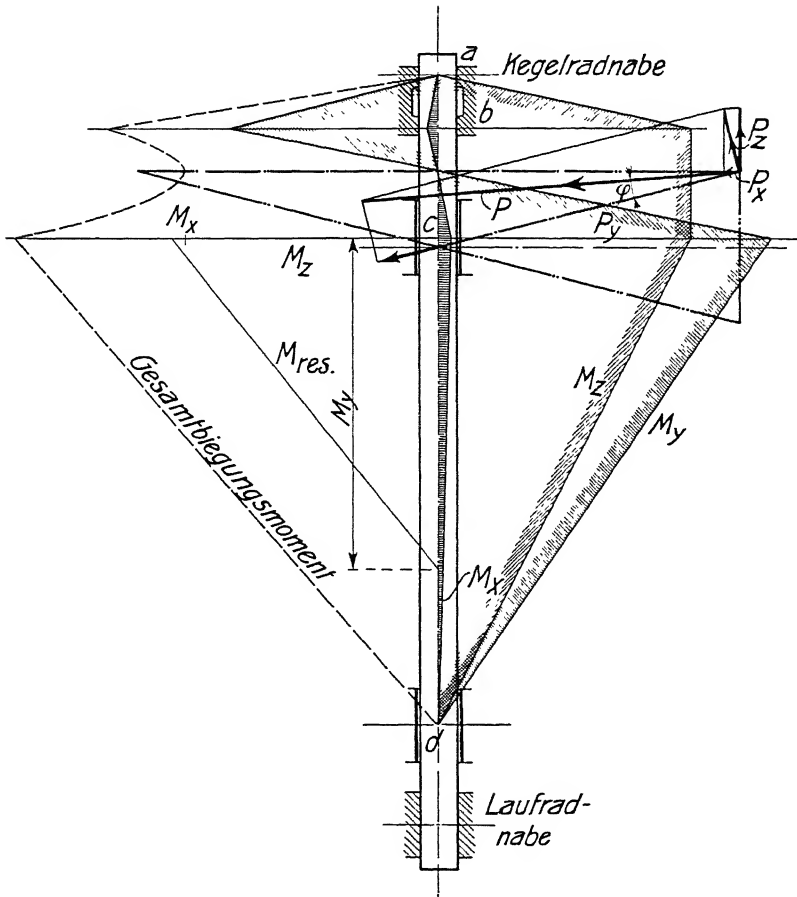


Abb. 657. Biegemomente der Turbinenwelle bei Kegelradübersetzung.  
(Wellenlänge verkürzt gezeichnet!)

Besondere Kräfte treten aber für die Wellenbelastung dann auf, wenn Kegelräder oder Riemenscheiben angetrieben werden. Der Zug der letzteren ist freilich so groß, daß er im wesentlichen durch eigene Lager aufgenommen werden muß, wodurch er für die eigentliche Turbinenkonstruktion ausscheidet. Von größerem Interesse ist hier die wichtige Kegelradübersetzung bei vertikaler Welle, deren Einwirkung auf die Turbinenstopfbüchse oft nicht genügend gewürdigt wird.

Abb. 657 zeigt ein Beispiel, bei dem die Horizontalebene durch den Angriffspunkt des Zahndrucks nicht mit der Halslagermitte zusammenfällt.

Der Zahndruck  $P$  steht dabei nicht senkrecht auf der Papierebene, sondern in der auf der Papierebene und Zahnflanke senkrechten Ebene um den Eingriffswinkel  $\varphi$  gegen die Senkrechte geneigt.

Zerlegt man den Zahndruck in seine 3 rechtwinkligen Komponenten  $P_x$ ,  $P_y$  und  $P_z$ , von denen  $P_x$  und  $P_z$  in der Papierebene liegen, während  $P_y = \frac{716,2 \cdot N}{n} \cdot \frac{1}{D_m|2}$  die Nutzkraft darstellt und senkrecht zu ihr steht, so folgt nach Abb. 656

$$P_x = P_y \cdot \operatorname{tg} \varphi \sin \psi, \quad P_z = P_y \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \psi.$$

In der Abb. 657 ist die Kraft  $P$  in die Papierebene hereingedreht. Dazu sind die zugehörigen Momentenlinien in bekannter Weise aufgezeichnet. Man bemerkt, daß das größte Moment in  $c$  auftritt, wo alle 3 Kräfte zur Wirkung kommen, daß die Momente von  $P_x$  und  $P_y$  in der Horizontalebene des Angriffspunkts des Zahndrucks zu Null werden.

Der Belastungsfall ist dabei, wie bei Wellen durchweg, der Fall III für wechselnde Belastung.

Die 3 Momentenflächen werden dann zu einer resultierenden Momentenfläche mit Hilfe rechtwinkliger Dreiecke zusammengesetzt.

Für den überall anzustrebenden Fall, daß die Horizontalebene durch den Angriffspunkt des Zahndrucks mit der Halslagermitte ( $c$ ) zusammenfällt, werden die Momente von  $P_x$  und  $P_y$  zwischen  $c$  und  $d = 0$ , das Moment von  $P_z$  dagegen läuft bis  $d$  und ruft dort einen Auflagerdruck von der Größe

$$P_d = P_z \cdot \frac{\frac{D_m}{2}}{cd} \quad (516)$$

hervor.

Erreicht die Biegungsbeanspruchung infolge solcher Kräfte oder auch bei großen Wellenlängen durch die Gewichte der rotierenden Teile einen nennenswerten Betrag, so ist vor allem die Durchbiegung nachzurechnen<sup>1)</sup>, die auch bei großen Anlagen 1 mm auf 3 m Wellenlänge nicht überschreiten soll, da die Dichtungsspalte der Laufräder mit der Turbinengröße nicht proportional vergrößert zu werden pflegen (vgl. S. 543).

Der Zulauf des Wassers zum Laufrad erfolgt durch das Leitrad im allgemeinen sehr angenähert zentrisch, und bietet daher keinen Anlaß zu besonderen Biegungsspannungen der Welle. Dasselbe gilt für die Ausflußreaktion bei längeren axialen Saugrohren. Bei rascher Umbiegung des Wassers im Saugrohrkrümmer (Abb. 12, S. 20) treten dagegen beträchtliche Querkräfte auf Laufrad und Welle auf, die besonders dann gefährlich werden, wenn das Halslager am Leitraddeckel nicht genügend gegen den Leitraduntersatz versteift ist (vgl. S. 474).

Im allgemeinen sind aber die Biegungsbeanspruchungen der Turbinenwellen gering und ich habe daher schon lange die Ansicht vertreten, daß es auch bei horizontalen Turbinen mit Rücksicht auf Durchbiegung und Lagerbeanspruchung wohl angängig, mit Rücksicht auf den freien Durchflußquerschnitt im Saugrohrkrümmer aber höchst vorteilhaft ist, das Turbinenlaufrad freitragend anzuordnen.

<sup>1)</sup> Hütte 1911, I, S. 564 u. 853.

Die praktische Verwirklichung dieses Gedankens ist mir zuerst bei einer Ausführung von RIVA (Abb. 602, S. 486) begegnet. Überhaupt sollte man die Zahl der Lager aus derselben Überlegung grundsätzlich kleiner halten, als es in der Regel geschieht, da die Kosten verstärkter Wellen leicht durch das Wegfallen einzelner Lager, der Einfluß größerer Zapfendurchmesser auf die Lagerreibung aber leicht durch die geringere Gefahr der Klemmung ausgeglichen wird.

## V. Zapfenlagerung der Turbinenwelle.

### 1. Allgemeines.

Hierzu benötigt man in erster Linie die Berechnung der Lauffläche, die für zylindrische Tragzapfen durch die Größe  $l \cdot d$ , (Abb. 658) für Spur- und Kammzapfen durch die Größe  $\frac{(d_a^2 - d_i^2) \pi}{4}$  (Abb. 659 u. 660) gegeben ist. Ihre Abmessungen folgen in erster Linie aus zwei Bedingungen: der Druckbedingung und der Erwärmungsbedingung, die sich freilich gegenseitig beeinflussen.

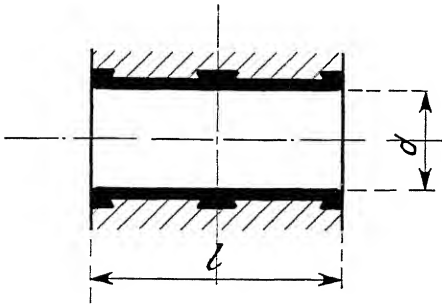


Abb. 658. Zylindrisches Traglager.

Nach der Druckbedingung darf die Pressung an keiner Stelle des Lagers so hoch werden, daß die Schicht des Schmiermittels zwischen Zapfen und Lager gänzlich herausgepreßt wird. Mit andern Worten: der Zapfen muß stets in Öl schwimmen.

Diese Bedingung hängt wesentlich von der Schlüpfrigkeit und Dickflüssigkeit des Schmiermittels, und da letztere mit der Temperatur in hohem Maße abnimmt, auch von der Erwärmungsbedingung ab, während das Material von Zapfen und Schale nur von geringem Einfluß sind (so hält Gußeisen das Fett besser als z. B. Bronze oder Stahl).

Für die zulässige Höhe des mittleren spezifischen Auflagedrucks, der für zylindrische Tragzapfen durch die Gleichung

$$p_m = \frac{P}{l \cdot d} = k \quad (517)$$

für Spurzapfen durch die Gleichung

$$p_m = \frac{P}{\frac{(d_a^2 - d_i^2) \pi}{4}} = k \quad (518)$$

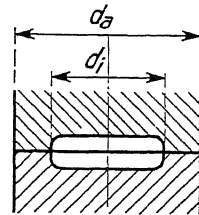


Abb. 659. Spurzapfen.

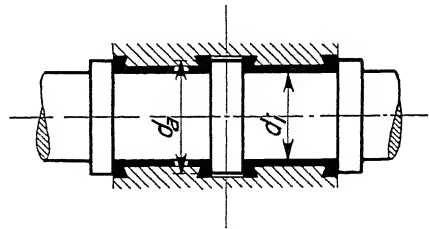


Abb. 660. Kammzapfen.

definiert wird, kommt dann noch als wesentliches Moment die Art der Druckverteilung über die ganze Tragfläche in Betracht.

Je gleichmäßiger die Lagerflächen tragen, um so höher kann  $p_m$  gewählt werden und das hängt einmal von der rechnermäßigen Druckverteilung, dann aber, und in noch höherem Maße von der technischen Ausführung des Lagers und seiner richtigen Montage ab. Daß hier weiches und plastisches, sog. Lagermetall wertvolle Erleichterung schafft, liegt auf der Hand. Dazu hilft man sich durch selbsttätig sich einstellende Kugelflächen oder auch durch die Elastizität der Wellen.

Die erzeugte Wärmemenge hängt von der Lagerreibung und deren zurückgelegten Wegen ab. Sie wächst daher, insoweit für die Flüssigkeitsreibung der Ölschicht das POISEUILLESche Gesetz gilt<sup>1)</sup>, proportional mit der Dickflüssigkeit des Öls und mit der Gleitgeschwindigkeit, aber umgekehrt mit der Dicke der Ölschicht.

Die Temperatursteigerung, auf die es letztenorts ankommt, hängt dann davon ab, wieviel Wärme pro qcm Lauffläche abgeführt werden kann, und diese bestimmt sich nach der Intensität der Ölzirkulation<sup>2)</sup>, der Gesamtmenge des Öls, und der Oberfläche des Lagers.

Es mögen nun einzelne der hier erwähnten Punkte noch näher behandelt werden.

## 2. Der zulässige Auflagerdruck.

Hierfür sind wie erwähnt maßgebend:

a) der Flüssigkeitsgrad (besser: Dickflüssigkeitsgrad) des Öls wird durch die auf Wasser als 1 bezogenen Auslaufzeiten nach ENGLER<sup>3)</sup> gemessen, und wechselt für verschiedene Ölsorten und Temperaturen nach Abb. 661, vgl. STRIBECK, BACH S. 503 ff.

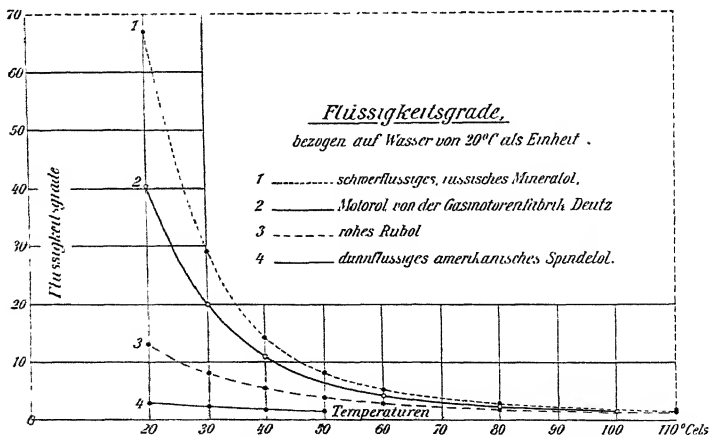


Abb. 661. (Aus BACH 1908, S. 504.)

<sup>1)</sup> PETROFF, Neue Theorie der Reibung. 1887.

<sup>2)</sup> SOENNECKEN. Wärmeabgabe an Wandungen. Forschg.Arb. Heft 108 u. 109.

<sup>3)</sup> Z. 1885, S. 882.



b) Die Schlüpfrigkeit ist wesentlich für die Fähigkeit des Öls, sich in dünnster Schicht zu halten. Knochenöl ist besser als Vaselineöl<sup>1)</sup>.

c) Die richtige Ölzufuhr findet nur während des Betriebs statt und steigt insbesondere bei Ringschmierlagern mit der Drehzahl.

d) Für die Beschaffenheit der Lagerflächen ist der eingelaufene Zapfen von dem neuen Zapfen wohl zu unterscheiden.

Der neue Zapfen wird im allgemeinen stets Fehler in der Ausführung und Montage aufweisen, die sich der Rechnung entziehen. Ihr ist streng genommen nur der eingelaufene Zapfen zugänglich und hierzu geht man etwa von der Annahme aus, die Abnutzung sei sowohl dem Druck als der Gleitgeschwindigkeit proportional.

Für zylindrische Zapfen ergibt sich damit, unter der Voraussetzung, daß nur die Lagerschalen Abnutzung zeigen, bzw. daß die Abnutzung in der mit  $E$  (Abb. 662) zusammenfallenden Einlaufrichtung gleichmäßig sei: die Normalpressung  $p$  im Winkel  $\alpha$  von  $E$

$$p = p_{\max} \cdot \cos \alpha$$

und der Druck im Elementarstreifen  $d\alpha \cdot \frac{d}{2} \cdot l$

$$dP = p_{\max} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \cdot \frac{d}{2} \cdot l.$$

Nehmen wir weiter an, die Reibung sei dem Normaldruck proportional  $= \mu \cdot dP$ , was freilich für die Reibung der Schmierschicht unterhalb der kritischen Geschwindigkeit, bei der der Druck ohne Bedeutung ist, nicht zutrifft, so ist die Reibungskraft im Flächenstreifen

$$dR = p_{\max} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \cdot \frac{d}{2} \cdot l \cdot \mu.$$

Die Resultierende  $E$  der Normalkräfte  $dP$  liegt aus Gründen der Symmetrie in der Einlaufrichtung  $E$  und ist die Summe der  $dP \cdot \cos \alpha$  nämlich

$$E = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} dP \cos \alpha = p_{\max} \cdot \frac{d}{2} \cdot l \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha \cdot d\alpha = \frac{\pi}{4} \cdot p_{\max} \cdot l \cdot d. \quad (519)$$

Entsprechend folgt die Summe der Reibungen  $dR$  zu

$$R = \mu \cdot \frac{\pi}{4} \cdot p_{\max} \cdot l \cdot d = \mu \cdot E. \quad (520)$$

$R$  steht auf  $E$  senkrecht, die Resultierende beider liefert die Zapfenbelastung  $Z$

$$Z = \sqrt{E^2 + R^2} = E \sqrt{1 + \mu^2} = \frac{E}{\cos \varphi} \quad (521)$$

wenn  $\varphi$  den Reibungswinkel ( $\operatorname{tg} \varphi = \mu$ ), bedeutet.

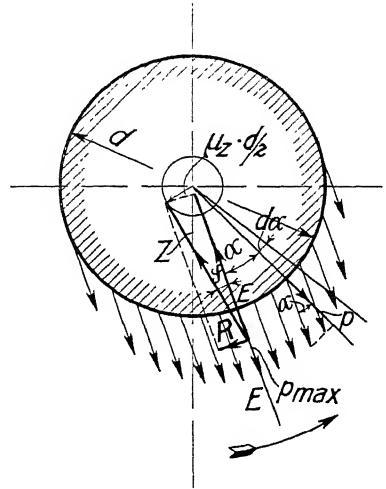


Abb. 662. Zapfendruck.

<sup>1)</sup> Die Eigenschaften guter Schmiermittel: Hütte 1911. S. 744.

Daraus ergibt sich die größte Pressung

$$p_{\max} = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \varphi \cdot \frac{Z}{l \cdot d}, \quad (522)$$

und wenn man mit  $\frac{Z}{l \cdot d}$  die mittlere Pressung  $= k$  bezeichnet

$$p_{\max} = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \varphi \cdot k \quad (523)$$

im Gegensatz zu dem in der Literatur sonst üblichen Wert  $p_{\max} = \frac{4}{\pi} \cdot k$  <sup>1)</sup>.

Druckmessungen, die TOWER durch direkte Anbohrung der Lagerschale angestellt hat, zeigen in der Tat ein Druckmaximum für zylindrische Zapfen, etwa in der berechneten Abweichung aus der Mittellage (Abb. 663). Sie ergeben aber auch, da eine begreifliche Druckabnahme gegen die Stirnflächen stattfindet, eine viel höhere Steigung von  $p_m$  auf  $p_{\max}$  als  $\frac{4}{\pi} \cos \varphi$ , nämlich um rund 90%.

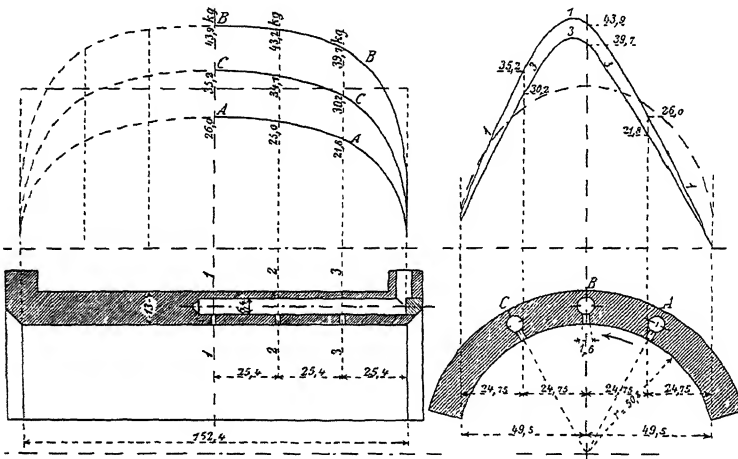


Abb. 663. Lagerdruck nach TOWER. (Aus BACH, 1908, S. 498.)

Durch Anschreibung des Moments der Reibungskräfte  $dR$  ergibt sich die wahre Lage von  $R$  in Abstand  $\frac{4}{\pi} \cdot \frac{d}{2}$  von der Zapfenmitte (Abb. 662). Dort ist auch ihr Schnittpunkt mit  $E$ , daher die wahre Lage von  $Z$  um  $\frac{4}{\pi} \cdot \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi$  aus der Mitte verschoben. Der »Reibungskreis« erhält somit den Radius  $\frac{4}{\pi} \cdot \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi$ .

Über die wirkliche Größe des Koeffizienten der Zapfenreibung, der praktisch einfach aus der Gleichung  $M_R = Z \cdot \mu_z \cdot \frac{d}{2}$  bestimmt wird und sich nach obigem zu

$$\mu_z = \frac{4}{\pi} \cdot \sin \varphi = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \varphi \cdot \mu \quad (524)$$

ergibt, liegen zahlreiche Versuche von TOWER, THURSTON und STRIBECK <sup>2)</sup> vor,

<sup>1)</sup> CAMERER, Zapfenreibung, Zapfenkraft und Koeffizient der Zapfenreibung. Z., 1901, S. 1501.

<sup>2)</sup> BACH, Maschinenelemente. 1908, S. 505.

aus denen sich enorme Veränderungen von  $\mu_x$  mit dem Flächendruck  $k$  und mit der Umfangsgeschwindigkeit der Zapfen ergeben haben. Auch die Einlaufzeit spielte bei neuen Zapfen eine bedeutende Rolle.

Abb. 664 zeigt z. B. die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Umfangsgeschwindigkeit für verschiedene Pressungen, und zwar für ein Weißmetall-lager mit  $d = 70$ ,  $l = 70$  bei  $25^\circ \text{C}$  Lagertemperatur.

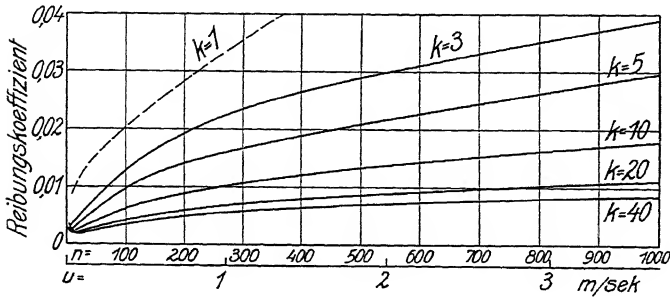


Abb. 664. Reibungskoeffizienten nach STRIBECK.  
(Vgl. BACH, 1908, S. 518.)

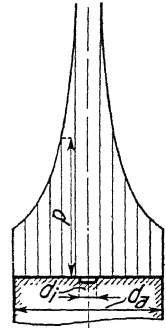


Abb. 665.

Für die Spurlager folgt aus der Proportionalität der Abnutzung mit dem Druck und der Gleitgeschwindigkeit einerseits, und dem gleichmäßigen, axialen Vorrücken der Abnutzung auf dem ganzen Spurteller andererseits, daß der Druck dem jeweiligen Radius umgekehrt proportional sei, d. h. nach Abb. 665, daß

$$p = p_{\max} \cdot \frac{r_i}{r}$$

und im Elementarring  $2r\pi \cdot dr$

$$dP = 2r\pi dr \cdot p,$$

die Summe

$$P = 2\pi p_{\max} r_i \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = 2\pi p_{\max} r_i (r_a - r_i) \quad (525)$$

somit

$$p_{\max} = \frac{P}{2\pi (r_a - r_i) r_i}. \quad (526)$$

Bezeichnen wir auch hier die mittlere Pressung  $\frac{P}{(r_a^2 - r_i^2)\pi}$  mit  $k$ , so folgt durch Einsetzen

$$p_{\max} = \frac{P}{2\pi (r_a - r_i) \cdot r_i} \cdot \frac{r_a + r_i}{r_a + r_i} = \frac{P}{\pi (r_a^2 - r_i^2)} \cdot \frac{r_a + r_i}{2 \cdot r_i} = k \cdot \frac{r_m}{r_i}, \quad (527)$$

wenn  $r_m$  den mittleren Radius  $\frac{r_a + r_i}{2}$  darstellt.

Man bemerkt somit, daß  $p_{\max}$ , das beim zylindrischen Zapfen kaum  $\frac{1}{3}$  von  $k$  erreicht, hier für den vollen Spurteller mit  $r_i = 0$  solange wachsen wird, bis die gemachten Annahmen infolge der Nachgiebigkeit des Materials versagen.

Für Spurlager sind mir Versuche, wie sie TOWER für Zylinderzapfen angestellt hat, nicht bekannt, wohl darf aber angenommen werden, daß die Drucksteigerung bei  $d_i$  nicht so gefährlich ist, wie sie nach Gleichung (527) aussieht, da die im

Mittelpunkt zurückgelegten Wege zu klein werden, um bedenkliche Erwärmungen zu verursachen (vgl. Spitzenlagerung), und da auch hier ein allmählicher Abfall des Drucks nach den Stellen, die mit dem äußeren Luftdruck in Verbindung stehen, sowohl bei  $d_i$  als bei  $d_a$  zu erwarten ist (vgl. Abb. 666 gegenüber dem der Gleichung (527) entsprechenden Verlauf der Abb. 667). Immerhin mag es mitunter vorkommen, daß ein warm laufender Spurzapfen durch Vergrößerung der Ausbohrung lebensfähig erhalten bleibt. Viel wichtiger ist aber im allgemeinen die tadellose Montage, die ein richtiges Einlaufen erst ermöglicht.

Was nun die Höhe des zulässigen Auflagerdrucks angeht, so muß im allgemeinen damit gerechnet werden, daß die Lager sich erst im Betrieb einlaufen, was durch weiches (plastisches) Lagermetall sehr erleichtert wird. Bei harter Bronze oder Stahl ist ein Einschleifen in unbelastetem Zustand notwendig.

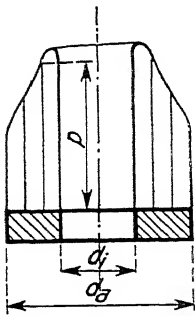


Abb. 666. Wirkliche Druckverteilung im Spurlager.

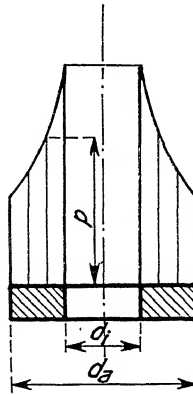


Abb. 667. Ideelle Druckverteilung im Spurlager.

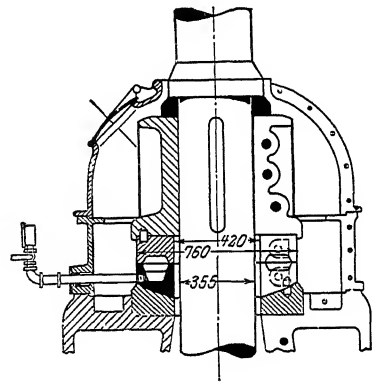


Abb. 669. Preßölringspurzapfen. (Aus Z., 1909, S. 1066.)

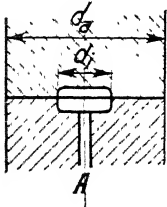


Abb. 668. Preßölspurzapfen.

Danach kann bei sorgfältigster Ausführung und reichlicher Schmierung der mittlere Druck

$$k = \frac{P}{l \cdot d} \text{ für zylindrische Zapfen} \quad [517]$$

und

$$k = \frac{P}{d_a^2 - d_i^2} \cdot \frac{4}{\pi} \text{ für Spurzapfen} \quad [518]$$

auf  $k = 60 - 90$  bis  $120 \text{ kg/cm}^2$  gesteigert werden. Briegleb, Hansen & Co. gehen nicht höher als  $80 \text{ kg/cm}^2$ .

Eine vortreffliche Lagerung bildet für hohe Belastungen der Preßölspurzapfen. Er wird entweder als einfach kreisförmiger Spurzapfen (Abb. 668) oder als Ringspurzapfen (Abb. 669) ausgeführt. In die Ausdehnung bei A wird Preßöl unter Druck eingeführt, das dann zwischen den Spurlflächen entweicht. Nachteilig ist dabei der Kraftverbrauch der Ölpumpen, sowie die Gefährdung des Zapfens beim Aussetzen der letzteren. Für einen solchen Fall sollten Sicherheitsvorrichtungen in Tätigkeit treten. Z. B. könnte dafür gesorgt werden, daß die Turbine selbsttätig abgestellt wird, sobald die Ölzirkulation versagt.

Den Betrieb eines solchen Öldruckzapfens vergleicht man am besten mit einem Sicherheitsventil. Die Ölpumpe fördert eine bestimmte Ölmenge, die durch den Zapfen hindurch muß, und der sich einstellende Öldruck ist abzüglich der Bewegungswiderstände des Öls einfach eine Funktion der Zapfenbelastung.

Der Druckunterschied zwischen dem Innern des Zapfens und der Atmosphäre  $p_i - p_{at}$  wird einmal durch die Geschwindigkeitshöhe des in den Spalt eintretenden Öls erzeugt und dann durch die Reibungswiderstände beim Durchfließen des Spaltes. Ersetzt man die ausgezogene Kurve des Druckabfalls durch die gestrichelte Gerade, Abb. 670, so folgt die Zapfenbelastung  $P$  aus dem Öldruck  $p_i$  für den kreisförmigen Spurzapfen als Inhalt des abgestumpften Kegels zu

$$P = \frac{\pi}{12} \cdot p_i (d_a^2 + d_a \cdot d_i + d_i^2) \quad (528)$$

für den ringförmigen Spurzapfen nach Abb. 671 als Differenz der beiden Kegelstumpfe zu:

$$P = \frac{\pi}{12} \cdot p_i (D_a^2 + D_a D_i + D_i^2 - d_a^2 - d_a d_i - d_i^2). \quad (529)$$

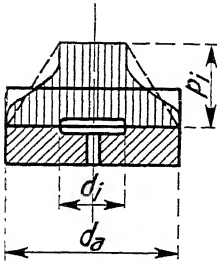


Abb. 670. Druck im Preßölzapfen.

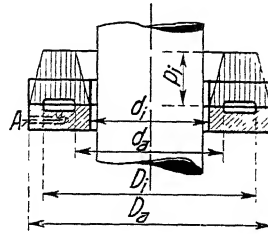


Abb. 671. Druck im ringförmigen Preßölzapfen.

Die Dickflüssigkeit des Öls spielt somit an dieser Stelle keine Rolle, äußert sich vielmehr automatisch in der größeren oder geringeren Erhebung des Spurtellers bzw. Spurringes.

Die Nachrechnung des Zapfens der Voithschen Turbine Glommen<sup>1)</sup> rechtfertigt die obige Theorie. Der Öldruck  $p_i$  betrug dabei 9 kg/cm<sup>2</sup>. Die Zapfendimensionen in mm sind

$$D_a = 875, \quad D_i = 700, \quad d_a = 525, \quad d_i = 350,$$

danach berechnet sich die Belastung  $P$

$$\begin{aligned} P &= \frac{\pi}{12} \cdot 9 (875^2 + 875 \cdot 700 + 700^2 - 525^2 - 525 \cdot 350 - 350^2) \\ &= \frac{\pi}{12} \cdot 9 \cdot 12850 = 30300 \text{ kg}, \end{aligned}$$

während die rechnermäßige Zapfenbelastung 32000 kg gewesen war. Das ist eine gute Übereinstimmung, wenn man bedenkt, daß die letztere mit Rücksicht auf die Wasserpressungen in der Turbine auch nur mit Annäherung angegeben werden kann.

So liegen denn die Verhältnisse ziemlich einfach, wenn von der Ölpumpe nur ein Preßölzapfen gespeist wird. Die ganze gelieferte Ölmenge durchfließt den

<sup>1)</sup> Näheres hierüber bei PFARR, 1912, S. 469, dessen Anschauungsweise übrigens von der obigen z. T. abweicht.

Zapfen, und die Größe des Ölverbrauchs ist in erster Linie eine Frage der Wärmeabfuhr. Bei den Turbinen von Beznau mit einem Zapfen, ähnlich der Abb. 669, konnte ich die sekundliche Ölmenge zu etwa  $\frac{1}{4}$  l feststellen. Die Nachrechnung der Zapfenbelastung nach Gleichung (529) lieferte ein befriedigendes Ergebnis.

Sind nun aber, wie dies häufig der Fall ist, mehrere Preßolzapfen an die gleiche Öldruckleitung angeschlossen, so tritt eine sehr wichtige Komplikation ein. Benötigen nämlich die verschiedenen Zapfen einen verschiedenen Druck  $p_i$ , der, wie wir gesehen haben, nur von den Dimensionen der Zapfen und ihrer Belastung abhängt, so kann es leicht vorkommen, daß einzelne Zapfen gänzlich ohne Ölzirkulation bleiben. Ein gewisser Ausgleich ist dabei freilich insofern zu erwarten, als sich an den Zapfen mit geringer Ölzufuhr der Druck infolge kleinerer Reibungsverluste in der Zuleitung von selbst verhältnismäßig höher einstellt. Sicherer begegnet man der genannten Gefahr aber dadurch, wie z. B. auch in Beznau geschehen, daß vor jedem Zapfen ein Drosselhahn angeordnet ist, mit dem  $p_i$  nach der jeweiligen Bedarfshöhe eingestellt werden kann.

Das ist offenbar dann erreicht, wenn die Summe aus dem Bedarfsdruck  $p_i$  plus den Drossel- und Reibungswiderständen für jedes Lager gleich groß gemacht ist.

Eine Erschwerung für die Aufstellung des richtigen Gleichgewichts liegt hier darin, daß der Druckverlust der Ölbewegung, die sich durchweg unterhalb der kritischen Geschwindigkeit abspielt, der Zähigkeit des Öls proportional ist, und daß diese sich in hohem Maße mit der Temperatur ändert. Aus Versuchen mit gewöhnlichem Maschinenöl fand ich<sup>1)</sup> den Druckverlust  $p$  in kg/qm zu

$$p = \left( \frac{0,31}{t} - 0,0034 \right) \frac{32 \cdot c \cdot l}{d^2},$$

wobei  $t$  die Temperatur in Celsiusgraden,  $c$  die Ölgeschwindigkeit in m/sek,  $l$  die Rohrlänge und  $d$  den Rohrdurchmesser in m darstellt, für Bewegungen unterhalb der kritischen Geschwindigkeit  $c_k$ , die sich nach

$$c_k = K \cdot \eta \cdot \frac{g}{\gamma} \cdot \frac{1}{d} \quad (\text{vgl. S. 97, Gl. 116})$$

mit

$K = 2000$  und  $\eta = \frac{0,28}{t} - 0,0034$ ,  $g = 9,81$  m/sek<sup>2</sup>;  $\gamma$  in kg/cdm,  $d$  in mm, berechnen läßt, z. B.

$$t = 30^\circ; \quad \eta = 0,0093 - 0,0034 = 0,0059$$

mit

$$d = 12 \text{ mm}, \quad \gamma = 0,89, \quad c_k = 2000 \cdot 0,0059 \cdot \frac{9,81}{0,89} \cdot \frac{1}{12} = 10,8 \text{ m/sek},$$

somit höher als die normale Durchflußgeschwindigkeit.

In neuerer Zeit gewinnen auch die Kugellager an Bedeutung und zwar sowohl als Trag-, wie als Spurlager. Sie haben den Vorzug geringer Reibung und gedrängter Bauart.

Die zulässige Belastung der einzelnen Kugel ergibt sich nach STRIBECK als

$$P = 50 d^2 \text{ bis } 100 d^2, \quad (530)$$

<sup>1)</sup> Ölreibung in Röhren. Z. g. T. 1907, S. 461f.

wobei  $d$  den Kugeldurchmesser in cm bedeutet, und die größeren Werte den kleineren Drehzahlen zukommen. Für geometrisch ähnliche Traglager der D.W.F. gilt

$$P(n + 1220) = \text{konst.}$$

Bei einem Traglager mit  $z$ -Kugeln beträgt nach STRIBECK die größte Belastung einer Kugel  $5/z$  der Gesamtlast, wenn  $z = 10$  bis 20. Bezüglich weiterer Einzelheiten vgl. Hütte, 1911, I, S. 880ff. und II, S. 309.

### 3. Die Reibungsarbeit

ist das Produkt aus der Reibungskraft und der von ihr zurückgelegten Wegstrecke.

Zur Bestimmung der ersteren benutzt man den oben erwähnten Reibungskoeffizienten, der durch die Gleichung  $\mu = \frac{R}{P} = \frac{q}{p}$  definiert wird, wobei  $q$  die Schleppkraft an der Einheit der Zapfenfläche und  $p$  den entsprechenden Flächen-  
druck bedeutet.

Für den Zylinderzapfen erhält man damit unter Voraussetzung der auf S. 529 abgeleiteten Verteilung der Pressungen und unter der Annahme, daß  $\mu$  für den ganzen Zapfen konstant sei, die Reibungsarbeit  $A_z$  in der Sekunde ( $\omega =$  Winkelgeschwindigkeit, vgl. Abb. 672) zu

$$A_z = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \omega \cdot r \cdot q \cdot l \cdot r \cdot d\alpha$$

$$\text{mit } q = \mu \cdot p = \mu p_{\max} \cdot \cos \alpha$$

$$A_z = \mu \cdot p_{\max} \cdot \omega \cdot r^2 \cdot l \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha = 2 \cdot \mu \cdot p_{\max} \cdot \omega \cdot r^2 \cdot l \quad (531)$$

$$\text{und mit } p_{\max} = \frac{4}{\pi} \cos \varphi \cdot k \text{ und } 2 \cdot r \cdot l \cdot k = P$$

$$A_z = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \varphi \cdot \mu \cdot P \cdot r \cdot \omega \quad (532)$$

zur Vereinfachung mit dem Koeffizienten der Zapfenreibung

$$\mu_z = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \varphi \cdot \mu$$

wie nicht anders zu erwarten

$$A_z = \mu_z \cdot P \cdot r \cdot \omega = \mu_z \cdot P \cdot u = \mu_z \cdot P \cdot \frac{d\pi n}{60} \quad (533)$$

Zum Vergleich verschiedener Lager bezieht man die Reibungsarbeit auf die Einheit der Zapfenfläche. Sie folgt dann als  $\alpha_z$  zu

$$\alpha_z = \frac{A_z}{d \cdot l} = \mu_z \frac{P \cdot u}{d \cdot l} = \mu_z \cdot k \cdot u \text{ oder } = \mu_z \cdot P \cdot \frac{\pi \cdot n}{60 \cdot l} \quad (534)$$

Um von dem veränderlichen  $\mu_z$  unabhängig zu sein, gibt man die Erfahrungswerte nicht für  $\alpha_z$ , sondern für  $k \cdot u$  an.  $k \cdot u$  wird in  $\text{kg/cm}^2 \cdot \text{m/sek}$  gemessen

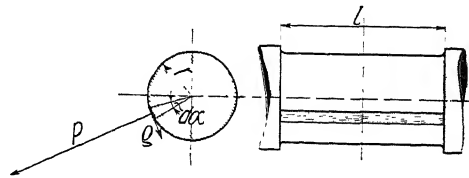


Abb. 672.

und soll bei einfachen Lagern den Wert 20 nicht überschreiten<sup>1)</sup>. Bei Wasserkühlung kann er aber noch erheblich gesteigert werden. Häufig findet man statt

$k \cdot u$  den Ausdruck  $\frac{P \cdot n}{l} = w_s$  (535), der nach obiger

Gleichung  $w_s = \frac{6000}{\pi} \cdot k \cdot u$  beträgt, wenn  $l$  in cm,  $u$  in m/sek gerechnet wird ( $w_s = 38000$  für  $k \cdot u = 20$ ), und aus dem sich  $l$  unmittelbar berechnen läßt.

In genau entsprechender Weise erhalten wir nach Abb. 673 für den Spurzapfen:

$$A_s = \int \omega r \cdot 2 r \pi \cdot dr \cdot \varrho$$

mit

$$\varrho = \mu \cdot p = \mu \cdot p_{\max} \cdot \frac{r_i}{r}$$

Abb. 673.

$$A_s = \mu \cdot p_{\max} \cdot r_i \cdot 2 \cdot \omega \cdot \pi \int_{r_i}^a r dr = \mu \cdot p_{\max} \cdot r_i \cdot \omega \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2) \quad (536)$$

mit

$$p_{\max} = \frac{P}{2 \pi (r_a - r_i) r_i}$$

$$\begin{aligned} A_s &= \mu \cdot p_{\max} \cdot \omega \cdot \pi (r_a - r_i) r_i (r_a + r_i) = \mu \cdot \omega \cdot P \cdot \frac{r_a + r_i}{2} = \\ &= \mu \cdot P \cdot u_m = \mu \cdot P \cdot \frac{d_m \cdot \pi \cdot n}{60} \end{aligned} \quad (537)$$

Für die Flächeneinheit folgt

$$\begin{aligned} \alpha_s &= \frac{A_s}{(r_a^2 - r_i^2) \pi} = \mu \cdot k \cdot u_m, \text{ oder auch } = \mu \cdot \omega \cdot P \cdot \frac{r_a + r_i}{2 (r_a^2 - r_i^2) \pi} \\ &= \mu \cdot \omega \cdot P \cdot \frac{1}{2 (r_a - r_i) \pi} = \mu \cdot P \cdot \frac{n}{30 (d_a - d_i)}, \end{aligned} \quad (538)$$

$$\text{woraus mit } w_s = \frac{P \cdot n}{d_a - d_i}; \quad w_s = 3000 k \cdot u_m \text{ kg/cm}^2 \cdot \text{m/sek.} \quad (539)$$

Hier empfehlen WAGENBACH<sup>2)</sup>

für ungekühlte Lager  $k \cdot u_m < 20 \text{ kg/qcm} \cdot \text{m/sek}$  ( $w_s = 60000$ ),

für gekühlte Lager  $k \cdot u_m$  bis  $80 \text{ kg/qcm} \cdot \text{m/sek}$  ( $w_s = 240000$ );

PFARR<sup>3)</sup> für  $w_s = 40000$  bis  $75000$  ( $k \cdot u_m = 13,3 \sim 25$ );

THOMANN<sup>4)</sup>  $w_s = 40000$  bis  $60000$  ( $k \cdot u_m = 13,3 \sim 20$ ) bei nicht gekühlten,  
 $w_s = 60000$  bis  $100000$  ( $k \cdot u_m = 20 \sim 33$ ) bei gekühlten Ringzapfen,  
 $w_s = 50000$  bis  $100000$  ( $k \cdot u_m = 16,6 \sim 33$ ) bei Spurzapfen.

Wie man sieht, gewähren diese Zahlen einen weiten Spielraum. Das ist auch nur natürlich, da die Wärmeableitung bei verschiedenen Lagern gleicher Zapfen-

<sup>1)</sup> BACH, 1908, S. 525.

<sup>2)</sup> Hütte, 1911, II, S. 308.

<sup>3)</sup> PFARR, 1912, S. 448.

<sup>4)</sup> THOMANN, S. 175 u. 177.



fläche sehr verschieden ausfallen kann, vor allem aber, weil die Größe der Reibungsarbeit noch die Multiplikation mit dem sehr wechselnden Reibungskoeffizienten  $\mu$  verlangt. Da der letztere von der Güte des Lagers, des Öls und vor allem der Montage abhängt, werden Lager von äußerlich gleicher Beschaffenheit in der Praxis oft ganz verschiedene Erwärmung zeigen.

Bei der Wahl von  $w_z$  bzw.  $w_s$  wird in erster Linie die absolute Sicherheit des Betriebs maßgebend sein. In zweiter Linie aber werden wir uns von Gründen der Billigkeit, der Reibungsverluste und der allgemeinen Montagegenauigkeit bestimmen lassen.

Bei einem Lager, an dem harte Klemmungen so gut wie ausgeschlossen sind (sorgfältigste Montage, Kugellager, biegsame Welle), und bei dem eine lebhafte Ölzirkulation stattfindet (Ringschmierung, zentrifugale und weite Ölnuten, Ölpumpe) wird zumeist die Reibungsarbeit auch bei großen  $w_z$  bzw.  $w_s$  klein ausfallen. Dazu wird die erzeugte Wärme rasch abgeführt werden. Solche Lager dürfen wohl den zehnfachen Wert von  $w_z$  und  $w_s$  aufweisen gegenüber Lagern, die auf alle diese Vorzüge verzichten müssen.

#### 4. Lagerkonstruktionen.

##### a) Traglager.

Die Konstruktion der normalen Traglager gehört in das Gebiet der Maschinenelemente. Im Turbinenbau haben sie aber häufig auch Axialschub aufzunehmen (vgl. S. 518), der selbst bei horizontaler Zwillingsanordnung infolge unvermeidlicher Ausführungsunterschiede nicht völlig ausgeschaltet ist. Man bildet deshalb das eine Traglager der Turbinenwelle grundsätzlich mit kräftigen Bunden, und bei einseitigem Laufrad noch besser als Kammlager aus. Die letztere Ausführungsform ist in Taf. 42 dargestellt. Schmierringe sorgen in Verbindung mit weiten Ölnuten für den notwendigen Kreislauf des Öls.

Die Darstellung läßt auch erkennen, daß die betreffende Firma ihre Lagerkonstruktionen für Wellenstärken von 20 zu 20 mm jeweils mit dem gleichen Modell ausführt.

Die Lagerschalen lassen sich, wenn die Welle unterstützt und etwas gehoben wird, leicht herausdrehen, was mit Rücksicht auf die oft schwierige Montage der Turbinenwelle schon früh als zweckmäßig erkannt wurde.

Neuerdings ist man dazu übergegangen, das ganze Lager zum gleichen Zweck drehbar anzuordnen. Ein solches Lager wird dann seitlich angeschraubt (vgl. Abb. 5 bis 7, Taf. 42). Das vorliegende Modell kann gleichfalls für Bohrungen von 20 mm Differenz verwendet werden. Es hat 3 Kämme und erhält außerdem Wasserkühlung dadurch, daß Wasser durch ausgesparte Hohlräume des Lagerkörpers und Deckels hindurchgeleitet wird. Dabei ist auf genügende Weite des Ablaufrohrs besonders zu achten.

Eine andere originelle Wasserkühlung für Endlager zeigt Abb. 5, Taf. 47. Hier wird das Wasser durch ein Rohr in das Innere der Welle selbst geleitet und fließt durch den Spielraum der Wellenbohrung ab. Mehrere Spritzringe verhüten ein Eindringen des Wassers in die Ölkammer des Lagers.

Ein Kugeltraglager mit gleichfalls herausdrehbarem Gehäuse zeigt Abb. 674.

Sehr einfach werden oft die Endlager der Turbinenwelle besonders dann ausgeführt, wenn sie am Saugrohrkrümmer liegen, da ihre Belastung dort sehr gering ist. Eine Ausführung eines solchen Lagers zeigt die Abb. 4, Taf. 47. Ist das Lager

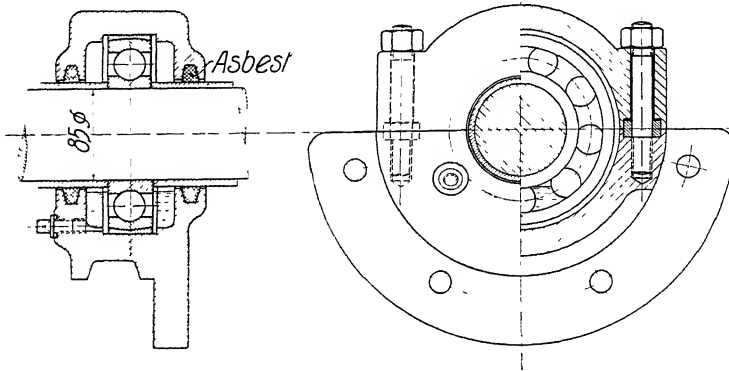


Abb. 674. Kugeltraglager (Drehlager) (D.W.F.). Belastung 1800 kg,  $n = 700$ ;  
9 Kugeln von 28,57 mm Durchmesser.

im Wasser unzugänglich, so ist der gesicherten Schmierung besondere Sorgfalt zuzuwenden, es sei denn, daß man sich damit begnügt, nur ein Pockholzlager nach Abb. 653, S. 522 auszuführen, das bei beständiger Wasserschmierung lange Lebensdauer hat.

Bei großem Axialschub, der bei einfachen Spiralturbinen in hohem Gefälle auftritt, ordnet man Drucklager an, die den im nächsten Abschnitt besprochenen

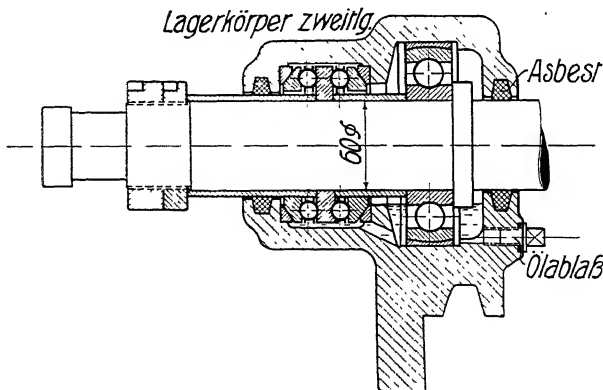


Abb. 675. Kugeldruck- und -traglager (Kombiniertes Lager) (D.W.F.).  
 $n = 700$  Normalbelastung (Max.) 1000 kg; 9 Kugeln von 20,64 mm;  
Axialbelastung (Max.) 800 kg,  $2 \times 19$  Kugeln von 11,11 mm.

Spurzapfen verwandt sind. Sie werden sowohl als Ringspurzapfen wie als Druckkugellager ausgeführt. Die erstere Art ist in Taf. 46, die 'zweite' in Abb. 675, sowie in Abb. 3 a u. 3 b, Taf. 47, dargestellt.

### b) Halslager.

Wird das Traglager an die stehende Welle montiert, so bezeichnet man es wohl als Halslager.

Im Turbinenbau haben die Halslager besondere Bedeutung, die am Leitraddeckel der stehenden Turbinenwelle (vgl. *L.L.* Abb. 629, S. 502, sowie Taf. 15) angeordnet sind, und die, welche sich in der Verbindung mit dem Spurzapfen (Taf. 43 u. 44) vorfinden.

Die ersteren befinden sich meist im Wasser und wurden früher häufig aus Pockholz ausgeführt. Wenn sie mit Lagermetall ausgerüstet werden, ist es nötig, dafür zu sorgen, daß das Wasser nicht durch den atmosphärischen Überdruck durch das Lager hindurch gepreßt wird, da andernfalls ein rascher Verschleiß der Schalen auch bei kleinstem Lagerdruck auftritt. Deshalb versieht man das Lager am oberen Ende mit einer Stopfbüchse (Abb. 655, S. 523). Auch empfiehlt es sich zur leichteren Auswechslung Lager und Stopfbüchse zweiteilig anzuordnen.

Noch sicherer wie die Stopfbüchse verhindert ein aufgesetztes Schutz- oder Luftrohr nach Taf. 14 und 15 das Eindringen von Wasser ins Lager, das zuweilen auch besonders bei großen Turbinen zur Versteifung des Leitraddeckels mit der Decke der Turbinenkammer verwendet werden kann (Abb. 627, S. 500).

### c) Spurlager.

Die Spurlager unterscheiden sich wesentlich darnach, ob das Drehmoment der Turbinenwelle durch sie hindurchgeleitet wird (Abb. 3, Taf. 14) oder nicht (Abb. 1, Taf. 14). Im ersteren Fall (»Mittelzapfen«) werden die Spurringe größer und die Lagerreibung wird vermehrt, auch kann der Flächendruck wegen der größeren Umfangsgeschwindigkeiten und schwierigeren Montage nicht so hoch gewählt werden wie im zweiten Fall. Dafür geben sie größere Freiheit in der Disposition der Anlage. Ein Beispiel für den Mittelzapfen ist in Taf. 43 gegeben. Man bemerkt, daß die Spurringe im Ölbad laufen und daß eine Kugelfläche, auf der der untere Spurring aufliegt, dessen genaue horizontale Einstellung ermöglicht. Ein eventueller Fehler in der vertikalen Lage der Turbinenwelle kann dadurch freilich nur in ungenügender Weise unschädlich gemacht werden, da bei jeder Umdrehung ein Nachgeben der Kugelfläche nötig wäre. Dieses Nachgeben ist mit Sicherheit nur dann zu erreichen, wenn der Winkel, den die Tangente am äußersten Auflagerpunkt der Kugelfläche mit der Horizontalen einschließt, kleiner ist als der Reibungswinkel. Wichtig ist bei den Spurzapfen eine Nachstellmöglichkeit in der Vertikalen zum Einstellen der Kegelräder bzw. des Laufrades. Im vorliegenden Beispiel muß das durch Zwischenlegen von Blechen erreicht werden (vgl. Abb. 1)

Eine leichtere Einstellung zeigt der Spurzapfen (»Endzapfen«), Taf. 44, dessen Höhenlage durch Drehen der großen Mutter verändert werden kann. Dabei wird die Sicherung durch Zusammenziehen der aufgeschlitzten Mutter und einen eingesteckten Keil erzielt.

Eine besonders einfache Ausführung des Endzapfens zeigt die »Hängespur« (Taf. 45). Hier ist die ganze Lagerung in dem ausgebohrten Wellenende untergebracht. Die guten Erfahrungen mit dieser sehr gedrängten Ausführung sind wohl in erster Linie in der elastischen Nachgiebigkeit der verhältnismäßig dünnen Aufhängespindel begründet.

Von Interesse ist auch das in Abb. 676 dargestellte für die außergewöhnlich großen

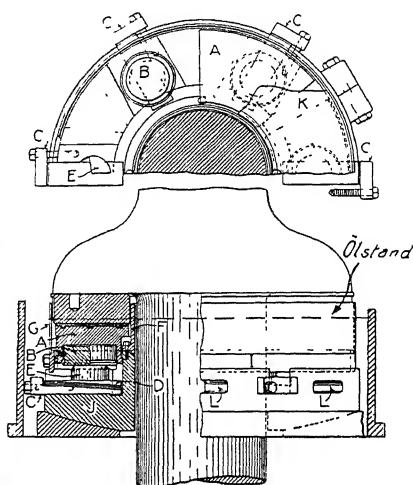
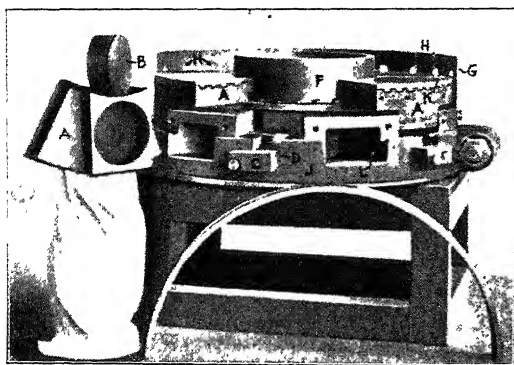


Abb. 676. Spurlager des McCall Ferry-Kraftwerkes mit einzeln einstellbaren Tragflächen (Vgl. Z. g. T. 1913, S. 313.)

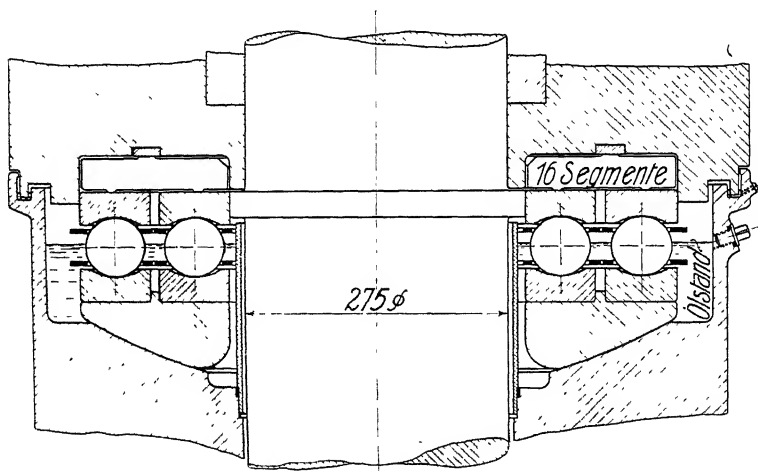


Abb. 677. Spurlager mit zwei Laufringsystemen (D.W.F.).  
Belastung 45 t,  $n = 188$ ;  $2 \times 7$  Kugeln von 63,5 mm Durchmesser.

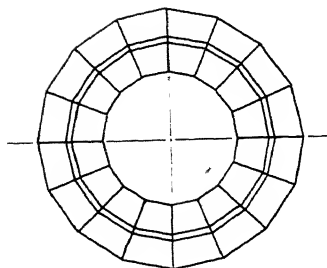


Abb. 678. 16 Segmente zur Druckverteilung im Lager Abb. 677.

Kräfte des McCall Ferry-Kraftwerkes ausgeführte Drucklager. Die Wellen der 10000 kW.-Turbinen haben 536 mm  $\phi$  bei  $n = 94$ , die Spurringe einen Außendurchmesser von 1155 mm. Die Lagerbelastung beläuft sich auf 185 t. Die Tragfläche ist nicht aus einem Stück hergestellt, sondern aus 6 Gleitböcken *A*, die durch Kugelzapfen *B* beweglich und durch Keile *C* in der Höhenlage einstellbar angeordnet sind.

Ein zweireihiges Stützkugellager mit Druckverteiler der D.W.F. zeigt Abb. 677, die Anordnung der zugehörigen Segmente folgt aus Abb. 678.

## H. Die Kegelräder und ihre Lagerung.

Bei kleinem und kleinstem Gefälle ist die vertikale Einfach-Turbine, die für sich die geringste Höhengausdehnung verlangt, und die Energie durch die Welle zwanglos über Tag fördert, die gegebene Konstruktion.

Infolge ihrer geringen Drehzahl verlangt sie durchweg eine Übersetzung ins Rasche und da die Transmissionswelle meist horizontal liegt, so hat man bis heute für diesen Fall die Kegelräder nicht entbehren können, obwohl sie im Sinne der modernen Kraftübertragung mit Rücksicht auf Abnutzung, Reibungsverlust und Geräusch als eine ideale Lösung des Problems nicht bezeichnet werden können.

Zur Erzielung ruhigen Ganges verwendet man Holz-Eisenräder und zu demselben Zweck sollen auch nach Möglichkeit die glatten Übersetzungsverhältnisse wie  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4} \sim \frac{1}{5}$  bevorzugt werden, die das Einlaufen der Zähne erleichtern. Fast durchweg werden die Räder auf der Maschine gehobelt, sodaß die Breite  $b$  das Fünffache der mittleren Teilung  $t_m$  betragen darf.

Die Teilung folgt dann aus dem von KANKELWITZ aufgestellten Ansatz

$$P = k \cdot b \cdot t_m, \quad (540)$$

wobei  $P$  den größten Zahndruck  $= 716,20 \frac{N}{n} \cdot \frac{2}{D_m}$  darstellt und

$$b/t_m = 3 \text{ bis } 5, \quad (541)$$

$$k = 8 \sim 10 \sim 12$$

gesetzt werden darf.

Der Zahnradobergriff bildet bei Einzelturbinen die Regel (Abb. 12, S. 20), da er ein unmittelbares Anheben der Turbine gestattet, die Zähne des großen Rades vor Schmutz sichert und durch den Axialdruck den Spurzapfen entlastet (S. 524).

Bei mehreren Turbinen, die auf eine durchgehende Welle arbeiten sollen, zieht man den Untergriff (Abb. 1 u. 2, Taf. 14 und Abb. 1, Taf. 18) vor, da dadurch erst ihr unmittelbarer Antrieb ermöglicht wird (Taf. 17).

In neuer Zeit hat VORTH die in Abb. 3, Taf. 14 gegebene Anordnung für Obergriff eingeführt, die durch die großen Betonmassen eine Gewähr für besonders ruhigen Gang geben soll.

Für Untergriff wird der Lagerbalken öfters nach Abb. 1, Taf. 14 und Abb. 3, Taf. 16 ausgebildet.

Auf eine Umfrage, die ich aus Anlaß eines Gutachtens über die von Kegelrädern hervorgerufenen Geräusche an eine Reihe der ersten Firmen gesandt habe, erhielt ich in entgegenkommendster Weise die folgenden Merkmale als wesentliche Grundlagen für einen ruhigen Gang der Holz-Eisenräder:

1. Die Räder müssen peinlich genau gearbeitet und möglichst solid gelagert werden.
2. Die Höhe der Belastung spielt keine wesentliche Rolle. Häufig laufen voll belastete Räder am ruhigsten.
3. Die Umfangsgeschwindigkeit wird nicht gern über 15 m/sek, das Übersetzungsverhältnis nicht gern über  $\frac{1}{5}$  gesteigert.

Zu Punkt 1 möchte ich beifügen, daß die Befestigung der Kegelräder zwischen den Lagern nach Abb. 1 u. 2, Taf. 14 naturgemäß stabiler ist, als die freitragende

Anordnung nach Abb. 3, Taf. 14. Im letzteren Fall wendet daher z. B. VOITH zwei Lager im Betonklotz, sowie im ganzen eine dreifache Lagerung der Turbinenwelle an, von der das mittlere Lager aber meines Erachtens bei solider Versteifung des Turbinendeckels (vgl. S. 474) entbehrt werden kann.

Über besondere Mittel zur Geräuschisolierung, wie Einbau der Räder in schalldämpfende Kasten, Einkleiden der Arme in Filz und dgl. liegen bisher nur wenig Erfahrungen vor. Eine Bandkupplung zwischen Rädergetriebe und Transmission soll nach VOITH die Geräusche bis zu einem gewissen Grad vermindern.

Versuche, die im Laboratorium für technische Physik (Prof. KNOBLAUCH München) ausgeführt wurden, haben gezeigt, daß Geräusche, die durch die Luft übertragen werden, um so besser abgefangen werden, je schwerer die Trennungswände sind, daß es aber für die durch Gebäudeteile u. dgl. vermittelten Geräusche vor allem wichtig ist, die auftretenden Stöße und Schwingungen gar nicht erst auf die Fundamente kommen zu lassen, sondern sie gleich beim Entstehen durch elastische Zwischenmittel und Unterlagen (Eisenfilz u. dgl.) abzufangen.

Von letzterem Mittel sollte man da Gebrauch machen, wo die Geräuschlosigkeit, wie z. B. in der Nähe von Wohnhäusern, eine Lebensfrage ist. Dazu müßten das obere Lager der Turbinenwelle mit den beiden Lagern der angetriebenen, horizontalen Welle, die unter sich absolut starr verbunden sein sollen, zunächst auf eine gemeinsame Grundplatte gesetzt werden, die ihrerseits gegen das Fundament elastisch isoliert werden kann, da ihre Starrheit gegenüber der eigentlichen Turbine nicht so unbedingt nötig ist.

## J. Die mechanischen Leistungsverluste.

### I. Der Spaltverlust.

Der Spaltverlust wird durch die Wassermenge verursacht, die infolge des Spaltüberdrucks durch die Kranzspalte bei a und c, Abb. 650, S. 519 hindurchtritt, und so für die nützliche Arbeitsleistung verloren geht.

Sie ist jeweils den in Frage kommenden Durchflußquerschnitten ( $F_S$ ), der Wurzel aus dem betreffenden Überdruck ( $h_S$ ) sowie einem Ausflußkoeffizienten  $\mu$  proportional.

Hieraus folgt, daß sie bei geometrisch ähnlichen Turbinen, wo  $F_S$  dem Quadrat des Durchmessers und wo der jeweilige Überdruck  $h_S$  dem Gefälle proportional ist, während  $\mu$  konstant gesetzt werden kann, sich mit dem Wechsel von Turbinengröße und Gefälle im gleichen Verhältnis ändert wie die durch das Laufrad fließende Wassermenge  $Q$ , d. h. daß der entsprechende Wirkungsgrad der Spaltdichtigkeit mit

$$\frac{Q}{Q + Q_v} = \frac{Q_g - Q_v}{Q_g} = \eta_v \quad [458]$$

konstant ist.

Als Durchflußquerschnitte bemerken wir vor allem den Kranzspalt am Laufradkranz sowie den Kranzspalt am Laufradboden. Der letztere spielt hier keine Rolle, wenn, was bei Zwillingsturbinen häufig vorkommt (vgl. Abb. 619, S. 496), keine Wasserlöcher im Laufradboden angebracht sind. Gelegentlich rüstet man

das Laufrad auch mit mehr Kranzspalten aus, vgl. Abb. 527, S. 440, wodurch nicht nur eine bessere Regulierung des Axialschubs (S. 521), sondern durch die Unterteilung des Spaltüberdrucks und die Verkleinerung des Spaltquerschnitts eine wesentliche Verminderung des Spaltverlustes erzielt wird.

Um den Spaltverlust klein zu halten, legt man die Kranzspalte auf möglichst kleine Durchmesser. In dieser Beziehung ist man aber beim Laufradkranz durch das Kranzprofil gebunden, während der Laufradboden mit Rücksicht auf den Axialschub am äußersten Umfang abgedichtet werden muß.

So bleibt zur Verringerung der Durchflußquerschnitte nicht viel mehr übrig, als die eigentlichen Kranzspalte klein zu machen, und das geschieht auch, soweit die Genauigkeit der Herstellung und Montage (Durchbiegung der Welle u. dgl.) es zulassen. Bei kleinen Ausführungen geht man mit K. S. bis auf  $\frac{1}{2}$  mm herunter, während mittlere in der Regel 1 mm, sehr große 2 bis 3 mm zeigen. Somit bleibt die Proportionalität der Durchflußquerschnitte im allgemeinen nicht streng gewahrt, weshalb große Turbinen verhältnismäßig kleinere Spaltverluste haben als kleine.

Des weiteren sucht man den Ausflußkoeffizienten durch geeignete Ausbildung des Eintrittsquerschnitts zum Spalt, vgl. Abb. 527, durch Labyrinthdichtung und gelegentlich auch durch eingeschnittene Schraubengänge, Taf. 5, klein zu halten<sup>1)</sup>.

Die größte Variation für den Spaltverlust ruft aber der Spaltüberdruck  $h_s$  hervor, der vom Reaktionsdruck  $h_{r,2}$  (S. 280f.) und von dem durch die Rotation des das Laufrad umgebenden Wassers hervorgerufenen Druckparaboloid abhängt. Diese Verhältnisse sind bei der Berechnung des Axialschubs auf S. 518 ff. eingehend behandelt. Man bemerkt aus ihnen, daß die Entwicklung der Wasserrotation den Spaltverlust über dem Laufradboden oder über dem hereingezogenen Laufradkranz, Abb. 652, (S. 521), vermindert, über dem hinausgezogenen Laufradkranz (Abb. 651, S. 521) dagegen befördert.

Gleichung (344), S. 281 zeigt, wie der Reaktionsdruck mit abnehmender Beaufschlagung abnimmt und schließlich für  $w_2 = w_1 = 0$ , gleich der Zentrifugalpressung abzüglich der Radhöhe wird, so daß der Spaltverlust über dem Laufradboden, wenn das Wasser dort mit der Umfangsgeschwindigkeit des Rades mitrotiert, verschwindet.

Man bemerkt aus all dem, daß der Spaltverlust bei verschiedenen Turbinenkonstruktionen und -beaufschlagungen sehr verschiedene Werte annehmen kann.

Um aber ein Bild von seiner mittleren Größenordnung zu geben, mögen für die nach Taf. 2, 3, 4, (vgl. auch S. 416 ff.) ausgeführten Laufräder die entsprechenden Rechnungen angestellt werden.

Dabei sei der Kranzspalt, um allgemein brauchbare Werte zu erhalten, zu  $0,001 D$  gewählt. Weiter sei angenommen, daß das das Laufrad umgebende Wasser mit der halben Umfangsgeschwindigkeit mitrotiere, so daß der Druck  $h_1 - h_2 + H_r$  jeweils um die betreffende Zentrifugaldifferenz vermindert, bzw. vermehrt erscheint.

Der Druck  $h_1 - h_2 + H_r$  werde einfach gleich  $H - \frac{c_1^2}{2g}$  (vgl. S. 281) und der Ausflußkoeffizient  $\mu$  mit Rücksicht auf die Widerstände im Spalt selbst  $= 0,5$  gesetzt, der Durchflußwiderstand durch die Wasserlöcher werde vernachlässigt.

<sup>1)</sup> JUST, über Labyrinthrichtungen für Wasser. Dingler 1911 S. 35 ff.

Dann ergibt sich für den Normallauf (Taf. 2):

a) Der Wasserverlust über dem Laufradboden

$$Q_{vB} = \mu \cdot F_{SB} \cdot \sqrt{2g h_S} \quad (542)$$

Dabei wird

$$\begin{aligned} F_{SB} &= \left( D_B + 2 \cdot 0,001 D_B' \right)^2 \frac{\pi}{4} - D_B'^2 \frac{\pi}{4} = \frac{0,004\pi}{4} D_B'^2 \\ &= \frac{0,004 \cdot \pi}{4} \cdot 0,395^2 = 0,00049 \text{ m}^2, \end{aligned}$$

wobei  $D_B = 0,395 \text{ m}$ ,  $D_B'' = 0,160 \text{ m}$  (Wasserlochkreisdurchmesser Abb. 2, Taf. 2) ferner

$$h_{SB} = H - \frac{c_1^2}{2g} - \frac{u_B'^2 - u_B''^2}{2g} = 16,9 - \frac{11,98^2}{2g} - \frac{6,25^2 - 2,53^2}{2g} = 7,9 \text{ m} \quad (543)$$

wobei  $c_1$  für  $Q_\perp = 0,66 \text{ m}^3/\text{sek}$  zu  $11,98 \text{ m}/\text{sek}$  und  $u' = \frac{u}{2}$  eingesetzt ist, so daß

$$Q_{vB} = 0,5 \cdot 0,00049 \sqrt{2g \cdot 7,9} = 0,00305 \text{ m}^3/\text{sek} = 3,05 \text{ l.}$$

b) Der Wasserverlust am Laufradkranz wird entsprechend mit

$$\begin{aligned} D_K' &= 0,415 \text{ m}, & D_K'' &= 0,465 \text{ m}, \\ F_{SK} &= 0,000542 \text{ m}^2, & h_{SK} &= 10,14 \text{ m} \end{aligned}$$

zu

$$Q_{vK} = 0,5 \cdot 0,000542 \sqrt{2g \cdot 10,14} = 0,00382 \text{ m}^3/\text{sek} = 3,82 \text{ l}$$

gefunden.

Somit ergibt sich der gesamte Spaltverlust für  $Q_\perp = 660 \text{ l}$  zu  $6,87 \text{ l}$ , d. h. zu  $1,04\%$  der Gesamtwassermenge und  $\eta_v = 98,96\%$ .

Bei der Beaufschlagung  $\frac{2}{3} Q_\perp$  wird entsprechend  $Q_v = 7,66 \text{ l} = 1,75\%$  der Wassermenge,  $\eta_v = 98,25\%$ , bei  $\frac{4}{3} Q_\perp$   $Q_v = 6,71 \text{ l} = 0,8\%$  der Gesamtwassermenge und  $\eta_v = 99,2\%$ .

Für den Schnellläufer nach Taf. 3 ergibt sich in gleicher Weise

$$\begin{aligned} \text{für } Q_\perp \quad Q_v &= 8,01 = 0,78\% \text{ von } Q_\perp \text{ und } \eta_v = 99,22\% \\ \text{für } \frac{2}{3} Q_\perp \quad Q_v &= 8,91 = 1,30\% \text{ von } \frac{2}{3} Q_\perp \text{ und } \eta_v = 98,70\% \\ \text{für } \frac{4}{3} Q_\perp \quad Q_v &= 7,61 = 0,56\% \text{ von } \frac{4}{3} Q_\perp \text{ und } \eta_v = 99,44\% \end{aligned}$$

Für den Langsamläufer nach Abb. 1—5, Taf. 4 erhält man

$$\begin{aligned} \text{für } Q_\perp \quad Q_v &= 20,21 = 8,33\% \text{ von } Q_\perp \text{ und } \eta_v = 91,67\% \\ \text{für } \frac{2}{3} Q_\perp \quad Q_v &= 18,71 = 11,60\% \text{ von } \frac{2}{3} Q_\perp \text{ und } \eta_v = 88,40\% \\ \text{für } \frac{4}{3} Q_\perp \quad Q_v &= 22,21 = 6,90\% \text{ von } \frac{4}{3} Q_\perp \text{ und } \eta_v = 93,10\% \end{aligned}$$

Man sieht, daß dieses Ergebnis für den extremen Langsamläufer recht ungünstig ist. Durch Anordnen eines zweiten Spalts nach Abb. 527, S. 440 etwa im Durchmesser  $D'' = 0,365$  (Abb. 1, Taf. 4) läßt sich aber auch hier der Spaltverlust bedeutend herabdrücken. Der Durchflußquerschnitt am zweiten Spalt wird dann  $F_{2B} = F_{2K} = 0,000418 \text{ m}^2$  gegenüber  $F_{1B} = F_{1K} = 0,000986 \text{ m}^2$  und man erhält

$$h_{1,2B} = h_{SB} + \frac{u_B'^2 - u_B''^2}{2g} + h_{SB}'' + \frac{u_B''^2 - u_B'''^2}{2g} = H - \frac{c_1^2}{2g} \quad (544)$$

und mit Einsetzen von

$$h_{SB}' = \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^2 h_{SB}''$$



aus  $Q_{vB} = \mu \cdot F_{rB} \cdot 1 \cdot 2g h'_{SB} = \mu \cdot F_{rSB} \cdot 1 \cdot 2g h''_{SB}$

läßt sich schreiben

$$h''_{SB} = \left( H - \frac{c_1^2}{2g} - \frac{u_B'^2}{2g} + \frac{u_B''^2}{2g} \right) \frac{1}{1 + \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^2} = 36 - \frac{15,3^2 + 8,2^2 - 3,5^2}{2g} \cdot \frac{1}{1 + 0,18} = 18 \text{ m.}$$

Damit wird nun

$$Q_{vB} = 0,5 \cdot 0,000418 \sqrt{2g \cdot 18} = 3,951 = Q_{vK}$$

und  $Q_v = 7,91 = 3,25\%$  von  $Q_1$ ,  $\eta_v = 96,75$  gegenüber  $Q_v = 8,33\%$  und  $\eta_v = 91,67\%$  ohne zweiten Spalt.

## II. Die Radseitenreibung.

Infolge der Drehung des Laufrads in der umgebenden Wassermasse entstehen Reibungsverluste  $L_R$ , die als Verluste durch Radseitenreibung bezeichnet werden. Sie sind, wie auf Seite 152, (Gl. 216) (an rotierenden Scheiben) nachgewiesen wurde, in erster Annäherung dem Quadrat des Durchmessers und der dritten Potenz der Umfangsgeschwindigkeit bzw. der  $\frac{3}{2}$  Potenz des Gefalles proportional und unterliegen somit demselben Gesetz wie die Turbinenleistung selbst. Hieraus folgt, daß geometrisch ähnliche Turbinen bei wechselndem Gefälle angenähert ein konstantes Verhältnis der Radseitenleistung zur Turbinenleistung und somit auch in dieser Beziehung einen konstanten Wirkungsgrad besitzen.

Über das Verhältnis der Leistung der Radseitenreibung zur Turbinenleistung  $L_R/L_e$  bei verschiedener Schnellläufigkeit erhält man einen Überblick, wenn man in [vgl. Gleichung (216) S. 152]

$$\frac{L_R}{L_e} = \frac{16 \varrho_1 \cdot z \cdot D^2 \cdot u^3}{Q \cdot \gamma \cdot H \cdot \varepsilon} = \frac{16 \varrho_1 \cdot z \cdot D^2 \cdot u^3}{Q_1 \sqrt{H} \cdot D^2 \cdot H \cdot \varepsilon \cdot \gamma} = \frac{16 \cdot \varrho_1 \cdot z \cdot u^3}{Q_1^2 \cdot H^{3/2} \cdot \varepsilon \cdot \gamma} \quad (545)$$

die folgenden Erfahrungswerte aus Tab. A, S. 411 einsetzt:

Für Langsamläufer:

Spalte

$$u = 0,58 \sqrt{2gH}, \quad Q_1^2 = 0,12, \quad e = 0,67, \quad \varepsilon = 0,69 \text{ mit } n_s = 50 \quad 5$$

$$u = 0,63 \sqrt{2gH}, \quad Q_1^2 = 0,33, \quad c = 0,80, \quad \varepsilon = 0,82 \quad \gg \quad n_s = 100 \quad 7$$

Für Normalläufer:

$$u = 0,69 \sqrt{2gH}, \quad Q_1^2 = 1,05, \quad e = 0,84, \quad \varepsilon = 0,86 \text{ mit } n_s = 200 \quad 9$$

Für Schnellläufer:

$$u = 0,81 \sqrt{2gH}, \quad Q_1^2 = 1,78, \quad e = 0,81, \quad \varepsilon = 0,83 \text{ mit } n_s = 300 \quad 11$$

$$u = 1,10 \sqrt{2gH}, \quad Q_1^2 = 1,46, \quad c = 0,73, \quad \varepsilon = 0,75 \quad \gg \quad n_s = 350 \quad 16$$

Damit wird mit

$$\varrho_1 = 0,002, \quad z = 2 \text{ und } \gamma = 1000$$

für

$$\begin{array}{ccccc} n_s = 50 & 100 & 200 & 300 & 350 \\ L_R/L_e = 0,0131 & 0,0052 & 0,0020 & 0,0019 & 0,0068. \end{array}$$

Hieraus folgt, daß die Normalläufer und die mäßigen Schnellläufer die geringste Radseitenreibung besitzen, und daß ihre Verluste, selbst wenn wir die gewonnenen Zahlen mit Rücksicht auf die axialen Dimensionen der Laufradoberfläche etwa mit  $\frac{3}{2}$  multiplizieren,  $\frac{1}{2}\%$  der Turbinenleistung noch nicht erreichen.

Die extremen Schnellläufer und noch mehr die extremen Langsamläufer (besonders aber die Zentrifugalpumpen) sind hier viel ungünstiger gestellt, und es ist dann wohl zu empfehlen, auch die äußere Oberfläche des Radkörpers möglichst glatt auszuführen.

### III. Die Lagerreibung.

Der Arbeitsverlust durch Lagerreibung folgt für zylindrische Zapfen nach Gleichung (533), S. 535 zu

$$L_l = A_z = \mu_z P \cdot \frac{d\pi n}{60}$$

für Spurzapfen nach Gleichung (537), S. 536 zu

$$L_l = A_s = \mu_s P \cdot \frac{d_m \pi n}{60}.$$

Die Lagerbelastung  $P$  besteht dabei aus

1. Dem Gewicht des Laufrads, das praktisch für einen größeren Gefallsbereich entworfen und annähernd dem Quadrat des Durchmessers proportional gesetzt werden kann, da die Gußstärken mit der Turbinengröße nur wenig zunehmen und große Turbinen für einen kleineren Gefallsbereich konstruiert werden, wie kleine.
2. Dem Gewicht der Turbinenwelle, das wieder dem Quadrat des Turbinendurchmessers proportional ist, wenn die Wellenlänge für gegebene Einbauverhältnisse konstant und der Wellendurchmesser  $d_w = \sqrt[3]{k \cdot M d} = \sqrt[3]{k_1 \cdot D^3} = k_2 \cdot D$  gesetzt wird. Außerdem wäre  $d_w = \sqrt[3]{k_3 H}$ , was aber in einem normalen Gefallsbereich vernachlässigt werden möge.
3. Dem Gewicht einer Kupplung oder eines Kegelrads, deren Durchmesser wieder dem Turbinendurchmesser sowie der dritten Wurzel aus dem Gefälle proportional gesetzt werden können und deren Gewichte annähernd mit der dritten Potenz ihres Durchmessers steigen. Ihrer geringen Bedeutung wegen sollen aber zur Vereinfachung auch diese Gewichte nur dem Quadrat des Laufraddurchmessers proportional gesetzt werden.
4. Dem Axialschub, der den wichtigsten Teil der Lagerbelastung darstellt, auf S. 518 ff. eingehend behandelt, und dem Quadrat des Turbinendurchmessers und dem Gefälle proportional ist (vgl. auch S. 341).

Somit besteht die Lagerbelastung aus den Gewichten  $G$ , die wir proportional  $D^2$ , und dem Axialschub  $P_A$ , den wir proportional  $D^2 \cdot H$  setzen.

Nehmen wir dann noch weiter den Zapfendurchmesser proportional dem Turbinendurchmesser an, was unter obiger Annahme bei gleichem Gefälle auf den gleichen Auflagerdruck führt, so wird mit  $n = \frac{60 \cdot u}{D \cdot \pi}$

$$L_l = \mu_s \frac{d_m}{D} \cdot u (G + P_A) = \mu_s \frac{d_m}{D} u (k_1 D^2 + k_2 D^2 \cdot H).$$

Das Verhältnis von  $L_l$  zur Turbinenleistung  $L_s$ , die proportional  $D^2$  und  $H^{3/2}$  ist, wird, wobei  $u = k \cdot \sqrt{H}$  für geometrisch ähnliche Ausführung

$$\frac{L_l}{L_s} = \frac{\mu_s \frac{d_m}{D} k \cdot \sqrt{H} (k_1 D^2 + k_2 D^2 H)}{Q_1 \cdot D^2 \cdot \sqrt{H} \cdot \gamma \cdot H \cdot \varepsilon} = \frac{K_s}{H} + K_A \quad (546)$$

und ist somit, solange  $\mu_s$  als gleichbleibend angesehen werden kann, für wechselnde Turbinengrößen konstant, nimmt aber, soweit die Lagerreibung von den Gewichten stammt, umgekehrt mit dem Gefälle ab und hat infolgedessen eine kleine Verbesserung des Gesamtwirkungsgrads der Turbinen bei wachsendem Gefälle zur Folge.

Um nun ein Bild über das Verhältnis der Lagerleistung zur Turbinenleistung zu gewinnen, setzen wir in roher Annäherung

$$\begin{aligned} G \text{ (ohne Zahnrad)} &= 1200 D^2 \\ G \text{ (mit Zahnrad)} &= 2000 D^2 \\ P_A &= 350 \cdot D^2 \cdot H \end{aligned}$$

$$u = 0,7 \sqrt{2gH}, \quad Q = 1,0 D^2 \cdot \sqrt{H}, \quad \varepsilon = 0,84,$$

dazu für besonders günstige Verhältnisse:

$$\mu_s = 0,002, \quad \frac{d_m}{D} = \frac{1}{20},$$

damit wird

$$\begin{aligned} \frac{L_l}{L_e} &= \frac{0,002 \cdot 1200 D^2 \cdot 0,05 \cdot 0,7 \sqrt{2gH}}{1,0 D^2 \sqrt{H} \cdot 1000 \cdot H \cdot 0,84} + \frac{0,002 \cdot 350 D^2 \cdot H \cdot 0,05 \cdot 0,7 \cdot \sqrt{2gH}}{1,0 D^2 \cdot \sqrt{H} \cdot 1000 \cdot H \cdot 0,84} \\ &= \frac{2,4 \cdot 0,035 \cdot \sqrt{2g}}{1000 \cdot H \cdot 0,84} + \frac{0,7 \cdot 0,035 \sqrt{2g}}{1000 \cdot 0,84} = \frac{0,443}{1000 \cdot H} + \frac{0,129}{1000} \end{aligned}$$

und für weniger günstige Verhältnisse

$$\mu_s = 0,01, \quad \frac{d_m}{D} = 0,2$$

$$\begin{aligned} \frac{L_l}{L_e} &= \frac{0,01 \cdot 2000 D^2 \cdot 0,2 \cdot 0,7 \cdot \sqrt{2gH}}{1,0 D^2 \sqrt{H} \cdot 1000 H \cdot 0,84} + \frac{0,01 \cdot 350 D^2 H \cdot 0,2 \cdot 0,7 \sqrt{2gH}}{1,0 D^2 \sqrt{H} \cdot 1000 \cdot H \cdot 0,84} \\ &= \frac{20 \cdot 0,14 \sqrt{2g}}{1000 \cdot H \cdot 0,84} + \frac{3,5 \cdot 0,14 \sqrt{2g}}{1000 \cdot 0,84} = \frac{14,8}{1000 H} + \frac{2,59}{1000}. \end{aligned}$$

Man bemerkt daraus, daß während im ersten Fall die Lagerreibung praktisch verschwindet, im zweiten Fall der Axialschub 0,25% der hydraulischen Turbinenleistung ausmacht, während die Gewichte bei 1 m Gefälle 1,5%, bei 10 m nur noch 0,15% der Turbinenleistung verursachen. Im Mittel dürfte somit die Lagerreibung bei  $H > 10$  m zwischen 0,1 bis 0,3%, bei  $H = 5 \sim 1$  m zwischen 0,3 bis 2,0% der Turbinenleistung verzehren.

Die Halslager (Abb. 3, Taf. 14) erfahren theoretisch keine Belastung vonseiten der Turbine. Ihre Reibungsleistung ist daher schwer zu berechnen und kann bei genauer Konstruktion vernachlässigt werden.

#### IV. Die Stopfbüchsenreibung.

Die Stopfbüchsen der Turbinen befinden sich am Saugrohr bzw. am Leitraddeckel (Taf. 21 u. 22). Jeweils ist der betreffende Überdruck gering, so daß die Stopfbüchsen nicht stark angezogen werden müssen, und hieraus folgt, daß die Leistungsverluste der Stopfbüchsenreibung bei guten Ausführungen gegenüber der Turbinenleistung kaum in Betracht kommen.

## V. Zusammenfassung.

Aus den berechneten einzelnen mechanischen Verlusten ergeben sich nun die folgenden Mittelwerte für

$$\eta_v = \frac{L_g - L_v}{L_g} = \frac{Q_g - Q_v}{Q_g} = \frac{Q}{Q + Q_v} \quad [458]$$

$$\eta_r = 1 - \frac{L_R}{L_\epsilon} - \frac{L_l}{L_\epsilon} - \frac{L_s}{L_\epsilon} \quad [457]$$

$$\eta_i = \eta_v \cdot \eta_r \quad [317]$$

a) für den Normalläufer

$$\eta_v = 0,9896$$

$$\eta_r = 1 - 0,003 - 0,003 - 0,0005 = 0,9935. \quad \left( \frac{L_s}{L_\epsilon} \text{ wurde geschätzt.} \right)$$

$$\eta_i = 0,9896 \cdot 0,9935 = 0,9825$$

b) für den Schnelläufer

$$\eta_v = 0,9922$$

$$\eta_r = 1 - 0,0102 - 0,004 - 0,0006 = 0,9852$$

$$\eta_i = 0,9922 \cdot 0,9852 = 0,9770$$

c) für den Langsamläufer

$$\eta_v = 0,9167 \text{ (ohne zweiten Spalt)}$$

$$\eta_r = 1 - 0,0195 - 0,0015 - 0,0005 = 0,9785$$

$$\eta_i = 0,9167 \cdot 0,9785 = 0,898.$$

Bei Annahme eines zweiten Spaltes ergibt sich

$$\eta_v = 0,9675$$

$$\eta_r = 0,9785$$

$$\eta_i = 0,946.$$

Betrachten wir nun noch, welchen Einfluß die mechanischen Verluste auf die Änderung des effektiven Wirkungsgrads beim Wechsel von Turbinengröße und Gefälle ausüben, so zeigt sich, daß in erster Annäherung Spaltverlust und Radseitenreibung den Wirkungsgrad unverändert lassen, und daß dasselbe für die vom Axialschub veranlaßte Lagerreibung gilt, da hier jeweils der Leistungsverlust ebenso wie die Turbinenleistung selbst mit  $D^2 \cdot H^{3/2}$  zunimmt. Nur die Lagerreibung, soweit sie von den Gewichten herrührt, sowie die Stopfbüchsenreibung lassen mit zunehmendem Gefälle eine (kleine) Verbesserung des effektiven Wirkungsgrads erwarten, da die erstere nur proportional  $D^2 \sqrt{H}$ , die letztere proportional  $D^2$  zu setzen ist.

In zweiter Annäherung haben wir freilich gesehen (S. 299 ff.), daß der hydraulische Wirkungsgrad  $\epsilon$  mit der Turbinengröße etwas und mit dem Gefälle in ganz geringem Maße zunimmt. Da der Spaltverlust nach demselben Gesetze gebildet ist, dürfte hiernach  $\eta_v$  konstant bleiben, doch ist, infolge der verhältnismäßig geringeren Spaltquerschnitte der großen Turbinen eine geringe Zunahme von  $\eta_v$  mit  $D$  zu erwarten.

Das konstante Verhältnis der Radseitenreibung zur Turbinenleistung hatte sich für die Beziehung  $L_R = k \cdot D^5 \cdot n^3$  ergeben. Legen wir statt dessen den Erfahrungswert von RÖTSCHER (S. 153, Gl. 219) mit  $L_R = k D^{5,366} \cdot n^{2,66}$  zugrunde,

so zeigt sich eine geringe Zunahme des oben genannten Verhältnisses mit der Turbinengröße und eine Abnahme mit dem Gefälle.

Bezüglich der Lagerreibung spielt, und zwar besonders bei ihrem vom Axialschub stammenden Betrag, der in erster Annäherung der Turbinenleistung proportional ist, die Änderung des Reibungskoeffizienten  $\mu$  eine bemerkbare Rolle.

Aus dem in Abb. 664, S. 531 dargestellten Diagramm zeigt sich der Reibungskoeffizient etwa proportional mit  $\sqrt[n]{n}$  bzw. mit  $\sqrt[n]{H}$  und umgekehrt proportional mit dem Auflagedruck  $k$ , der für die Gewichtsbelastung der Lager natürlich konstant ist, für die Belastung durch den Axialschub aber mit  $H$  bzw. mit  $n^2$  wächst.

Bei niederen Gefällen, wo die Gewichte überwiegen, wird daher der Reibungskoeffizient  $\mu$  proportional  $\sqrt[n]{n}$  zunehmen und somit das Verhältnis der Leistung  $\frac{L_l}{L_s}$  statt mit  $\frac{1}{n^2}$  nur mit  $\frac{1}{n^{3/2}}$  abnehmen. Und in gleicher Weise wird bei höheren Gefällen, wo der Axialschub vorherrscht, der Reibungskoeffizient mit  $\frac{\sqrt[n]{n}}{n^2}$  und somit das Verhältnis  $\frac{L_l}{L_s}$  statt = konstant eigentümlicher Weise ebenfalls mit  $\frac{1}{n^{3/2}}$  abnehmen.

Im ganzen darf man sagen, daß die mechanischen Verluste bei Turbinen eine so geringe Rolle spielen, daß ihr Wirkungsgrad  $\eta$  beim Wechsel von Gefälle und (geometrisch ähnlicher) Turbinengröße praktisch als konstant angesehen werden darf. Höchstens bei extremen Langsamläufnern kann man darauf rechnen, die zuletzt besprochenen Änderungen von  $\eta$  zu beobachten.

Noch mehr ist dies bei den Zentrifugalpumpen der Fall, bei denen man in der Tat eine Erhöhung des Wirkungsgrads mit wachsender Drehzahl in Übereinstimmung mit dem Obigen bemerken kann. Der Wirkungsgrad erreicht aber, wie zahlreiche Bremsungen ergeben haben, ein Maximum und nimmt dann bei weiterer Zunahme der Drehzahl aus noch nicht erwiesenen Gründen wieder ab. KUX sucht dies durch eine Veränderlichkeit des Koeffizienten der Radseitenreibung zu erklären (Z., 1907, S. 342). Mir scheint das unwahrscheinlich, zumal die Radseitenreibung an sich nur geringe Beträge aufweist. Eher ist anzunehmen, daß die Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck bei der Wasserverzögerung im Leitrad und bei der »wirksamen Verzögerung« (vgl. S. 387) im Laufrad bei den höheren Wassergeschwindigkeiten nach und nach mehr versagt.

Ist diese Erklärung zutreffend, so werden die Turbinen, die solche Verzögerungen nicht kennen, von der fraglichen Abnahme des Wirkungsgrads bei höheren Gefällen nicht betroffen. Und dies scheint die Erfahrung zu bestätigen.

## Siebenter Teil.

# Die Tangential-Teilturbinen (Becher-Pelton-Freistrah-Turbinen).

### A. Allgemeines.

Die allgemeinen Bedingungen der Gleichdruckturbinen, die hier in Anwendung kommen, wurden im vierten Teil S. 286 abgeleitet.

Aus ihnen folgte, daß das Laufrad auf die Austrittsgeschwindigkeit  $c_o$  aus dem Leitapparat nicht zurückwirkt, daß somit  $c_o$  bzw.  $c_i$  unabhängig vom Laufrad berechnet werden kann. Das ist auf S. 289 in den Gleichungen

$$c_i = \sqrt{2g(H_d - R_d) + 2g\left(H_s - (H_2 - H_3) + \frac{c_3^2}{2g} - (R_4 + R_d)\right)} \quad [358]$$

für Turbinen mit Saugrohr und

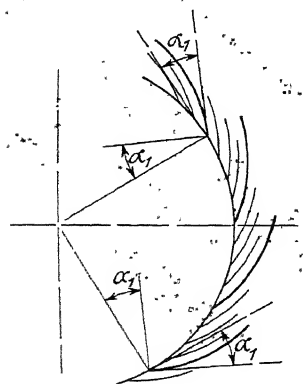
$$c_i = \sqrt{2g\left(H_d + \frac{c_z^2}{2g} - R_d\right)} \quad [353]$$

für Turbinen ohne Saugrohr geschehen.

Was nun die Berechnung der Laufräder angeht, so ist die einzige Bedingungsgröße eben diese Geschwindigkeit  $c_i$  mit der Forderung, daß ihre möglichst reibungsfreie Entwicklung über die Schaufel bis auf die schließliche Endgeschwindigkeit  $c_2$  unter gleichem Luftdruck stattfinden soll.

Um diese Entwicklung zu verfolgen, ist es notwendig, die Laufradkonstruktion näher zu betrachten, die uns hier beschäftigen soll.

Abb. 679. Rundum gleichartiger Wassereintritt der Vollturbinen.



Ein wesentlicher Unterschied zwischen der Voll- und der Teilturbine besteht darin, daß bei ersterer zwischen Leit- und Laufrad rundum wenigstens annähernd gleiche Verhältnisse herrschen. Sobald der Schaufelspalt breit genug gewählt ist, daß ein Ausgleich der mit wechselnder Geschwindigkeit aus den Leitradkanälen austretenden Wasserströmungen eintritt, trifft dies in hohem Maße zu. Mit andern Worten: Man kann einen auf dem Umfang konstanten Winkel  $\alpha_i$  (Abb. 679) in die Rechnung einsetzen. Bei dem freien Strahl der Teilturbine ist dies, selbst wenn wir seine Geschwindigkeit

über den Querschnitt konstant annehmen<sup>1)</sup>, wie Abb. 680 deutlich zeigt, nicht mehr der Fall und man sieht sich zunächst gezwungen, zur Vermeidung größerer Differenzen den Strahl schmal auszuführen. Das ist aber von praktisch geringer Bedeutung. Viel wichtiger ist, daß die Schaufeln, sobald ihr gegenseitiger Abstand nicht sehr klein gehalten wird, im Verlauf der Beaufschlagung unter ganz verschiedenen Winkeln vom Strahl getroffen werden, wie Abb. 681 an den Winkeln  $\alpha_1 + \beta_1 = \vartheta$  zeigt. Dann wird die Relativgeschwindigkeit des Strahles mit der

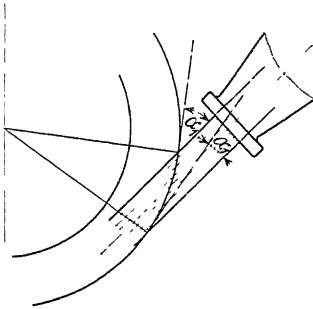


Abb. 680. Wechselnder Eintrittswinkel der Teilturbinen.

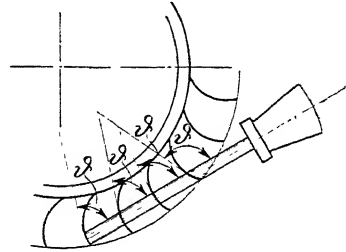


Abb. 681. Wechselnde Beaufschlagung der Teilturbinen.

Schaufelrichtung nicht übereinstimmen, sobald der getroffene Teil der Schaufel eine Ablenkung des Strahles bewirkt.

So bemerkt man denn auch, daß die früheren Axial- (Abb. 265, S. 194), Zentrifugal- (Abb. 278 u. 279, S. 197) und Zentripetal-Teilturbinen (Abb. 293, S. 199), sowie die tangentialen Löffelräder (Abb. 296, S. 200) durchweg mit einer sehr großen Zahl von Schaufeln ausgestattet wurden. Damit mußten aber große benetzte Flächen und mit Rücksicht auf die Schaufelstärken und auf die Lüftung große Austrittswinkel  $\beta_2$  bzw. große Austrittsgeschwindigkeiten  $c_2$  in Kauf genommen werden.

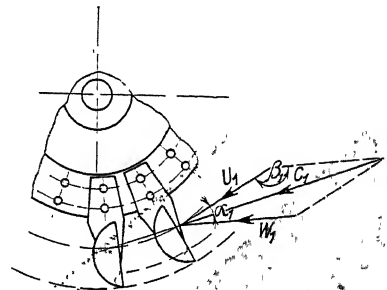


Abb. 682. Eintrittsdreieck bei der Pelton-Turbine.

Alle diese Nachteile vermeidet in glänzender Weise die von PELTON 1880 erfundene Tangential-Teilturbine dadurch, daß die Eintrittskante in das Laufrad nicht wie bei allen andern Turbinen angenähert senkrecht zur Ebene des Eintrittsdreiecks, sondern in diese Ebene gelegt ist (vgl. Abb. 682). Damit bleibt die Ablenkungsfläche der Schaufel außerhalb des unmittelbar vom Strahl getroffenen Schaufelteils und der Strahl wird in jeder Schaufelstellung mit kleinster Ablenkung aufgenommen.

Eine weitere konstruktiv wertvolle Eigenschaft der Pelton-Schaukel besteht darin, daß zwei derartige Eintrittskanten zu einer Schneide zusammengefaßt sind

<sup>1)</sup> Über die Variation der Strahlgeschwindigkeit im Austrittsquerschnitt vgl. Z. g. T. 1912, S. 70, Abb. 13.

(Abb. 683), wodurch ein Verspritzen des Wasserstrahls verhütet und eine symmetrische Anordnung geschaffen wird, die bei genauer Halbierung des ankommenden Wasserstrahls jeden Axialschub vermeidet. Daß durch die Zusammenfügung zweier Ablenkungsflächen ein Schneidenwinkel  $\beta_s$  entsteht, der praktisch nicht unter  $15^\circ$  gewählt werden soll, hat erfahrungsgemäß wesentliche Umlenkungsverluste nicht zur Folge.

Man bemerkt vielmehr, daß der Wasserstrahl durch die genannte Schneide auf einem beträchtlichen Weg des Radumfangs unter fast gleichbleibendem Winkel aufgefangen wird (Abb. 684), und daß sich daraus die wertvolle Möglichkeit ergibt, eine geringe Zahl solcher Schaufeln oder Becher auf dem Rad anzuordnen (Abb. 297, S. 200). Die einzelnen Becher stehen dann weit voneinander und können deshalb den Strahl mit einem sehr geringen Winkel  $\beta_s$  (Abb. 683), bzw. mit kleiner Austrittsenergie entlassen.

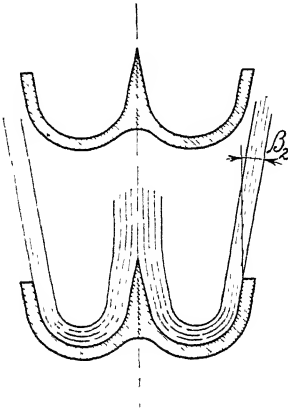
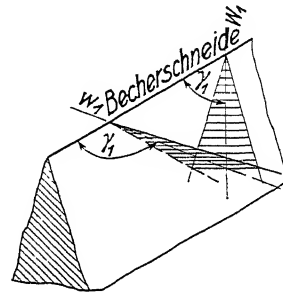


Abb. 683.

Abb. 684. Wechsel des Schneidenwinkels mit der Beaufschlagungsrichtung ( $\gamma_1$ ).

Ist man sich so über die Vorteile und Grundgedanken der Pelton-Turbine klar geworden, so hat man nun zur konstruktiven Verwirklichung einen Doppelbecher zu entwerfen, der das mit gegebener Geschwindigkeit ankommende Wasser mit seiner Schneide auffängt und nach sanfter Ablenkung mit möglichst geringer Geschwindigkeit in axialer Richtung entläßt.

Die Behandlung dieses Gegenstands, der verständlich einfach und experimentell auch nicht besonders schwierig ist, stößt aber bei einer reinen rechnerischen Durchführung auf die größten Schwierigkeiten. Ich werde daher neben der Rechnung das Hauptgewicht auf diejenigen experimentellen Maßnahmen legen, mit deren Hilfe der Praktiker zur Konstruktion befriedigender Pelton-Räder gelangt.

## B. Berechnungsgang.

Die genaueren Untersuchungen, seien sie rechnerischer oder experimenteller Art, können nur an gegebenen Konstruktionen (vgl. S. 567 ff.) ausgeführt werden. Zum Entwurf der letzteren muß man sich daher mit einer Annäherung begnügen, mit der etwa der folgende Weg eingeschlagen werden kann.



## I. Bestimmung der Schaufelteilung.

In Abb. 685 ist mit  $d_{st}$  die Stärke des ankommenden Strahles, mit  $D_m$  der seine Achse berührende Turbinendurchmesser bezeichnet.  $D_1$  und  $D_2$  bedeuten wie auch früher die für beliebige Wassertropfen verschiedenen Eintritts- und Austrittsdurchmesser. Dabei stellen  $D_{1a}$  und  $D_{1i}$  bzw.  $D_{2a}$  und  $D_{2i}$  wieder die äußersten bzw. innersten Werte dar, während  $D_a$  den absolut größten Außendurchmesser des Laufrades angeben soll. Der Becher taucht mit seiner Schneide bei  $A$  in den Strahl ein, nimmt ihn dann bald ganz auf, lenkt ihn ab und entläßt ihn seitlich über eine längere Wegstrecke. In  $B$  tritt die Schneidenspitze aus dem Strahl heraus, von diesem Augenblick an wird der Becher vom vollen Strahl beaufschlagt.

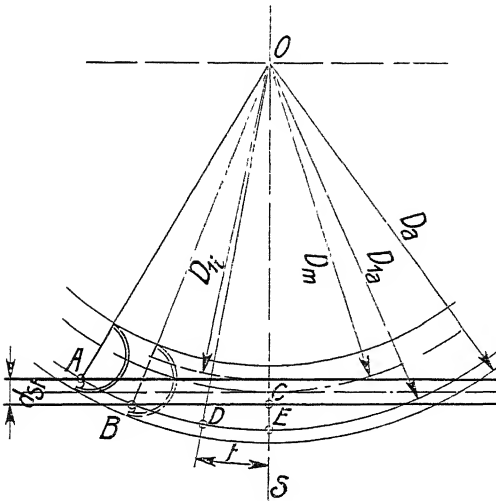
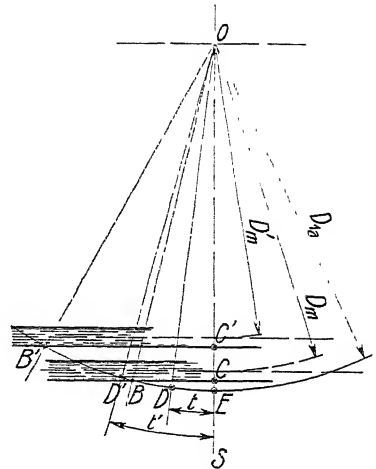


Abb. 685. Bestimmung der Schaufelteilung.

Abb. 686. Änderung der Teilung mit  $D_m/D_{1a}$ .

Die in der Abb. 685 rechts von  $B$  gelegenen Wasserteilchen des untersten Wasserfadens müssen, wenn sie zur richtigen Abgabe ihres Arbeitsvermögens gelangen sollen, die nächste Schaufel so frühzeitig einholen, daß sie in ihr noch die volle Ablenkung zum Winkel  $\beta_s$  erfahren. In welcher Stellung der nächsten Schaufel dies noch mit Sicherheit eintritt, läßt sich genau erst nach völliger Festlegung der Schaufelform bestimmen. Zum Entwurf nehmen wir an, der letzte Wassertropfen, der unter  $B$  gerade noch durchgeschossen ist, soll die nächste Schaufel in der Senkrechten durch die Achse ( $S$  Abb. 685) bei  $C$  einholen.

Dies geschieht, wenn wir die Wassergeschwindigkeit über dem Strahlquerschnitt konstant  $= c_0$  annehmen, nach der Zeit  $\overline{BC}/c_0$ . Gleichzeitig gelangt die Schaufelspitze von  $B$  nach  $D$ , wobei  $\overline{BD} = \overline{BC} \frac{u_{1a}}{c_0}$ .

Legen wir außerdem die Schaufelkante vorläufig radial, so nimmt sie von  $C$  die Richtung nach  $E$  und die kleinste Teilung  $t$  ist durch  $\overline{DE}$  gefunden.

Man bemerkt aus Abb. 686, daß die Teilung bei gegebenem Durchmesser  $D$  rasch mit der Entfernung  $\overline{CE}$  bzw. umgekehrt mit  $D_m$  zunimmt.

Je kleiner  $D_m/D_{1a}$  gewählt wird, um so weniger Schaufeln erhält man, um so kleiner können die Austrittswinkel gewählt werden, um so wechselnder ergeben sich aber die Beaufschlagungswinkel und um so größer die hieraus entspringenden Nachteile.

Welches die günstigste Annahme von  $D_m/D_{1a}$  ist, kann wiederum erst durch Untersuchungen an der fertig vorliegenden Turbine entschieden werden. Vorläufig wählen wir  $\frac{D_m}{D_{1a}} = 0,88$ .

## II. Angenäherte Bestimmung der Wasserwege.

Eine genauere Konstruktion des absoluten Wasserwegs wird an der fertigen Schaufel auf S. 557 angegeben. Für den Neuentwurf sind wir wieder auf Annäherungen angewiesen, und diese sollen darin bestehen, daß die Drehung der Schaufel auf dem verhältnismäßig kurzen Weg ihrer Beaufschlagung vernachlässigt wird, daß wir die seitliche Ausbreitung des Strahls beim Auftreffen auf die Schaufel ausschalten und annehmen, der vom untersuchten Wasserfaden bespülte Teil der Schaufel könne durch eine Zylinderfläche ersetzt werden, deren Erzeugende senkrecht zur relativen Eintrittsgeschwindigkeit und senkrecht auf einer durch die Turbinenachse gehenden Ebene steht. Schließlich soll sich die Schaufel in Richtung der Relativgeschwindigkeit mit der in sie fallenden Komponente der Umfangsgeschwindigkeit gleichmäßig fortbewegen.

Unter diesen Voraussetzungen spielt sich die Ablenkung des Wassers für jeden beobachteten Tropfen in der Ebene ab, die durch die Relativgeschwindigkeit parallel zur Turbinenachse gelegt wird, und die Konstruktion des absoluten Wasserwegs erfolgt jeweils wie für eine in dieser Ebene liegende »Turbinenstange« (vgl. Abb. 262, S. 193).

Dabei ist noch die Umfangsgeschwindigkeit festzulegen, die für den Durchmesser  $D_m$  erfahrungsgemäß zu  $u_t = 0,45 \sqrt{2gH}$  oder mit  $c_x = 0,98 \sqrt{2gH}$  zu  $u_t = 0,441 c_x$  gewählt werden kann, sowie eine Annahme über die Schaufelkrümmung zu machen, die in jeder der fraglichen Ablenkungsebenen vorläufig als Kreisbogen mit anschließenden Tangentialstückchen, etwa nach Abb. 687 gewählt werden darf und wobei  $\varrho \approx 0,69 d_{St}$  ( $d_{St}$  = Strahldurchmesser).

Die Untersuchung geschah für den mittleren Wasserfaden (II), sowie für die beiden äußersten Fäden (I und III). Zunächst wurden die für den Durchmesser  $D_{1a}$  in Frage kommenden Eintrittsdreiecke aufgezeichnet, aus denen die in die Relativrichtung fallende Umfangskomponente  $u_w$  mit der Relativgeschwindigkeit  $w$  nach obiger Annahme die Konstruktion des absoluten Wasserwegs aus dem relativen ermöglichte (vgl. Abb. 687 und S. 167). Die Auftragung der so gefundenen Wege  $m$  in der  $w$ -Richtung ergab die jeweiligen Austrittspunkte aus der Schaufel  $1_a, 2_a, \dots$

Bei Berechnung der Relativgeschwindigkeit einen besonderen Stoßverlust am Eintritt anzunehmen, ist nach S. 165 kaum nötig, dagegen empfiehlt es sich,  $w_1$  auf  $w_2$  allmählich so abnehmen zu lassen, daß etwa  $\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = 0,1H$  bzw.  $w_2 = \sqrt{w_1^2 - 0,1 \cdot 2gH}$  (Nebenfigur der Abb. 687).

Dies wird dann bei den in gleichen Zeiteinheiten  $\Delta\tau$  auf der Schaufel zurückgelegten Wegstrecken  $w\Delta\tau$  berücksichtigt.

Wenn die Untersuchung nicht nur für den mittleren Wasserfaden, sondern wie in Abb. 687 auch für den untersten und obersten Wasserfaden für verschiede-

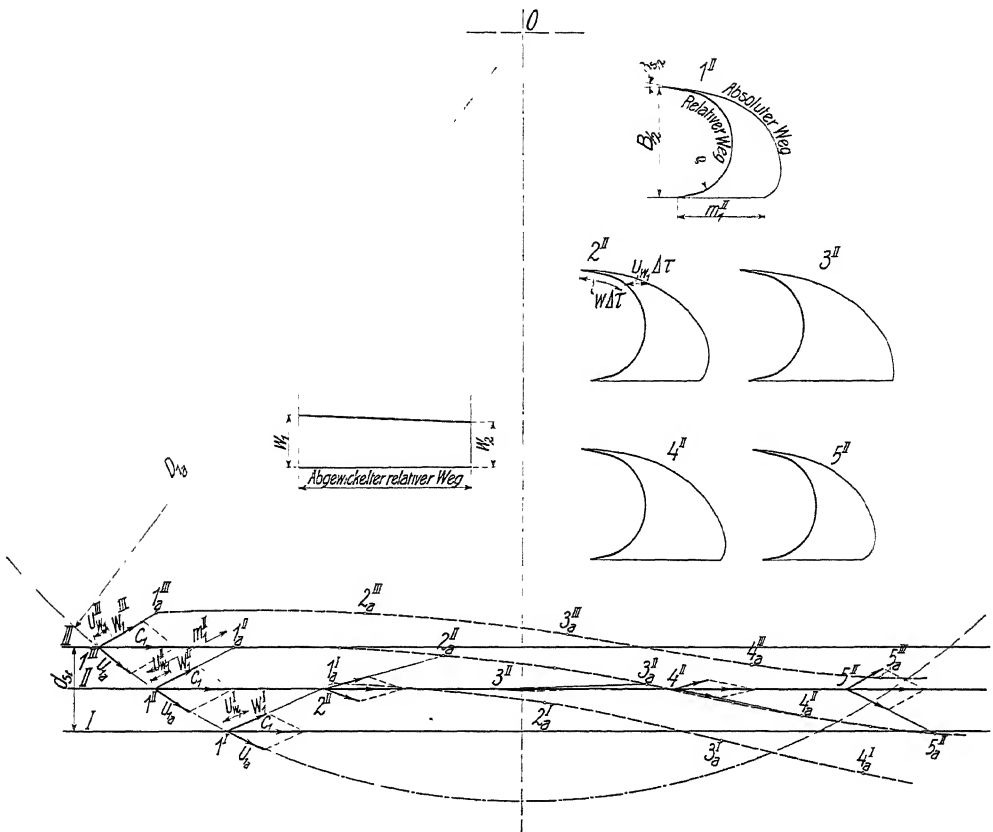


Abb. 687. Angenäherte Bestimmung der Wasserwege und des Beaufschlagungsbereichs.

dene Beaufschlagungszeiten durchgeführt ist, so erhält man ein, wenn auch nicht genaues, so doch übersichtliches Bild darüber, welche Richtungen die Schaufelkrümmungen im Durchschnitt haben sollten und wie die Schaufel begrenzt werden muß, damit kein Wasser seitlich verspritzt wird.

Weiter ist es vor allem wichtig, die Richtung der Eintrittskante und die der Austrittskante festzulegen.

### III. Richtung der Eintritts- und Austrittskanten.

Die Eintrittskante sollte am besten senkrecht zur Relativgeschwindigkeit des ankommenden Strahles gestellt werden. Da sie aber während der Drehung des Rades ihre Richtung ändert, legen wir sie so, daß diese Bedingung für die mittlere Zeit erfüllt ist, in der die Schaufel vom vollen Strahl getroffen wird. Letzteres tritt ein

von der Stellung  $B$  (Abb. 688) bis da, wo der in  $A$  gerade noch vorbeifließende Wassertropfen  $III$  die Schaufel trifft.

Auch zu dieser Feststellung nehmen wir mit genügender Annäherung die Schaufelkante vorläufig als Radiale an. Dann ergibt sich die betreffende Stellung in  $G$ ,

sobald  $\overline{FG} = \overline{AH} \frac{u_{1a}}{c_1}$ , denn im Augen-

blick wo der Tropfen bei  $A$  vorüberging, befand sich die Schaufel in Stellung  $F$ , wobei  $\overline{AF} = t$ . Das kann durch Probieren leicht gefunden werden. In der Mitte zwischen  $F$  und  $G$  soll dann die Kante senkrecht auf der Geschwindigkeit des mittleren Wasserfadens stehen.

In Abb. 689 sind für 3 verschiedene Teilungen  $t_a, t_b, t_c$  mit 24, 18 bzw. 14 Schaufeln zunächst die Punkte  $G$  wie oben gefunden worden. Der volle Beaufschlagungsbereich  $\overline{BG}$  wurde dann durch  $J$  halbiert, wodurch für eine vorläufig gewählte Richtung der Eintrittskante durch  $J$  der mittlere Eintrittspunkt des mittleren

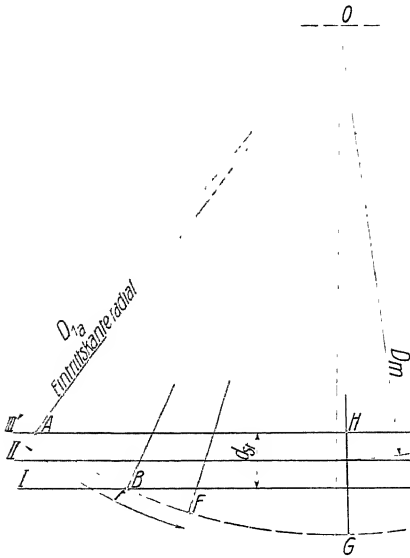


Abb. 688. Beaufschlagungsbereich der Eintrittskante.

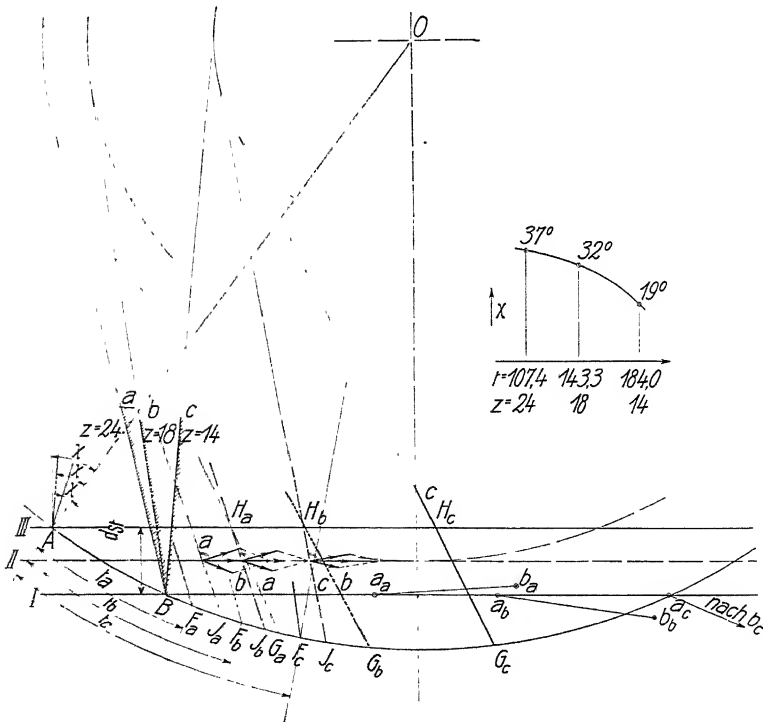


Abb. 689. Neigung der Eintrittskante bei wechselnder Teilung.

Wasserfadens auf  $II$  gefunden wurde. Das dort konstruierte Eintrittsdreieck zeigte dann die vorläufige Relativrichtung, die zu einer Korrektur und schließlichen Festlegung der senkrecht zu ihr stehenden Schaufelkante und zu der Lage des mittleren Eintrittspunktes führte. In Abb. 689 ist nur das Endergebnis eingezeichnet, aus dem man bemerkt, daß sich die Neigung der Kante (Winkel  $\chi$ !) mit der Teilung ziemlich stark ändert.

In den Punkten  $a_a, a_b, a_c$  derselben Abbildung bemerkt man die absoluten Lagen des Eintritts, in den Punkten  $b_a, b_b, b_c$  die des Austritts der die Schaufel zuletzt treffenden Wasserteilchen.

Die Richtung der Austrittskante wird nach ähnlichen Überlegungen bestimmt. Auch sie soll in der Mittellage, in der der volle Strahl die Schaufel verläßt, auf diesem, d. h. auf dessen Relativgeschwindigkeit, senkrecht stehen. Darüber gibt uns Abb. 690 Auskunft. Wir sehen dort den Bereich des Austritts für den mittleren Wasserfaden zwischen den Punkten  $Z_B''$  und  $Z_G''$ . In der Mittelstellung legen wir wieder nach Konstruktion des zugehörigen Eintrittsdreiecks und der Richtung der Relativgeschwindigkeit die Kante senkrecht zu  $w_2$ .

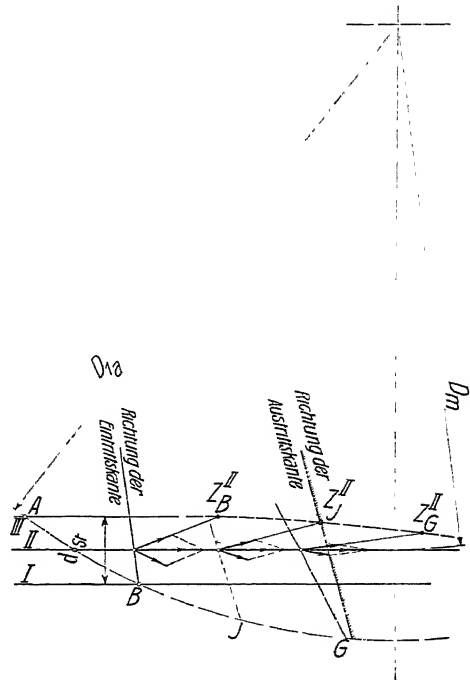


Abb. 690. Bestimmung der Austrittskante.

Ist man durch diese Betrachtungen zur Ausführung einer bestimmten Becherform gelangt, so kann auf sie auch eine genauere Berechnung des Wasserwegs in der folgenden Weise angewendet werden.

## IV. Genauere Bestimmung des Wasserwegs.

### 1. Grundlagen.

Gegeben sei eine beliebige Schaufelfläche durch die senkrecht zur Drehachse geführten Schnitte 1, 2, 3 usw. (Abb. 1, Taf. 55).

Im allgemeinen Fall kann die Konstruktion nur punktweise durchgeführt werden. Wir bestimmen daher zunächst die Relativgeschwindigkeit  $w$  am Eintritt aus der absoluten Geschwindigkeit  $c$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  und schneiden dann durch Horizontalebene im Aufriß im Verein mit den oben genannten Achsnormalschnitten das Flächenelement der Schaufel heraus, das wir zunächst der Betrachtung unterziehen. An der Seite, wo  $w$  das erste Element verläßt, haben wir das zweite ins Auge zu fassen und so weiter, bis der Weg durch die ganze Schaufel vollendet ist. Für den Übergang von einem Flächenelement zum nächsten gilt, daß die Geschwindigkeit  $w$  die Schnittlinie beider im zweiten Element unter demselben Winkel verläßt, unter dem sie sie im ersten angetroffen

hat. Man erhält danach, wenn von Richtungswechseln auf den einzelnen Elementen abgesehen wird, diejenige Linie des Wasserwegs, die ein auf eine beliebig gewölbte Fläche aufgelegter Papierstreifen beschreibt.

In Wirklichkeit treten aber Richtungswechsel auf den einzelnen Flächenelementen auf, und wie diese behandelt werden können, möge an dem beliebig herausgegriffenen Flächenelement betrachtet werden, das in Abb. 2 im Aufriß als  $a''b''c''d''$  und im Grundriß als  $a'b'c'd'$  dargestellt ist. Der eingezeichnete relative Wasserweg sei dabei durch die Linie  $w$  gegeben.

Da wirken nun auf das Wasserteilchen, dessen Masse wir gleich 1 setzen wollen, die aktiven Kräfte: Trägheit und Schwere, dazu widerstehend die Reibung, während die Druckkräfte, da es sich hier um Gleichdruckturbinen handelt, wegfallen.

Die Trägheitskräfte setzen sich nach S. 176ff. zusammen aus

1.  $P_{u_t}$ , der tangentialen Umfangsbeschleunigung  $= \frac{du}{dt}$ , die hier für konstante Drehzahl  $= 0$  zu setzen ist.
2.  $P_{u_r}$ , der radialen Umfangsbeschleunigung  $= \frac{u^2}{r}$ , deren in die Richtung von  $w$  fallende Komponente  $P_{u_w}$  die Relativgeschwindigkeit  $w$  tangential beschleunigt, während die in dem Schaufelelement liegende, zu  $w$  senkrechte Komponente  $P_{u_s}$  eine rechtwinklige Verschiebung zu  $w$  hervorruft. Die in die Flächennormale fallende Komponente von  $P_{u_n}$  hat auf den Wasserweg keinen Einfluß.
3.  $P_{w_t}$ , die Kraft der tangentialen Beschleunigung der Relativbewegung  $= \frac{dw}{dt}$ , die zum Schluß aus dem Gleichgewichtsansatz gefunden wird.
4.  $P_{w_g}$ , die Zentrifugalkraft der Relativbewegung kommt hier nur in soweit in Betracht, als sie in die Schaufelfläche fällt. Ihr Betrag, der einer zu  $w$  senkrechten Deviation entspricht, sei gleich  $\frac{dw}{dt}$  gesetzt und wird ebenfalls durch den Gleichgewichtsansatz bestimmt.
5.  $P_z$ , die Kraftwirkung der Zusatzbeschleunigung  $= 2w \cdot \omega \cdot \sin \varphi = 2 \frac{u \cdot w}{r} \sin \varphi$ . Sie steht senkrecht auf einer Ebene durch  $w$  und einer Parallelen zur Drehachse und ist ihrer Deviation entgegengerichtet. Sie kommt mit ihrer zu  $w$  senkrechten, ins Flächenelement fallenden Komponente zur Wirkung.
6.  $G$ , die Gewichtswirkung des Teilchens, die gleichfalls in ihren Komponenten zur Wirkung käme. In unserem Falle kann sie wegen ihrer Kleinheit gegenüber den übrigen Größen vernachlässigt werden. (S. 560).
7.  $P_R$ , die Reibung schließlich, die mit ihrer Schleppkraft  $= \varrho \cdot O \cdot \frac{w^2}{2g} \cdot \gamma$  (S. 152, Gl. 211) der Bewegung entgegenwirkt.

Danach wird das Gleichgewicht für die gefundenen Kräfte im Aufriß und Grundriß erfüllt sein, wenn für die Masse 1

a) in Richtung von  $w$

$$\text{Im Aufriß} \quad \frac{dw''}{dt} + P''_{u_w} + P''_R = 0 \quad (547)$$

$$\text{Im Grundriß} \quad \frac{dw'}{dt} + P'_{u_w} + P'_R = 0 \quad (548)$$

b) in Richtung senkrecht zu  $zw$

$$\text{Im Aufriß} \quad \frac{dv''}{dt} + P''_{us} + P''_{zs} = 0 \quad (549)$$

$$\text{Im Grundriß} \quad \frac{dv'}{dt} + P'_{us} + P'_{zs} = 0. \quad (550)$$

Daraus können dann für ein Zeiteilchen  $\Delta\tau$  jeweils die  $\Delta w$  bzw.  $\Delta v$  berechnet werden. Aus ihnen folgen die entsprechenden Deviationen, die ich mit  $\mathfrak{D}_w$  und  $\mathfrak{D}_v$  bezeichne, zu

$$\mathfrak{D}'_w = \frac{1}{2} \Delta w' \Delta\tau; \quad \mathfrak{D}''_w = \frac{1}{2} \Delta w'' \Delta\tau; \quad (551)$$

$$\mathfrak{D}'_v = \frac{1}{2} \Delta v' \Delta\tau; \quad \mathfrak{D}''_v = \frac{1}{2} \Delta v'' \Delta\tau. \quad (552)$$

Durch ihr Antragen im Abstand  $w \cdot \Delta\tau$  läßt sich der Weg des Wasserteilchens im Aufriß und Grundriß für das betreffende Flächenelement auftragen.

Ort und Richtung, mit denen es dieses Element verläßt, bilden dann die Grundlage, um dieselbe Untersuchung an einem nächsten Teilchen vorzunehmen.

Daß das Teilchen dabei seinen Ort wechselt, ist nur dann zu beachten, wenn die Schwerkraft berücksichtigt werden soll, die relativ zu den gedrehten Teilchen ihre Richtung ändert. Die Trägheitskräfte dagegen, die wir hier allein betrachten, sind in jeder Stellung des Rades dieselben.

Schließlich können aus den einzelnen  $w \cdot \Delta t$  und  $u \cdot \Delta t$  die absoluten Wege  $c \cdot \Delta t$  im Auf- und Grundriß eingezeichnet werden, was besondere Bedeutung für die Größe und Richtung der absoluten Austrittsgeschwindigkeit hat.

Der hier angedeutete Weg ist ganz allgemein für jede beliebige Schaufelform verwendbar, insofern nur ihre Krümmungen allmählich und groß sind im Verhältnis zur Strahlstärke. Der Weg ist aber umständlich und die durch die Verbreiterung des Strahles verursachten Abweichungen von der Hauptströmung rechtfertigen im allgemeinen die hier aufzuwendende Arbeit nicht. Denn wenn man sich auch mit verhältnismäßig wenigen, d. h. mit groß gewählten Flächenelementen begnügen kann, so darf man doch nicht vergessen, daß die Schaufel bei ihrem Durchgang durch den ankommenden Strahl sehr verschieden beaufschlagt wird, sodaß die Untersuchung zum mindesten für den zuerst und für den zuletzt auftreffenden Wassertropfen dazu für einige mittlere Beaufschlagungen durchgeführt werden müßte.

## 2. Konstruktion.

Für die Durchführung der Untersuchung werde eine Umfangsgeschwindigkeit  $u = 40$  m/sek und eine Relativgeschwindigkeit  $w = 45$  m/sek angenommen. Der Punkt der Schaufel, von welchem aus die Untersuchung beginnt ( $\alpha''_1$ ), liege auf einem Durchmesser  $D = 1$  m. Um für die graphische Darstellung brauchbare Größen zu erhalten, werde als Längeneinheit 1 mm, als Zeiteinheit  $\frac{1}{1000}$  sek = 1  $\mathfrak{S}$ , und als Gewichtseinheit 1 g (Gewicht) gewählt. Die Umfangsgeschwindigkeit ergibt sich dann zu  $u = 40$  mm/ $\mathfrak{S}$ , und analog  $w = 45$  mm/ $\mathfrak{S}$ , während die Masseneinheit die Dimension  $\frac{g \cdot \mathfrak{S}^2}{\text{mm}}$  besitzt.

$P_{u_r}$  berechnet sich dann in Punkt  $\alpha_x$  zu

$$P_{u_r} = \frac{m \cdot u_x^2}{r_x} = \frac{1 \cdot 40^2}{500} = 3,2 \text{ g}.$$

Zur Bestimmung von  $P_{n_z}$  ist zunächst die Größe des Winkels  $\varphi$  zu ermitteln, den die Relativrichtung mit einer Parallelen zur Drehachse bildet. Zu dem Zweck fällt man in Abb. 3', Taf. 55 von einem beliebigen Punkt  $m'$  der  $w'_1$ -Richtung eine Senkrechte  $\overline{m'o'}$  auf die Parallele zur Achse  $\overline{a'_1o'}$ , errichtet in  $m'$  auf  $\overline{o'm'}$  die Senkrechte  $\overline{m'n'} = \overline{m''n''}$ , macht  $\overline{o'm'_0} = \overline{o'n'}$ , dann ist  $\angle o'a'_1m'_0 = \varphi_{10}$ , der gesuchte Winkel  $\varphi$  in wahrer Größe. Er beträgt in unserm Beispiel  $56^\circ$ .

$P_z$  wird damit

$$P_{z_1} = m \cdot \frac{w_1 \cdot u_1}{r_1} \sin \varphi_{10} = 1 \cdot \frac{45 \cdot 40}{500} \cdot 0,829 = 5,9 \text{ g.}$$

Ferner ist

$$P_{R_1} = \varrho \cdot O \cdot \frac{w_1^2}{2g} \cdot \gamma \text{ [Vgl. S. 152, Gl. (211)].}$$

Bei der Bestimmung der Oberfläche  $O$  in der letzten Gleichung ist zu beachten, daß nach ihr die Schleppkraft unabhängig ist von dem Volumen der in Frage stehenden Flüssigkeitsmenge, während in unserem Beispiel dieses Volumen, als Träger der Trägheitskräfte eine entscheidende Rolle spielt. Man muß daher hier eine Annahme über die Stärke des über die Schaufel hinwegfließenden Strahles machen und man erkennt leicht, daß die in Gleichung (211) einzuführende Oberfläche bzw. die Schleppkraft für die Masseneinheit der Strahlstärke dann umgekehrt proportional ist.

Bestimmen wir nun zunächst das Gewicht  $G$  unserer Masseneinheit, so folgt mit

$$G = m \cdot g = \frac{1 \cdot 9810}{1000000} = 0,00981 \text{ g.}$$

Diesem Gewicht entspricht ein Volumen von  $9,81 \text{ mm}^3$ . Nehmen wir nun, um zwecks deutlicher Darstellung große Reibungskräfte zu erhalten, die Strahlstärke verhältnismäßig klein zu  $5 \text{ mm}$  an, so ergibt sich

$$O = \frac{V}{5} = \frac{9,81}{5} = 1,905$$

und mit  $\varrho = 0,006$

$$P_R = 0,006 \cdot 1,905 \cdot \frac{45^2}{2 \cdot 9810} \cdot 1000000 \cdot 0,001 = 1,216 \text{ g.}$$

¶ Aus der Gegenüberstellung der Zahlenwerte von  $P_{r_n}$ ,  $P_z$ ,  $P_R$  mit  $G$  folgt auch gleichzeitig, daß die Vernachlässigung der Schwerkraft wohl berechtigt ist.

Nachdem so die Größen der Kräfte bestimmt sind, können sie graphisch in die einzelnen Komponenten zerlegt werden. Als Kräftemaßstab wählen wir  $10 \text{ mm} = 1 \text{ g}$ . Wir tragen zunächst die Kraft  $P_{n_r}$  an, die in radialer Richtung wirkt und im Aufriß (Abb. 2'', Taf. 55) in wahrer Größe erscheint  $P_{n_r} = P''_{n_r} = \overline{a''_1 h''_1}$ , und projizieren sie auf die Normale  $N'$  bzw.  $N''$ , die auf der Grundrißspur  $\overline{a'_1 d'_1}$  (Abb. 2') bzw. auf der Aufrißspur  $\overline{a''_1 b''_1}$  senkrecht steht. Zu dem Zweck ist  $N''$  um  $P''_{n_r}$  in die Papierebene hineinzudrehen. Dazu fallen wir von einem beliebigen Punkt  $e''$  der Normalen eine Senkrechte  $\overline{e'' f''}$  auf  $P''_{n_r}$ . Da  $e$  im Grundriß um die Strecke  $\overline{e' g'}$  vor der Aufrißebene liegt, so erfolgt die Umklappung durch senkrechtcs Antragen von  $\overline{e'' g''} = \overline{e' g'}$  an  $\overline{e'' f''}$  und Schlagen des Kreisbogens  $\overline{g'' f''}$  um  $f''$ .  $\overline{e'' a''_1}$  stellt dann die Umlegung der Normalen dar ( $N_0$ ).



Nun fallen wir von  $h''_i$ , dem Endpunkte von  $P''_{u_i}$ , ein Lot  $\overline{h''_i i_o}$  auf die umgelegte Normale und erhalten die in die Normale fallende Komponente  $P''_{r_{u_i}}$  als  $\overline{a''_i i''_i}$ , indem wir  $\overline{i''_i i''_o} \parallel \overline{e''_o e''}$  ziehen. Damit ist auch die Kräftezerlegung im Grundriß gegeben.

Die im Flächenelement liegende Komponente von  $P_{u_i} = \overline{a''_i k''_i} = \overline{i''_i h''_i}$  wird nun ihrerseits in analoger Weise auf die  $w$ -Richtung projiziert. Dazu benötigt man eine Hilfsvertikalebene durch  $k''_i$ , welche  $w''_i$  in  $l''$  schneidet, dem im Aufriß  $l''$  entspricht.  $\overline{k''_i l''}$  ist die Aufrißspur einer  $w''_i$  und  $k$  enthaltenden Ebene. Um diese Spur klappen wir  $w''_i$  um, indem wir auf  $w''_i$   $m''$  beliebig wählen,  $m'' o'' \perp \overline{k''_i l''}$ ,  $\overline{m'' n''} = \overline{m'' n'}$  und  $\perp \overline{m'' o''}$ ,  $\overline{n'' o''} = \overline{m'' o''}$  ziehen. Dann ist  $\overline{m'' o'' l''}$  die umgeklappte  $w''_i$ -Richtung, auf die wir von  $k''_i$  aus ein Lot fallen und durch Übertragen des Fußpunktes desselben auf  $w''_i$   $\overline{a''_i p''_i} = P''_{u_{w_i}}$  und  $\overline{k''_i q''_i} = \overline{a''_i q''_i} = P''_{u_{s_i}}$  erhalten. Im Grundriß erhalten wir entsprechend  $\overline{a''_i p''_i} = P''_{u_{w_i}}$  und  $\overline{a''_i q''_i} = P''_{u_{s_i}}$ .

Für die Zerlegung der Kraft  $P_z$  (die gleichfalls im Aufriß in wahrer Größe erscheint) ist das Flächenelement in Abb. 3'' u. 3' nochmals in Aufriß und Grundriß herausgezeichnet. Die Projektion von  $P_z$  auf die Normale liefert genau wie oben durch  $e, f, g, h, i$  die Strecke  $\overline{a''_i i''_i} = P''_{z_{u_i}}$  und ihre in der Schaufelfläche liegende zu  $w$  senkrechte Komponente  $P''_{z_{s_i}} = \overline{a''_i k''_i} = \overline{h''_i i''_i}$ , während eine Größe  $P_{z_{w_i}}$  dem Wesen der Zusatzkraft entsprechend nicht vorhanden ist.

Die Reibungskraft  $P_R$  tragen wir in wahrer Größe auf der umgeklappten  $w''_i$ -Richtung in Abb. 2'' als  $\overline{l'' s''_o}$  an und erhalten durch die  $s_o$  entsprechenden Punkte  $s''$  und  $s'$   $P''_{R_i} = \overline{l'' s''}$  und  $P_{R_i} = \overline{l' s'}$ .

Nunmehr können die Beschleunigungskräfte  $\frac{d_{w''}}{dt}$  und  $\frac{d_{v''}}{dt}$  nach der obigen Gleichung bestimmt werden. So ist z. B.

$$\left(-\frac{d_{w''}}{dt}\right)_i = P''_{u_{w_i}} + P''_{R_i} = 1,45 + 1,05 \text{ g} = 2,5 \text{ g}$$

$$\left(-\frac{d_{v''}}{dt}\right)_i = P''_{u_{s_i}} + P''_{z_{s_i}} = 2,25 + 3,775 = 6,0 \text{ g}$$

und man erhält für die Zeiteinheit den Geschwindigkeitszuwachs

$$\Delta w'' = 2,5 \text{ mm/}\mathfrak{S}; \Delta v'' = 6,0 \text{ mm/}\mathfrak{S}$$

und damit die Deviationen

$$\mathfrak{D}''_{w_i} = \frac{1}{2} \Delta w'' = 1,25 \text{ mm}; \mathfrak{D}''_{v_i} = \frac{1}{2} \Delta v'' = 3,0 \text{ mm}.$$

Nun werden die zurückgelegten Wege bzw. deren Projektionen im Maßstab 1:1 aufgetragen. Die Aufrißprojektion von  $w \Delta \tau = w$  ergibt sich damit aus Abb. 2'' zu  $\overline{l'' r''}$ , die wir als  $\overline{a'' r''}$  nach Abb. 3'' übertragen. Im Endpunkte  $r''$  fügen wir  $\mathfrak{D}''_{v_i}$  parallel  $\overline{a''_i k''_i}$  an und daran  $\mathfrak{D}''_{w_i}$  parallel  $w''$ . Dann ergibt sich  $\widehat{a''_i c''}$  als die Bahn des Wasserteilchens auf dem Flächenelement. Die Richtung von  $w$  im Punkte  $c''$  bzw.  $c'$  ist eine Tangente an die Bahnkurve in Punkt  $c$  und erscheint z. B. im Aufriß (Abb. 3'') als  $w''_{i,2}$ .

Das Flächenelement  $a_i b_i c_i d_i$  wurde zunächst beliebig groß angenommen und dann so verkleinert, daß der in 1  $\mathfrak{S}$  zurückgelegte Weg durch 2 Eckpunkte ging.

Nunmehr tragen wir das zweite Flächenelement  $a_2 b_2 c_2 d_2$  so an, daß  $a_2$  mit  $c_1$  zusammenfällt und bestimmen die Geschwindigkeiten und Kräfte wie oben. Dazu muß aber zunächst die Richtung von  $w_{1,2}$  für das zweite Flächenelement besonders ermittelt werden. In Abb. 4 ist das Flächenelement  $a_1 b_1 c_1 d_1$  als  $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1$  von  $c_1$  aus nochmals angetragen. In ihm hat  $w_{1,2}$  dieselbe Richtung wie in Abb. 3<sup>o</sup> ermittelt wurde. Das zweite Element sei durch  $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2 \delta_2$  im Aufriß und Grundriß gegeben. Die Schnittlinie beider Elemente ist durch die gemeinsamen Punkte  $\alpha'_1, \alpha'_2$  und  $\beta', \beta''$  gegeben, die die Schnittpunkte entsprechender Begrenzungslinien im Grundriß und in einer Parallelebene zu ihm darstellen. Wir konstruieren nun wie oben die Umlegung der Flächenelemente und ihrer Schnittlinien in den Aufriß. Damit ergibt sich auch die Umlegung von  $w_{1,2}$  in  $\alpha''_1 \beta''_1 \gamma''_1 \delta''_1$  als  $w_{1,2}^o$  in  $\alpha''_1 \beta''_1 \gamma''_1 \delta''_1$ . Indem wir im zweiten Flächenelement an  $S_2$  den gleichen Winkel antragen, den  $w_{1,2}$  mit  $S_1$  bildet, erhalten wir die Richtung  $w_2^o$  und daraus dann die Richtung  $w_2$  durch einfache ähnliche Übertragung.

Nunmehr wiederholt sich die gleiche Zerlegung wie beim ersten Element. Der Deutlichkeit der Abbildungen halber sind die dazu nötigen Hilfskonstruktionen weggelassen worden.

Man bemerkt aus der Darstellung des relativen Wasserwegs seine durch die erwähnten Trägheitskräfte veranlaßte Krümmung, dazu einen leichten Knick der Bahnkurve am Zusammenstoß der beiden Flächenelemente, der darin begründet ist, daß sich an dieser Stelle die Schaufelkrümmung konzentriert.

## C. Berichtigung der rechnungsmäßigen Ausführung durch den Versuch.

### I. Experimentelle Bestimmung der besten Schaufelform.

In der rechnungsmäßigen Auseinandersetzung hatten wir angenommen, daß ein Wasserstrahl, der auf eine Ebene auftrifft, mit annähernd konstanter Geschwindigkeit und ohne seine Querschnittsform wesentlich zu ändern, über sie dahingleite,

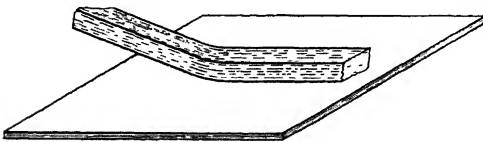


Abb. 691. Ideelle Strahlform.

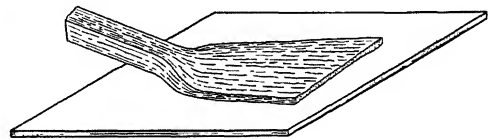


Abb. 692. Der Wirklichkeit angenäherte Strahlform.

und zwar in der Schnittlinie der Vertikalebene durch den ankommenden Strahl (Abb. 691). In Wirklichkeit breitet er sich rasch aus und spritzt in einem dünnen, sich allmählich verbreiternden Band dahin<sup>1)</sup> (Abb. 692).

Diese Tatsache, die wegen der Vergrößerung der benetzten Fläche sowie wegen der streuenden Strömungsrichtung den ungünstigsten Einfluß auf die Wasserführung ausübt, ist nun auch bei den Bechern der Tangential-Teilturbinen in sinngemäßer Weise zu erwarten und muß für jede Neukonstruktion zunächst am stillstehenden Becher für die in Frage kommenden Strahlrichtungen untersucht werden.

<sup>1)</sup> WITTENBAUER, Über den Stoß freier Flüssigkeitsstrahlen. Z. f. Math. u. Phys. 1901, S. 182.

Man klemmt hierzu die Schaufel  $S$  (Abb. 693) derart auf eine Drehvorrichtung, daß ihr Drehmittel  $E$  in die Schaufelschneide fällt. Der Strahl selbst geht durch dasselbe Mittel und man kann sich dann leicht davon überzeugen, in welcher Weise er bei verschiedenen Drehrichtungen von der Schaufel zurückgeworfen wird. Was so für eine bestimmte Stelle der Schneide erprobt ist, muß dann noch durch Verschieben der Schaufel in der Schneidenrichtung (an  $J$  und  $K$ ) für andere Stellen untersucht werden, auch wird man Strahlen verschiedenen Querschnitts zur Prüfung heranziehen.

Diejenige Schaufel und diejenige Strahlform entsprechen schließlich am besten, bei denen der Strahl am meisten geschlossen, mit parallelen Fäden und mit dem kleinsten Querschnitt zurückgeworfen wird, denn dabei sind die kleinsten benetzten Flächen zu erwarten und der zurückgeworfene Strahl kann im Betrieb am nächsten der Umfangsgeschwindigkeit entgegengesetzt gleich gerichtet werden, ohne durch die Nachbarschaukel gestört zu werden, wodurch sich der Kleinstwert der Austrittsenergie erzielen läßt.

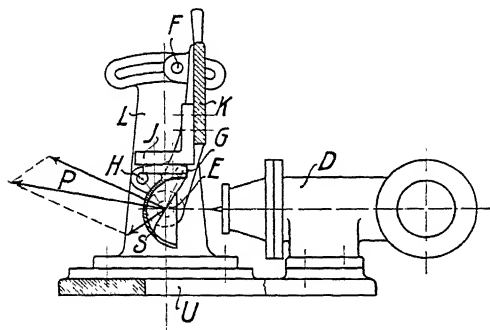


Abb. 693. Apparat zur hydraulischen Untersuchung der Becher der Tangential-Teilturbinen.

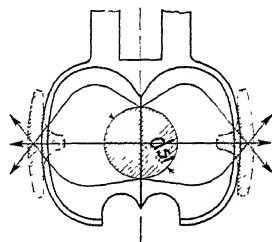


Abb. 694. Sich kreuzende Wasserstrahlen.

Die Vorrichtung der Abb. 693 kann auch dazu benutzt werden, Richtung und Größe der auf die Schaufel ausgeübten Kraftwirkung durch den Versuch zu bestimmen. Man entfernt zu dem Zweck den Bolzen bei  $E$  und führt statt dessen einen Drehbolzen erst bei  $G$  und dann bei  $H$  ein, wofür die entsprechenden Drehmomente und Kräfte abgewogen werden können, aus denen sich die resultierende Kraft  $P$  nach dem Parallelogramm (Abb. 693) berechnen läßt.

Eine besonders lästige Untugend der Schaufel zeigt sich dann, wenn die äußersten Teile des verbreiterten Strahles durch die obere und untere Schaufelbegrenzung so nach der Mitte zurückgeführt werden, daß sich die wegfließenden Strahlteile überschneiden (Abb. 694) und einen dreispitzigen oder T-förmigen Querschnitt bilden, dessen innere Spitze leicht durch den Rücken des nachfolgenden Bechers eingeholt wird.

Versuche, die ich in der angedeuteten Weise 1904 in Gotha angestellt habe, zeigten, daß bei kleinen Strahlstärken die der Original-Pelton-Schaukel ähnlichen Konstruktionen (vgl. Abb. 353, S. 224) besonders gut entsprochen haben.

Bei derartigen Versuchen muß aber noch eine Eigenschaft der Becher beachtet werden, die für ihr späteres Zusammenarbeiten am Rad von Bedeutung ist.

Aus der schematischen Darstellung des Strömungsverlaufs (Abb. 687 u. 689) konnte man erkennen, wie rasch die Beaufschlagung einer Schaufel durch das Nachrücken der nächsten Schaufel gestört und wie ungünstig die letztere im ersten Augenblick beaufschlagt wird.

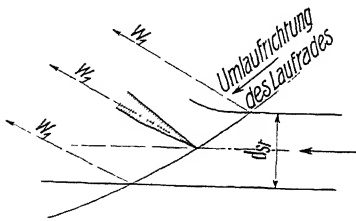


Abb 695. Zuschärfung der Schneide in der Achsnormalebene.

Aus diesem Grunde hat die Pelton-Schaukel als wesentliche Verbesserung aus dem Ende des letzten Jahrhunderts den kreisförmigen Ausschnitt (Abb. 694) erhalten, der schon die ersten Strahlen unter günstigem Winkel auftreffen läßt und die Störung der Beaufschlagung durch die nachfolgende Schaufel möglichst lange hintanhält.

Man macht den Ausschnitt etwas größer als den Strahlquerschnitt ( $B_a > d_{st}$  vgl. Abb. 715, S. 574) und schärft das Ende der Schneide, das die Aufgabe hat, bei Drehung des Rades in den Strahl einzuschneiden, möglichst zu, um dem

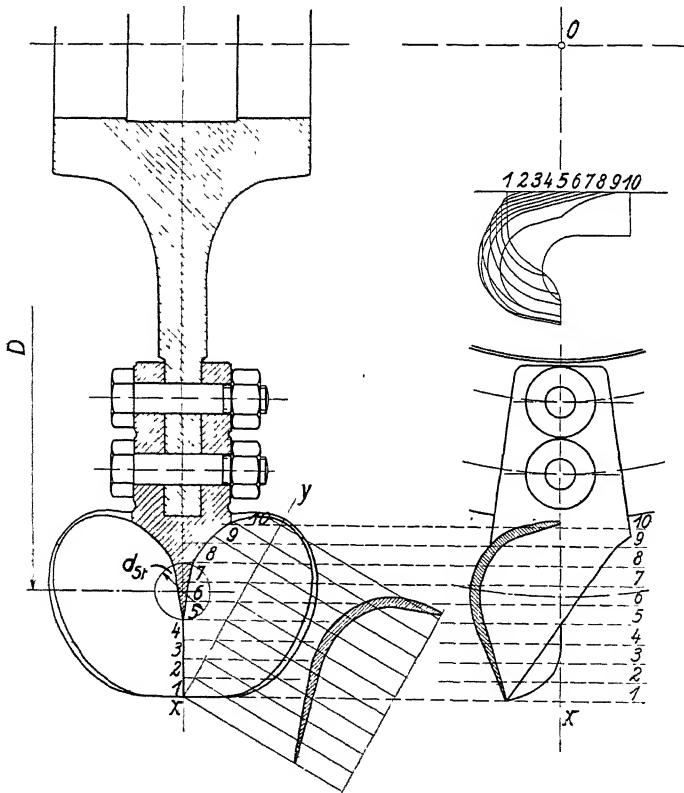


Abb. 696. Zweischneidenbecher.

noch nicht berührten Teil des Strahls ein ungehindertes Weiterströmen zur nächsten Schaufel nach Abb. 695 zu gestatten. Zu dem Zweck sollte die äußere Begrenzung der Schneide außerhalb der Richtung der Relativgeschwindigkeit verlaufen, was freilich gelegentlich auf sehr spitze Zuschärfung führt.

Um die unrichtige Beaufschlagung des Bechers beim ersten Auftreffen des Strahls auch ohne den genannten Ausschnitt zu vermeiden, hatte ich seinerzeit (1904) vor Freigabe des betreffenden Patents für Briegleb, Hansen & Co. den Becher der Zweischneidenturbine konstruiert (Abb. 696), der schon im ersten Augenblick durch die axial gerichtete Schneide richtig beaufschlagt wird, bei Drehung des Laufrades aber dem Strahl die zweite Schneide ähnlich wie bei der Pelton-Schaukel darbietet. Auch mit diesem Becher wurden recht gute Versuchsergebnisse erzielt, die aber um ein geringes hinter denen der Original-Pelton-Becher zurückstanden.

## II. Experimentelle Untersuchung der günstigsten Arbeitsweise der Schaufeln am Laufrad.

Bei dieser Untersuchung ist eine größere Zahl von Variationen zu beachten. Auch sie kann aber mit so einfachen Mitteln ausgeführt werden, daß es vom Standpunkt technischer Wirtschaftlichkeit aus verfehlt wäre, sie durch ungenaue mathematische Betrachtungen ersetzen zu wollen.

Was hier in Frage kommt, ist

1. die Richtung der Schaufelschneide zur Radialen,
2. die Zahl der Schaufeln,
3. der Beaufschlagungsort,
4. der Strahlquerschnitt.

Die Untersuchungen lassen sich an folgendem einfachen Experimentierapparat, den ich seinerzeit für Briegleb, Hansen & Co. entworfen habe und der in keiner Turbinenfirma fehlen sollte, in einwandfreier Weise durchführen.

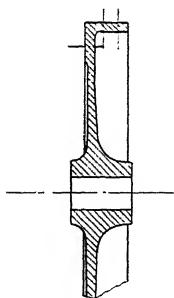


Abb. 697. Versuchsscheibe.

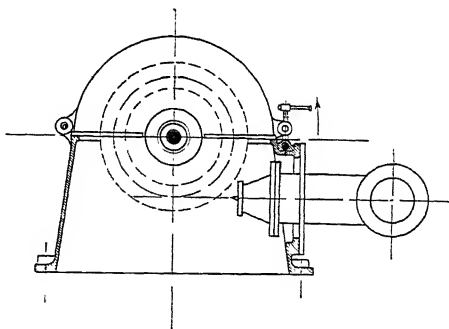


Abb. 698. Apparat zur Untersuchung von Tangential-Teilturbinen.

Man konstruiert nach Abb. 697 ein Rad derart, daß eine beliebige Zahl von Schaufeln in beliebiger Richtung leicht auf seinem Kranz befestigt werden kann. Den Kranz bildet man zweckmäßig so aus, daß die Schaufeln sowohl seitlich als auch am äußeren Umfang je nach der Ausgestaltung ihres Fußes Platz finden.

Die Lagerung des Rades wird nicht fest ausgeführt, sondern auf einem schwingenden Rahmen derart, daß seine Relativlage zum eintretenden Strahl durch eine Schraube leicht verändert werden kann (Abb. 698).

Gibt man schließlich noch die Möglichkeit, Düsen von wechselndem Querschnitt einzusetzen, so kann man leicht durch entsprechende Variationen das Maximum des Wirkungsgrades für die vier genannten Untersuchungen bestimmen. Dabei wird man, solange mit gleicher Düse und bei gleichbleibendem Gefälle gearbeitet wird, was in Gotha durch einen Überfall am Oberwasserspiegel gesichert war, nur zu prüfen haben, für welche Stellung und Zahl der Schaufeln und für welche Relativstellung des Rades zum Strahl das Produkt der Bremsbelastung  $P$  und der Drehzahl  $n$   $P \cdot n$

den absoluten Größtwert annimmt, der für jede Versuchsanordnung bekanntlich sehr angenähert auf der Spitze einer Parabel zu liegen kommt (vgl. Abb. 231, S. 170).

Geht man zur Untersuchung wechselnder Strahlstärken über, so ist freilich eine Wassermessung, oder bei Düsen mit bekanntem Ausflußkoeffizienten eine genaue Nachmessung des Düsenquerschnitts nicht zu umgehen.

### III. Zahl und Stellung der Düsen und der Abfluß des Betriebswassers.

Auch hier können die wirtschaftlich besten Anordnungen nur auf dem Wege des Versuchs, der hier freilich mehr Schwierigkeiten bereitet, mit Sicherheit festgestellt werden. Rein hydraulisch ist es natürlich am besten nur eine Düse anzuwenden und den Abfluß- bzw. Abspritzraum um das Rad so groß als irgend möglich zu machen.

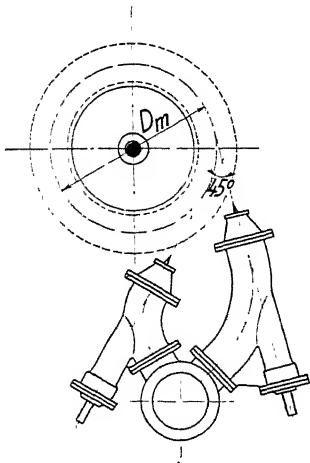


Abb. 699. Ungünstige Anordnung der Düsen.

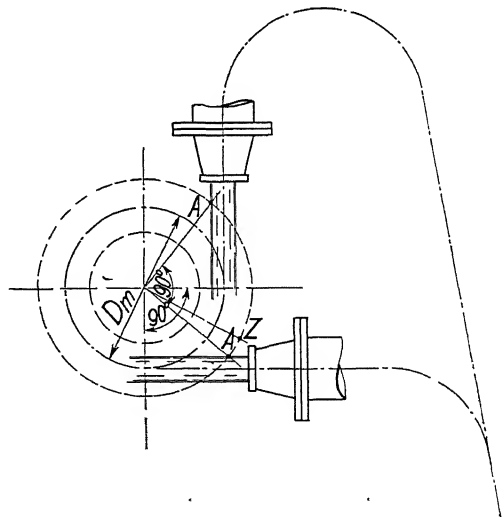


Abb. 700. Günstige Anordnung der Düsen.

Wirtschaftlich ist aber häufig eine spezifische Drehzahl vorgeschrieben, die mit einer Düse nicht mehr bewältigt werden kann, und da wird man mit Rücksicht auf die Anlagekosten besser fahren, das eine Rad zunächst durch mehrere Düsen zu beaufschlagen, statt gleich mehrere Räder mit je einer Düse aufzustellen. Die gleichen Gründe veranlassen auch eine Beschränkung in der Größe des Ablaufraums.

Praktisch hängen die fraglichen drei Konstruktionspunkte eng miteinander zusammen. Je größer der Ablaufraum gewählt wird, um so leichter wird es möglich sein, auch das Ablaufwasser von mehreren Düsen abzuführen, ohne daß es nochmals mit dem Rad in Berührung kommt, wodurch es erfahrungsgemäß große Energieverluste verursacht.

Andererseits ist auch die Stellung der Düsen in dieser Hinsicht von wesentlicher Bedeutung.

Es ist vorteilhaft, die Austrittspunkte des Wassers aus dem Rad möglichst tief, aber mit einiger Voreilung zu legen. Andererseits dürfen die Düsen sich gegenseitig nicht zu nahe kommen. Ein Winkel von  $90^\circ$  gilt bei 2 Düsen, ein solcher von  $60^\circ$  bei 3 Düsen als empfehlenswert.

Der Wunsch, das Wasser dem Rad elegant und einfach zuzuführen, hat zwar gelegentlich zu Konstruktionen geführt, wie sie Abb. 699 zeigt. Dabei hat aber der Sprühregen des abfließenden Wassers das Laufrad in solchem Maß gestört, daß große Arbeitsverluste zu bemerken waren.

Empfehlenswert ist dagegen eine Anordnung nach Abb. 700.

Erfahrungsgemäß erhält man bei horizontalen Rädern mit 2 Düsen noch gute Wirkungsgrade, wenn die obigen Regeln befolgt werden. Bei 3 Düsen ist schon eine Abnahme des Wirkungsgrades schwer zu vermeiden, und daran können auch Fangbleche ähnlich wie bei Abb. 4, Taf. 50, wenig helfen, die das abspritzende Wasser verhindern sollen, wiederholt auf das Rad zu treffen, aber manchmal schon die gegenteilige Wirkung gehabt haben.

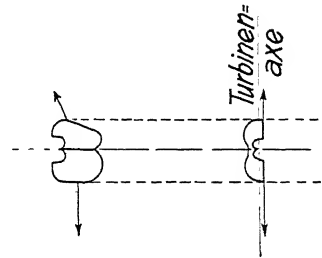


Abb. 701. Wasserwegführung bei vertikalen Pelton-Turbinen.

Bei vertikalen Rädern (Abb. 3, Taf. 52, Abb. 5, Taf. 53) bildet die Wegführung des Wassers besondere Schwierigkeiten. Man sollte sie mit Schaufeln ausrüsten, deren Hälften unsymmetrisch sind, derart, daß das nach unten entlassene Wasser zwar vertikal, das nach oben entlassene aber schräg nach außen wegfließt (Abb. 701) D. R. G. M. Nimmt man diese Schwierigkeiten in Kauf, so hat es kein Bedenken, mit der Düsenzahl der vertikalen Räder bis auf 4 zu gehen.

## D. Konstruktion der Tangential-Teilturbinen.

Die in den vorigen Abschnitten gewonnenen Rechnungs- und Versuchsunterlagen führen nun in Verbindung mit allgemeineren Erfahrungsergebnissen zu den folgenden Konstruktionsgrundsätzen.

### I. Zuführung des Wassers und Leitapparat.

Die Zuführung des Wassers geschieht mit Rücksicht auf das übliche hohe Gefälle stets durch längere Rohrleitungen, deren Durchmesser auf Grund der wirtschaftlichen Überlegung zu bestimmen ist, daß die Summe aus der Verzinsung der Rohrkosten und dem Einnahmeausfall durch die Wasserreibung einen Kleinstwert annimmt. In dem zur Turbine zu rechnenden Teil der Leitung bemißt man die Bewegungsenergie des Wassers vor der Verengung zur Düse zu etwa 1 bis 2 v. H.

des Gefälles, und wählt sie um so niedriger, je größere Richtungswechsel unmittelbar vor der Düse auszuführen sind, da andernfalls der Strahl nicht zentrisch axial und vor allem nicht gut geschlossen austritt.

Bezüglich der Ausflußdüse des Leitapparats und seiner Regulievorrichtung kann man auch hier aussprechen, daß die Erfahrung von sehr verschiedenartigen z. T. umständlichen Konstruktionen zu einer einfachen Ausführung übergegangen ist.

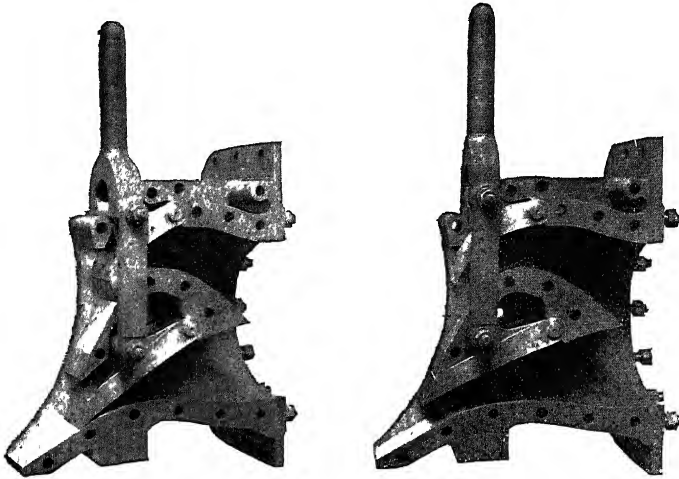


Abb. 702. Doppeldüse mit Zungenregelung. (Aus Schw. Bztg., 1909, I, S. 267.) Rieter-Winterthur.

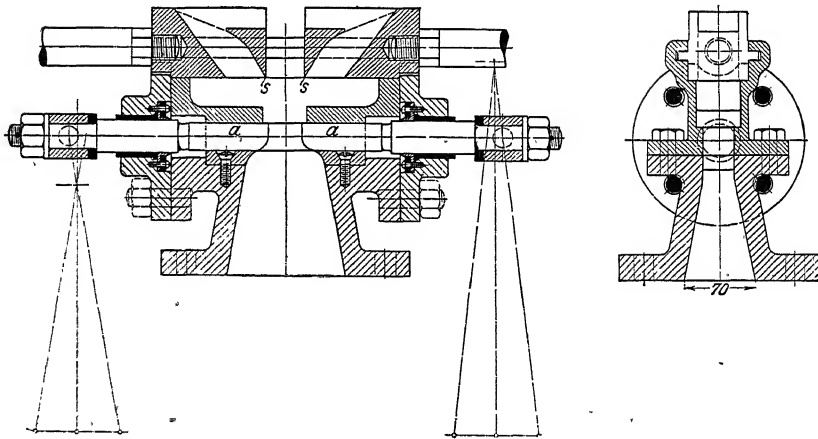


Abb. 703. Düse mit Rechteckquerschnitt, Schieberregulierung und Strahlableitung (Hansenwerk). (Z. 1908, S. 1226.)

Hatte man früher Leitapparate mit rechteckigen Austrittsquerschnitten, die durch bewegliche Zungen (Abb. 702 u. Taf. 49) oder durch Schieber (Abb. 703) der gewünschten Wassermenge angepaßt wurden, so sieht man bei modernen Pelton-turbinen fast nur noch die einfache runde Düse (Abb. 704 u. Abb. 2, Taf. 48), deren Querschnittsverengung durch eine Nadel bewirkt wird und ihr den Namen Nadeldüse verschafft hat. Auch diese Erfindung stammt aus Amerika und vereinigt mit günstiger Strahlbildung, wie Abb. 705 für verschiedene Beaufschlagungen erkennen läßt, den Vorzug größter Betriebssicherheit und Billigkeit.



Bezüglich der mit der Nadeldüse gemachten Erfahrungen ist es nicht möglich, die umfassenden und wertvollen Versuche zu übergehen, die von REICHEL und WAGENBACH 1909 bis 1912 in Charlottenburg an Becherturbinen durchgeführt und in der Z., 1913, S. 441 usf. veröffentlicht worden sind<sup>1)</sup>. Die Versuche waren mit verschiedenen Düsen- und Nadelformen durchgeführt worden, von denen Düse 1 mit Nadel 1b, Düse 2 mit den Nadeln 2a und 2b in den Abb. 706 bis 708 wiedergegeben sind, und wobei der ausgetretene Strahl bei voller Öffnung einen Durchmesser  $d_{st} = 2,705$  bzw. 4,09 und 4,11 cm besaß.

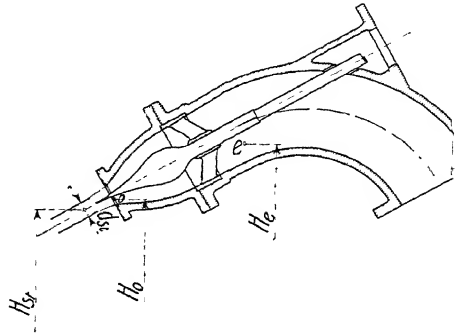


Abb. 704. Nadeldüse.

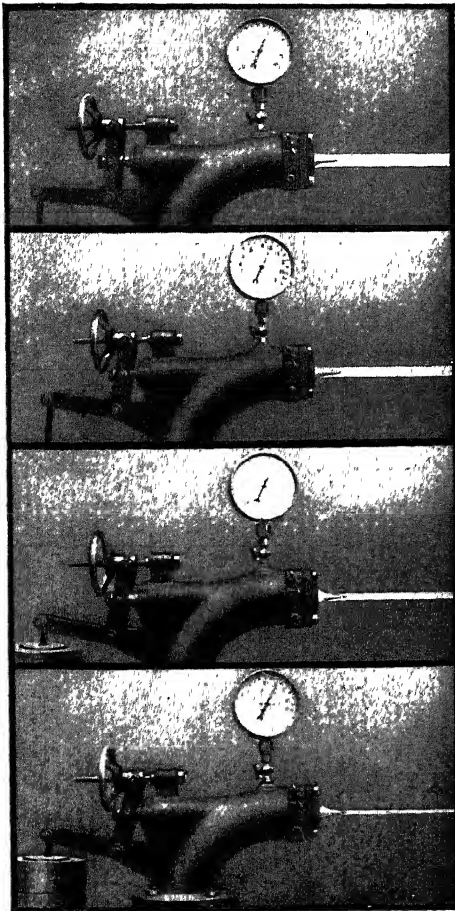


Abb. 705. Strahlform bei verschiedenen Nadelstellungen (Riva).

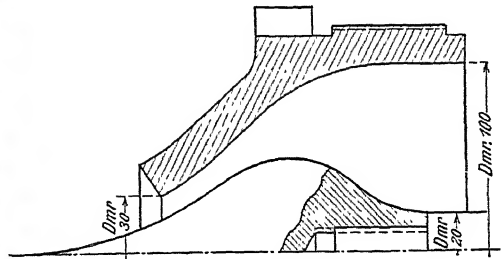


Abb. 706. Düse 1; Nadel 1b. (Z.)

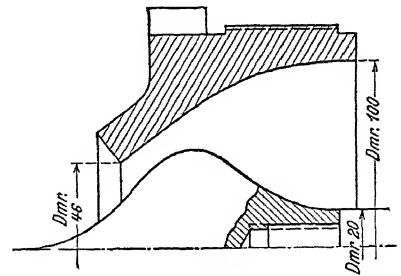


Abb. 707. Düse 2; Nadel 2a. (Z.)

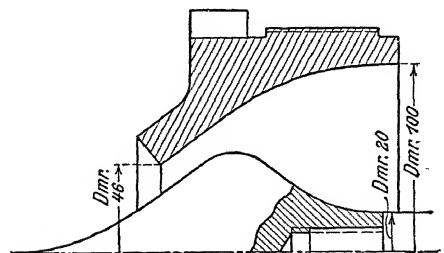


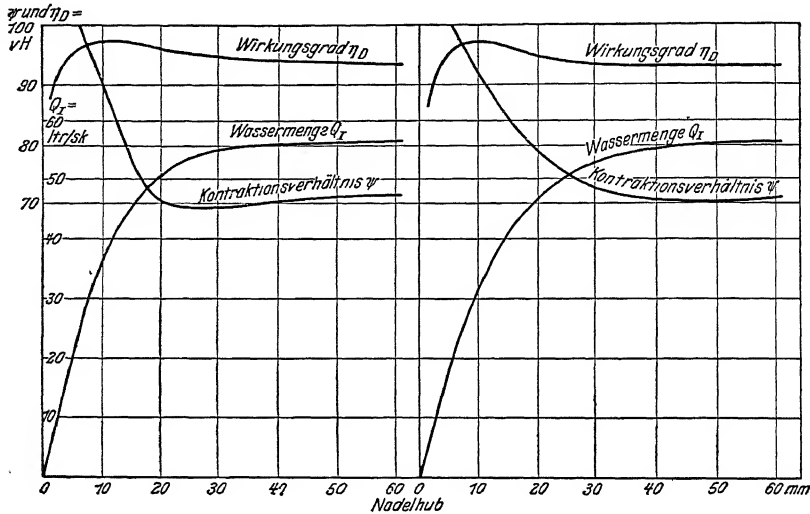
Abb. 708. Düse 2; Nadel 2b. (Z.)

<sup>1)</sup> Wesentliche Schlüsse aus diesen Versuchen sind auch in Hütte 1911, II, S. 309 angegeben.

Die Neigung der Austrittsrichtung der Düse gegen die Achse (vgl. Abb. 710) betrug  $41^\circ 50'$  bzw.  $37^\circ 15'$ . Ihr doppelter Wert, der mit Düsenwinkel  $2\delta$  bezeichnet wird, daher  $83^\circ 40'$  bzw.  $74^\circ 30'$ .

Es wurde auch versucht, einen Wirkungsgrad der Düsen ( $\eta_D$ ) zu ermitteln als Verhältnis der Energie im Punkt  $St$  (Abb. 704) und der in  $e$ , die im einen Fall durch  $H_{St} + h_{St} + \frac{c_{St}^2}{2g}$ , im anderen durch  $H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g}$  gemessen wird.

Dadurch zeigten sich charakteristische Änderungen des Wirkungsgrades, wie sie z. B. für Düse 2 in Abb. 709 wiedergegeben sind.



Düse 2; Nadel 2 a.

Düse 2; Nadel 2 b.

Abb. 709. Verlauf des Düsenwirkungsgrades bei Änderung der Beaufschlagung. (Aus Z., 1913, S. 495.)

Von besonderem Interesse wäre es hier, auch den Wirkungsgrad der Düse bis zum Eintritt in das Laufrad auszudehnen, da die geschlossene Form des Strahles bis auf diese Entfernung ein wesentliches Erfordernis der Düse bildet.

Dieser erweiterte Düsenwirkungsgrad  $\varepsilon_D$  würde dann durch

$$\varepsilon_D = \frac{H_i + h_i + \frac{c_i^2}{2g}}{H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g}} \quad (553)$$

dargestellt, während sich der Wirkungsgrad des Druckbereichs in Übereinstimmung mit unseren früheren Bezeichnungen aus Arbeitsgleichung I (S. 246)

$$H_z + h_z + \frac{c_z^2}{2g} = H_i + h_i + \frac{c_i^2}{2g} + R_d$$

mit  $h_i = h_z = h_{at}$  und  $c_z \approx 0$

zu

$$\varepsilon_d = \frac{H_d - R_d}{H_d} = \frac{\frac{c_i^2}{2g}}{H_d} = \frac{c_i^2}{2gH_d}, \quad (554)$$

ergibt, was für  $H_d = H$  mit der Bewegungsenergie für 1 m Gefälle  $\varepsilon_i = \frac{c_i^2}{2gH}$  übereinstimmt.



dem Wert  $\sqrt{2gH} = 44,3$  m/sek bei  $H = 100$  m, um so mehr, je schlanker die Düse war, und betrug für den genannten Düsenwinkel 31 bis 32 m/sek. Hieraus kann der Düsenquerschnitt  $f_0$  berechnet werden, der bei größter Beaufschlagung etwa 0,88 bis 0,96 der Gesamtöffnung (vgl. Abb. 710, S. 571) ausmacht.

Zum Abschluß der Düse wird die Nadel bei Handregulierung meist einfach durch Schraubengewinde vorgeschoben (Abb. 3, Taf. 53).

Bei automatischer Regulierung geschieht die Bewegung durch einen Preßzylinder (Taf. 48; Abb. 1, Taf. 51). Dabei hat man wohl versucht, durch Differentialkolben einen Kräfteausgleich auf die Nadel herbeizuführen.

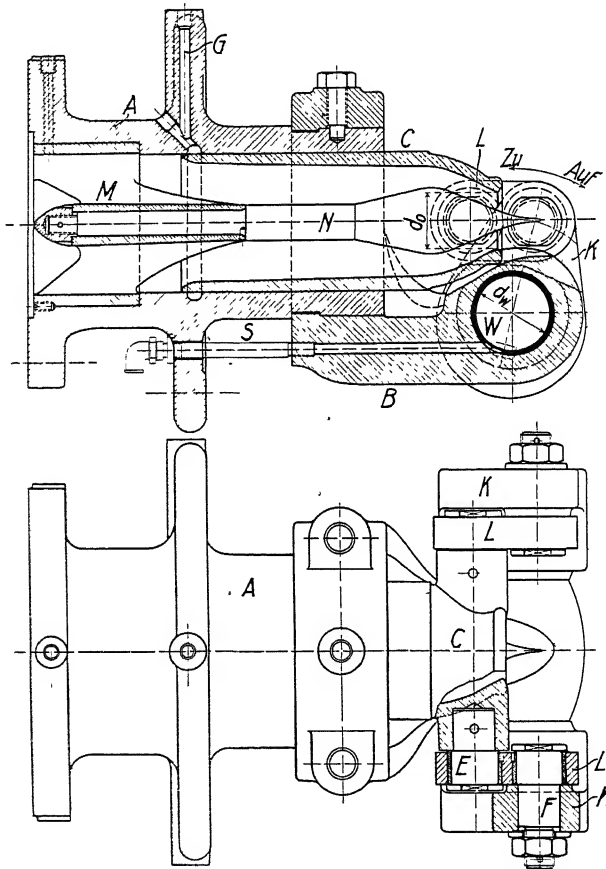


Abb. 713. Nadelregulierung von A. G. K. (D.R.P.).

Diese Regulierungen verlangen einen Krümmer in der Nähe der Düse. Das wird durch die Konstruktion von Amme, Giesecke und Konegen-Braunschweig (Abb. 713) vermieden, wobei statt der Nadel der äußere Düsenteil bewegt wird. Diesem Vorteil und der Möglichkeit, die Nadel bis dicht an den Becher heranzubringen, steht aber der Nachteil schwierigerer Dichtung und Axialführung sowie wesentlicher Erhöhung der Regulierkraft gegenüber.

Neben diesen den Wasserabschluß ermöglichenden Organen sieht man bei Pelton-Rädern, die rasch regulieren sollen (automatische Regulierung), noch

besondere Apparate vor, die einen gewünschten Teil der Strahlenergie vernichten, ohne dabei gefährliche Drucksteigerungen in den Rohrleitungen hervorzurufen.

Solche Apparate schneiden oder lenken entweder einen Teil des Wasserstrahles ab, ehe er in das Laufrad gelangt (»Strahlabschneider« bzw. »Strahlablenker«) (Abb. 714 u. Abb. 1, Taf. 51), oder sie schwenken die ganze Ausflußdüse aus dem günstigsten Beaufschlagungsbereich mehr oder weniger heraus (»Schwenkdüsen«) (Taf. 50).

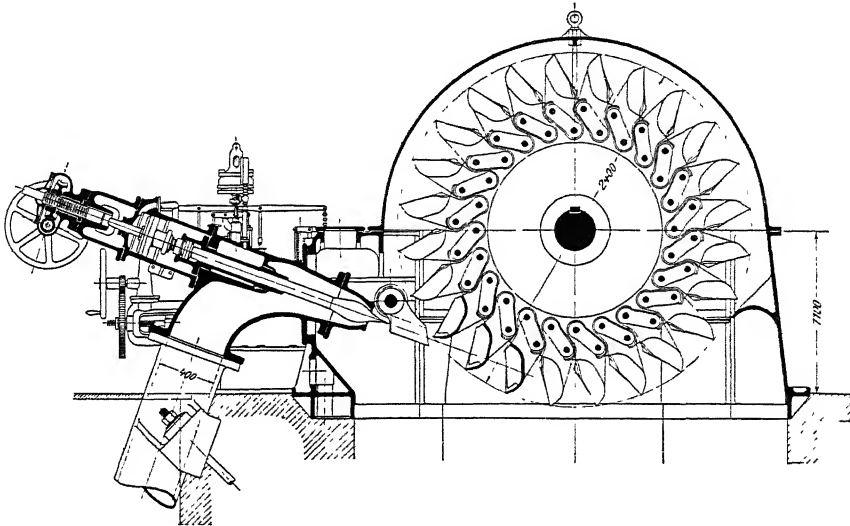


Abb. 714. Tangential-Teilturbine »Ackersand« (PICCARD). (Aus Z. g. T., 1910, S. 85, H 730 m,  $N$  5500,  $n$  500,  $n_s$  9,8.

Geschieht die automatische Regelung ausschließlich mit Hilfe der Nadelverstellung, so müssen, wie dies auch öfters bei geschlossenen Zentripetal-Vollturbinen der Fall ist, Nebenauslässe bzw. Freilaufventile zur Verhütung gefährlicher Drucksteigerungen in der Zuleitung angebracht werden (Abb. 1, Taf. 48 u. Abb. 1, Taf. 54).

## II. Das Laufrad.

### 1. Form der Schaufeln oder Becher.

Für den ankommenden Strahl kommen die folgenden Winkel in Betracht. Zunächst bemerkt man nach Abb. 682, S. 551 das Eintrittsdreieck und erkennt, daß sich dieses mit der wechselnden Richtung von  $u_i$  bei Drehung des Rades so verschiebt, daß in einem Punkt  $\alpha_i = 0$  und  $\beta_i = 180^\circ$  zu erwarten sind.

Dann kommt der Winkel in Betracht, um den die Relativgeschwindigkeit  $w_i$  durch die Schneide der Schaufel abgelenkt wird. Wie aus Abb. 684, S. 552 hervorgeht, ist dieser Winkel abhängig von dem Winkel  $\gamma$  zwischen Schneide und Relativgeschwindigkeit  $w_i$ . Für  $\gamma_i = 90^\circ$  ist die Ablenkung gleich dem halben Schneidenwinkel  $\beta_s$  (Abb. 715).

Ähnliches gilt für den Austritt, wo die Ablenkung des Wassers gegenüber einer Normalebene zur Achse nur für eine mittlere Stellung mit  $\gamma_2 = 90^\circ$  mit dem Kantenwinkel  $\beta_k$  Abb. 715 zusammenfällt.

Die Schneide soll spitz zugeschräfft werden. Der Schneidenwinkel selbst braucht aber nicht so klein gewählt zu werden, wie man denken könnte, da die Umlenkungsverluste nicht bedeutend sind.

Die Original-Pelton-Schaufel hatte  $\beta_s \sim 48^\circ$ . THOMANN gibt  $15^\circ$  bis  $30^\circ$ <sup>1)</sup>, während REICHEL und WAGENBACH in den oben erwähnten Versuchen allerdings fanden, daß die Becher mit kleinen Schneiden- und Kantenwinkeln die besten Wirkungsgrade ergaben.

Von besonderem Interesse ist, daß hierbei auch die kleinsten Kantenwinkel  $\beta_k$  bis  $4^\circ$  noch zu den besten Ergebnissen führten, obgleich dies der unmittelbaren Überlegung zu widersprechen scheint. Denn setzen wir etwa  $u_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2gH}$  und  $\beta_2 = \beta_k = 10^\circ$ , so folgt für  $c_2 \sim u_2 \cdot \sin \beta_2 = \sin \beta_2 \frac{1}{2}\sqrt{2gH}$ ,  $\frac{c_2^2}{2gH} = 0,0076$ , d. h. ein Austrittsverlust von nur  $\frac{3}{4}\%$ , und somit kein Grund, unter diesen Betrag

herunterzugehen, zumal bei Verkleinerung des Kantenwinkels ein Streifen des austretenden Strahles an der Nachbarschaufel unvermeidlich ist.

Die Erklärung für die REICHEL-WAGENBACHschen Ergebnisse liegt aber in den großen Verschiedenheiten von  $\beta_2$  mit  $\beta_k$ , die zum Teil durch die Ausbreitung des Strahles auf dem Becher (vgl.  $\Delta\beta$  in Abb. 716), zum größeren Teil aber durch das schräge Austreten des Strahles insbesondere in den letzten Zeiten der Beaufschlagung hervorgerufen wird.

Darin ist es auch begründet, daß dieselben Versuche auf eine möglichst Erhöhung der Schaufelzahl hinweisen, obwohl ja auch

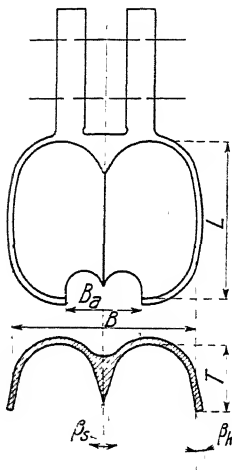


Abb. 715.

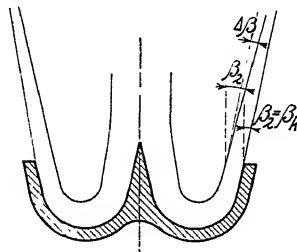


Abb. 716. Variation des Austrittswinkels.

hierdurch das Anstreifen des austretenden Strahles an der folgenden Schaufel vermehrt wird. Letzteres scheint eben in diesem Fall in der Tat das kleinere Übel zu sein und kann durch Polieren der entsprechenden äußeren Schaufelfläche noch wesentlich gemildert werden.

Was die Überführung des Winkels  $\beta_1$  in  $\beta_2$  anbetrifft, so kann man eine mehr zylindrische Bauart mit verhältnismäßig scharfen Abrundungen unterscheiden, wie sie die Original-Pelton-Schaufel zeigt (Abb. 353, S. 224), und eine andere mehr runde, ellipsoidartige Ausführung, die meines Wissens zuerst von der Abner-Doble Co. auf den Markt gebracht wurde (Abb. 715 u. 717).

Die erstere hat sich bei kleinen Strahlstärken und spezifischen Drehzahlen ( $n_s = 12,5$ ) und mit der Schaufelzahl  $z = 22$  bestens bewährt. Es liegen Bremsprotokolle von 90% Wirkungsgrad selbst bei mäßig großer Ausführung vor<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> THOMANN, S. 209.

<sup>2)</sup> Anlage Todtnau (Hansenwerk).

Die letztere Becherform scheint sich auch für größere Strahlstärke und damit für größere spezifische Drehzahlen zu eignen:  $n_s$  ist dabei mit einer Düse schon auf 35 gesteigert worden, wobei der Wirkungsgrad auf 83% herunterging<sup>1)</sup>).

Bei der Pelton-Schaukel macht man etwa die Breite  $B = 4d_{St}$ , die Tiefe  $T = 1,33d_{St}$  und die Länge  $L = 2,85d_{St}$  (vgl. Abb. 715). (555)

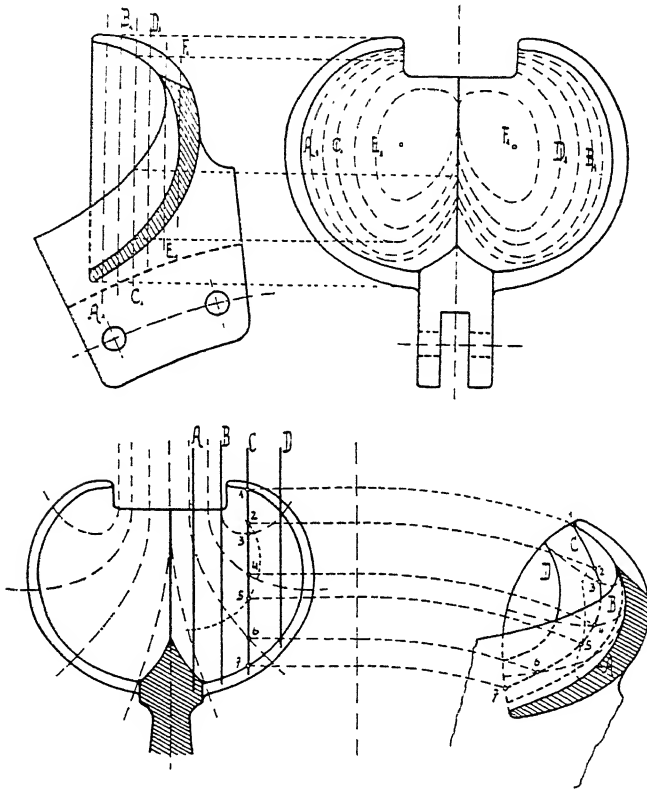


Abb. 717. Schaufelformen in verschiedenen Darstellungsarten nach BAUDISCH. (Z. g. T., 1913, S. 356.)

REICHEL und WAGENBACH konnten die Steigerung der Beaufschlagung nicht bis zum absoluten Maximum der Leistung ausdehnen, allerdings ließ sich schon vorher ein langsames Zurückgehen des Wirkungsgrades (vgl. Z. 1913, S. 528—30, Abb. 51—73) feststellen. Sie setzen unter Berücksichtigung des letzteren Umstands für die ellipsoidähnliche Schaufel

$$\begin{aligned} L &\cong 2,36 d_{S\ell} = 0,113 \sqrt{Q_{I\max}} \\ B &\cong 2,76 d_{S\ell} = 0,133 \sqrt{Q_{I\max}} \\ T &\cong 0,95 d_{S\ell} = 0,046 \sqrt{Q_{I\max}}. \end{aligned} \quad (556)$$

<sup>1)</sup> REICHEL-WAGENBACH, Z. 1913, S. 533, Abb. 84.

## 2. Zahl der Schaufeln und günstigster Raddurchmesser.

Die Schaufelzahl ergibt sich aus der Teilung. Diese wurde auf Seite 553 für die erste Annäherung unter der Annahme bestimmt, daß die Schaufel ihre letzte Beaufschlagung etwa in der Mittelsenkrechten zur Strahlrichtung aufnimmt. Man bemerkt aber, daß bei Bestimmung der Teilung die Strahlstärke sowohl als die

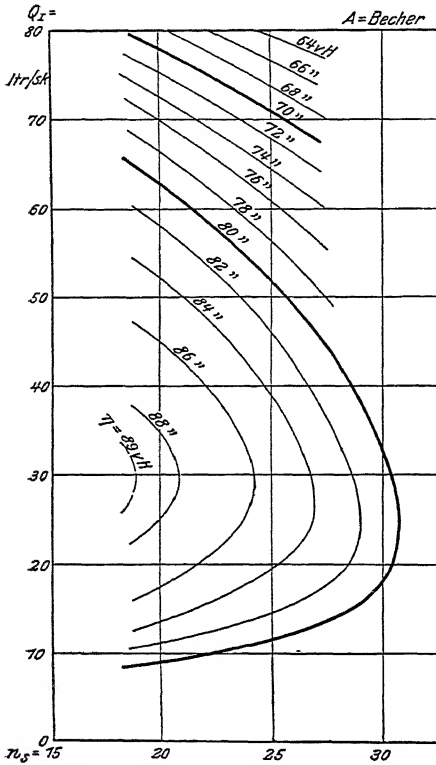


Abb. 718. (Aus Z., 1913, S. 533.)

Länge des Bechers und die Größe des Raddurchmesser  $D$  von wesentlichem Einfluß sind und die Versuche von REICHEL und WAGENBACH haben in der Tat diese Abhängigkeit bestätigt. Im allgemeinen darf man sagen, daß große Schaufelzahlen und große Durchmesser günstig wirken, daß das Verhältnis von Raddurchmesser zu Schaufellänge etwa gleich 4,0 bis 9,0

gemacht werden darf bzw. mit  $\frac{L}{d_{st}} = 2,4$  bis 2,8,  $D_m = 9,5$  bis 21 mal der Strahlstärke. Die Teilung kann bei vergrößertem Durchmesser ziemlich konstant bleiben, so daß die Schaufelzahl proportional mit dem Durchmesser wächst. Mit dem Verhältnis von Teilung zu Becherlänge in den Grenzen von  $0,8 \div 1,1$  ergibt sich dann die Schaufelzahl  $z = 1,0 \cdot \frac{D}{d_{st}}$  bis  $1,7 \cdot \frac{D}{d_{st}}$ .

Je mehr der Durchmesser des Laufes verkleinert wird, um so mehr steigt, da die Umfangsgeschwindigkeit annähernd konstant bleibt, die spezifische Drehzahl  $n_s$ .

REICHEL und WAGENBACH haben Kurven gleichen Wirkungsgrades für die verschiedenen Becherformen in Abhängigkeit der Wassermenge von  $n_s$  aufgestellt. Von diesen sind die des A-Bechers in Abb. 718 wiedergeben. Man bemerkt daraus, daß die günstigste Wassermenge für wechselnde  $n_s$  ziemlich konstant ist, und daß der Wirkungsgrad mit Abnahme der letzteren zunimmt.

## III. Das Saugrohr der Gleichdruckturbinen.

Werden Gleichdruckturbinen in der Nähe des Unterwassers aufgestellt, so läßt man sie frei ausgießen. Bei ihrem zumeist hohen Gesamtgefälle spielen die 1 bis 2 m Gefällsverlust keine Rolle. Steigt dieses sogenannte »Freihängen« aber über 2 m, so wird man doch gut tun, das Gefälle voll auszunutzen. Z. B. bei 60 m Gefälle und 6 m Freihängen würden sonst schon 10% der Leistung verloren gehen.

In Abb. 413, S. 288, ist der Querschnitt durch ein Saugrohr für Gleichdruckturbinen dargestellt, für dessen Anschluß die ganze Turbine mit einem luftdicht schließenden Gehäuse umgeben werden muß. Die Inbetriebsetzung erfolgt dabei



derart, daß das Abwasser zunächst auf den im Saugrohr stehenden Unterwasserspiegel frei hinunterfällt, um dann durch das eingetauchte Saugrohrende in den Untergraben zu entweichen. Dabei nimmt es eine Menge von Luftblasen, die sich beim Verspritzen und Aufspritzen mit ihm vermischt haben, mit ins Freie, wodurch der gesamte Luftinhalt des Saugrohrs vermindert und der in ihm befindliche Wasserspiegel in die Höhe gezogen wird.

Gleichzeitig entsteht die entsprechende Druckverminderung im Saugrohr und Turbinengehäuse, die dem Nutzgefälle zugute kommt.

Für die Konstruktion des Turbinensaugrohrs sind nun drei Gesichtspunkte zu beachten. Zunächst muß das Saugrohr so eng ausgeführt werden, daß die Geschwindigkeit des wegfließenden Wassers die aufsteigende Geschwindigkeit der in ihm befindlichen Luftbläschen in dem Maße übersteigt, daß nicht nur die vor Betriebseröffnung im Saugrohr befindliche Luft allmählich hinausbefördert wird, sondern auch die Luftmenge, die sich infolge der Druckverminderung aus dem Wasser fortwährend ausscheidet.

Dann wird der Wasserspiegel im Saugrohr rasch ansteigen und man hat nun in zweiter Linie dafür zu sorgen, daß er nicht bis ins Laufrad tritt, da hierdurch starke Wasserwirbel mit entsprechenden Reibungsverlusten hervorgerufen würden. Man bringt daher ein Ventil  $V$  an, durch das von außen Luft in das Gehäuse eintritt, sobald mit dem Steigen des Wassers im Saugrohr ein entsprechend angebrachter Schwimmer in Bewegung gesetzt wird.

In dritter Linie ist es aber sehr wichtig, daß das Saugrohr nicht zu eng ist, um das Wasser mit geringer Geschwindigkeit zu entlassen. Denn wenn dabei ein Stau eintritt, so werden die genannten Wirbelbildungen auch bei großem Luftventil nicht zu vermeiden sein.

Wie man sieht, ist die richtige Dimensionierung des Saugrohrs wesentlich von der Geschwindigkeit des Abflußwassers abhängig. Daß sich diese aber bei wechselnder Beaufschlagung ändert, kann bei gleichbleibendem Saugrohrquerschnitt nicht vermieden werden, und hierin liegt die Hauptschwierigkeit der Konstruktion und wohl auch der Hauptgrund, warum die Saugrohre der Gleichdruckturbinen in letzter Zeit in Verruf gekommen sind. Das geschah aber meines Erachtens mit Unrecht, denn man kann auch bei den wechselndsten Beaufschlagungen die erlaubte Saughöhe mit voller Sicherheit ausnutzen, wenn man das Saugrohr für die größte Wassermenge reichlich groß, gleichzeitig aber von der Bedingung selbständiger Entlüftung durch Anbringung einer eigenen kleinen Luftpumpe unabhängig macht<sup>1)</sup>.

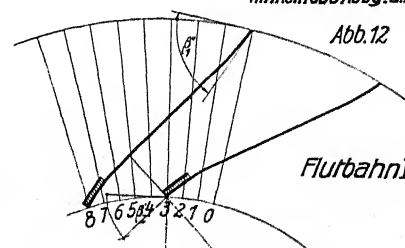
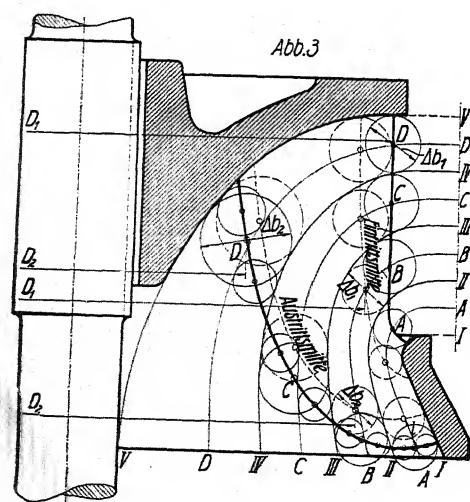
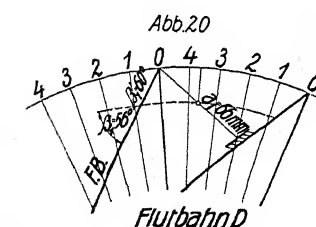
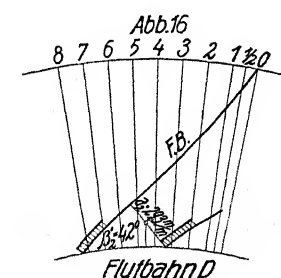
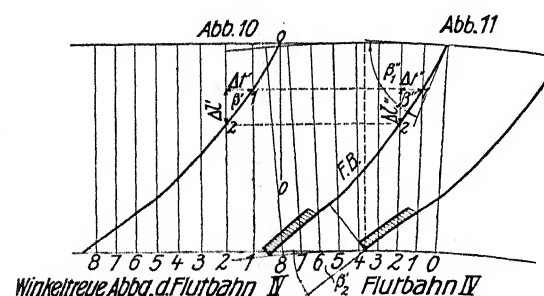
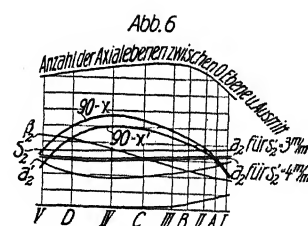
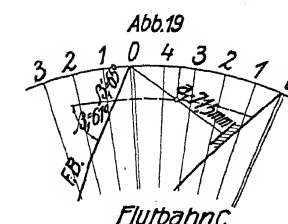
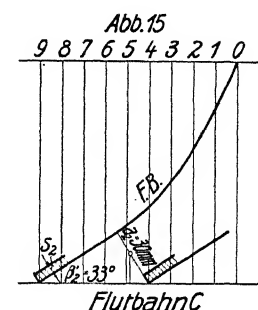
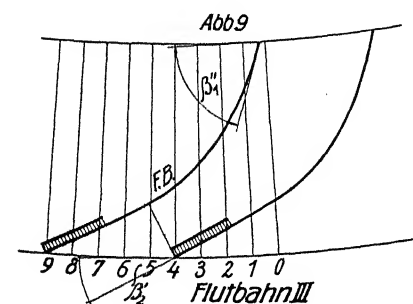
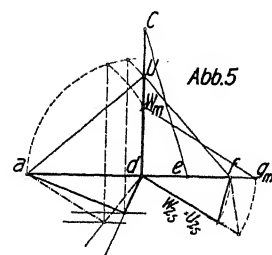
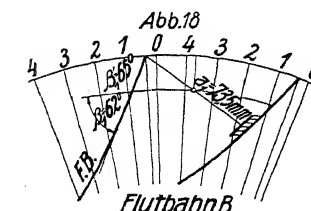
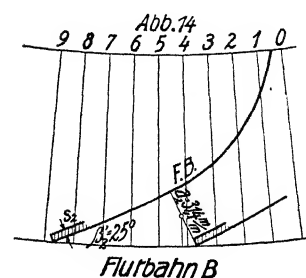
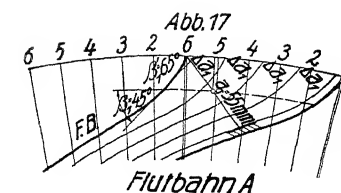
Begnügt man sich aber mit der in Abb. 413 gezeigten Anordnung, so muß besonders beachtet werden, daß das im Saugrohr befindliche Wasser und Luftgemisch spezifisch leichter ist als die auf den Schwimmer wirkende Wassersäule, sodaß der Spiegel der letzteren entsprechend unter der am oberen Teil des Saugrohrs erwünschten Spiegelhöhe gehalten werden muß.

<sup>1)</sup> D. R. G. M.

---

Druck von Breitkopf & Hartel in Leipzig

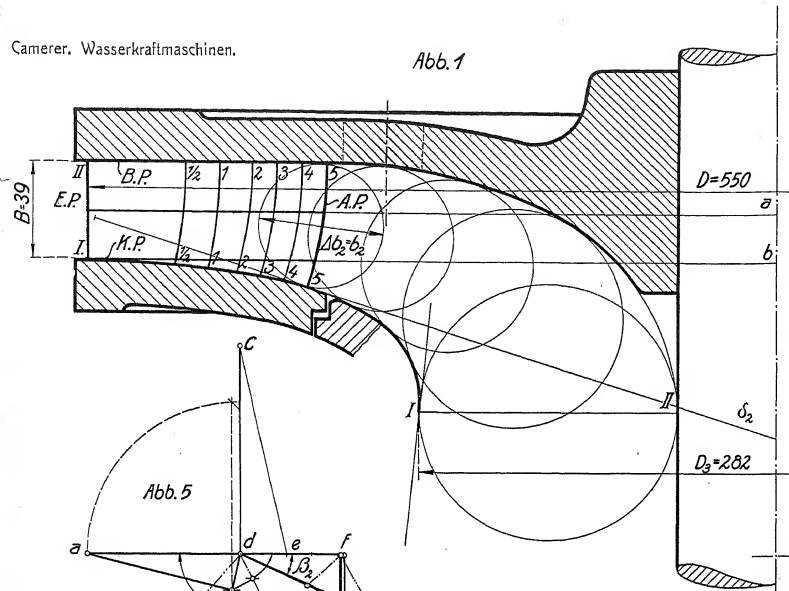
---



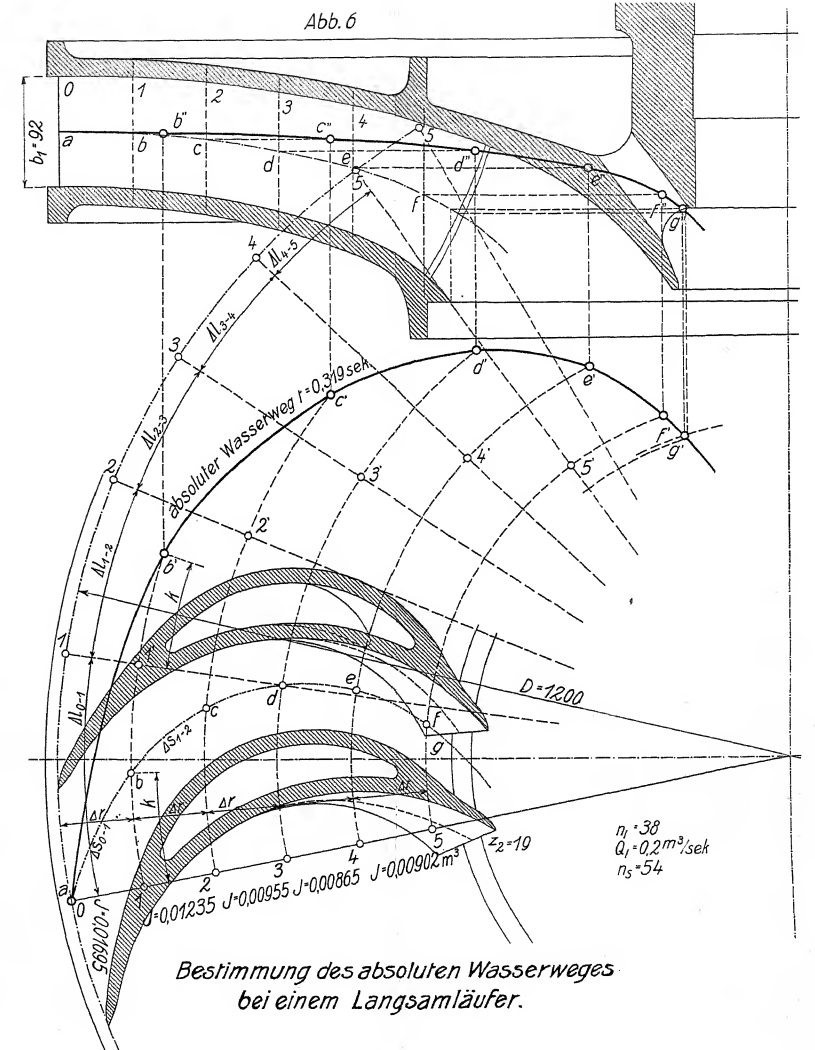
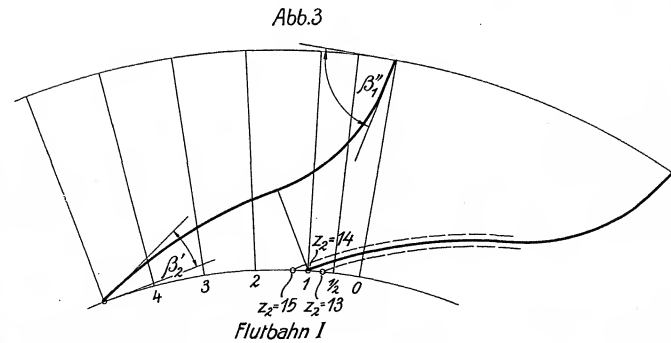
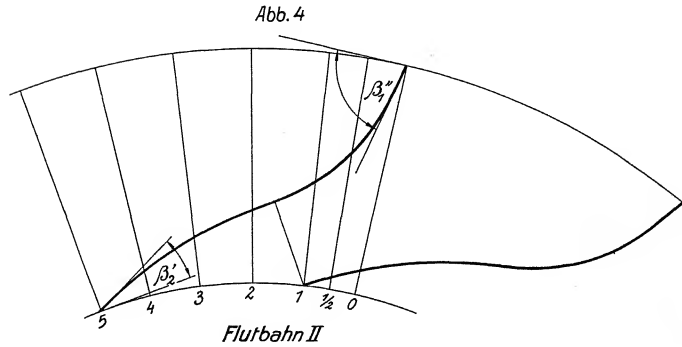
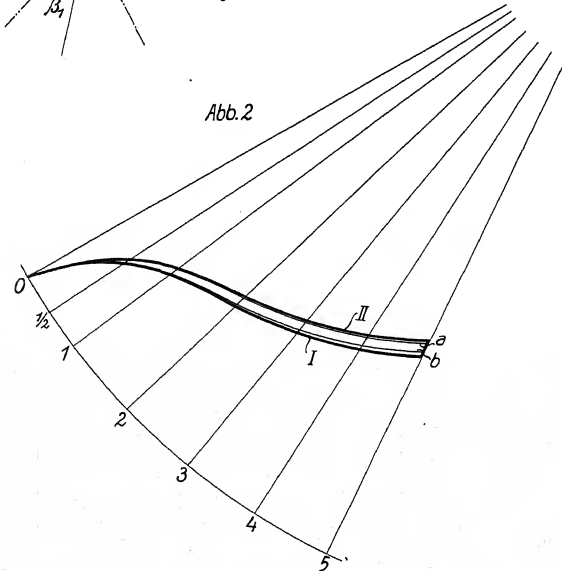
*Schaufelplan u. Abwickelungen  
der Flutbahnen von Laufrad „A“  
 $n_s = 230$ ;  $Q_I = 0,218$ ;  $n_I = 153$ ;  $D = 425$ .*

*Tabelle zur Nachprüfung der Schluckfähigkeit:*

Nº	$D_2$	$\varepsilon$	$x$	$\beta_2$	$\cotg x$	$\cos \beta_2$	$\cotg x'$	$x'$	$S_1$	$\sin x'$	$S_2$	$\sin \beta_2$	$S_2$	$a_2$	$\Delta a_2$	$\frac{\Delta x}{a \sin h}$	$a_1'$	$y$	$u_2$	$u_2'$	$\Delta u_2$	$\Delta u_2'$
I	0.2330	0.1126	654°	193°	0.457	0.944	0.432	667°	$\frac{0.003}{0.004}$	0.918	$\frac{0.004}{0.003}$	0.337	0.0372	$\frac{0.0336}{0.0370}$	$\frac{0.0321}{0.0317}$							
A	0.2185	0.1080	590°	215°	0.680	0.943	0.566	602°	$\frac{0.003}{0.004}$	0.870	$\frac{0.004}{0.003}$	0.334	0.0346	$\frac{0.0315}{0.0321}$	0.0280	84.2	$\frac{0.903}{0.870}$	0.970	$\frac{0.937}{0.963}$	0.653	0.028	0.028
II	0.2050	0.0985	578°	219°	0.786	0.928	0.729	533°	$\frac{0.003}{0.004}$	0.808	$\frac{0.004}{0.003}$	0.372	0.0366	$\frac{0.0316}{0.0326}$			$\frac{0.0266}{0.0256}$					
B	0.1835	0.0895	550°	250°	0.889	0.906	0.733	53.5°	$\frac{0.001}{0.004}$	0.007	$\frac{0.004}{0.003}$	0.423	0.0363	$\frac{0.0326}{0.0334}$	0.0330	102.5	$\frac{0.898}{0.865}$	0.660	$\frac{0.778}{0.693}$	0.653	0.028	0.028
III	0.1670	0.0804	42.0°	269°	1.011	0.822	0.990	45.3°	$\frac{0.001}{0.004}$	0.771	$\frac{0.004}{0.003}$	0.457	0.0365	$\frac{0.0323}{0.0329}$			$\frac{0.0230}{0.0220}$					
C	0.1480	0.0682	35.0°	330°	1.428	0.838	1.198	40.0°	$\frac{0.001}{0.004}$	0.642	$\frac{0.004}{0.003}$	0.545	0.0362	$\frac{0.0302}{0.0300}$	0.0436	137.0	$\frac{0.760}{0.628}$	0.509	$\frac{0.698}{0.605}$	0.653	0.028	0.028
D	0.1230	0.0596	33.3°	363°	1.520	0.805	1.220	39.4°	$\frac{0.001}{0.004}$	0.635	$\frac{0.004}{0.003}$	0.592	0.0351	$\frac{0.0294}{0.0294}$			$\frac{0.0183}{0.0183}$					
IV	0.1035	0.0520	40.0°	420°	1.600	0.790	1.243	36.3°	$\frac{0.001}{0.004}$	0.832	$\frac{0.004}{0.003}$	0.669	0.0341	$\frac{0.0305}{0.0293}$	0.0570	173.5	$\frac{0.733}{0.670}$	0.387	$\frac{0.672}{0.645}$	0.653	0.028	0.028
Y	0.1030	0.0497	55.7°	440°	0.696	0.763	0.500	63.3°	$\frac{0.003}{0.004}$	0.893	$\frac{0.004}{0.003}$	0.669	0.0345	$\frac{0.0311}{0.0311}$			$\frac{0.0278}{0.0278}$					



*Schaufelplan und Abwickelungen der  
Flutbahnen von Laufrad „E“*  
 $n_I = 93$ ;  $Q_I = 0,044 \text{ m}^3/\text{sek}$ ;  $n_S = 60$ ;  $D = 550 \text{ mm}$   
 M. 1:2



Bestimmung des absoluten Wasserweges  
bei einem Langsamläufer.

Abb.1

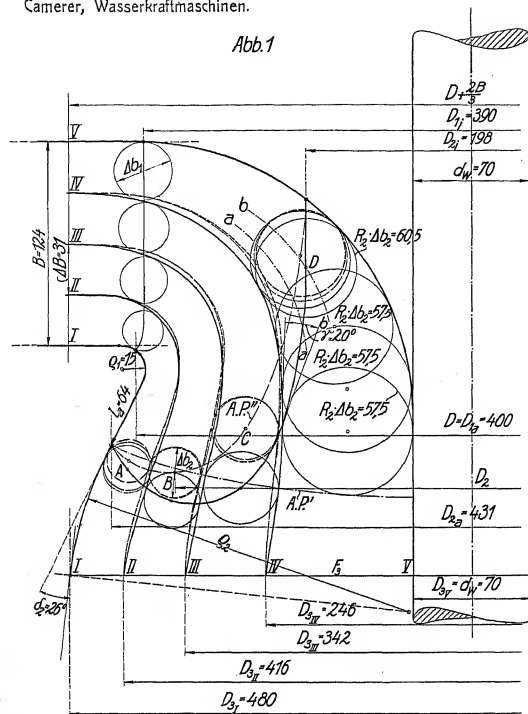


Abb.2

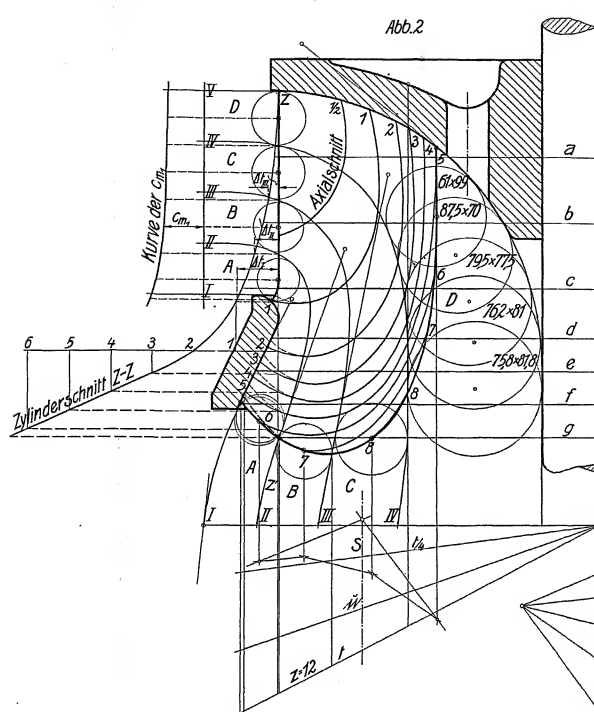


Abb.4

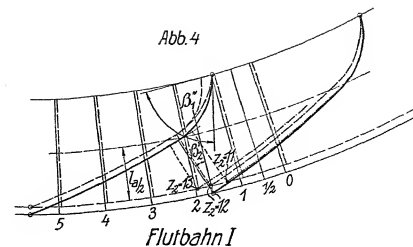


Abb.5

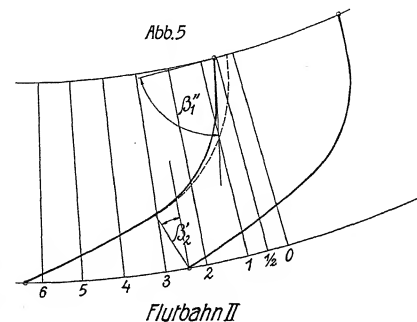


Abb.7

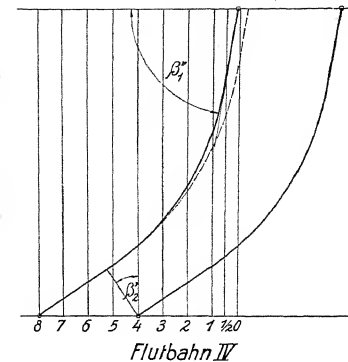


Abb.8

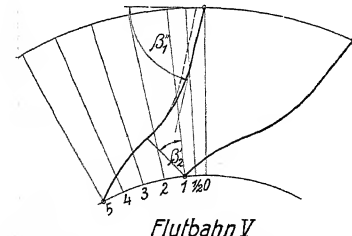
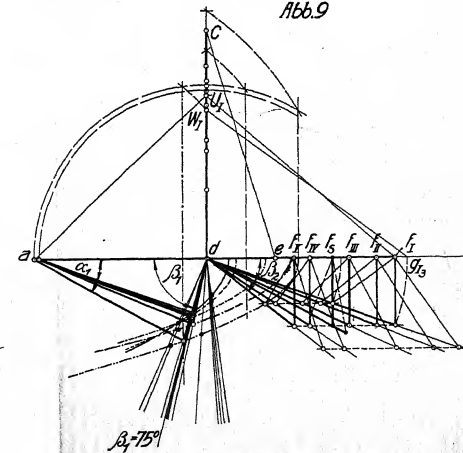


Abb.9



Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig und Berlin.

# Schaufelplan und Abwickelungen der Flutbahnen von Laufwerk „C“

$n_I = 14.7$ ,  $Q_I = 0.187 m^3/sec$ ,  $n_S = 210$ ,  $D = 400 mm$

M.1:3

Abb.3

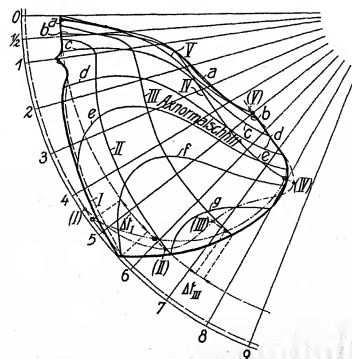
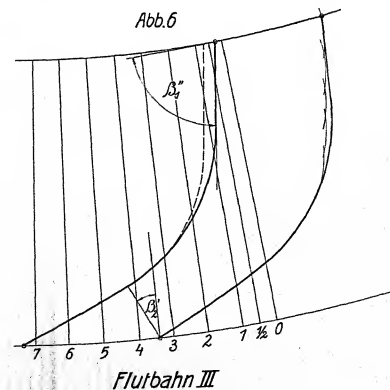
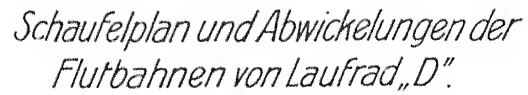
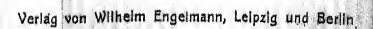


Abb.6

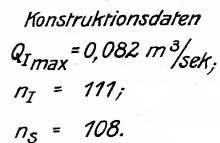




*M. 7:3*

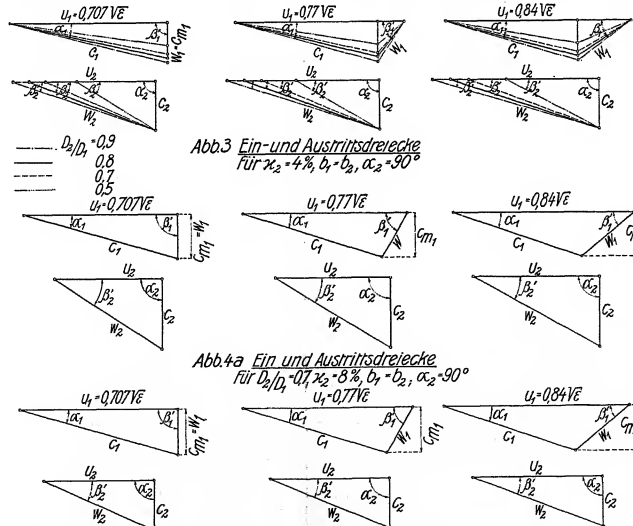
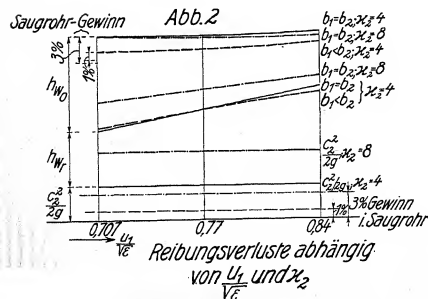
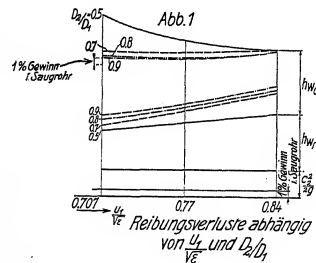


M. 1:5.

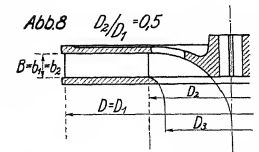
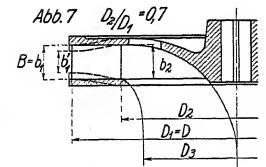
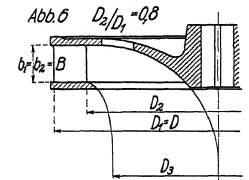
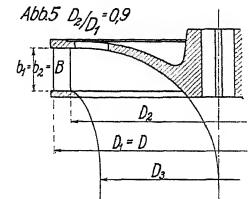


## Reibungsverluste und zugehörige Rechnungsgrößen.

$\frac{u_1}{VE}$	$D_2/D_1$	$\varepsilon$	$Q$	Leitrad								Lauftrad								Leitrad+Lauftrad	
				$z_0$	$\alpha_0 = \alpha_1$	$\alpha_0$	$l_0$	$c_0^2/2g$	$b \frac{u_0}{r_0}$	$\eta_{0, \text{Leitrad}}$	$B$	$\alpha_2$	$z_2$	$a_2$	$l_2$	$w_2^2/2g$	$b \frac{u_2}{r_2}$	$\eta_{2, \text{Lauftrad}}$	$\eta_{\text{Leitrad+Lauftrad}}$	$\varepsilon'$	
0,707	0,9	0,81	0,0664	25	14°20'	—	—	0,0260	16,7	0,00434	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	0,04	34	24	110	0,0189	10,7	0,0041	0,01047	0,205	0,795
	0,8	"	0,0524	"	12°50'	—	—	0,0260	18,6	0,00483	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	18	47	209	0,0152	12,4	0,00378	0,01063	0,208	0,792
	"	0,0404	"	11°10'	21,8	191	0,0265	21,3	0,00565	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	13	67	280	0,0120	13,8	0,00332	0,01099	0,215	0,785	
	0,7	0,77	0,0568	"	16°	31,0	197,5	0,0247	16,6	0,00397	"	0,08	15	80	238	0,0138	10,8	0,00298	0,01103	0,216	0,784
	0,81	0,0404	"	16°	31,0	197,5	0,0257	17,9	0,00460	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	0,04	15	61	267	0,0120	14,4	0,00346	0,01008	0,197	0,802	
	0,5	"	0,0203	"	8°	—	—	0,0296	29,8	0,00880	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	12	66	360	0,0070	21,0	0,00297	0,00379	0,270	0,730
0,77	0,9	"	0,0664	"	15°30'	—	—	0,0219	15,5	0,00340	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	30	26	127	0,0220	11,5	0,00504	0,01048	0,205	0,795
	0,8	"	0,0524	"	13°50'	—	—	0,0217	17,3	0,00375	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	17	48	225	0,0177	13,4	0,00476	0,01055	0,206	0,794
	"	0,0404	"	12°10'	23,9	193	0,0221	20,0	0,00442	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	10	79	356	0,0141	16,0	0,00452	0,01098	0,215	0,785	
	0,7	0,77	0,0568	"	17°20'	35,4	197	0,0206	15,1	0,00381	"	0,08	13	86	275	0,0154	11,9	0,00368	0,01087	0,213	0,787
	0,81	0,0404	"	17°20'	35,4	197	0,0216	16,8	0,00363	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	0,04	13	65	313	0,0140	16,2	0,00454	0,01027	0,201	0,800	
	0,5	"	0,0203	"	8°50'	—	—	0,0234	27,0	0,00630	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	10	73,5	400	0,0082	21,7	0,00354	0,01088	0,232	0,767
0,84	0,9	"	0,0664	"	16°50'	—	—	0,0185	14,3	0,00264	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	23	29	155	0,0257	12,9	0,00640	0,01108	0,217	0,783
	0,8	"	0,0524	"	15°	—	—	0,0183	16,0	0,00283	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	13	59	290	0,0207	14,8	0,00612	0,01109	0,217	0,783
	"	0,0404	"	13°20'	26,4	193	0,0178	18,4	0,00328	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	7	82	468	0,0164	18,0	0,00500	0,01123	0,220	0,780	
	0,7	0,77	0,0568	"	18°50'	38,6	195	0,0173	13,9	0,00242	"	0,08	10	105	329	0,0178	12,7	0,00452	0,01102	0,216	0,784
	0,81	0,0404	"	18°50'	38,6	195	0,0183	15,8	0,00289	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	0,04	10	80	373	0,0163	17,0	0,00554	0,01047	0,205	0,795	
	0,5	"	0,0203	"	9°30'	—	—	0,0195	25,0	0,00487	$b_1 \cdot b_2 \cdot \alpha_2$	"	6	117	575	0,0094	22,7	0,00432	0,01121	0,220	0,780



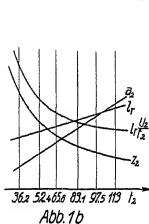
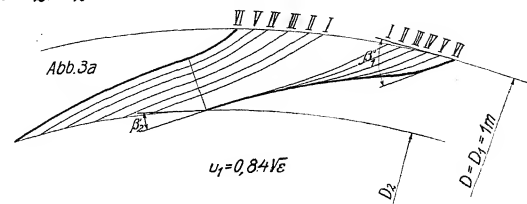
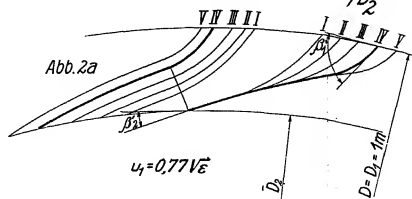
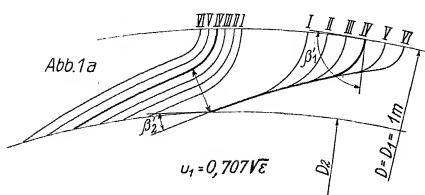
## Studie an reiner Zentripetal-Vollturbine.





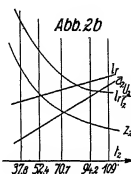
# Studie an reiner Zentripetal-Vollturbine

Kanalformen und Kanalkonstanten im Laufrad für  $D_1/D_2 = 0,9$ ,  $b_1 = b_2$ ,  $\kappa_2 = 4\%$  abhängig von  $u_1$  und  $z_2$ .



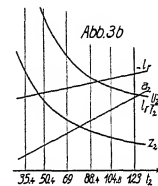
Schaufelform	$z_2$	$l_2$	$l_r$	$a_2$	$l_r \frac{u_2}{l_2}$
I	78	36,2	82,5	8,9	19,8
II	54	52,4	92,0	14,3	14,2
III	43	65,8	100,0	18,7	12,2
IV	34	83,1	110,0	24,4	10,7
V	29	97,5	120,0	29,0	10,1
VI	25	113,0	130,0	34,2	9,6

Tab.1



Schaufelform	$z_2$	$l_2$	$l_r$	$a_2$	$l_r \frac{u_2}{l_2}$
I	75	37,8	96	9	22,8
II	54	52,4	106	13	17,9
III	40	70,7	116	19	14,0
IV	30	94,2	127	26	11,5
V	26	109,0	137	30	11,1

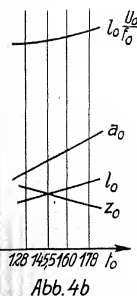
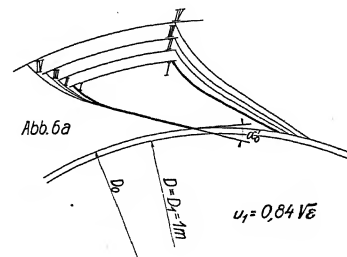
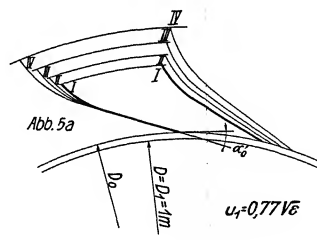
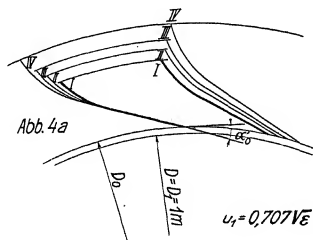
Tab.2



Schaufelform	$z_2$	$l_2$	$l_r$	$a_2$	$l_r \frac{u_2}{l_2}$
I	80	35,2	120,0	6,3	36,2
II	56	50,4	126,6	10,3	24,8
III	41	69,0	134,1	15,2	18,8
IV	32	88,4	142,2	20,3	15,1
V	27	104,8	149,6	24,6	13,4
VI	23	123,0	156,0	29,4	12,9

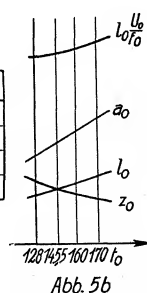
Tab.3

## Kanalformen und Kanalkonstanten im Leitrad für $D_2/D_1 = 0,7$ , $b_1 = b_2$ , $\kappa_2 = 8\%$ abhängig von $u_1$ und $z_0$ .



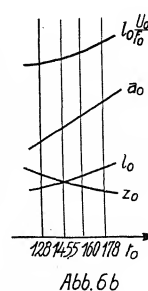
Schaufelform	$z_0$	$l_0$	$a_0$	$l_0 \frac{u_0}{l_0}$
I	25	128,0	197,5	31,0
II	22	145,5	222,5	35,7
III	20	160,0	242,5	39,6
IV	18	178,0	272,0	44,4

Tab.4



Schaufelform	$z_0$	$l_0$	$a_0$	$l_0 \frac{u_0}{l_0}$
I	25	128,0	197	33,4
II	22	145,5	220	40,6
III	20	160,0	242	45,0
IV	18	178,0	273	50,4

Tab.5



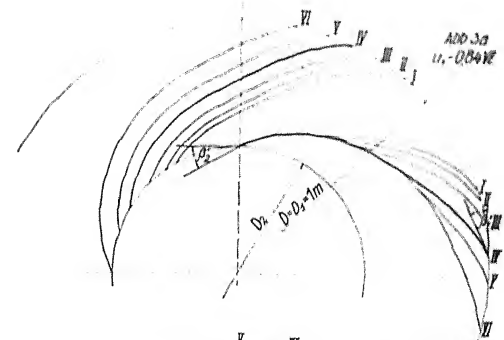
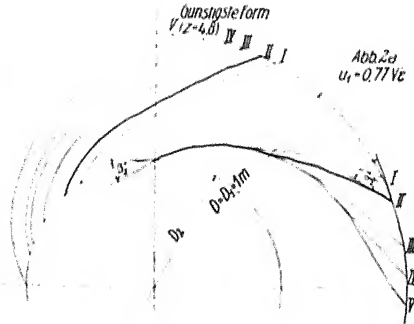
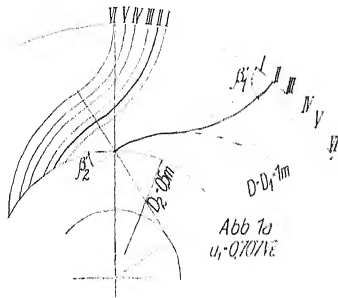
Schaufelform	$z_0$	$l_0$	$a_0$	$l_0 \frac{u_0}{l_0}$
I	25	128,0	195	38,6
II	22	145,5	221	44,1
III	20	160,0	245	49,0
IV	18	178,0	278	55,0

Tab.6

# Studie an reiner Zentripetal-Vollturbine.

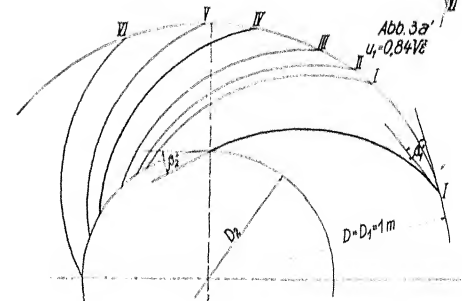
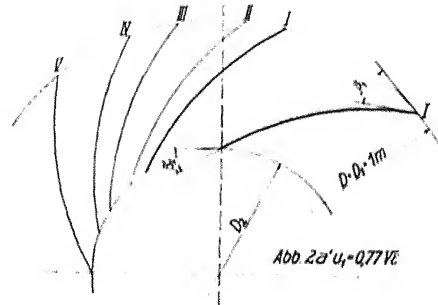
Tafel 8

Kanalformen und Kanalkonstanten im Laufrad für  $D_2/D_1 = 0.5$ ,  $b_1 = b_2$ ,  $\alpha_2 = 4\%$  abhängig von  $u_1$  und  $z_2$ .



Schaufelform	$z_2$	$l_2$	$a_2$	$l_r$	$l_r' \frac{u_1}{u_2}$
I	15	105	52	343	22.7
II	12	131	66	360	21.0
III	10	157	80	377	19.9
IV	8	196	100	405	19.3
V	7	224	117	424	19.0
VI	6	262	136	456	19.4

Tab. 1

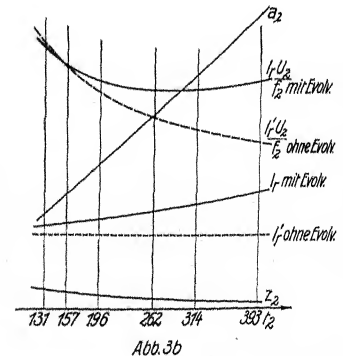
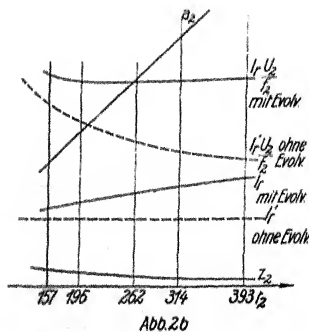
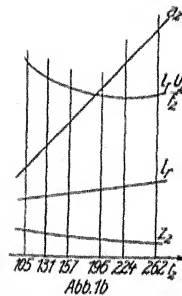


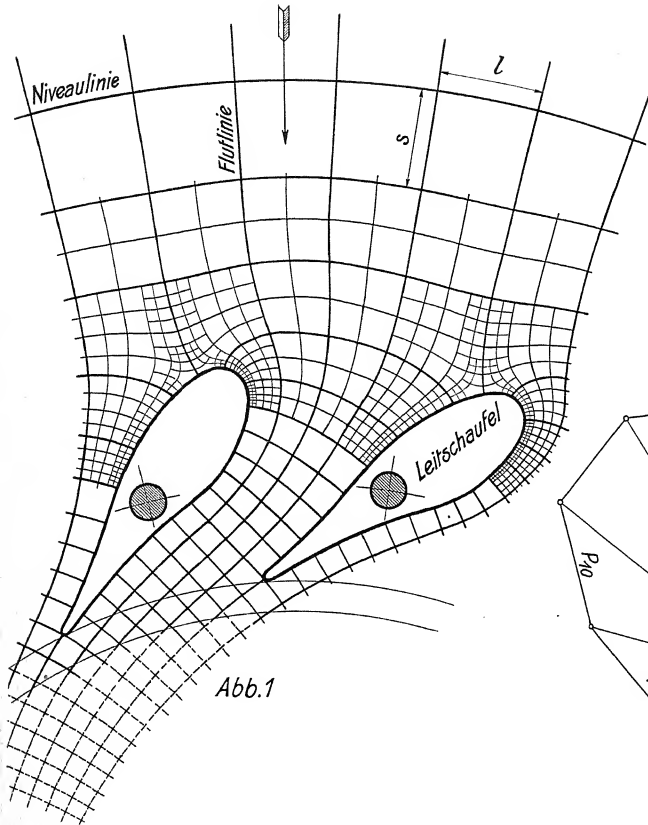
Schaufelform	$z_2$	$l_2$	$l_r$	$l_r'$	$a_2$	$l_r' \frac{u_1}{u_2}$	$l_r' \frac{u_1}{u_2}$
I	10	157	462	400	73.5	25.4	21.7
II	8	196	492	"	93.0	24.3	19.5
III	6	262	555	"	123	24.4	17.3
IV	5	314	603	"	149	24.8	16.1
V	4	393	645	"	187	24.6	15.2

Tab. 2

Schaufelform	$z_2$	$l_2$	$l_r$	$l_r'$	$a_2$	$l_r' \frac{u_1}{u_2}$	$l_r' \frac{u_1}{u_2}$
I	12	131	498	515	58	31.0	32.0
II	10	157	512	"	69	28.9	28.9
III	8	196	537	"	86	27.1	20.0
IV	6	262	583	"	117	26.2	22.7
V	5	314	625	"	140	26.3	21.4
VI	4	393	697	"	177	27.2	19.9

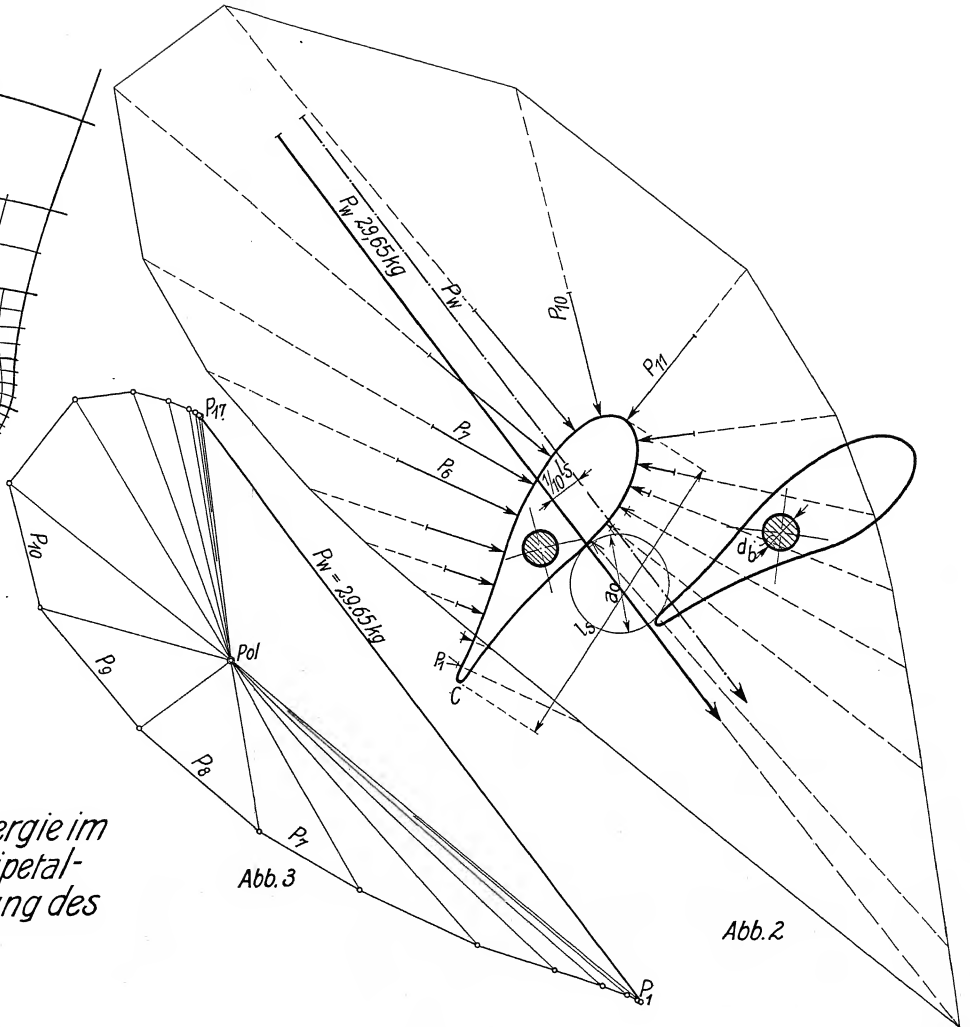
Tab. 3





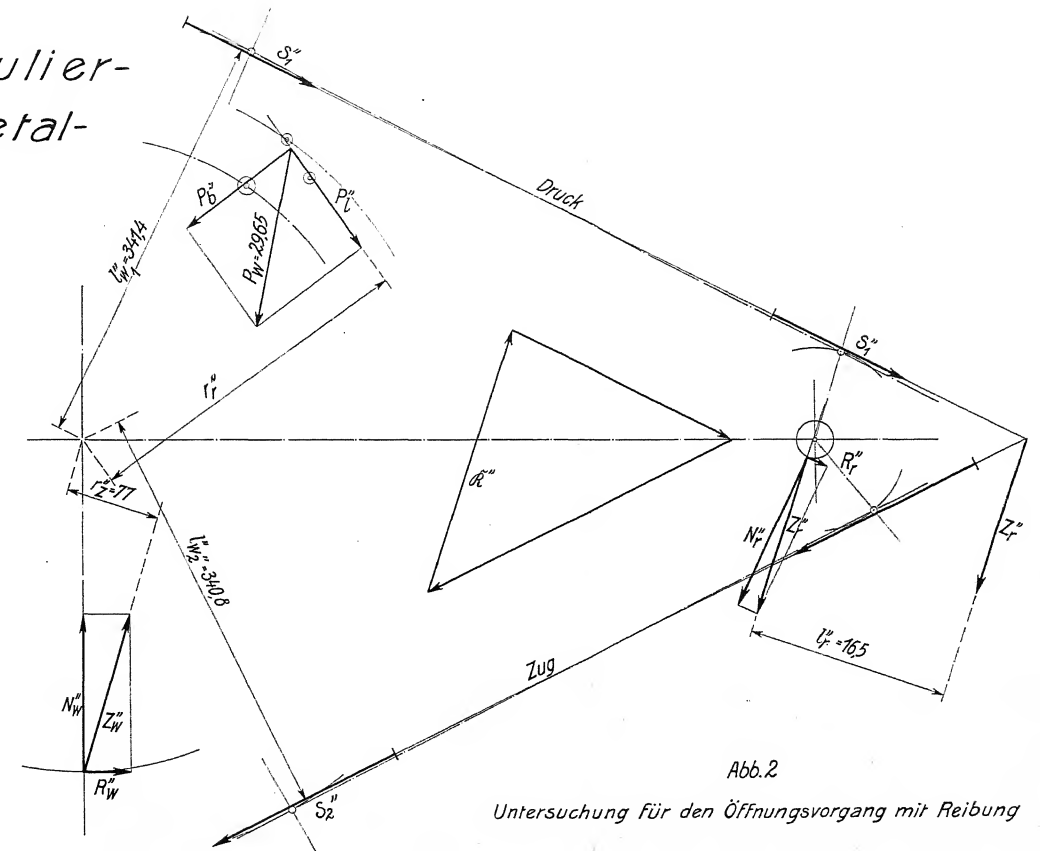
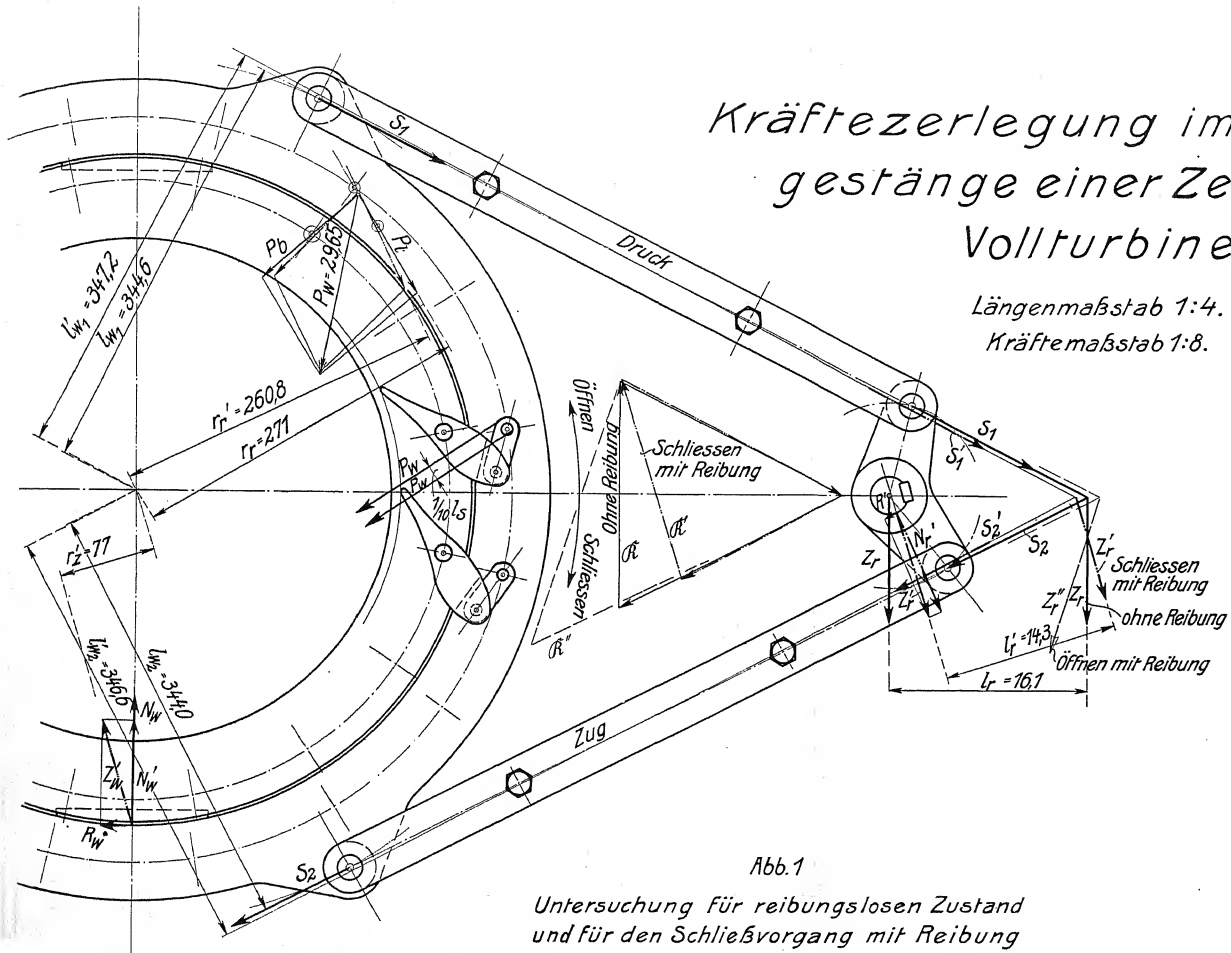
*Strömung konstanter Energie im  
Leitapparat einer Zentripetal-  
Vollturbine u. Bestimmung des  
Wasserdrucks.*

M. 1:2.



# Kräftezerlegung im Reguliergestänge einer Zentripetal-Vollturbine.

Längenmaßstab 1:4.  
Kräftemaßstab 1:8.



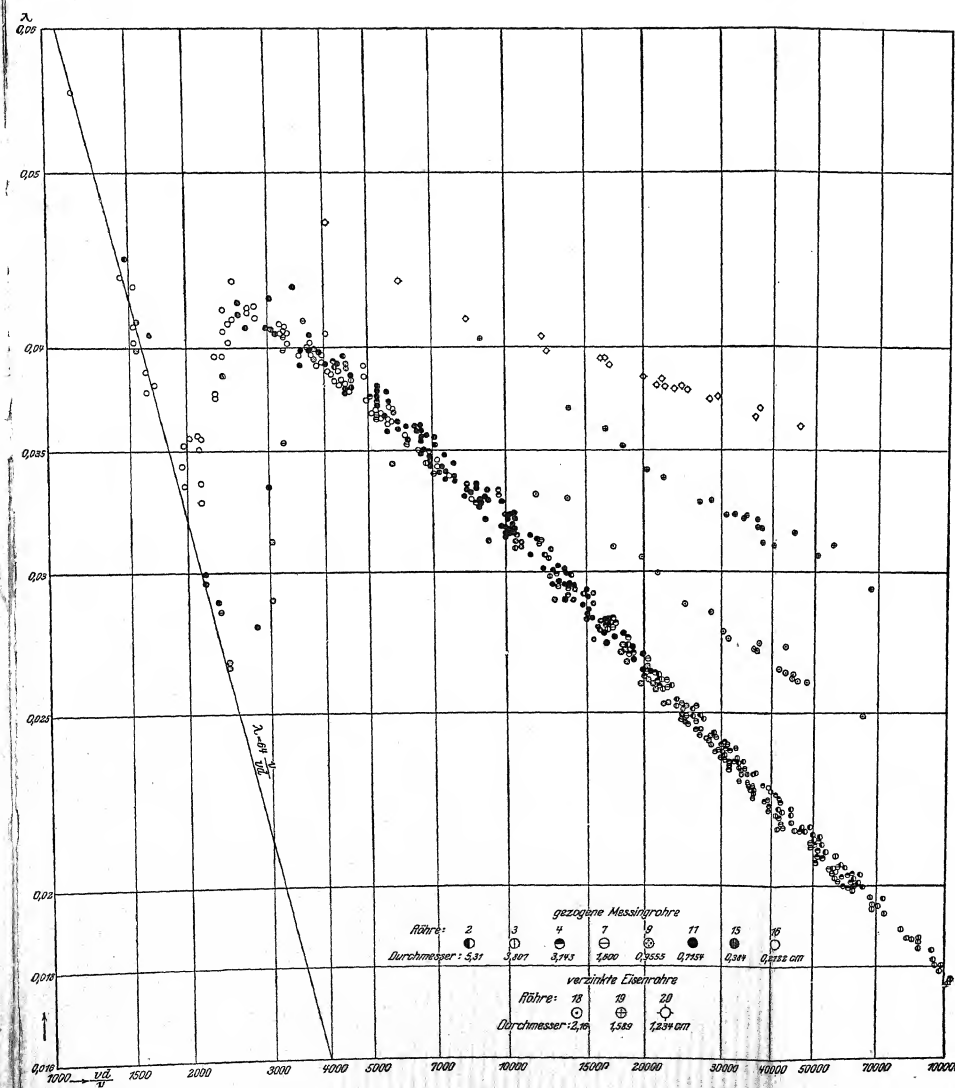


Abb. 1. Druckverlust in Rohren nach Saph und Schoder.

(Aus Blasius, Forsch. Arb., Heft 131.)

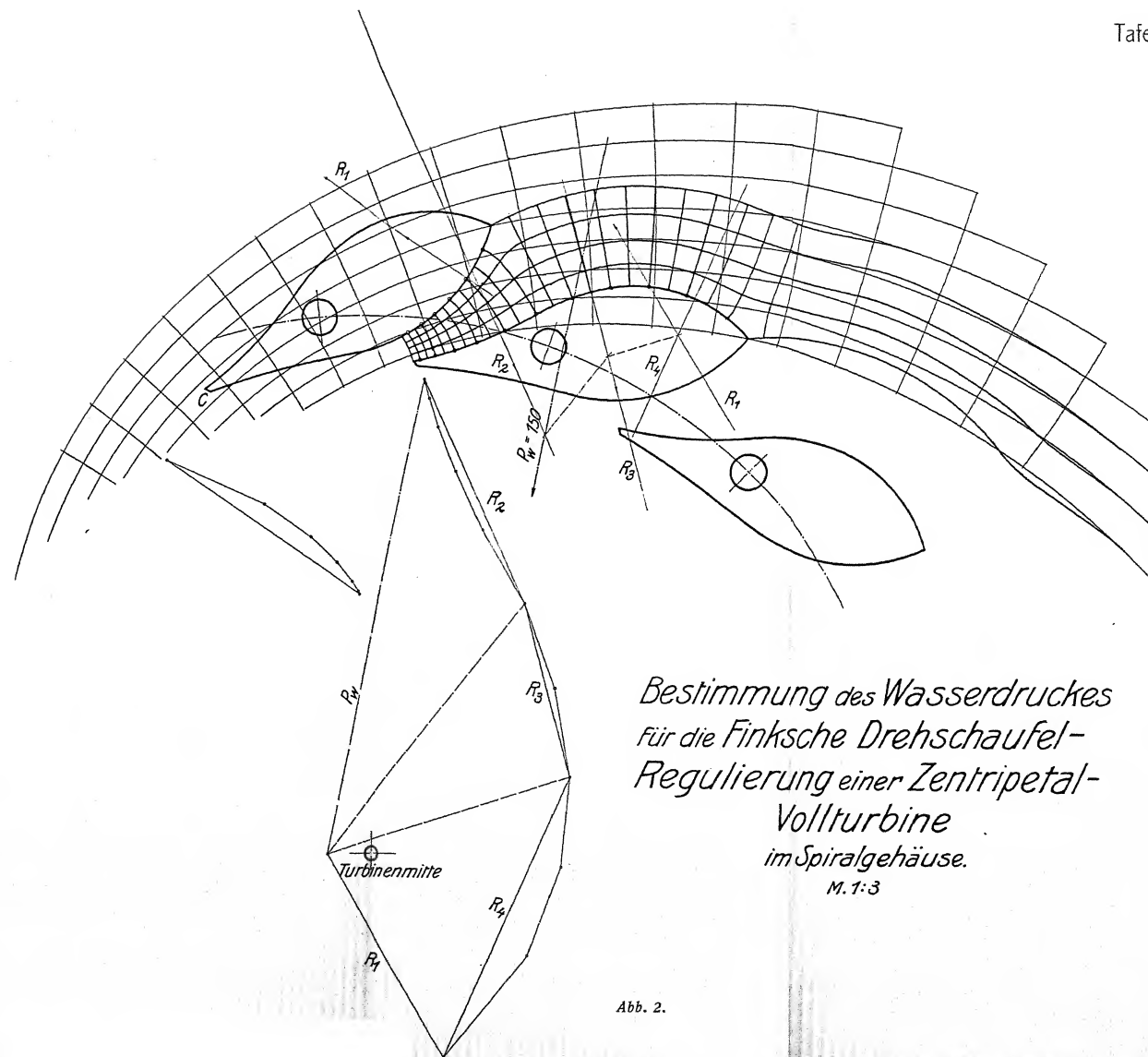


Abb. 2.



M.1:5.



M.1:5.

*Siehe auch  
Tafel 35*

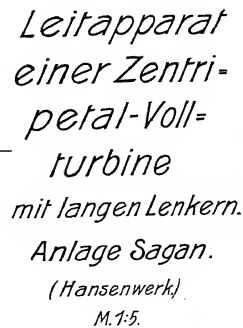


Abb. 1.

Halboffener Einbau;  
Untergriff;  
Hängespur.

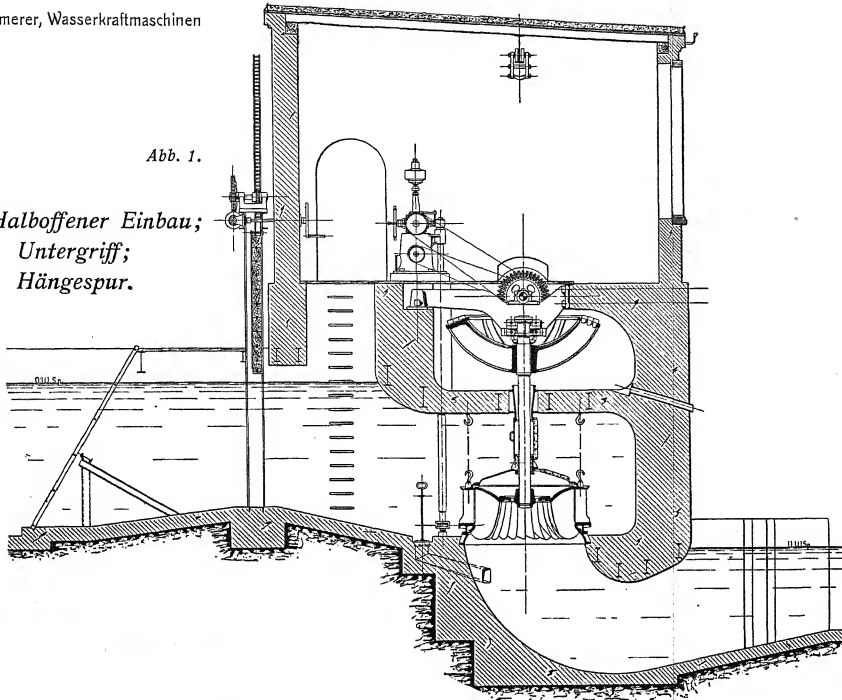


Abb. 2.

Halboffener Einbau;  
Untergriff;  
Ringmittelpapfen.

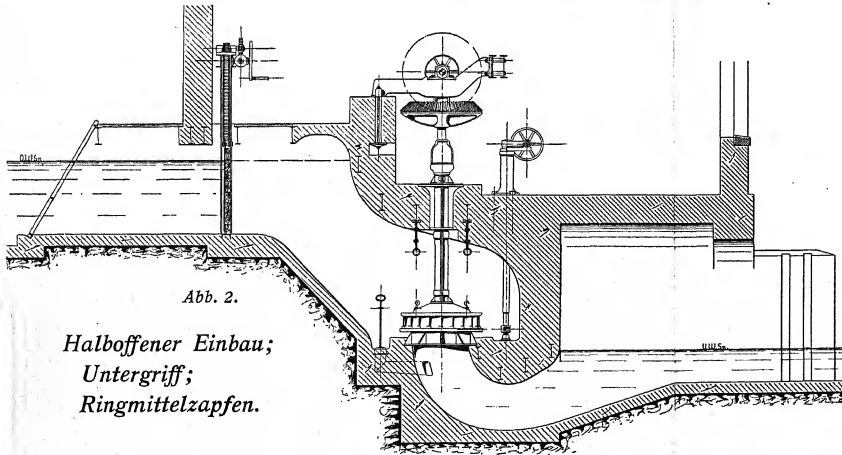
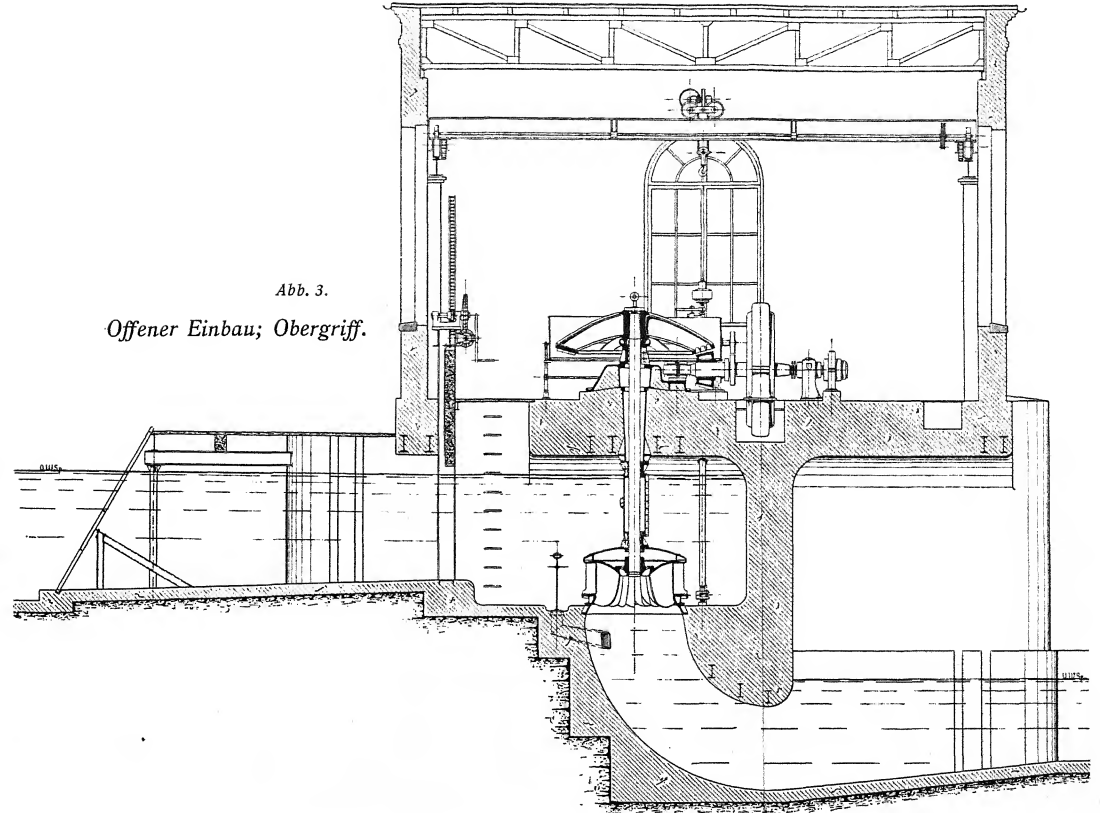


Abb. 3.

Offener Einbau; Obergriff.



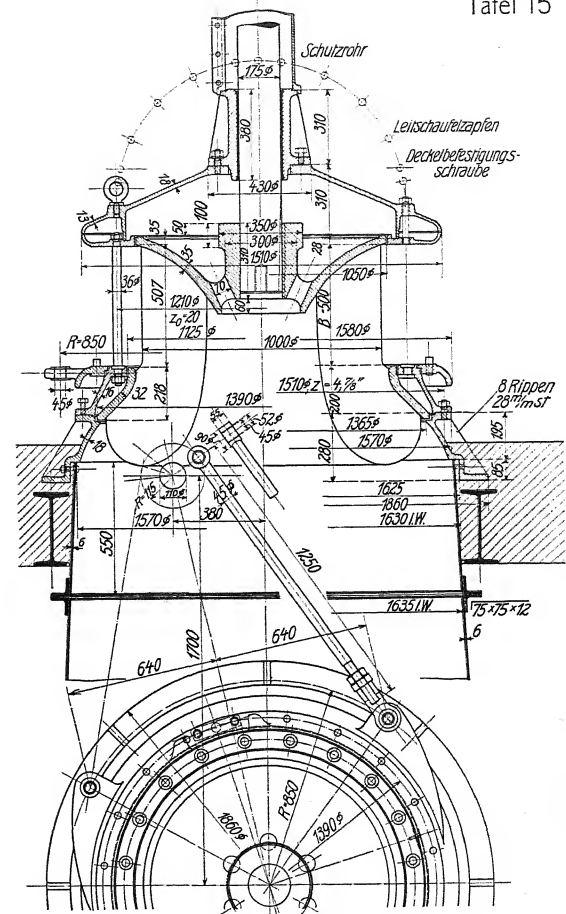
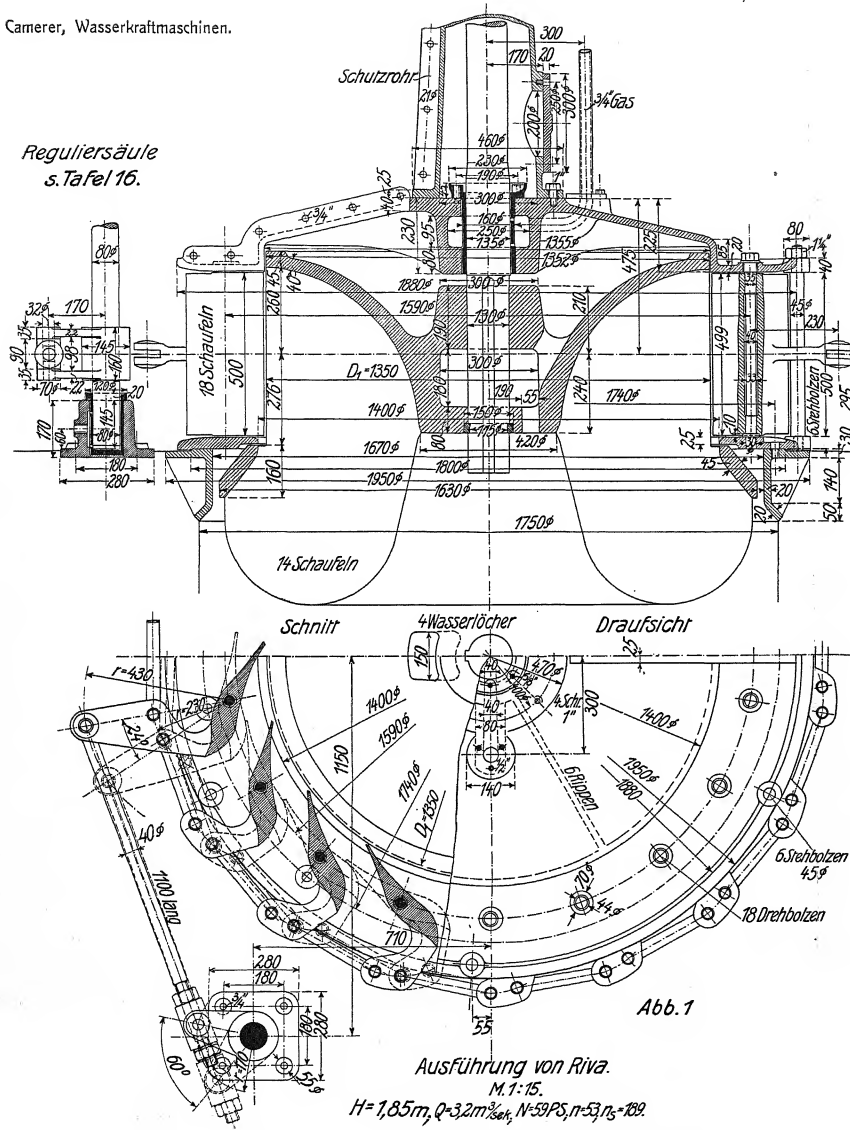
## Vertikale Zentripetal-Vollturbinen

für offenen und halboffenen Einbau  
mit Kegelradübersetzung und Betonsaugrohr.

(Voith.)



Reguliersäule  
s. Tafel 16.



# Offen eingebaute vertikale Zentripetal-Vollturbinen.





## Zwillingszentripetal-Vollturbinen mit stehender Welle.

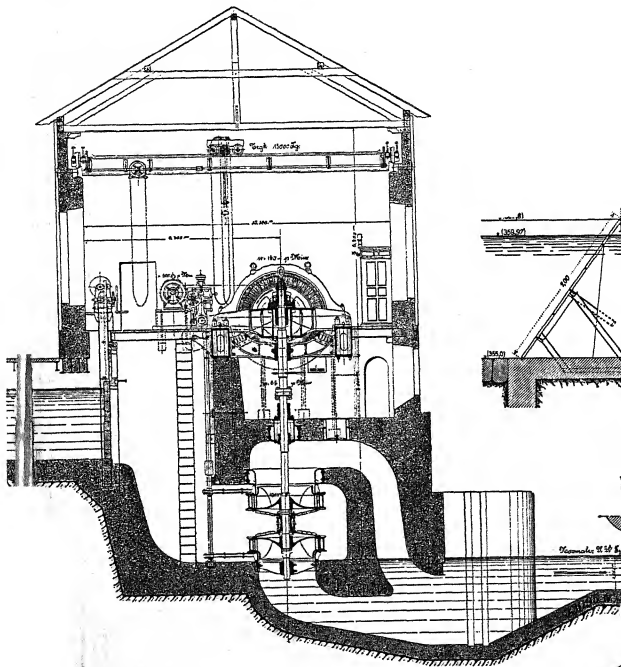


Abb. 1.

*Halboffener Einbau, getrennte Betonsaugrohre  
Anlage „Lechbruck“ (M. A. N.).*

$H = 5 \text{ m}$ ;  $Q = 20 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 1000 \text{ PS}$ ;  $n = 65$ ;  $n_s = 195$ .

*Kegelradübersetzung.*

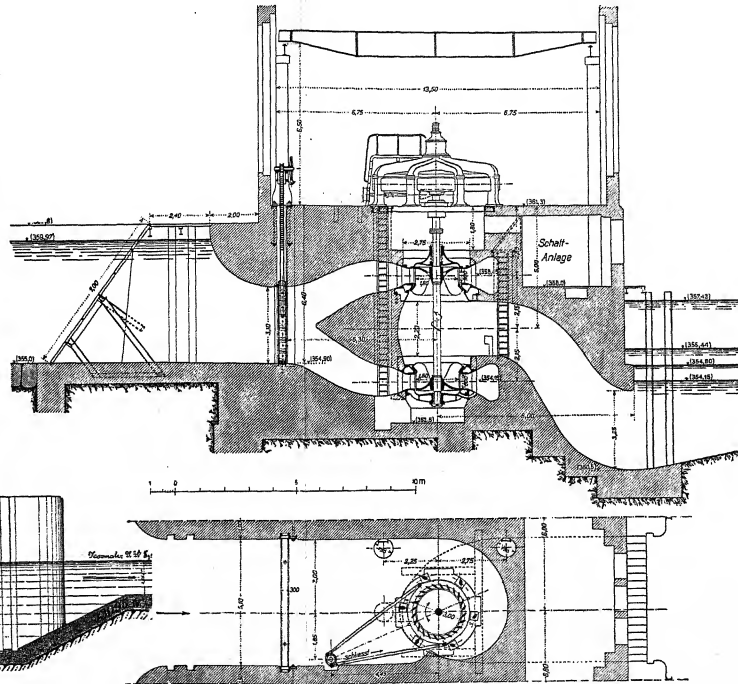


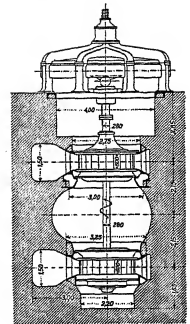
Abb. 2.

*Spiraleinlauf in Beton, gemeinsames Betonsaugrohr  
Anlage „Aue“ (E. W. C.).*

$H = 4,4 - 5,3 \text{ m}$ ;  $Q = 20,5 - 22,5 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 905 - 1200 \text{ PS}$ ;  $n = 75$ ;  $n_s = 250$ .

*Hydraulische Entlastung des Spurlagers um 11 — 13,5 t.  
Direkte Kuppelung mit Generator.*

*(Aus Schw. Bztg. Bd. LVI, S. 110.)*



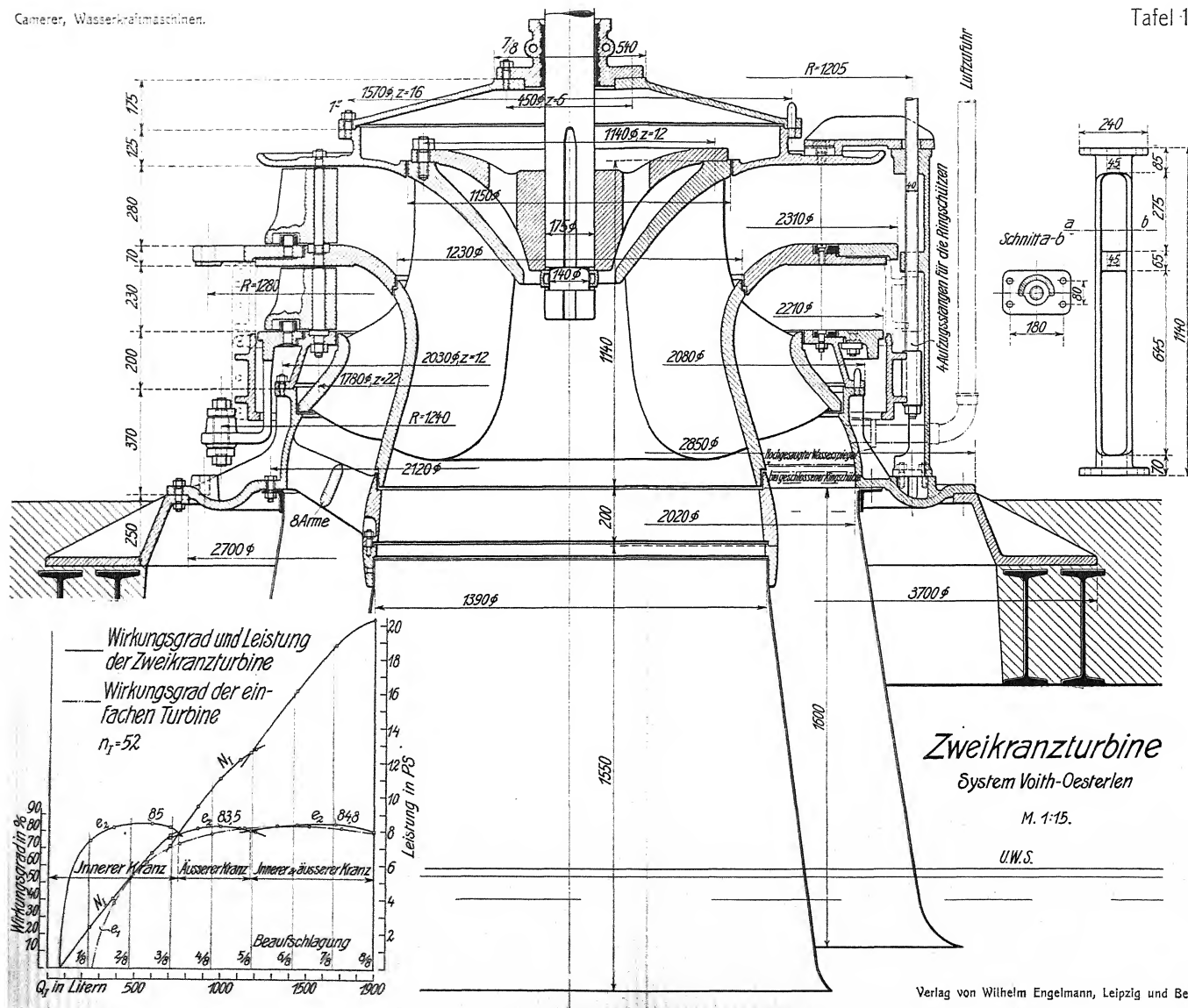


Abb. 1. *Einfachturbine.*

Krümmen  
im  
Schacht.

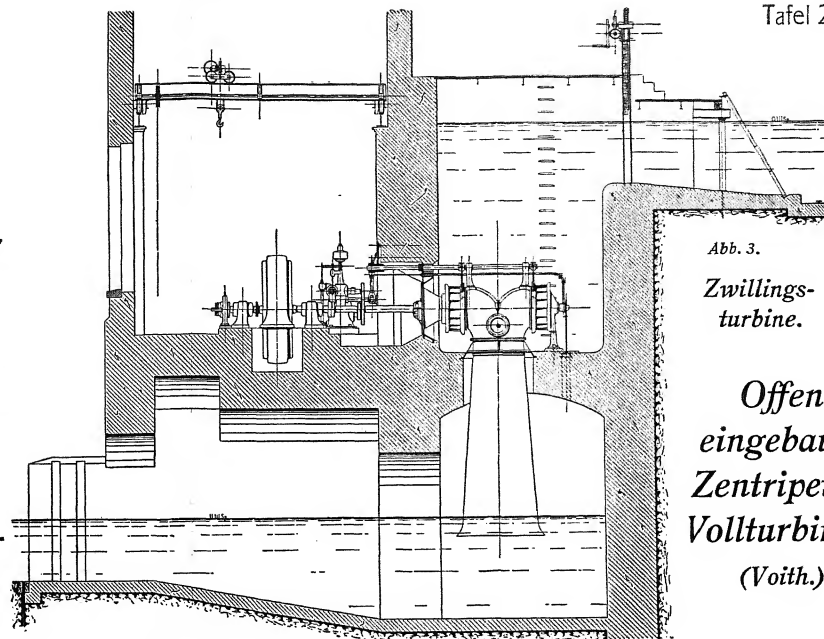
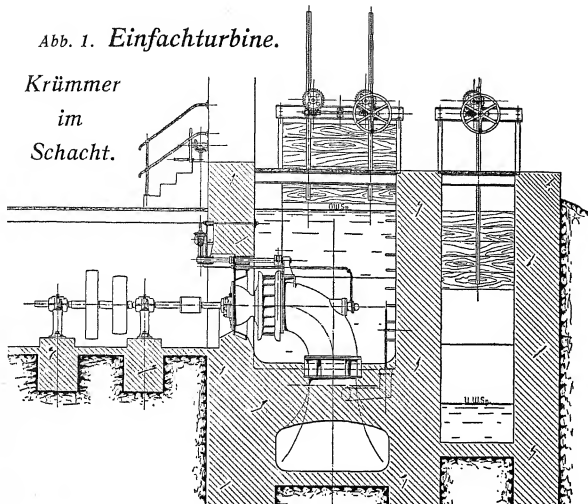


Abb. 2.

*Einfachturbine.*

Krümmen im Haus.

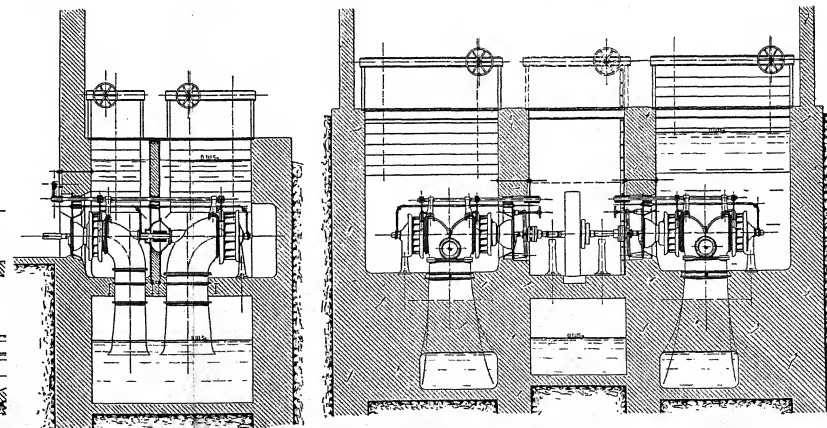
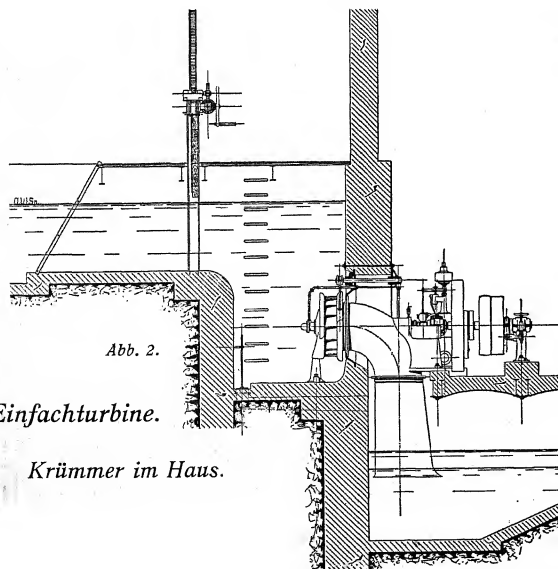
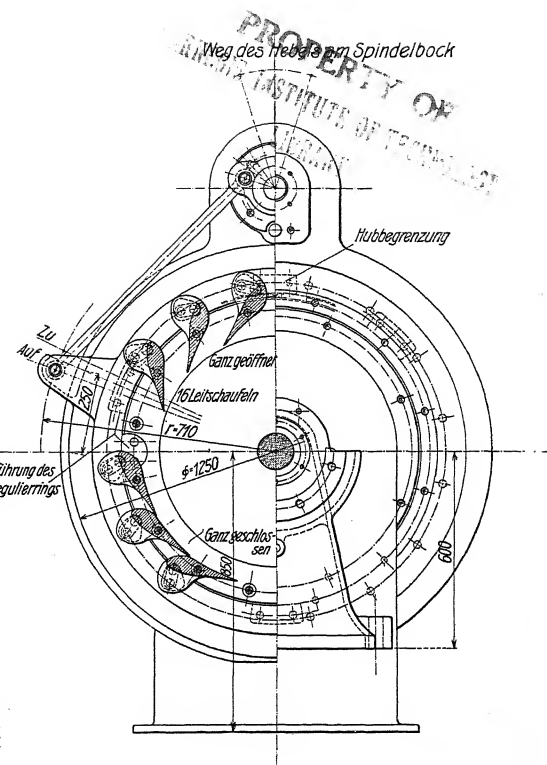
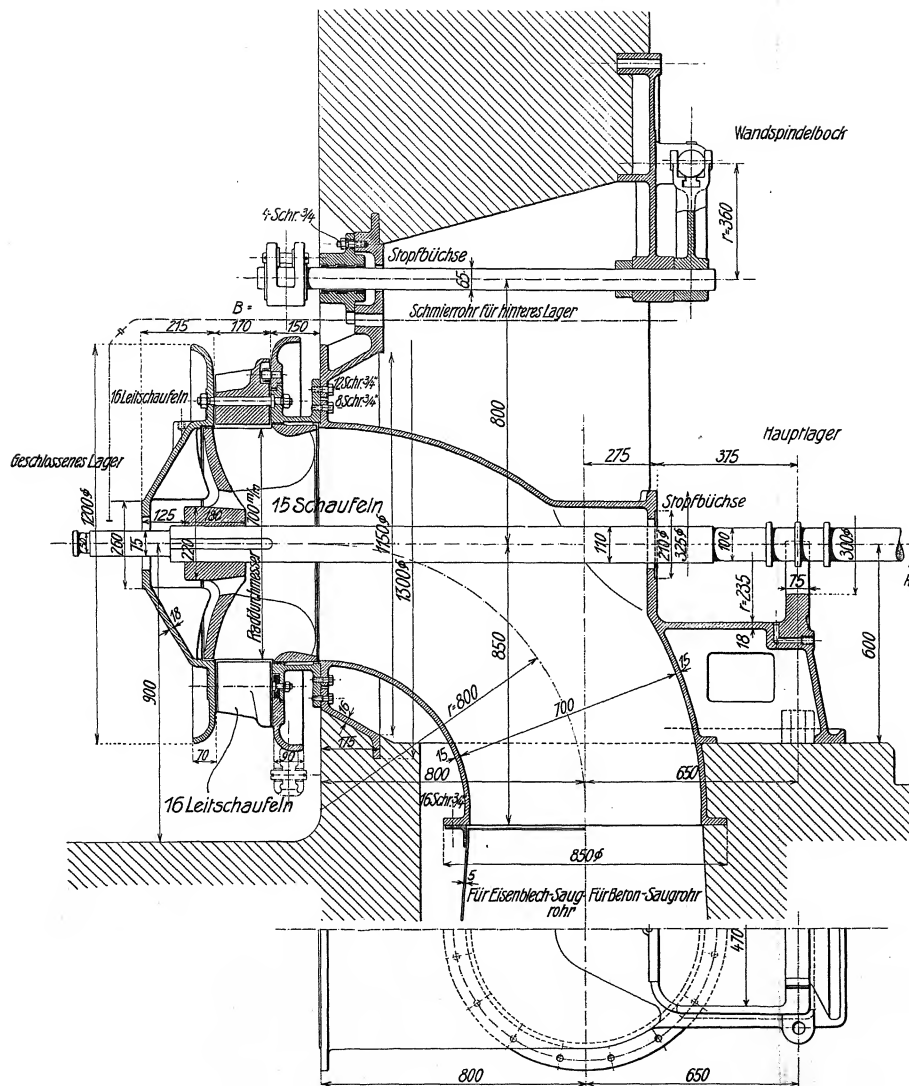


Abb. 4 u. 5. Anordnung bei starkem Wechsel von Wassermenge und Gefälle.



**Zentripetalvollturbine.**  
 Offener Einbau, liegende Welle, Krümmer  
 im Maschinenhaus.  
 (Voith.)  
 M. 1:15.

$$Q_1 = 0,410, n_1 = 93, n_3 = 197.$$

*Zentripetalvollturbine.*

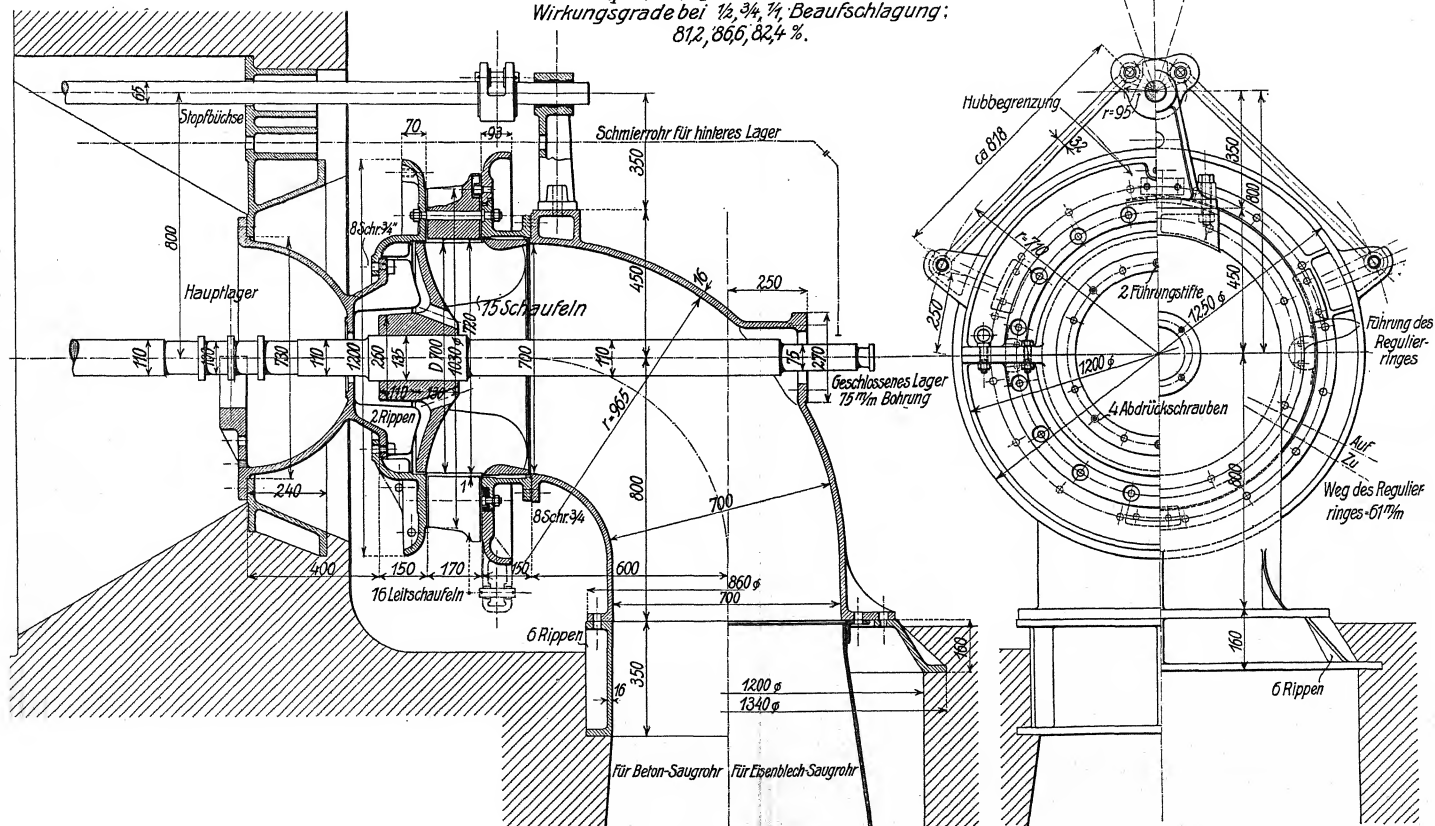
*Offener Einbau, liegende Welle, Krümmer im Schacht.*

(Voith.)

*M. 1:15.*

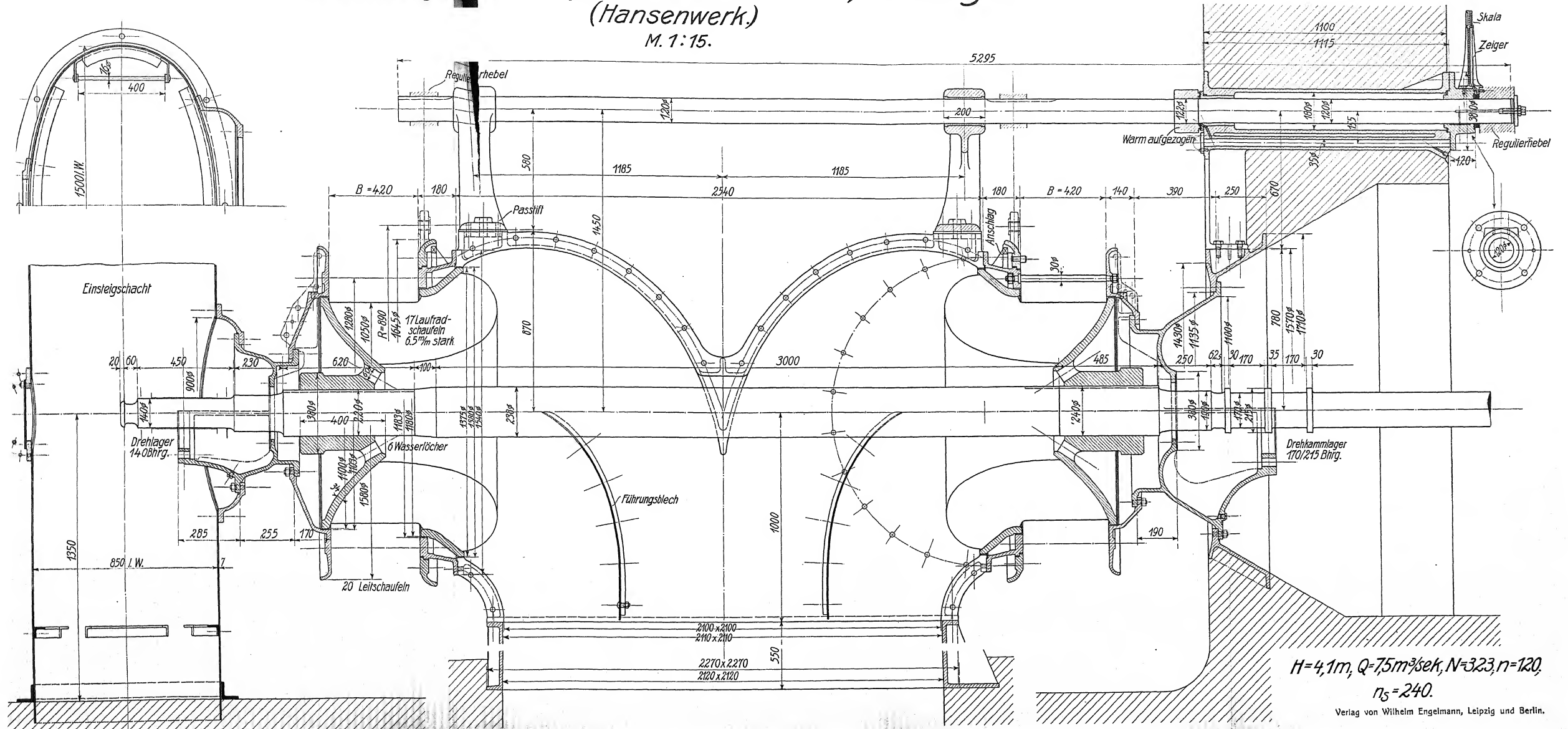
$$Q_I = 0,410; n_I = 93; n_S = 197.$$

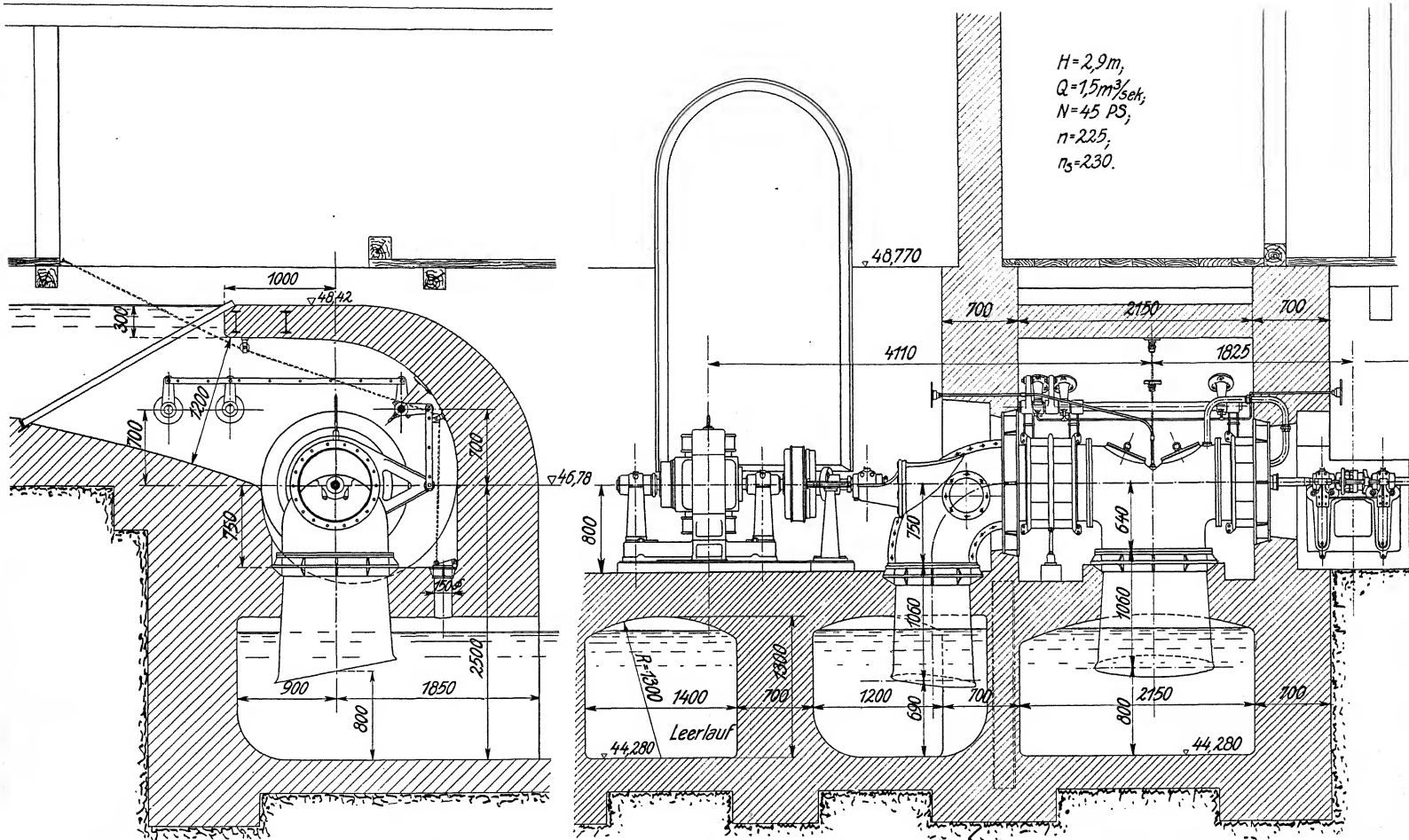
Wirkungsgrade bei  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$  Beaufschlagung:  
81,2, 86,6, 82,4 %.





# Zwillings Zentripetal-Vollturbine, Tübingen. (Hansenwerk.) M. 1:15.





### Dreifachturbine „St. Lorenzen.“

Horizontaler Einbau, Spiralförmiger Wasserzulauf.

(Rüsch.)

M. 1:40.

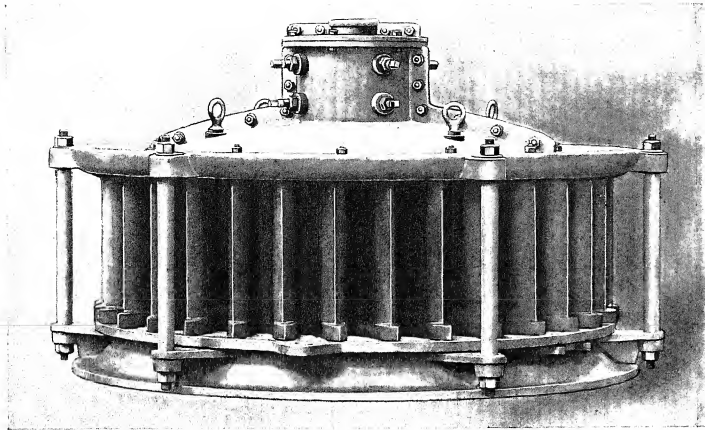


Abb. 1. Leitapparat mit Stehbolzen (Leobersdorf).

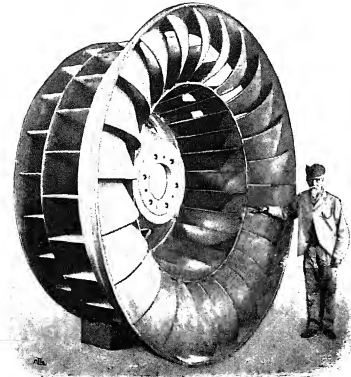


Abb. 5. Zweikränziges Laufrad (Riva)  
(Alte Konstruktion).  
 $H = 2,2 \text{ m}$ ;  $Q = 11 \text{ m}^3/\text{sek}$ ;  $N = 250 \text{ PS}$ ;  
 $n = 32$ ;  $n_s = 190$ .

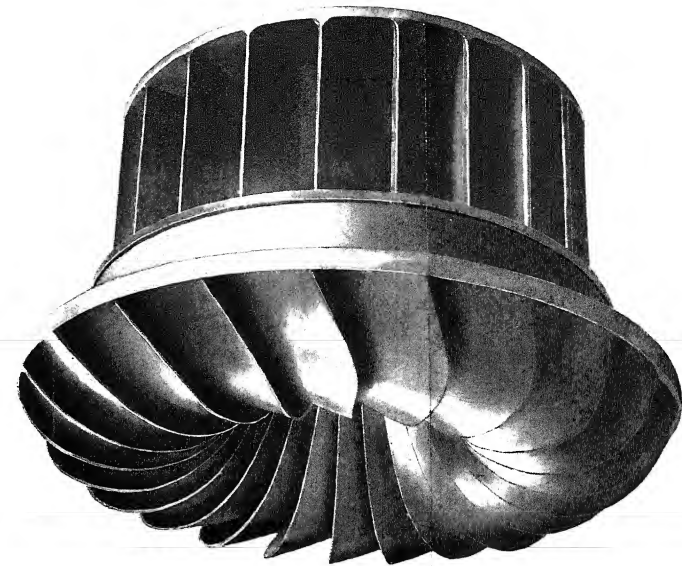


Abb. 4. Laufrad mit Gußschaufeln (Leobersdorf).  
 $H = 2,75 \text{ m}$ ;  $Q = 11,200 \text{ m}^3/\text{sek}$ ;  $N = 320 \text{ PS}$ ;  $n = 48,5$ ;  $n_s = 245$ ;  $D = 2 \text{ m}$ .

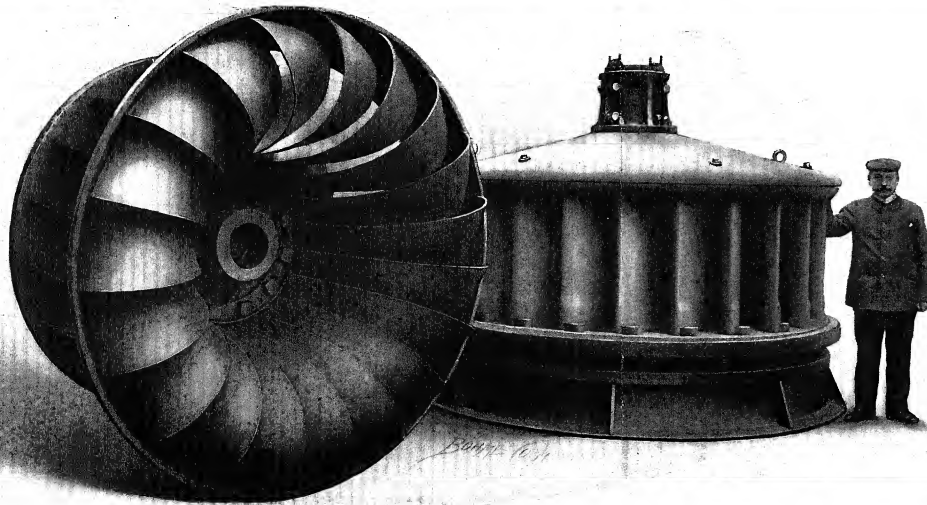


Abb. 2. Laufrad und Leitapparat „Q“ (Hansenwerk) für  $n_s = 260 \sim 300$ .

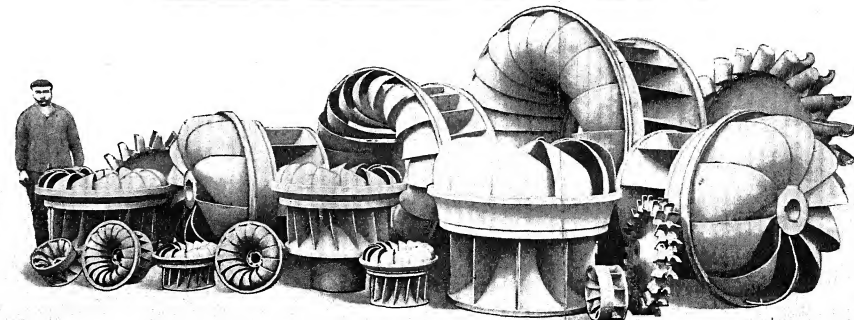


Abb. 3. Fabrikaufnahme von Laufrädern (Hansenwerk).

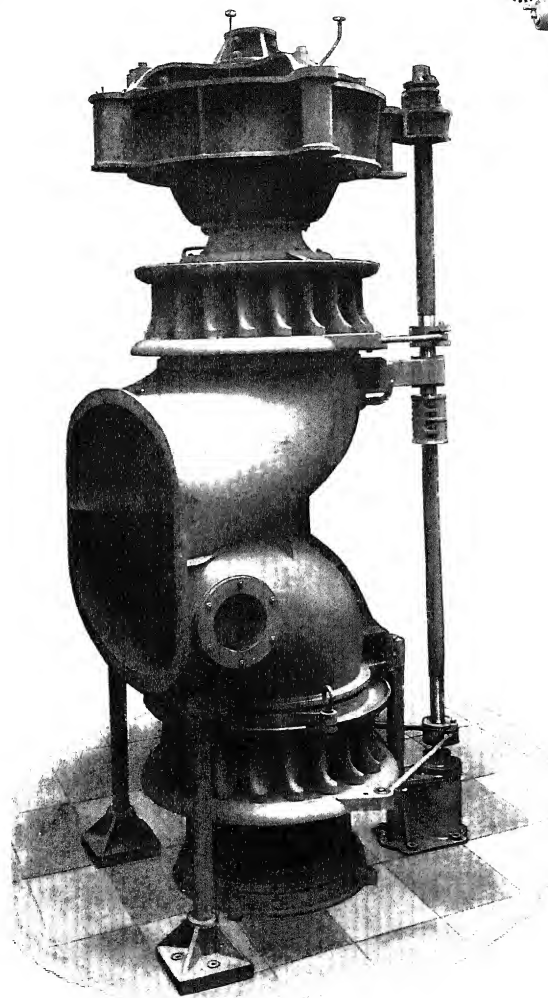


Abb. 1.

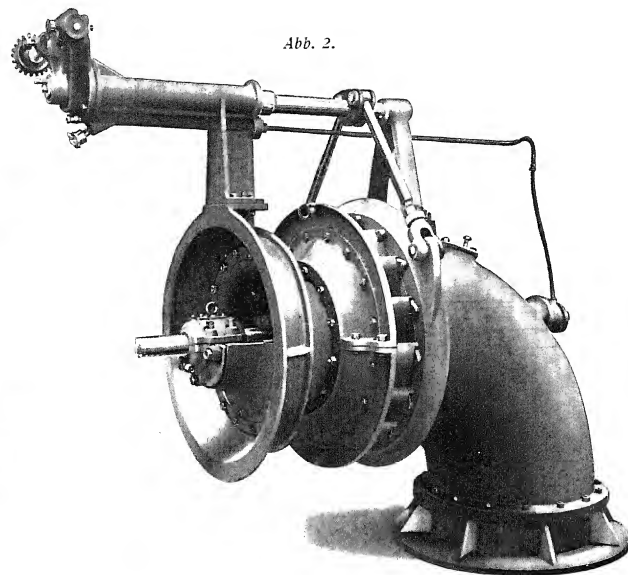


Abb. 2.

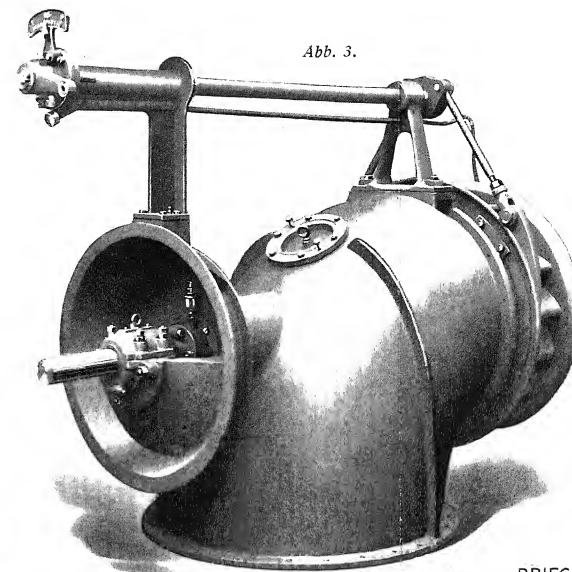


Abb. 3.

BRIEGLER, HANSEN & CO  
GOTHA.

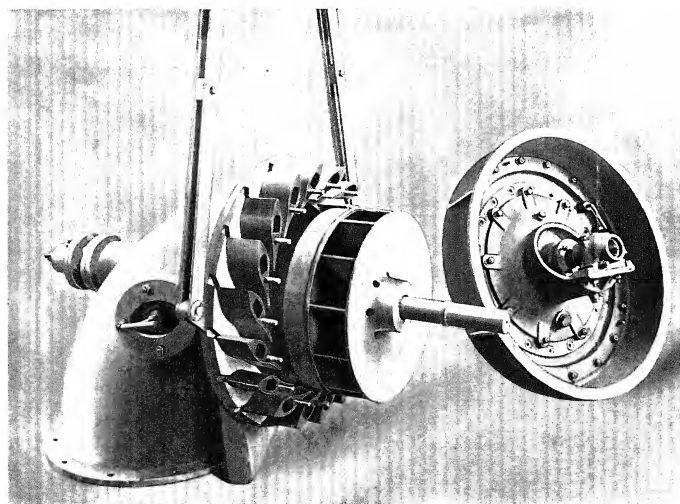


Abb. 4.

## Offen eingebaute Zentripetal-Vollturbinen.

Abb. 1. Vertikale Zwillingsturbine (Voith).

Abb. 2. Horizontale Turbine mit Krümmern im Schacht (Hansenwerk).

Abb. 3. Desgl. mit geänderter Front (Hansenwerk).

Abb. 4. Horizontale Turbine. Krümmern im Schacht. Mauerring mit Leiträderdeckel abgenommen. Laufrad herausgezogen (Leobersdorf).

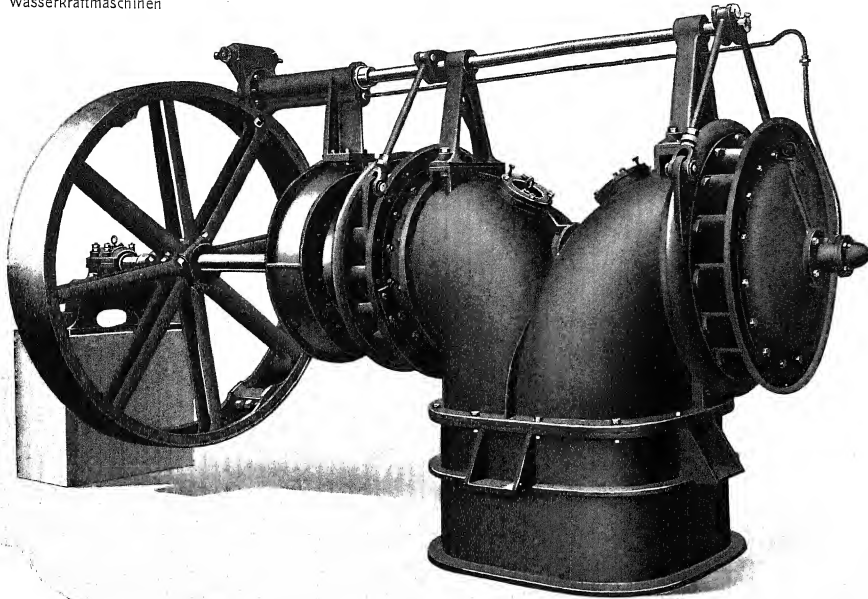


Abb. 1. Krümmer mit Rechteckquerschnitt; ungeteilt. (Hansenwerk.)

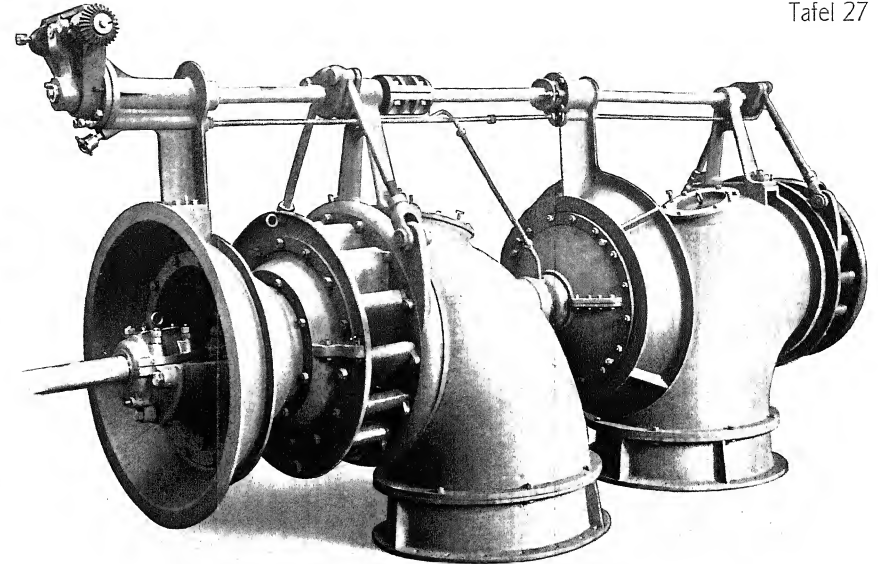


Abb. 4. Zweifachturbine.  
(Hansenwerk.)

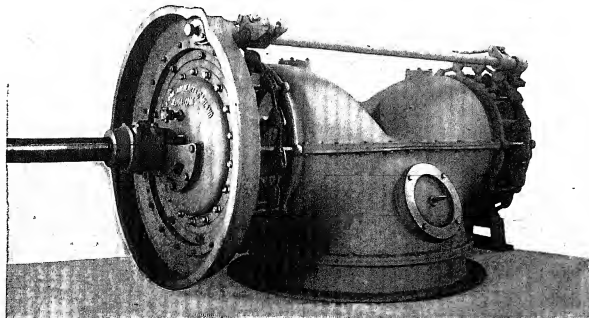


Abb. 2. Krümmer mit Kreisquerschnitt; horizontal geteilt. (Riva.)

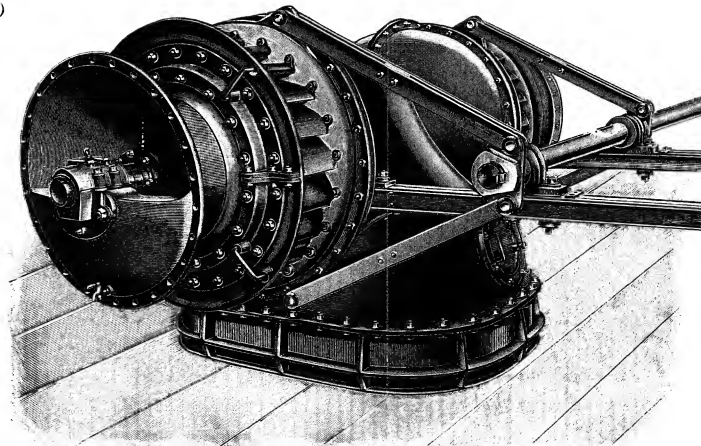


Abb. 3. Krümmer mit Rechteckquerschnitt; vertikal geteilt. (Leobersdorf.)

*Zwillings- und  
Zweifachturbinen  
für  
offenen Einbau.*



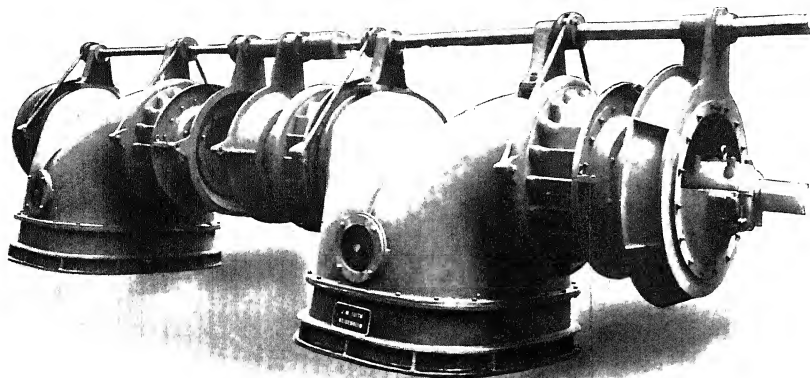


Abb. 1. Einsteigschächte aus Beton „Moosburg“. (Voith.)  
 $H = 7,9 \text{ m}$ ;  $N = 1887 \text{ PS}$ ;  $n = 150$ ;  $n_s = 246$ . (Vergl. Abb. 15, S. 12.)

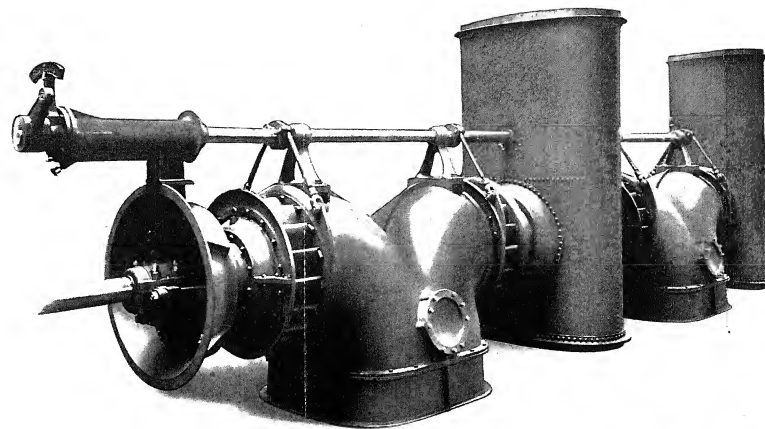


Abb. 2. Einsteigschächte aus Blech.  
 Anlage „Alt-Oels“. (Hansenwerk.)

$H = 4,5 \text{ m}$ ;  $N = 500 \text{ PS}$ ;  
 $n = 150$ ;  $n_s = 256$ .

## Zweifach- Zwillingsturbinen (Vierfachturbinen)

für offenen  
und halboffenen Einbau.

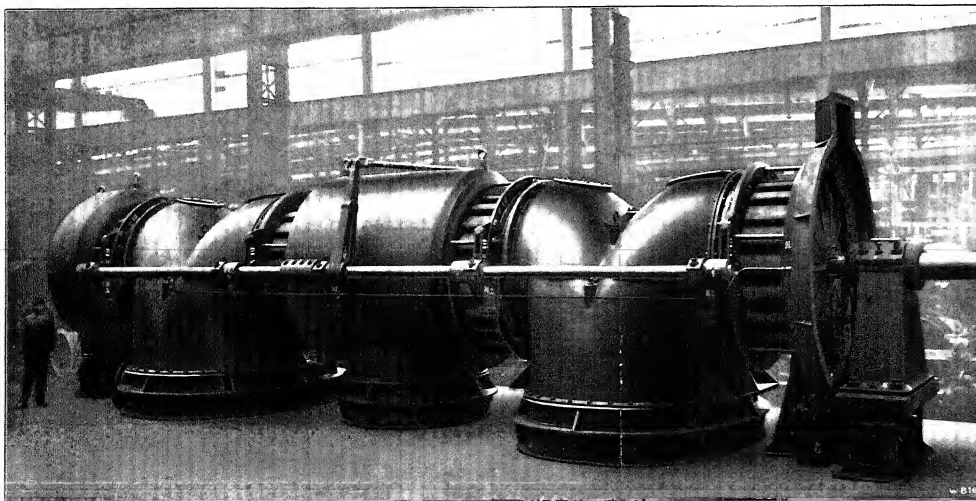


Abb. 3. Einsteigschächte aus Gußeisen und Beton. Kraftwerk „Augst“. (E. W. C.)  
 $H = 8,75 \text{ m}$ ;  $Q = 34 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 3000 \text{ PS}$ ;  $n = 107$ ;  $n_s = 195$ .

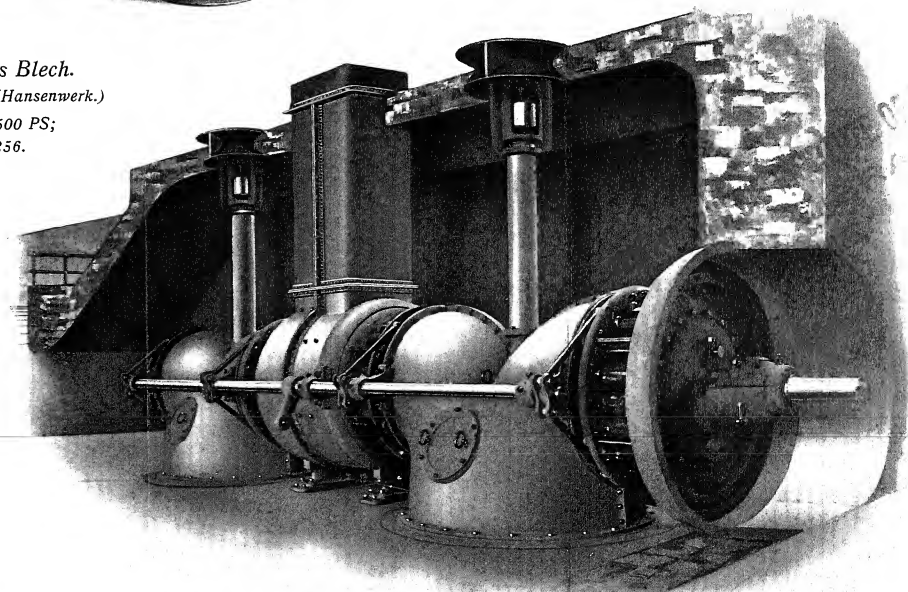
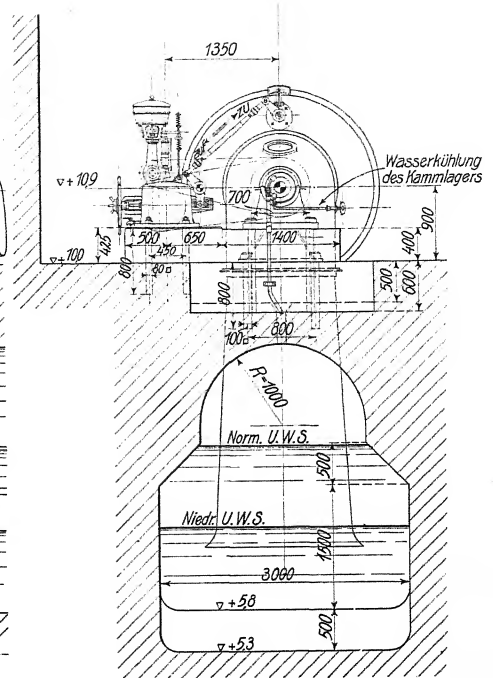
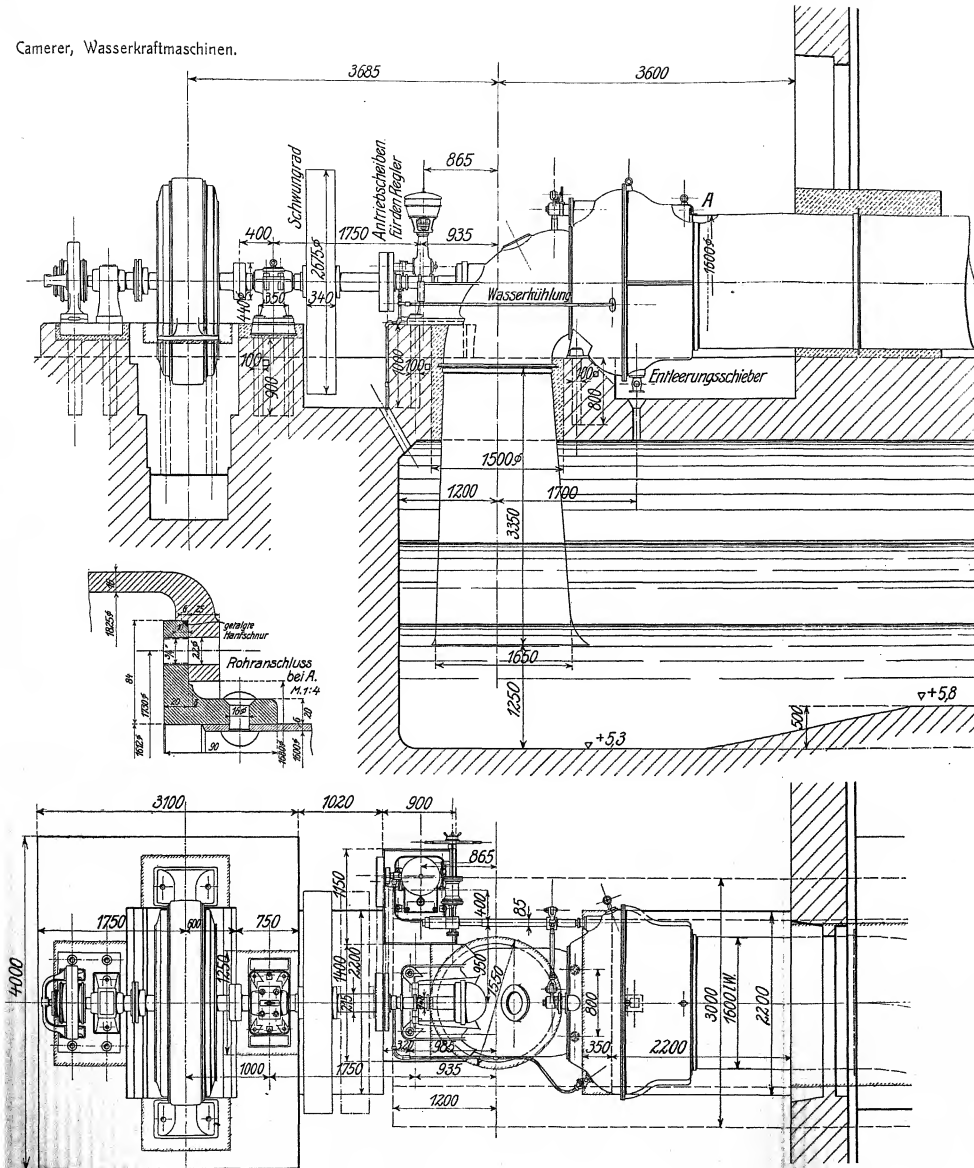


Abb. 4. Halboffener Einbau  
 mit automatischem Luftabscheider und  
 Einsteigschacht. „Amperwerke“. (E. W. C.)

$H = 3,6 - 4,7 \text{ m}$ ;  $Q = 12 - 13,5 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 435 - 650 \text{ PS}$ ;  $n = 150$ ;  $n_s = 315 - 276$ .





*Zentripetalvollturbine.  
Frontalturbine Ludinowo.  
(Hansenwerk.)  
M. 1:60.*

$H=8\text{ m}$ ,  $Q=3,65\text{ m}^3/\text{sek}$ ,  $N=300\text{ PS}$ ,  $n=215$ ,  
 $n_s=277$ .

*Siehe auch Tafel 29.*



# Offene und geschlossene Zwillingturbinen.

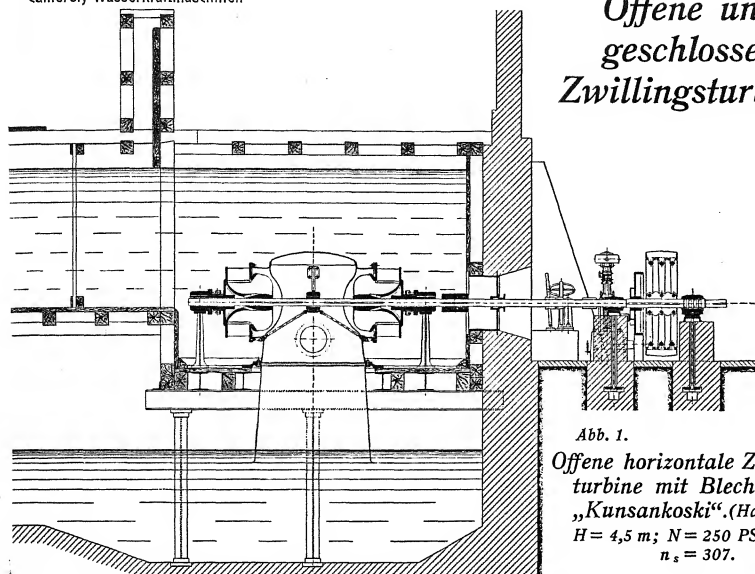


Abb. 1.  
Offene horizontale Zwillings-  
turbine mit Blehsaugrohr  
„Kunsankoski“. (Hansenwerk.)  
 $H = 4,5 \text{ m}$ ;  $N = 250 \text{ PS}$ ;  $n = 180$ ;  
 $n_s = 307$ .

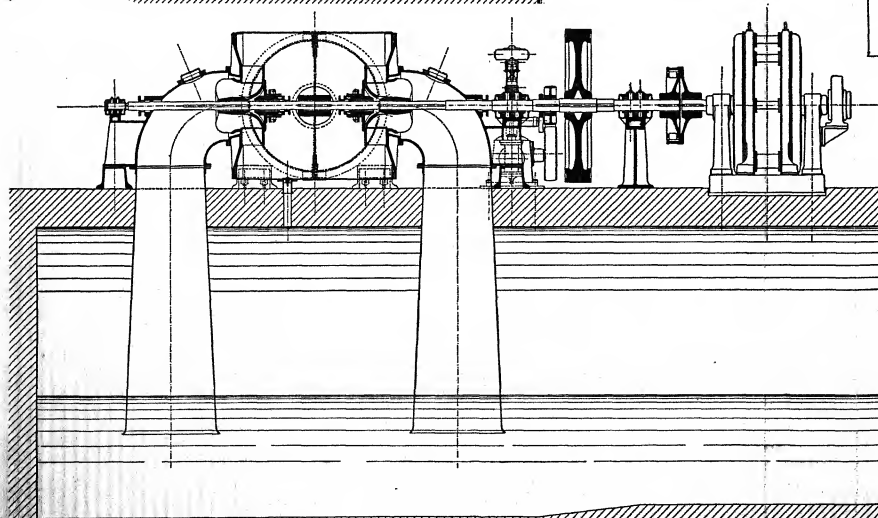


Abb. 2. Horizontale geschlossene Zwillingturbine mit getrennten Saugrohren. (Hansenwerk.)  
 $H = 14 \text{ m}$ ;  $N = 725 \text{ PS}$ ;  $n = 375$ ;  $n_s = 265$ .

Abb. 3. Vertikale geschlossene Zwillingturbine (E. W. C.)

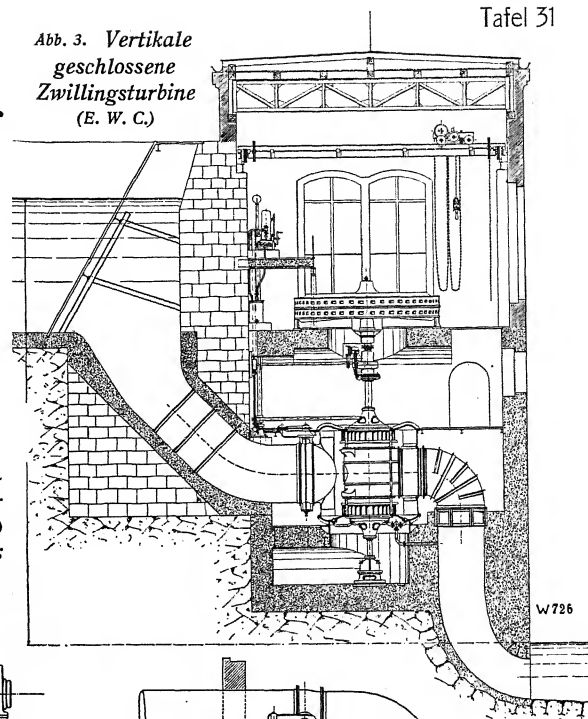


Abb. 4. Horizontale geschlossene Zwillingturbine. (E. W. C.)

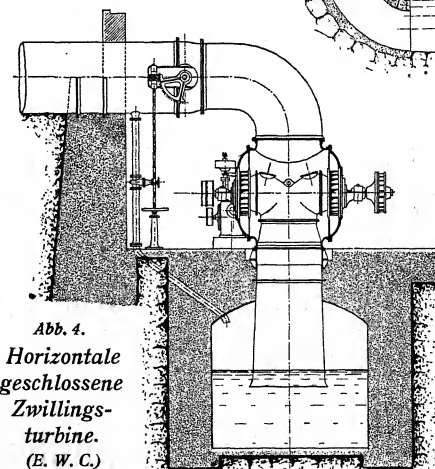
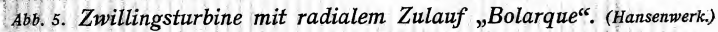




Abb. 1—4. Zwillings-turbine mit axialem Zulauf  
„El Molinar“. (Voith.)

(Ans Z. 1912, S. 1181.)



(Aus Z. 1910, S. 1381.)



Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig und Berlin

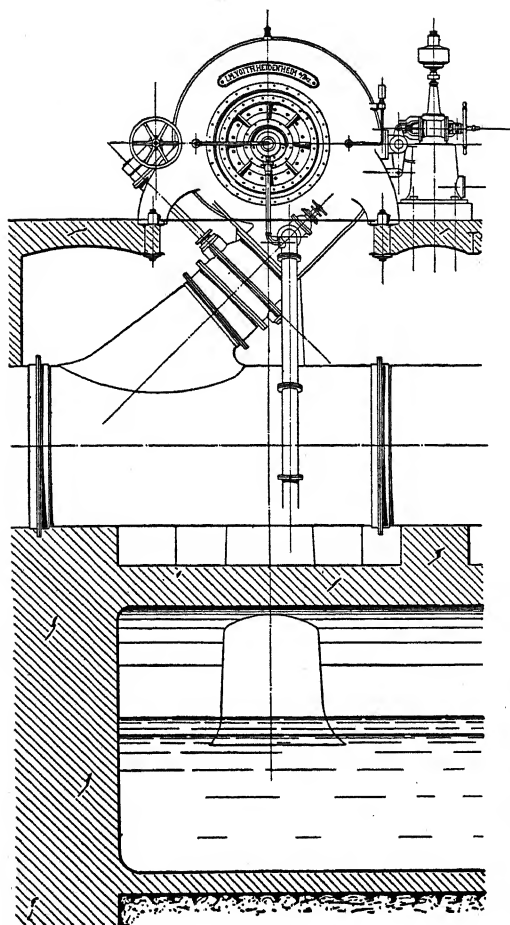


Abb. 1.

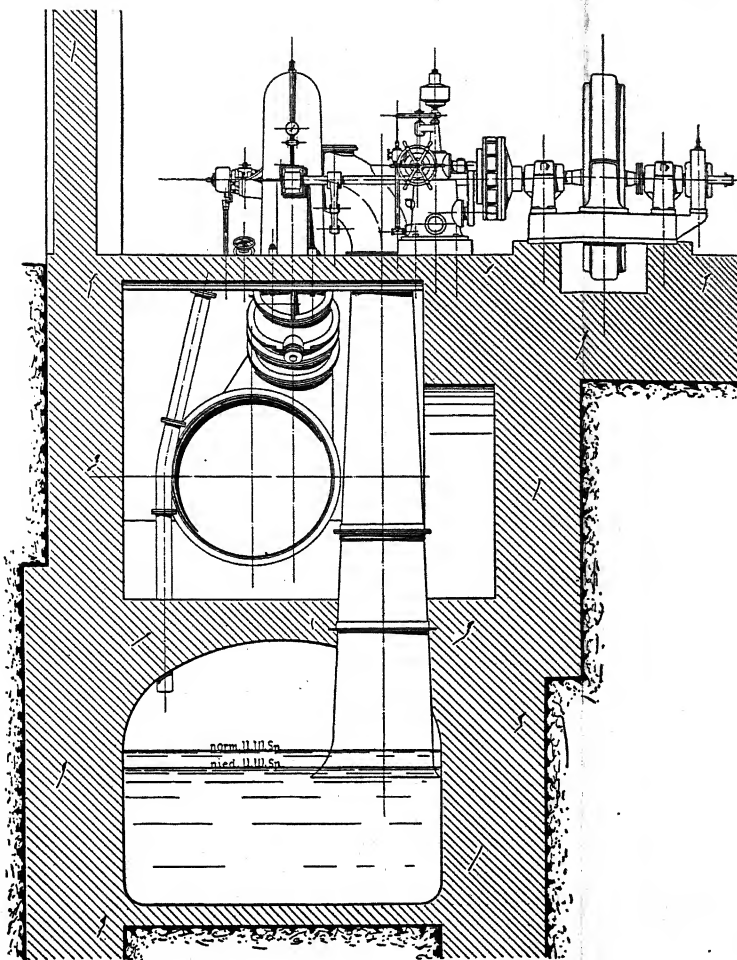


Abb. 2.

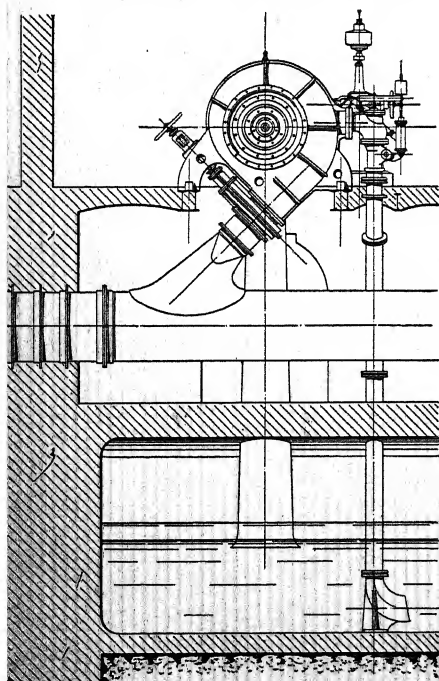


Abb. 3.

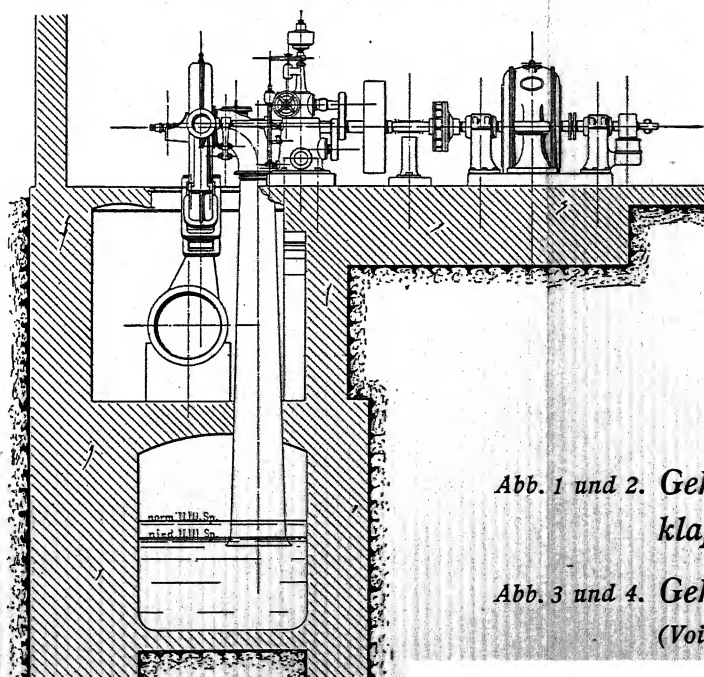


Abb. 4.

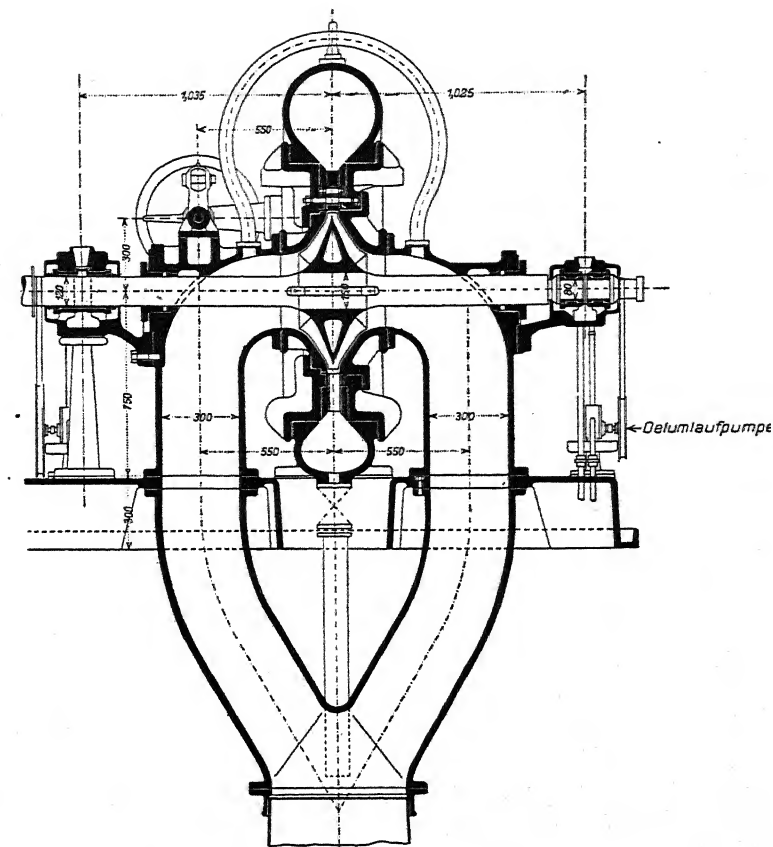


Abb. 5. Doppelspiralturbine „Schaffhausen“.  
(E. W. C.)

Druckausgleich der Saugrohrkrümmer, Laufrad ohne Kranz.

M. 1 : 30.

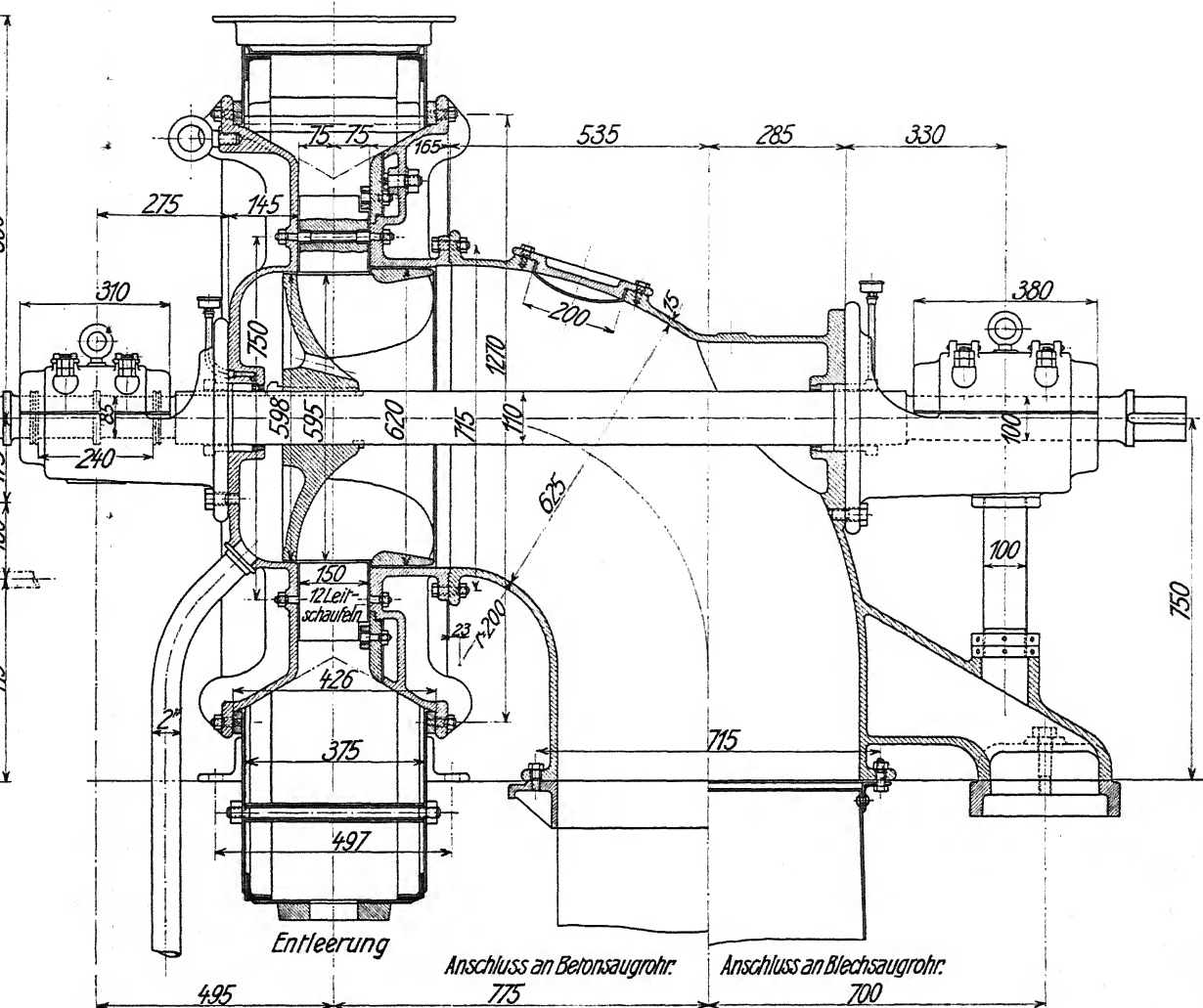
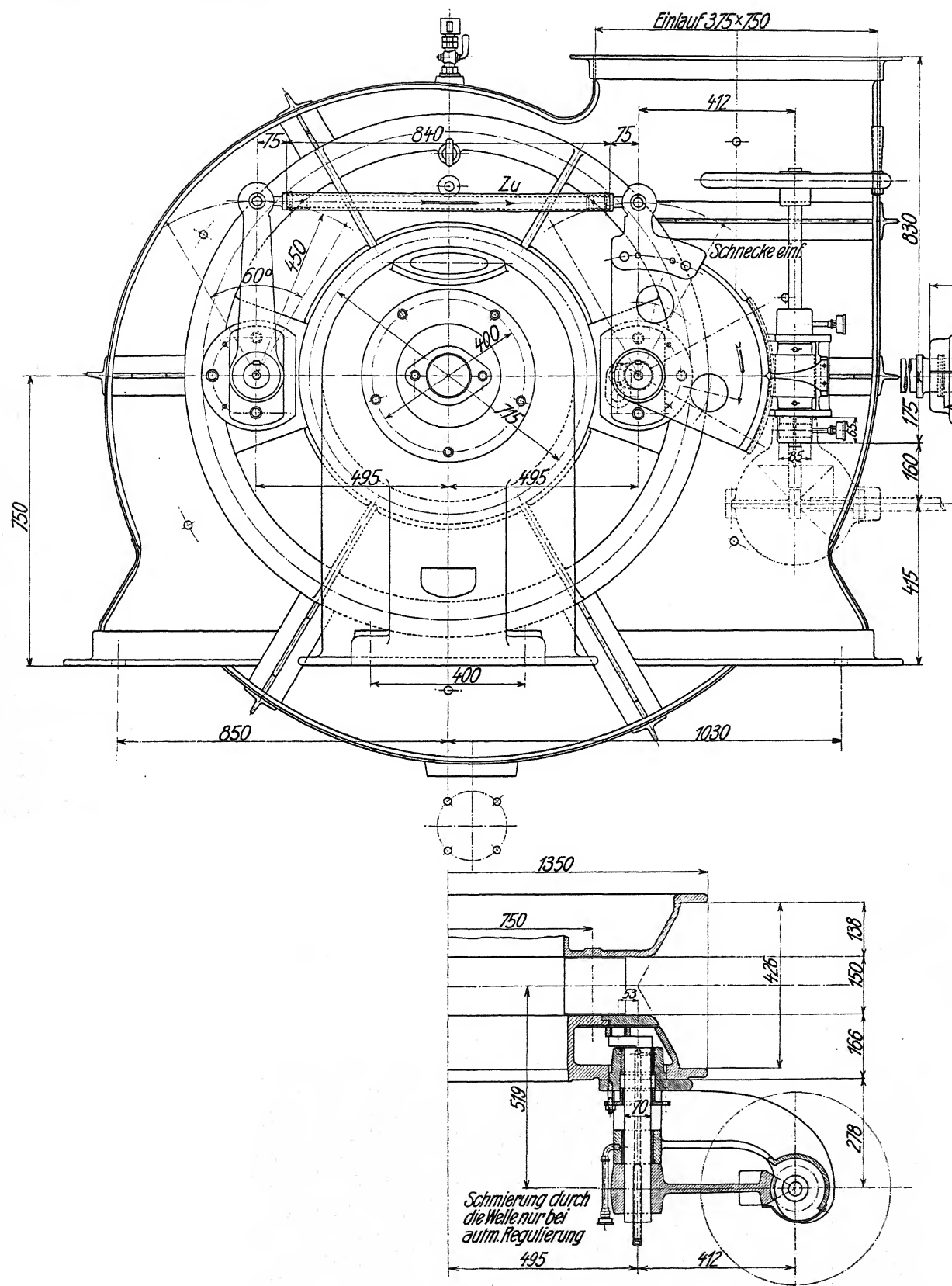
$H = 157 \text{ m}$ ;  $Q \approx 0,610 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 1000 \text{ PS}$ ;  $n = 1000$ ;  
 $n_s = 40,3$ .

(Aus Schw. Bztg. Bd. LV, S. 154.)

## Spiralturbinen.

Abb. 1 und 2. Gehäuse mit kreisförmigem Querschnitt und Drosselklappe. (Voith.)

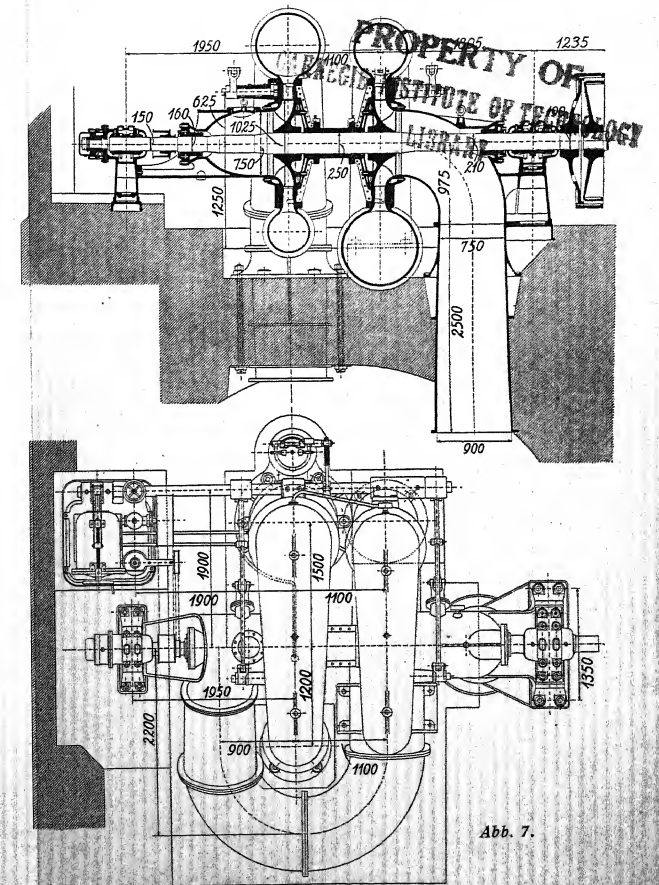
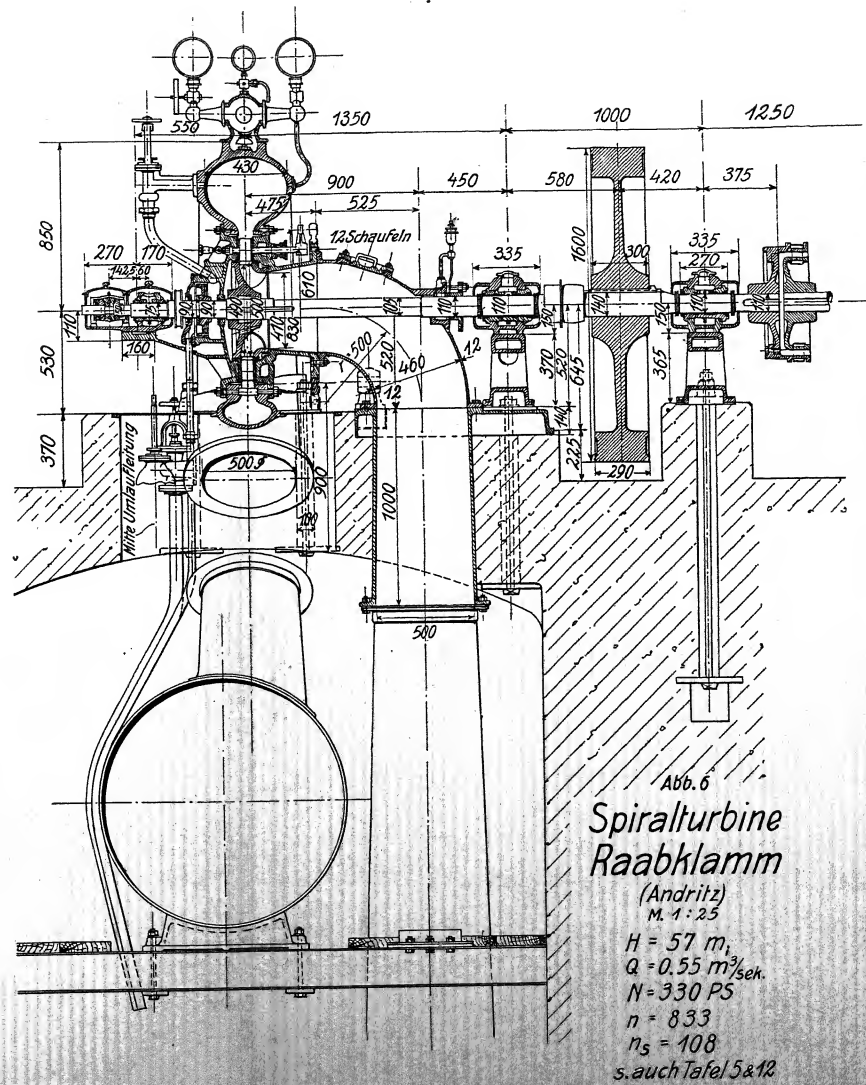
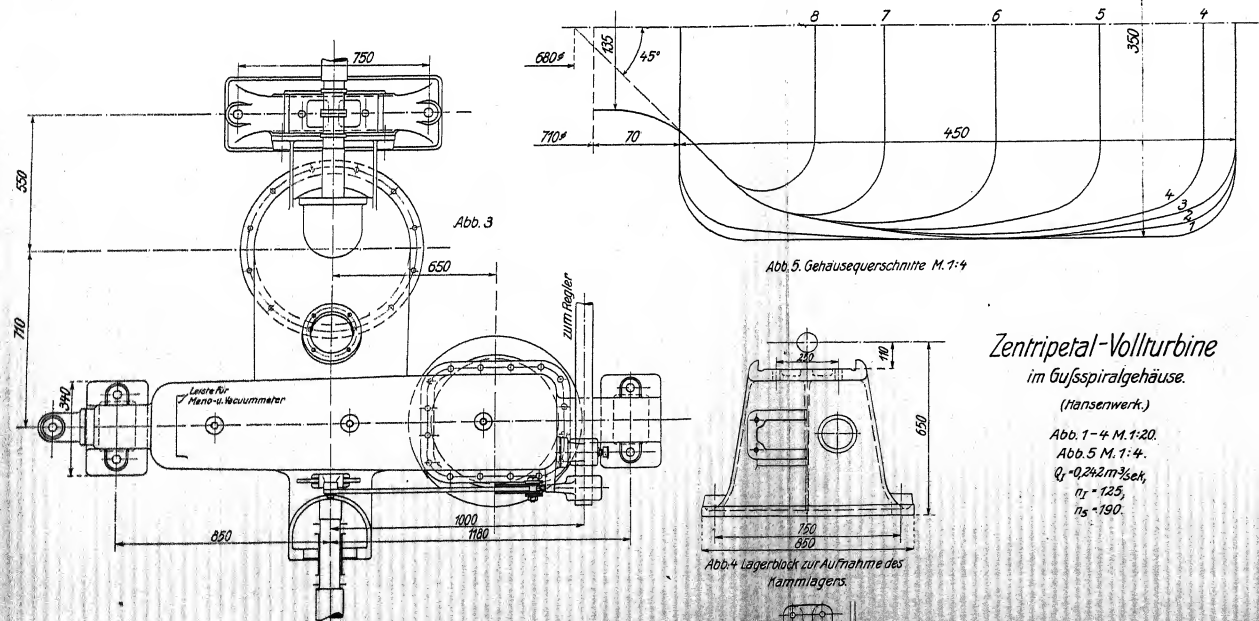
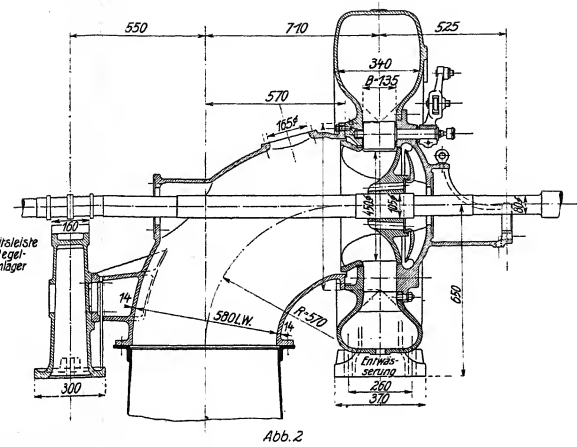
Abb. 3 und 4. Gehäuse mit rechteckigem Querschnitt und Schieber. (Voith.)



*Zentripetal-Vollturbine im Blechspiralgehäuse  
mit Innenregelung.  
M.1:15.*

(A.G.K.)  
 $Q_I = 0,292; n_I = 92; n_S = 163.$

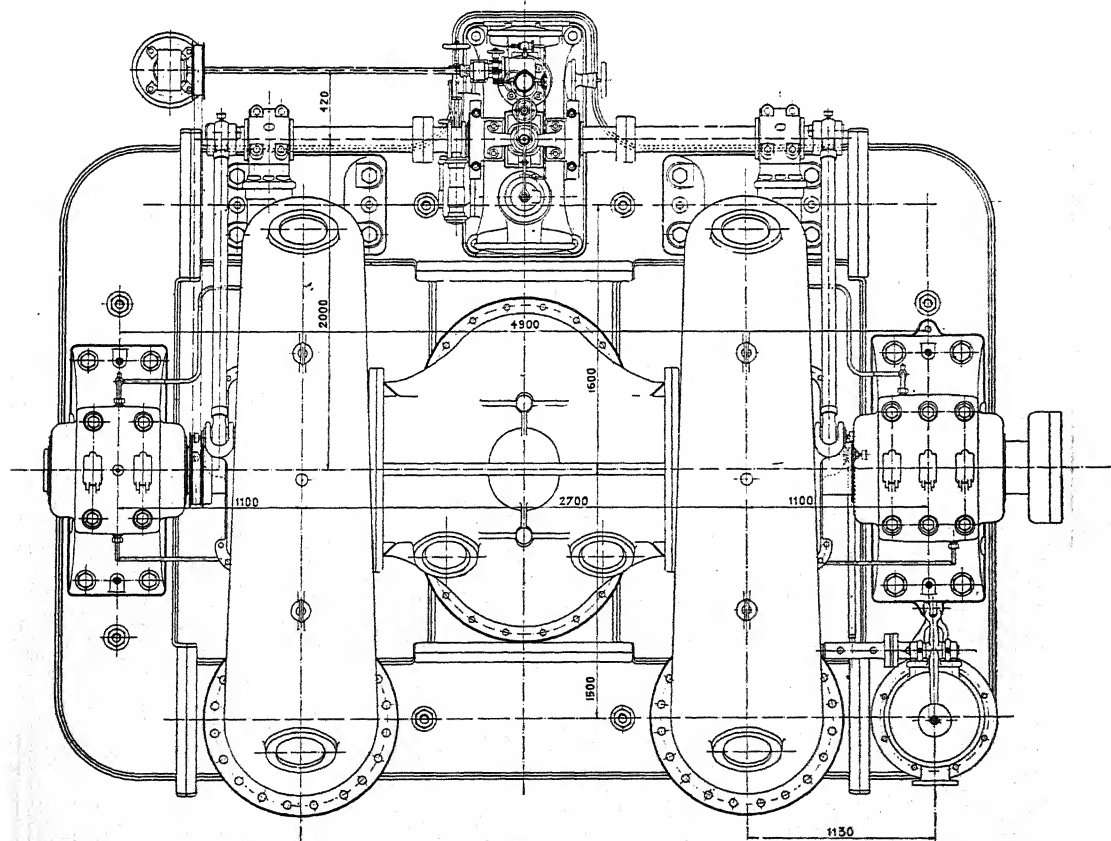
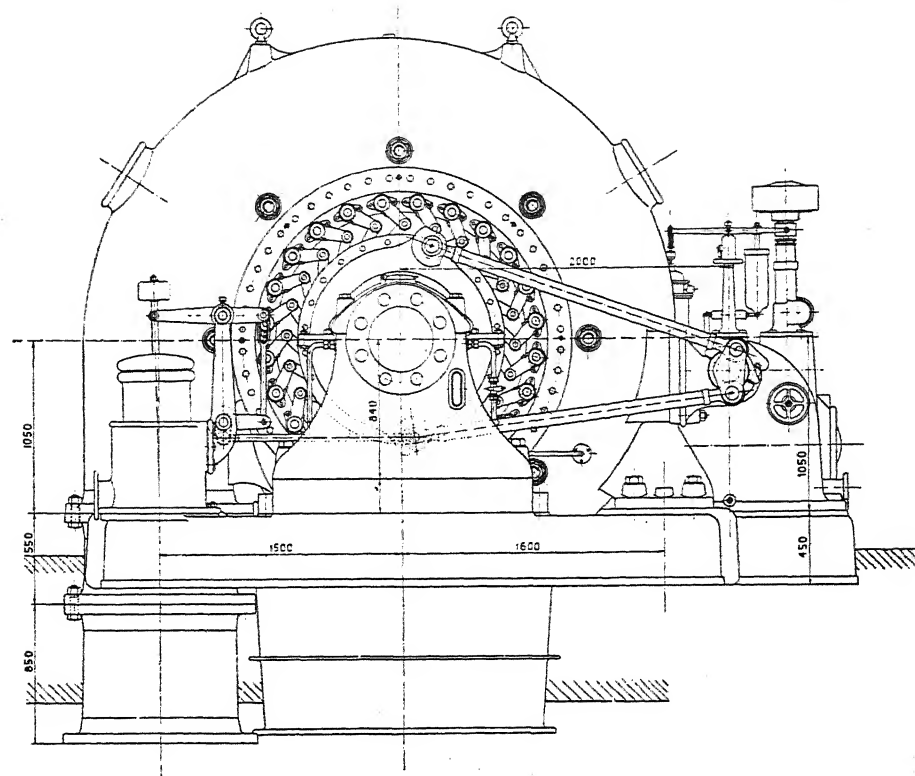
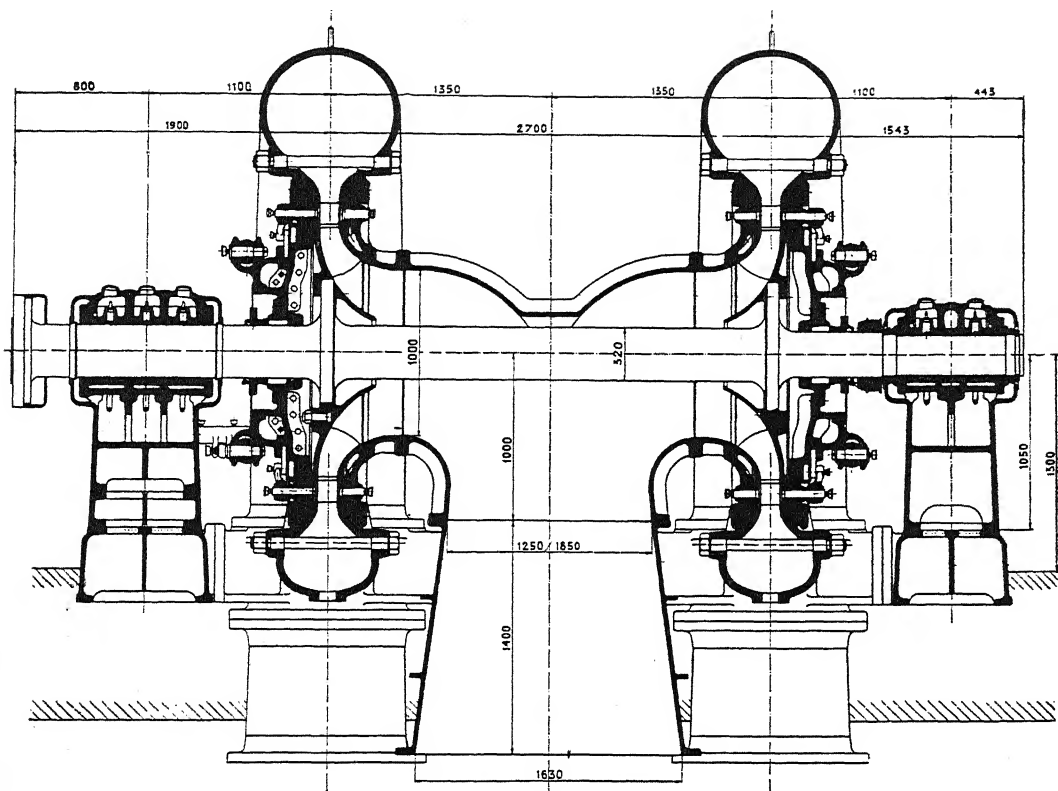




**Stufenturbine „Wiesberg“.**  
(Kolben & Co., Prag.)

$$H = 87 \text{ m}; Q = 2,15 \text{ m}^3/\text{sek}; N = 1975 \text{ PS}; n = 342; n_s = 96; n_{st} = 57,2.$$





## Zwillings-Spiralturbine „Tokyo“.

(E. W. C.)

Außenregelung; Laufräder aus Bronze;  
Welle mit angeschmiedeten Flanschen.

$H = 120,5 \text{ m};$

$Q = 9,7 \text{ m}^3 / \text{sek};$

$N = 12\,500 \text{ PS};$

$n = 375;$

$n_s = 74.$

(Aus Spezialnummer der Schweiz. Wasserwirtschaft Okt. 1912.)



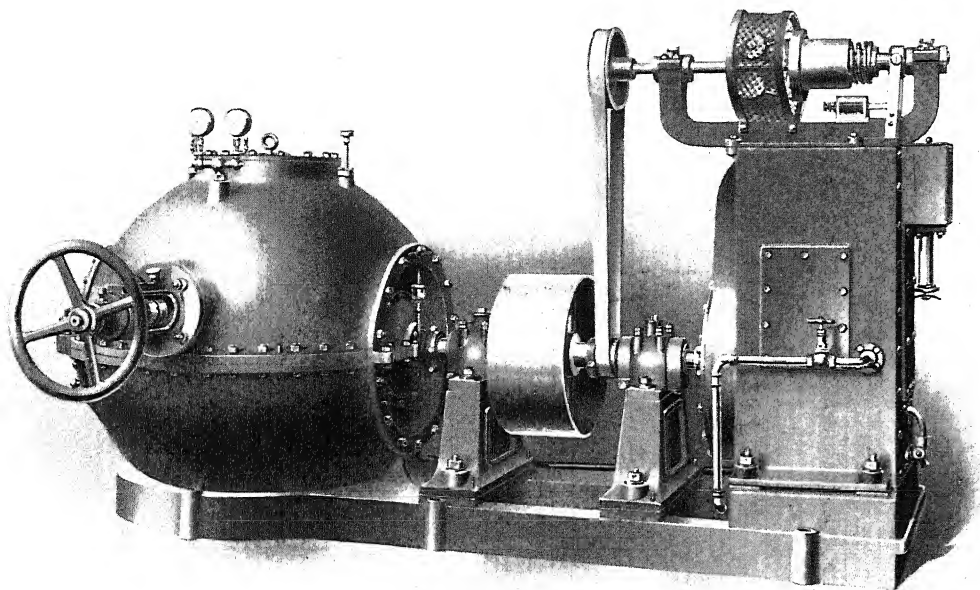


Abb. 1. Kugelturbine Anlage „Gottesgabe“, mit hydraulischem Widerstandsregulator Rüscher-Sendtners. (Rüscher.)  
 $H = 14,8 \text{ m}$ ;  $Q = 0,6 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 93 \text{ PS}$ ;  $n = 770$ ;  $n_s = 256$ .

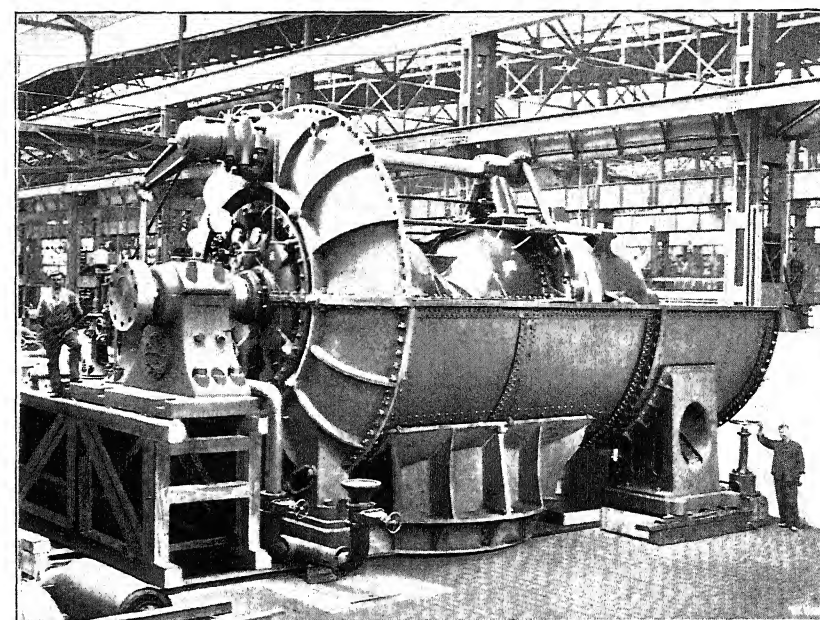


Abb. 3. Zwillingsturbine mit axialem Zulauf „Stave Lake“.  
 (E. W. C.)  
 $H = 36,3 \text{ m}$ ;  $Q = 34,5 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 13000 \text{ PS}$ ;  $n = 225$ ;  $n_s = 204$ .

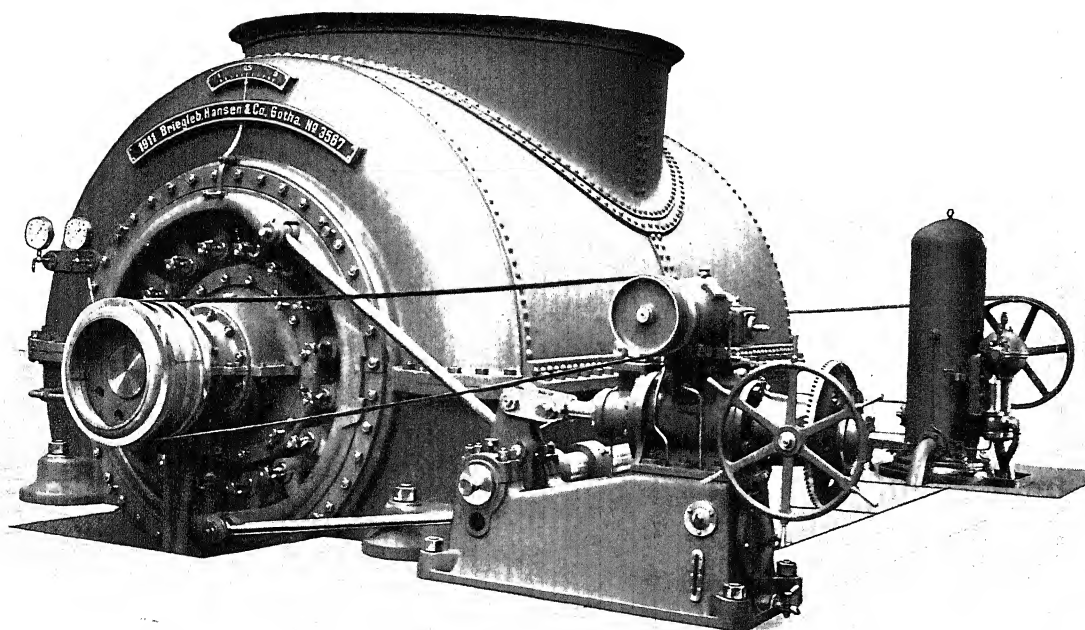


Abb. 2. Kesselturbine mit radialem Zulauf; Außenregulierung. (Hansenwerk.)  
 $H = 18 \text{ m}$ ;  $N = 3000 \text{ PS}$ .

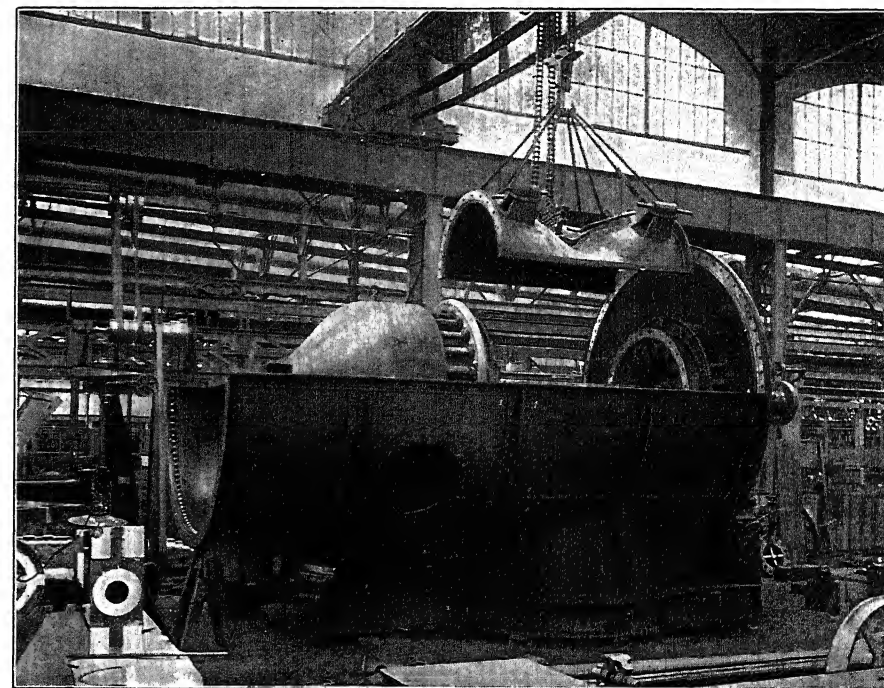


Abb. 4. Zwillingsturbine mit axialem Zulauf „Sao Paulo“.  
 (E. W. C.)  
 $H = 22,86 \text{ m}$ ;  $Q = 19 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 4500 \text{ PS}$ ;  $n = 180$ ;  $n_s = 171$ .



# *Spiralturbinen.*

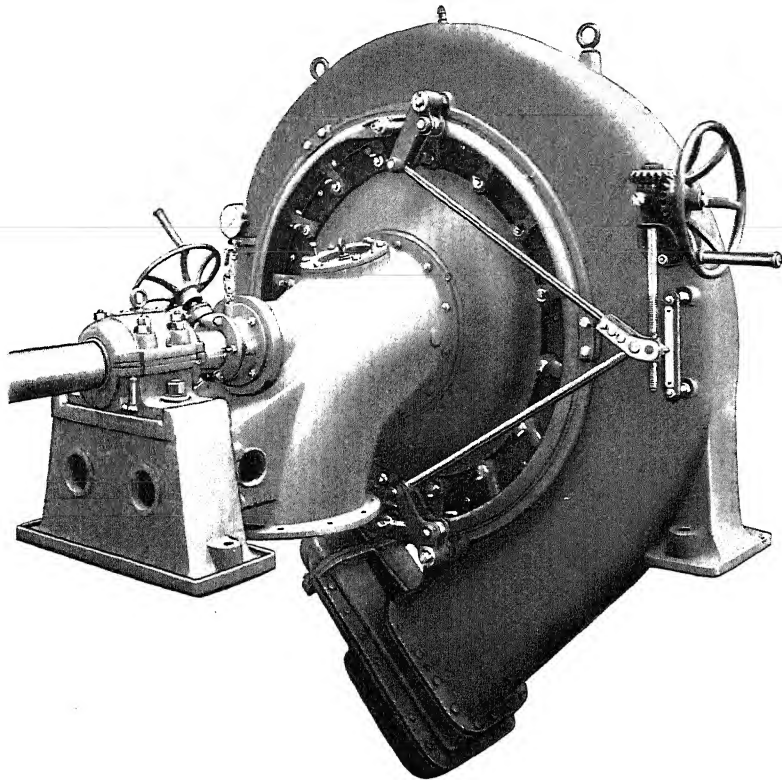


Abb. 1. Gußgehäuse;  
Handregelung mit Dreiecksausgleich. (Hansenwerk.)

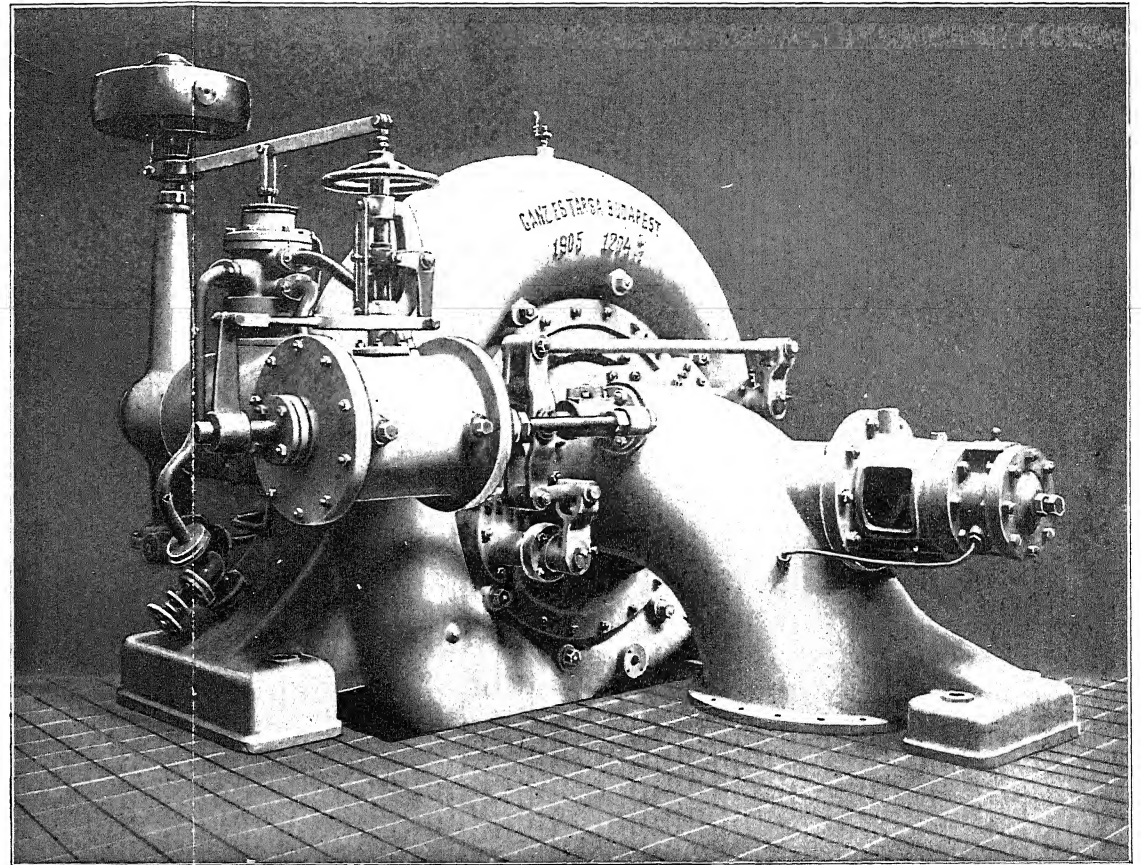


Abb. 2. Gußgehäuse; Regulierantrieb mit Wagscheitenausgleich „Kolzsvar“. (Ganz.)  
 $H = 50 \text{ m}$ ;  $Q = 2,4 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 1200 \text{ PS}$ ;  $n = 420$ ;  $n_s = 110$ .

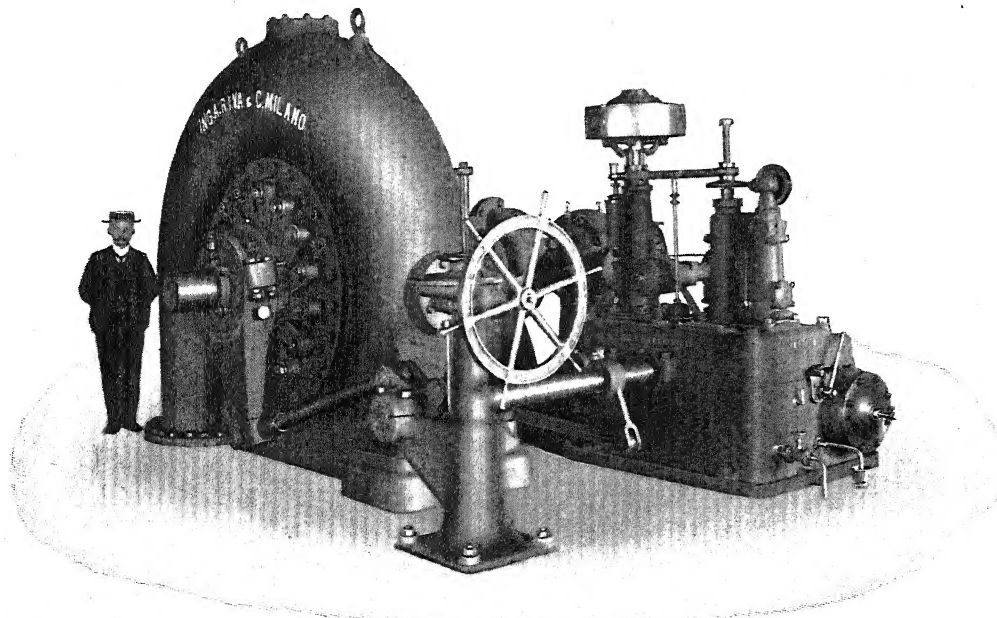


Abb. 3. Spiralturbine mit einseitigem Regulierantrieb. (Riva.)  
 $H = 190 \text{ m}$ ;  $Q = 5 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 10600 \text{ PS}$ ;  $n = 900$ ;  $n_s = 131$ .

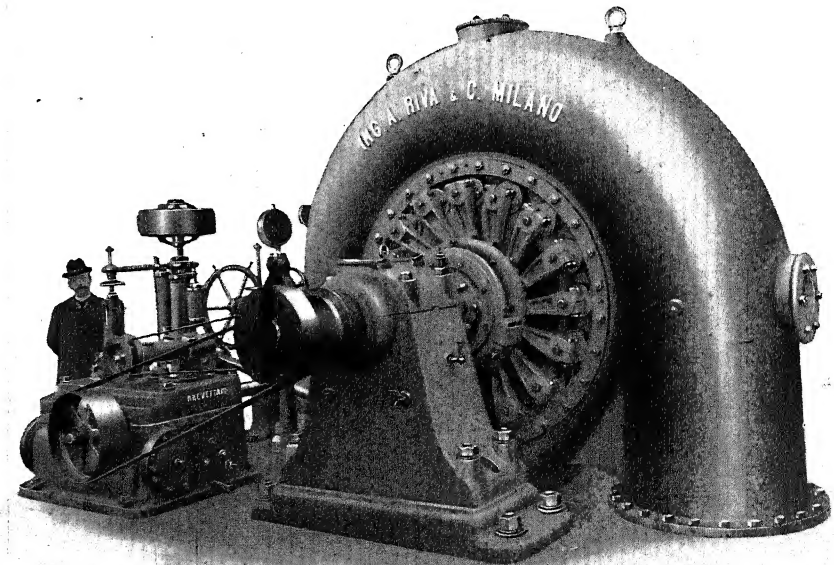


Abb. 4. Spiralturbine mit einseitigem Regulierantrieb „Fadalto“. (Riva.)  
 $H = 95 \text{ m}$ ;  $Q = 4,5 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 4500 \text{ PS}$ ;  $n = 504$ ;  $n_s = 114$ .

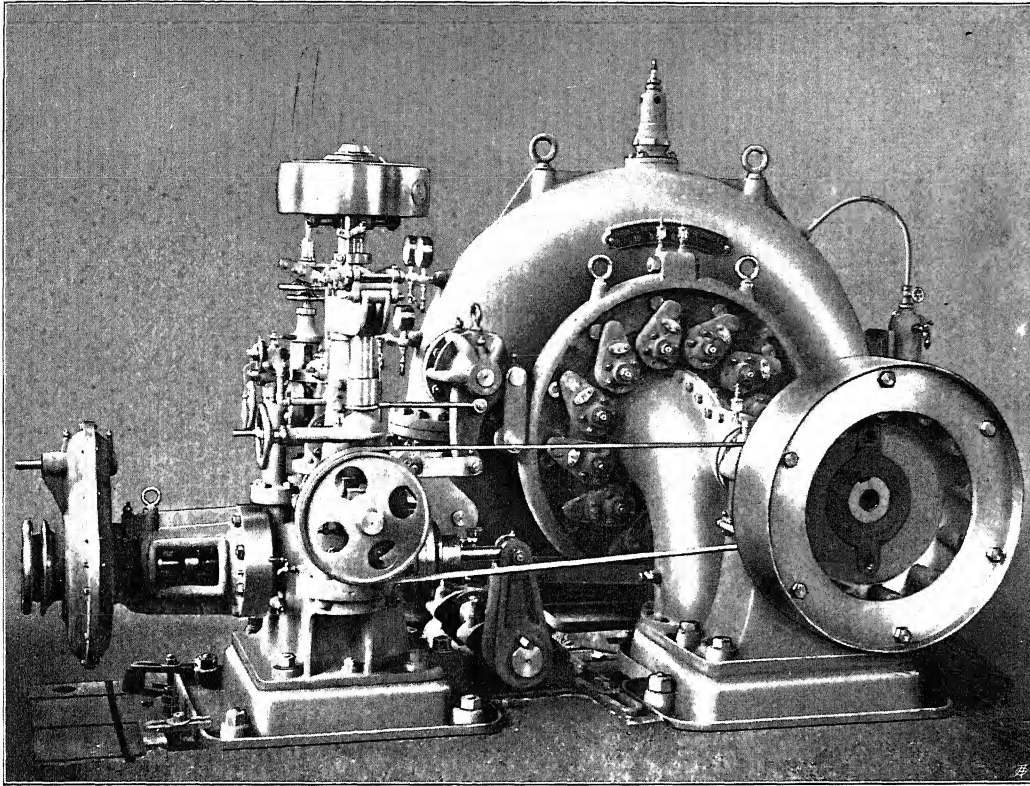


Abb. 1.

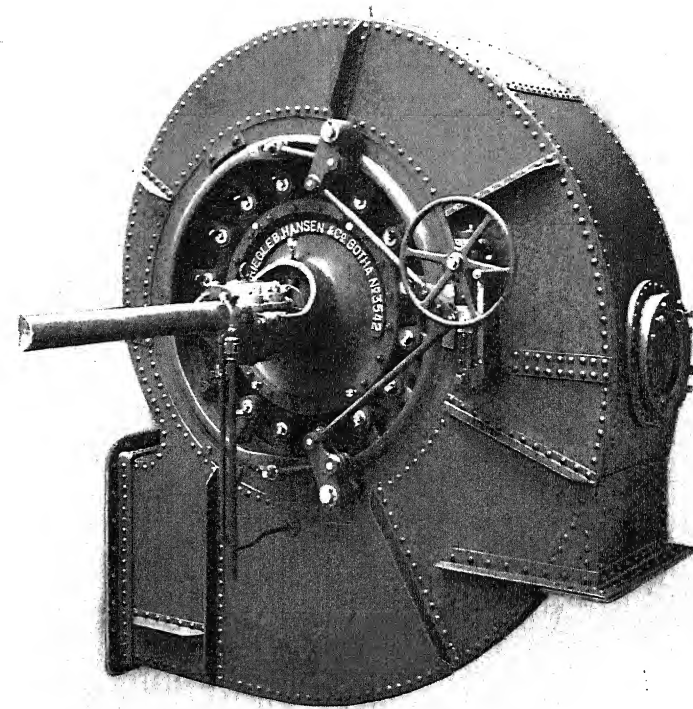


Abb. 2.

## Spiralturbinen.

Abb. 1. Doppelspiralturbine „Wattens“. (Rüsch.)

Regulierantrieb mit Wagscheitausgleich.

$H = 58 \text{ m}$ ;  $Q = 1,6 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 970 \text{ PS}$ ;  $n = 750$ ;  $n_s = 103$ .

Abb. 2. Spiralturbine im Blechgehäuse. (Hansenwerk.)

Regulierantrieb mit Dreiecksausgleich.

Abb. 3. Spiralturbine „Guadalajara“. (E. W. C.)

Ringausgleich.

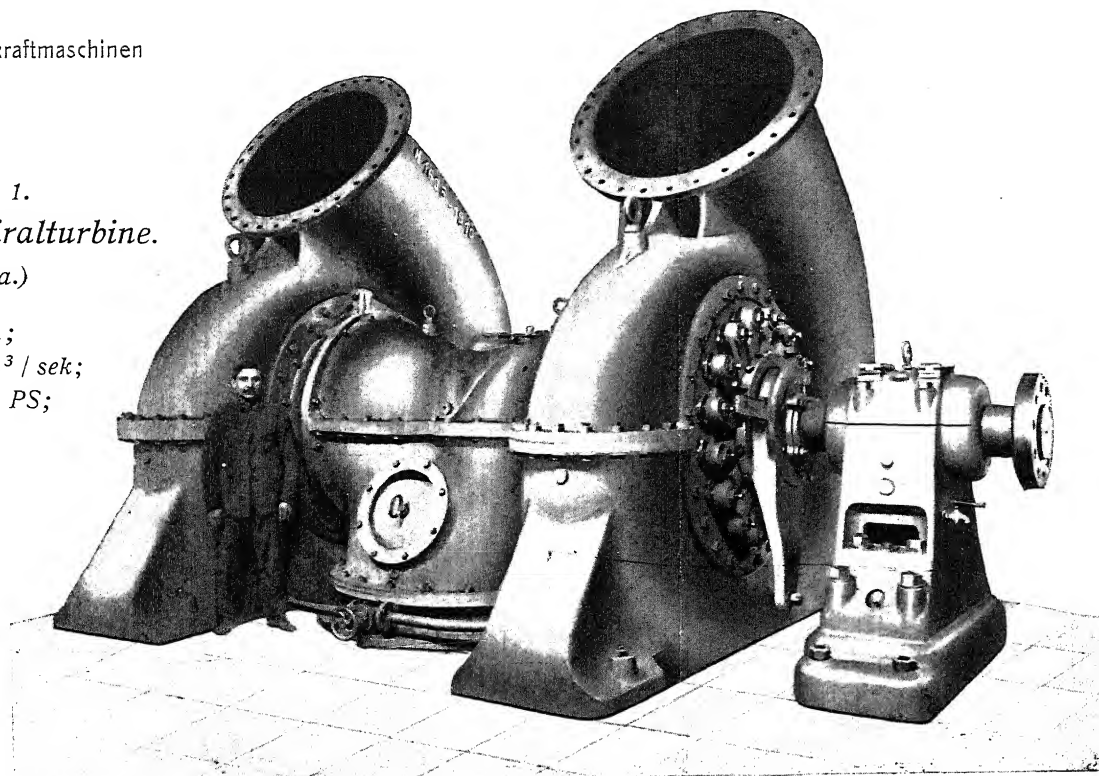
$H = 69 \text{ m}$ ;  $Q = 5,7 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 4100 \text{ PS}$ ;  $n = 375$ ;  $n_s = 121$ .

Abb. 3.



Abb. 1.  
Zwillingspiralturbine.  
(Riva.)

$H = 37 \text{ m};$   
 $Q = 13 \text{ m}^3 / \text{sek};$   
 $N = 5100 \text{ PS};$   
 $n = 386;$   
 $n_s = 214.$



## Spiralturbinen.

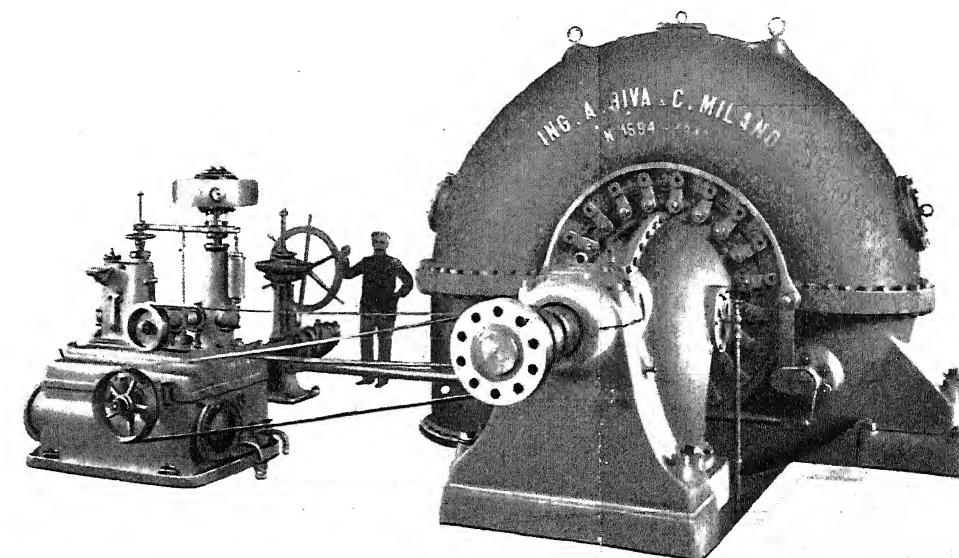


Abb. 2. Doppelspiralturbine „Pescara“. (Riva.)  
 $H = 73,5 \text{ m}; Q = 12 \text{ m}^3 / \text{sek}; N = 10000 \text{ PS}; n = 420; n_s = 138.$

Abb. 3. Doppelspiralturbine „Ventavon“. (Piccard.)

$H = 50 \text{ m}; N = 6200 \text{ PS}; n = 300; n_s = 125.$   
 Regulierung mit elastischen Zwischengliedern.

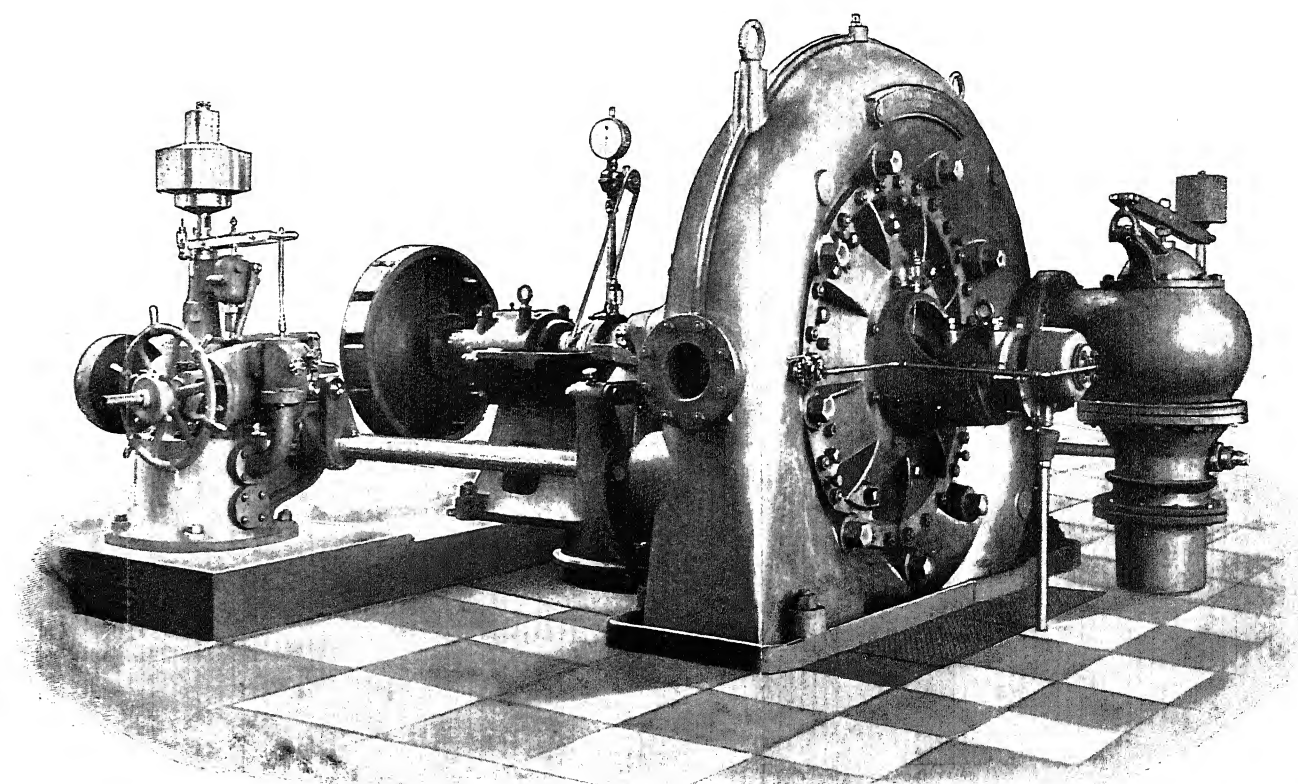
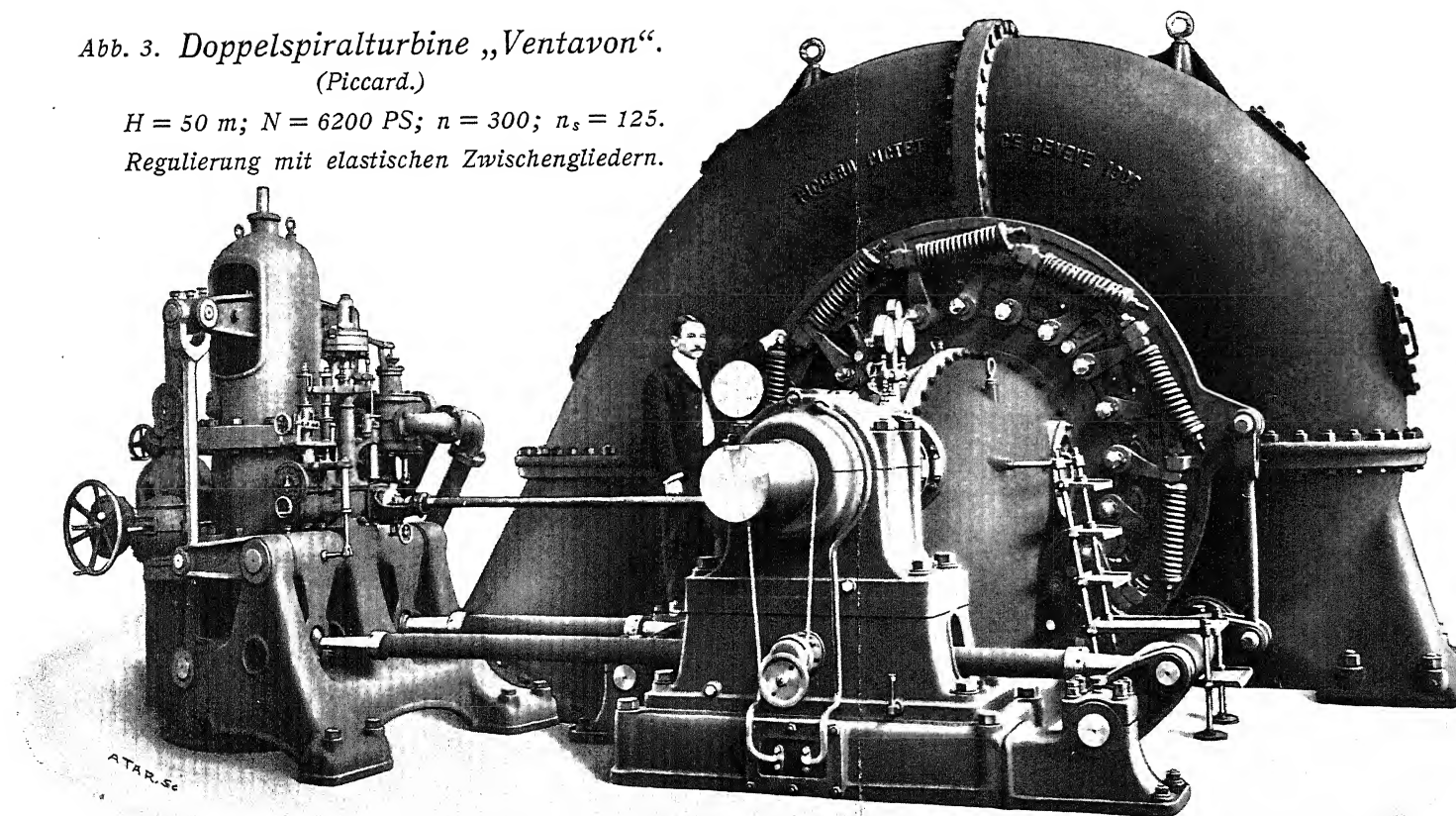


Abb. 4. Spiralturbine „Thusis“. (Voith.) Wasserkühlung des Kammlagers.  
 $H = 85 \text{ m}; N = 1760 \text{ PS}; n = 500; n_s = 81.$

# Stehlager mit Ringschmierung u. herausdrehbaren Lagerschalen. (Hansenwerk) M. 1:5.

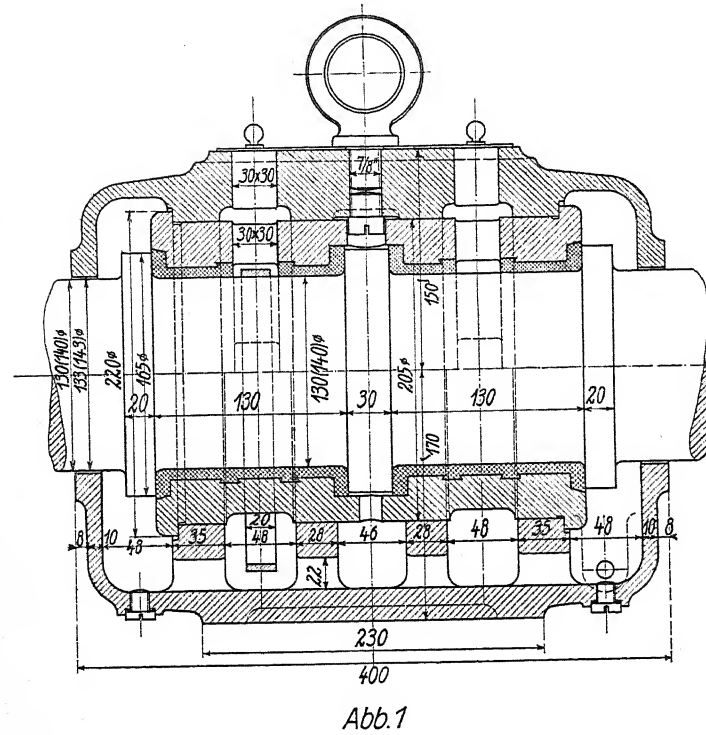


Abb.1

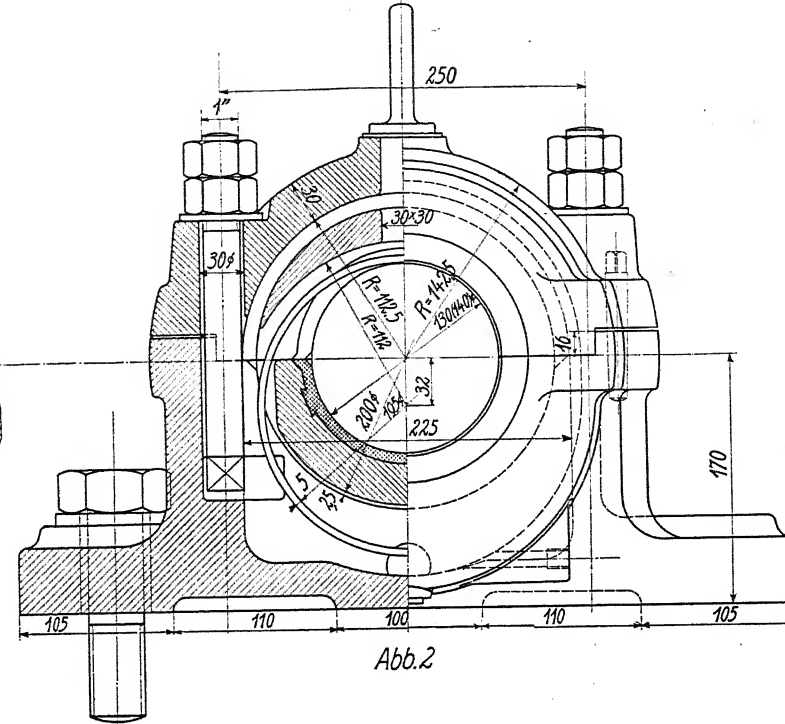


Abb.2

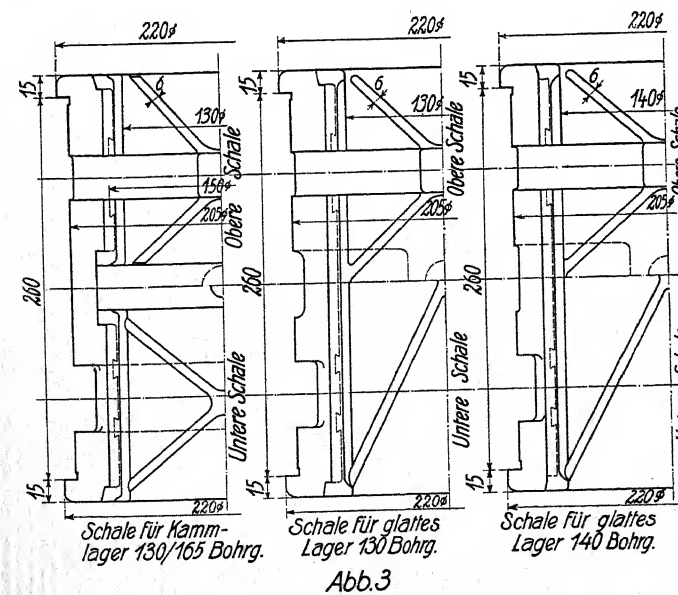


Abb.3

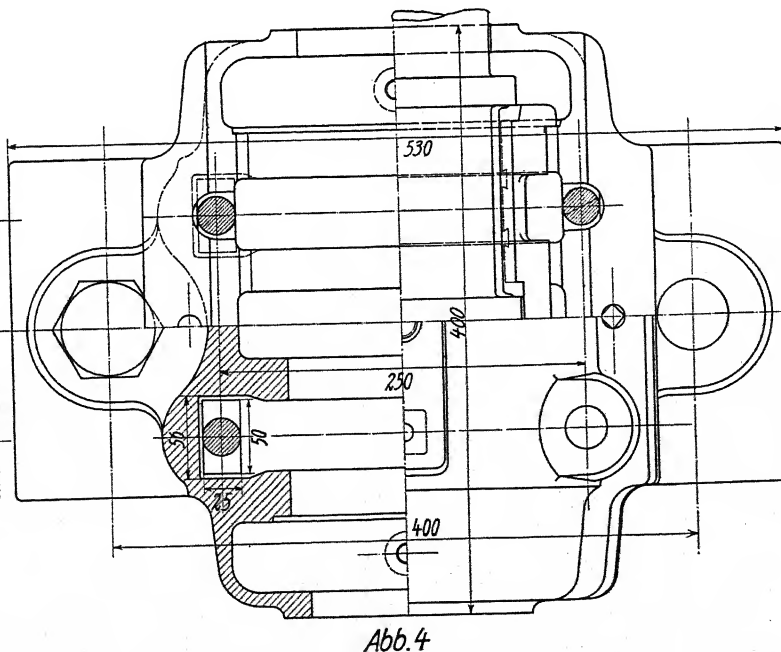


Abb.4

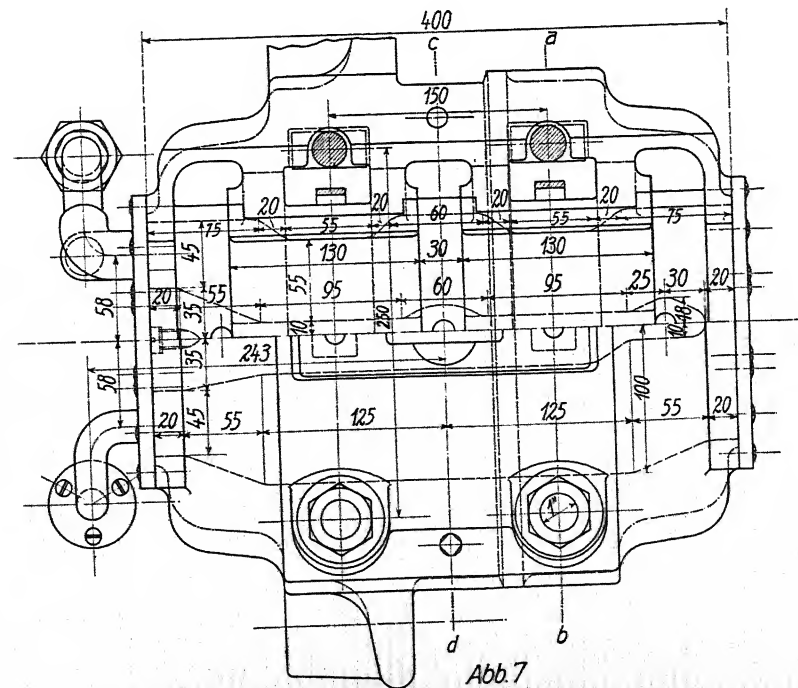


Abb.7

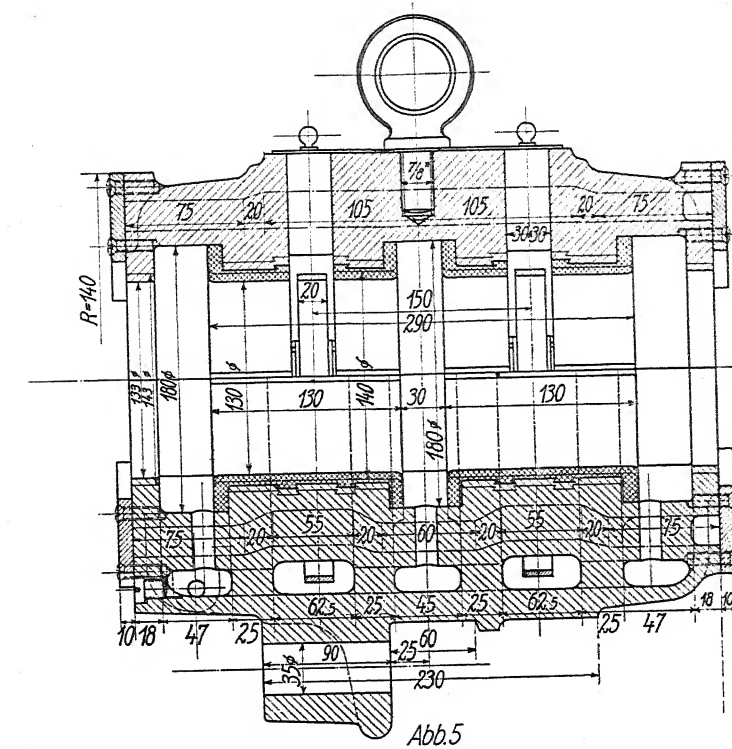


Abb.5

# Drehkammlager 130/140 Bohrung mit Ringschmierung u. Wasserkühlung. (Hansenwerk.) M. 1:5.

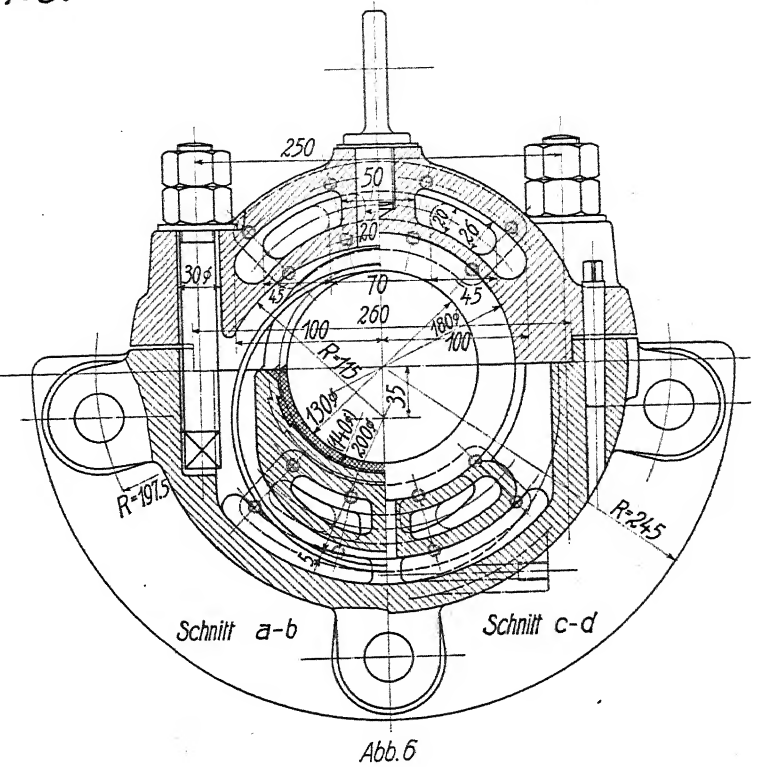


Abb.6

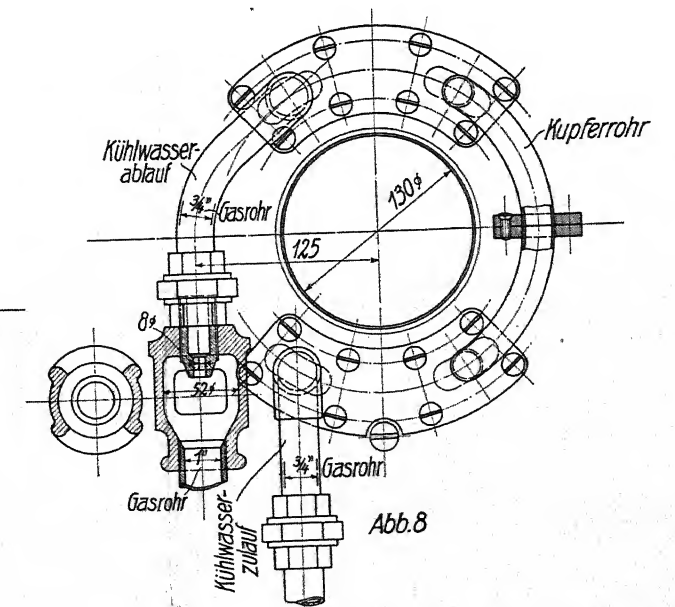


Abb.8



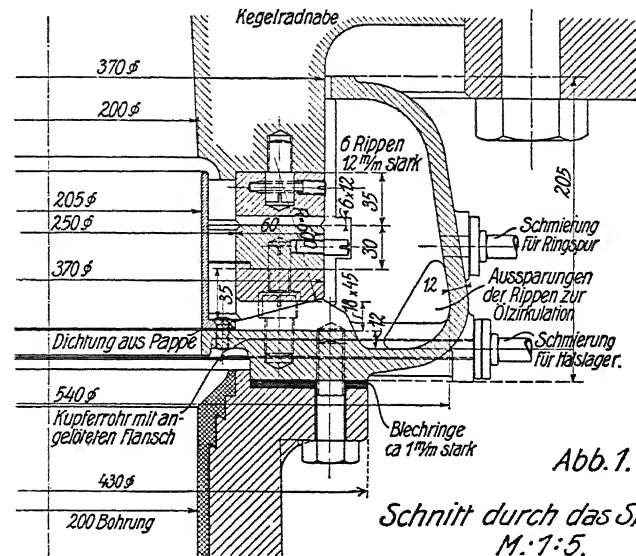


Abb. 1.

Schnitt durch das Spurlager.  
M. 1:5.

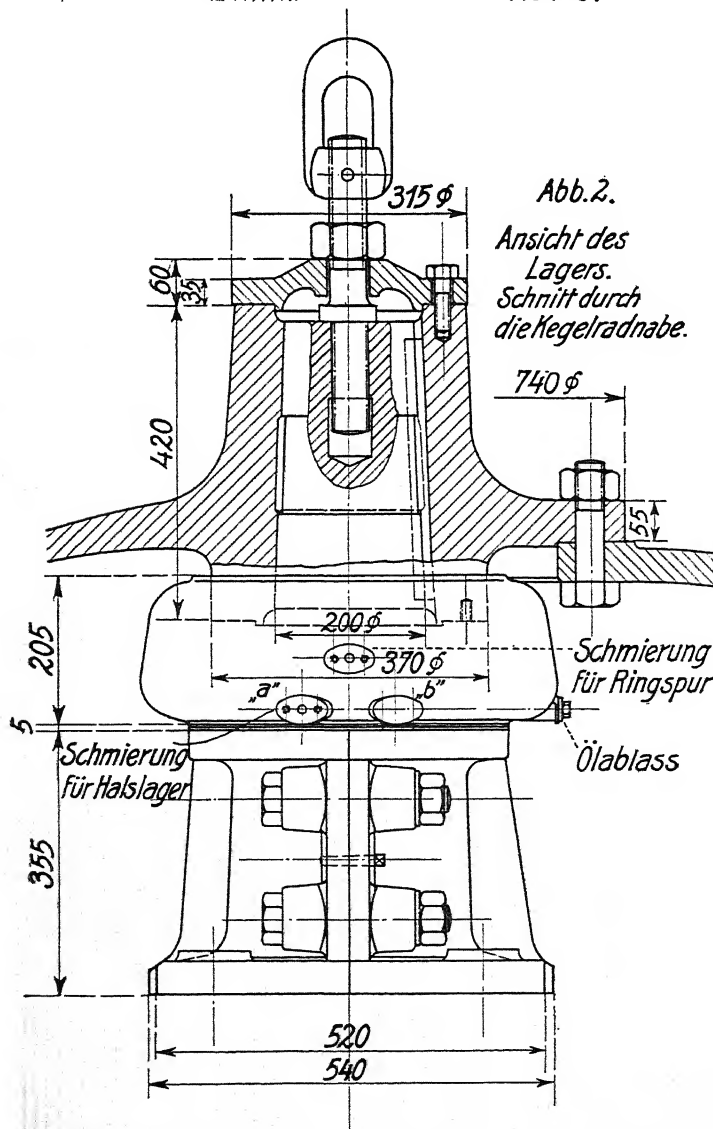


Abb. 2.

Ansicht des  
Lagers.  
Schnitt durch  
die Kegelradnabe.

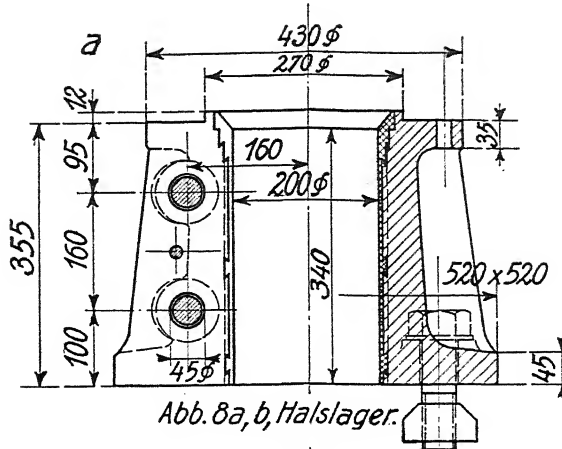


Abb. 8a, b, Halslager.

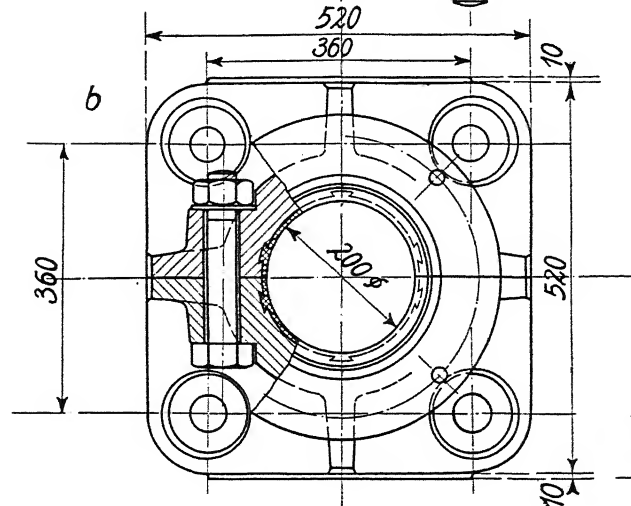


Abb. 3. Grundriss des  
Spurtopfes.

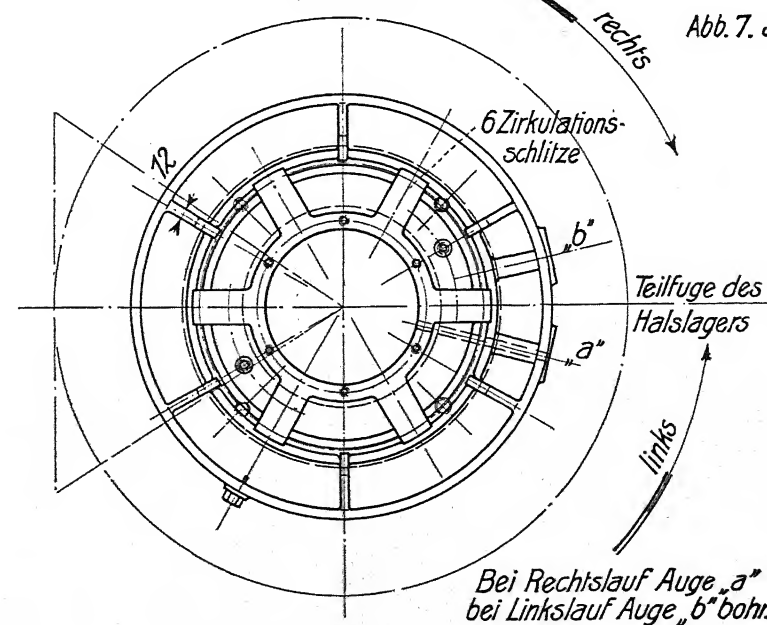


Abb. 4. Grundring  
von oben gesehen.

# Halslager mit Ringspur für Obergriff. (Hansenwerk)

Abb. 1  
M. 1:5.

Abb. 2-8  
M. 1:10.

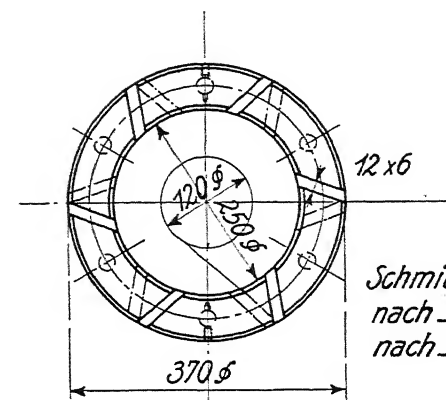


Abb. 6. Oberer Spurring  
von unten gesehen.

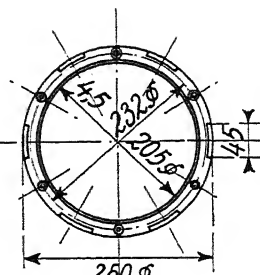


Abb. 7. Standhülse.

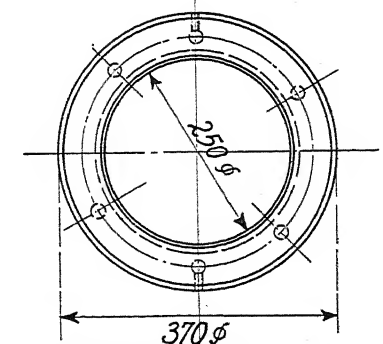
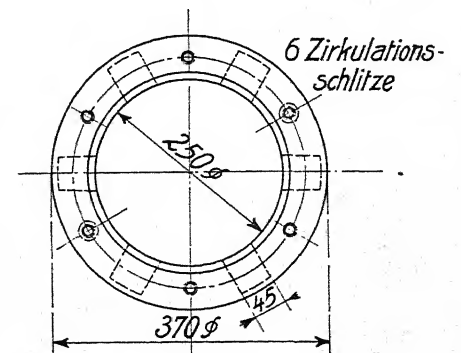
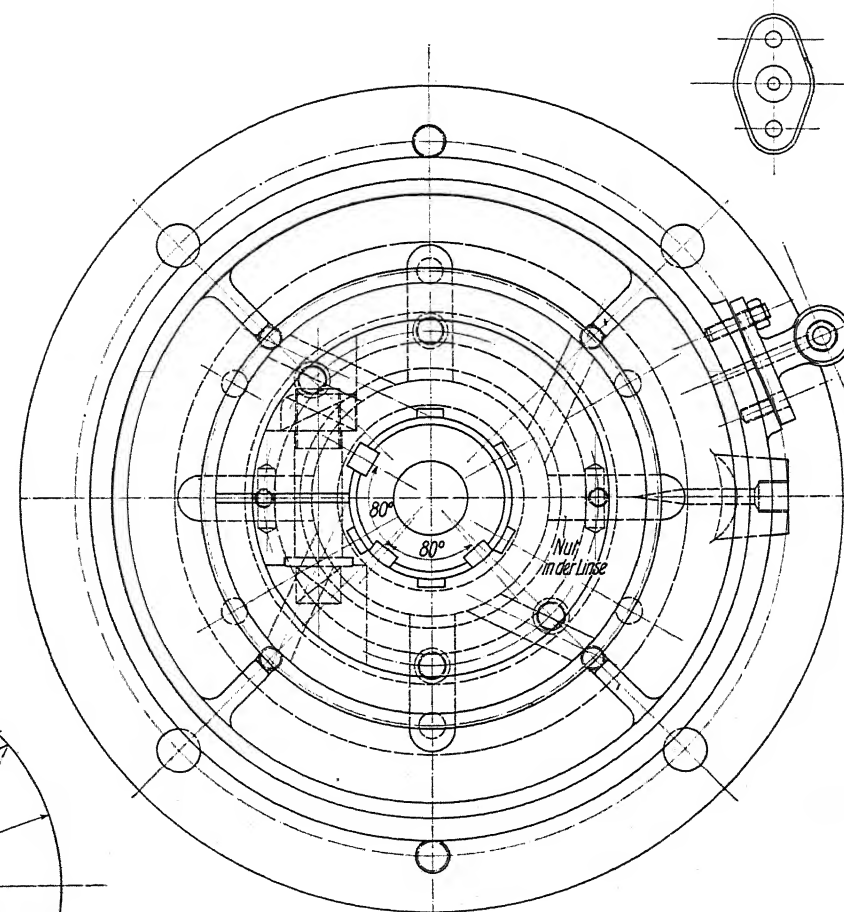
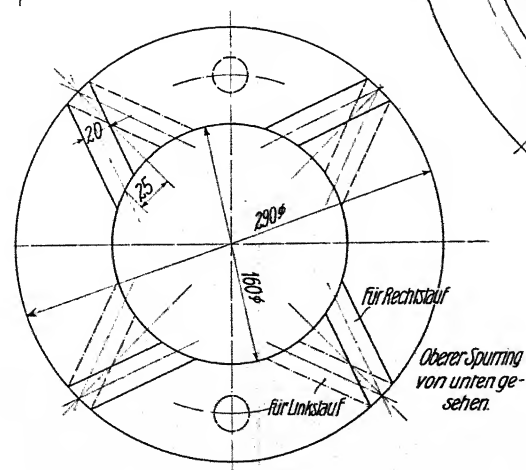
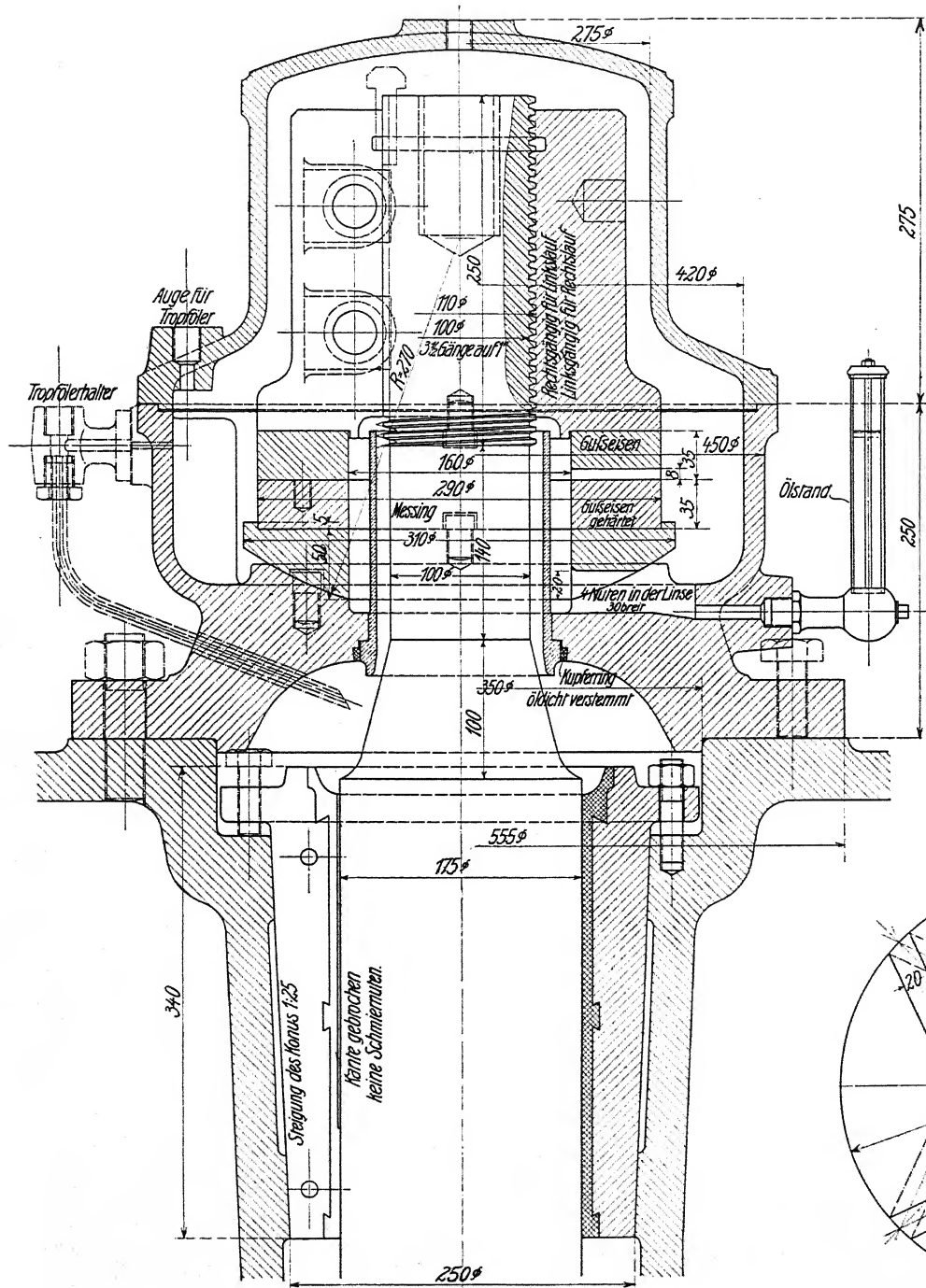


Abb. 5. Unterer Spurring  
von oben gesehen.



*Halslager mit Ringspur  
für Untergriff.  
(Hansenwerk.)  
M.1:5.*



Ansicht von oben.  
Glocke abgenommen.

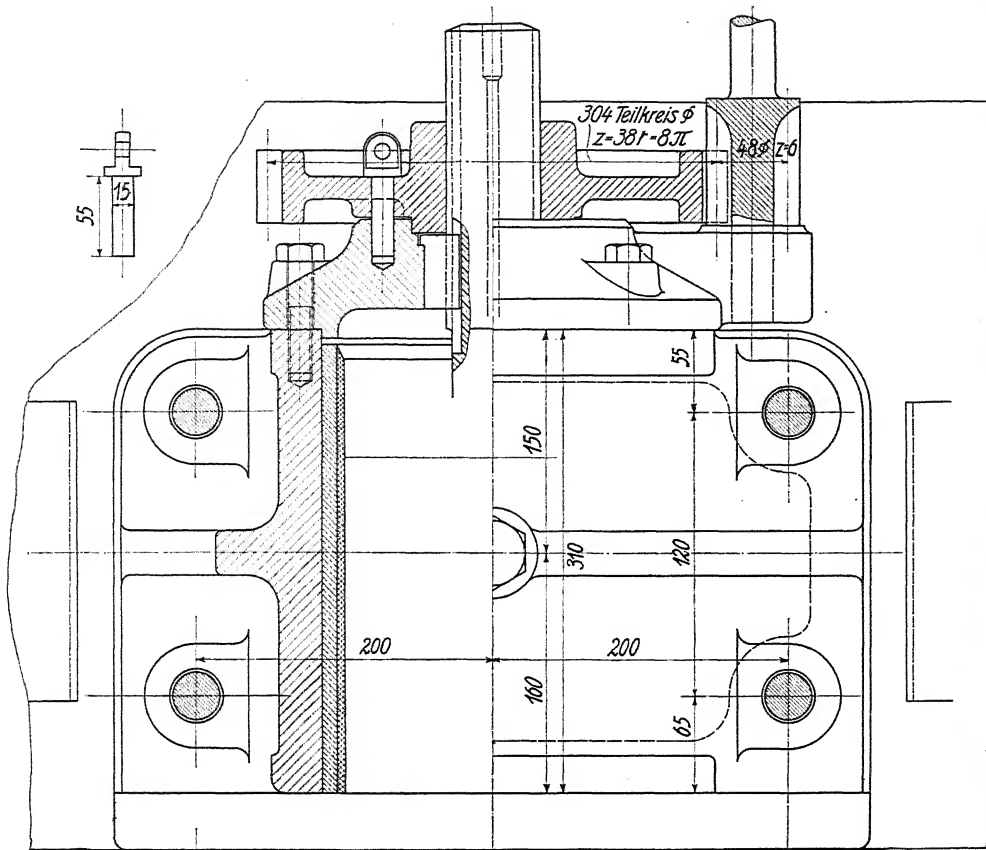


Abb.1

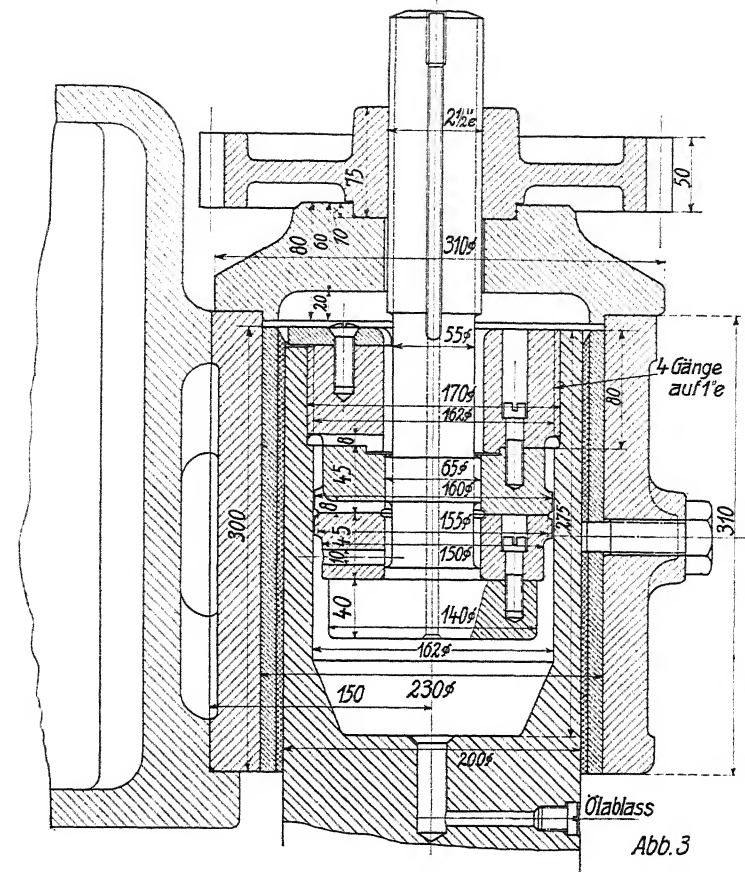


Abb.3

# Aufgehängter Spurzapfen.

(Hansenwerk.)

M.1:5.

Abb.4 Obere Linse von unten gesehen.

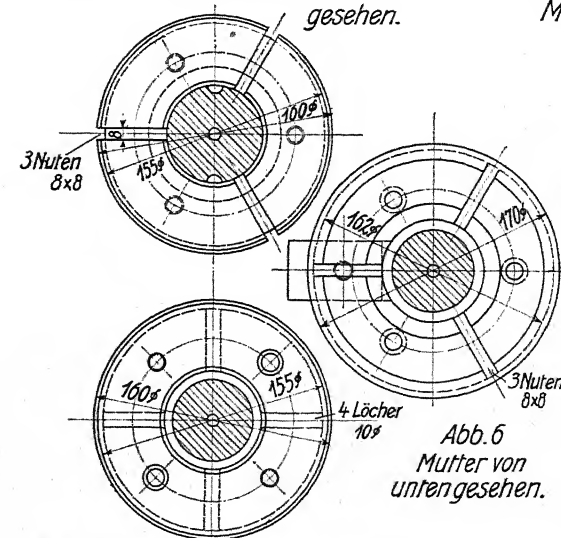


Abb.5 Untere Linse von oben gesehen.

Abb.6 Mutter von unten gesehen.

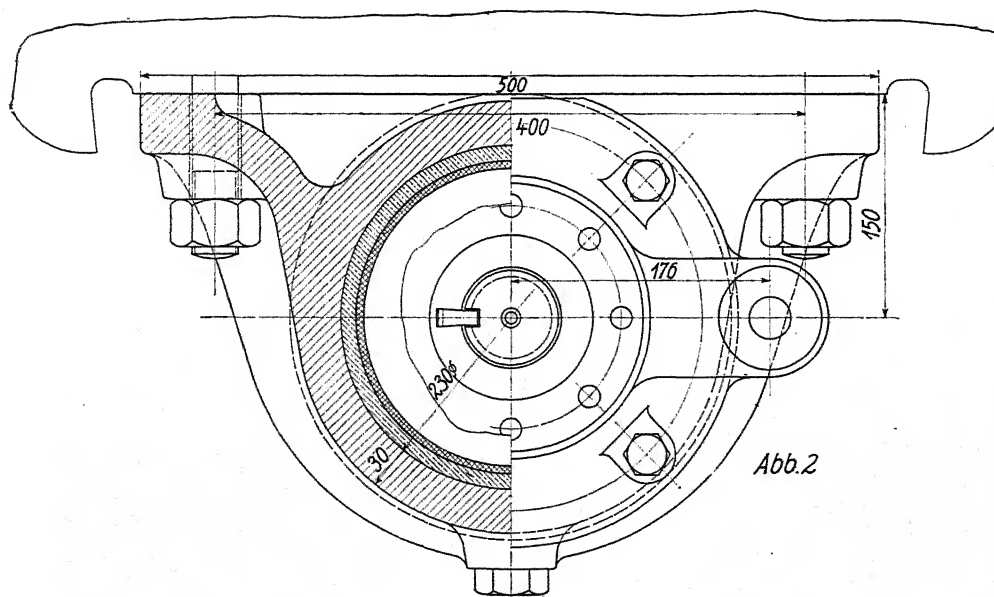
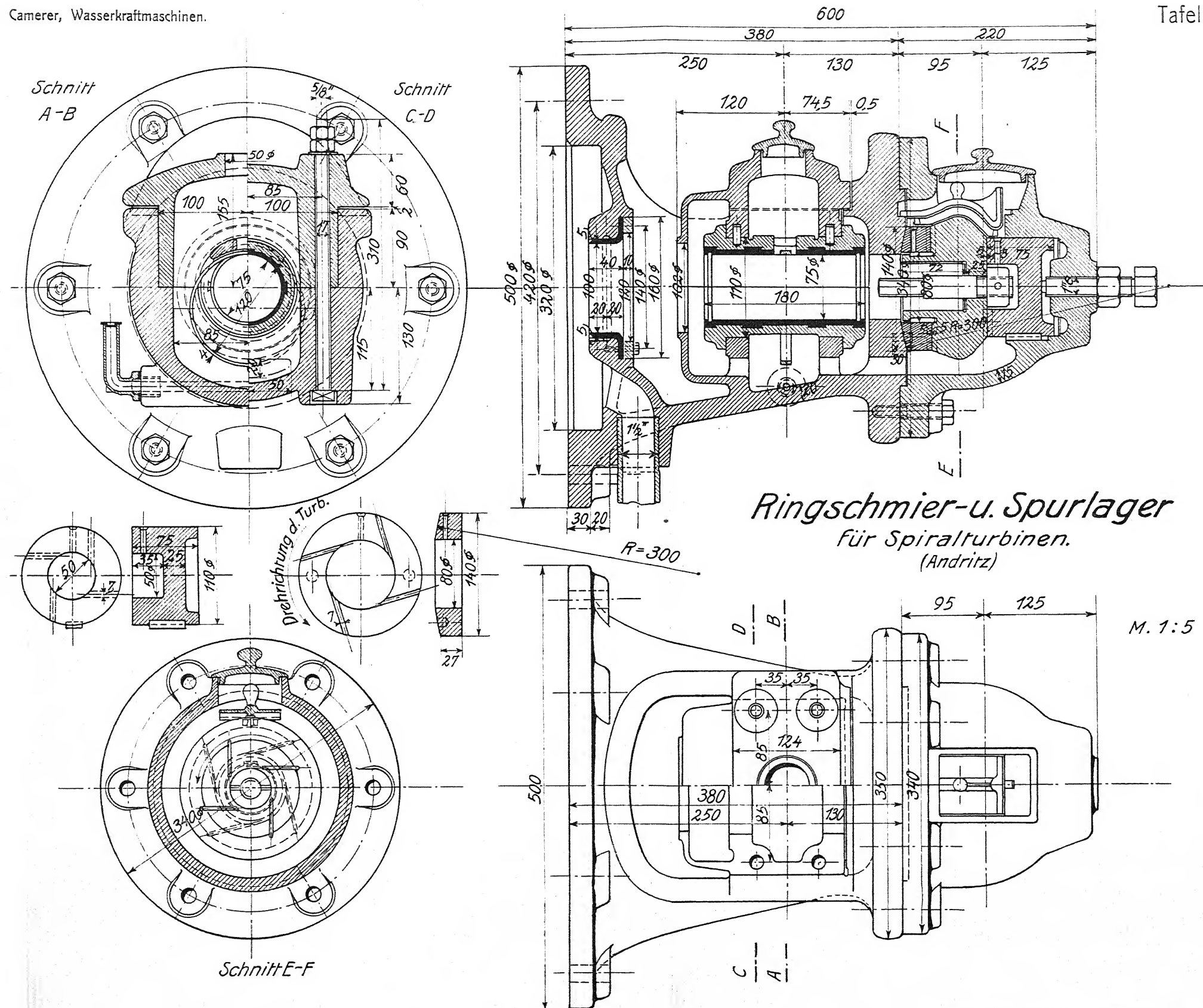
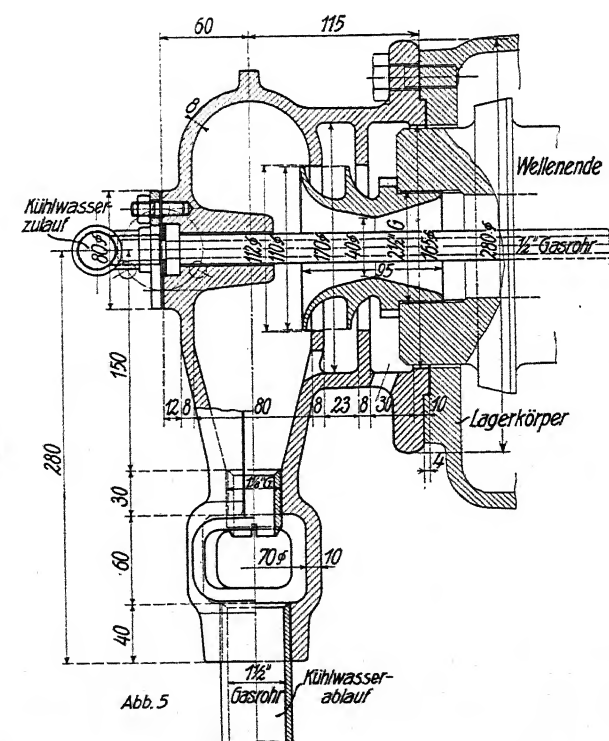
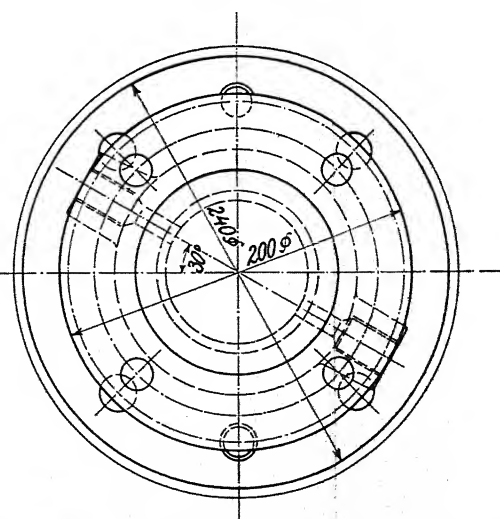
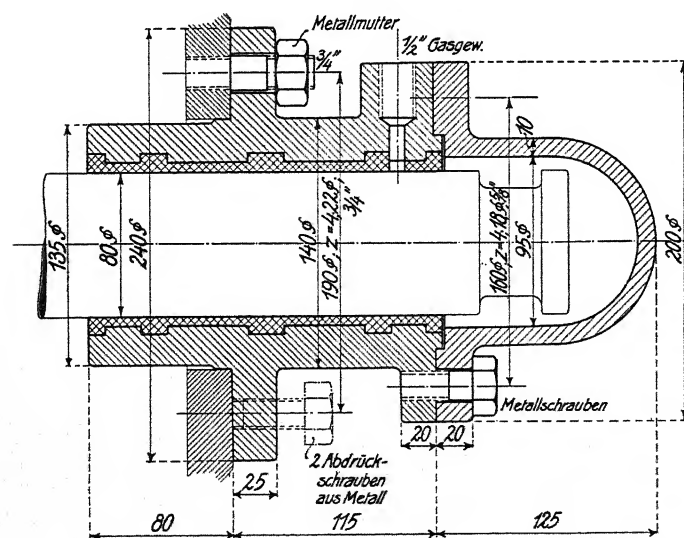
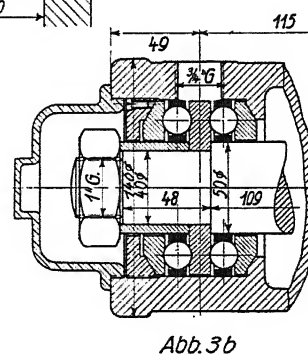
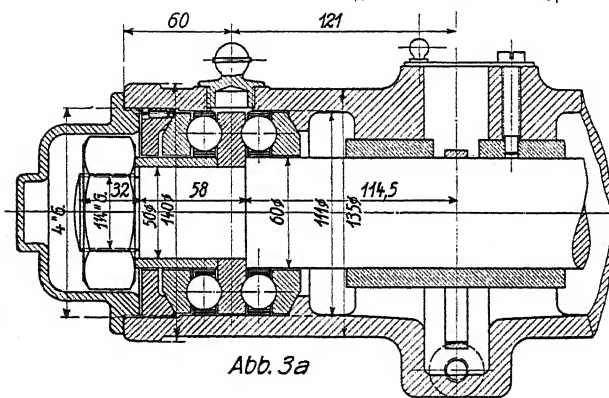
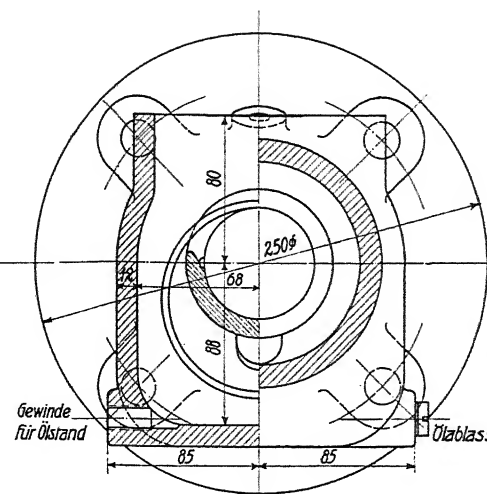
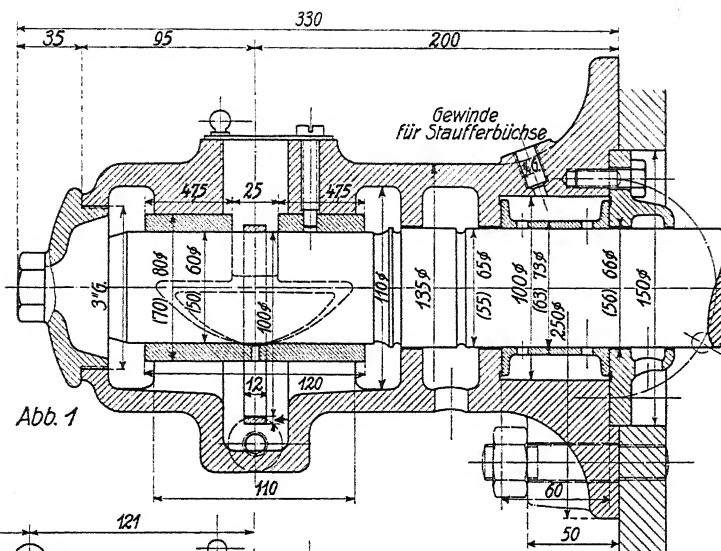


Abb.2







*Geschlossenes Lager 80<sup>m</sup>/m Bohrung*

(Voith)  
M.1:4

*Abb. 1-3b*

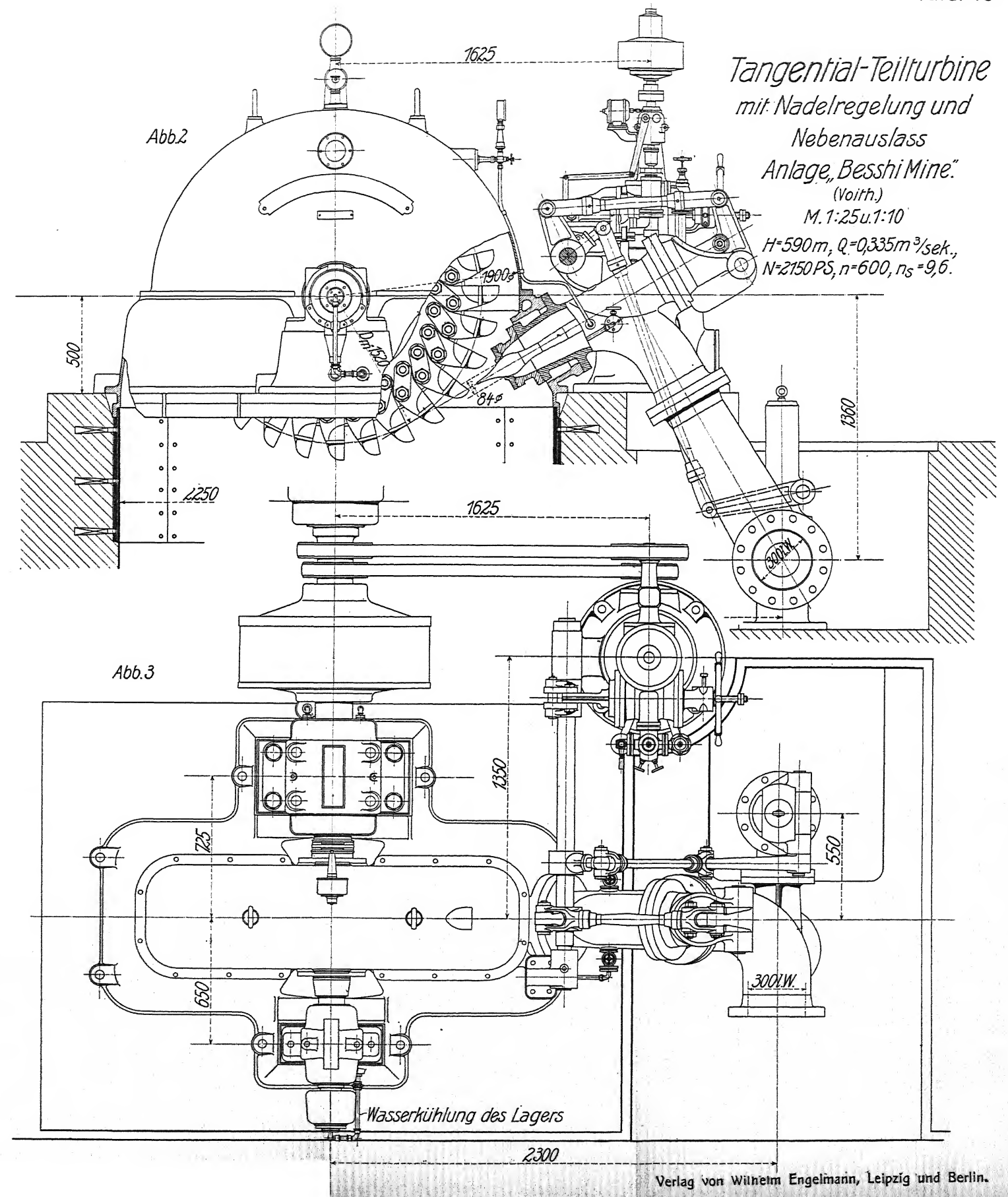
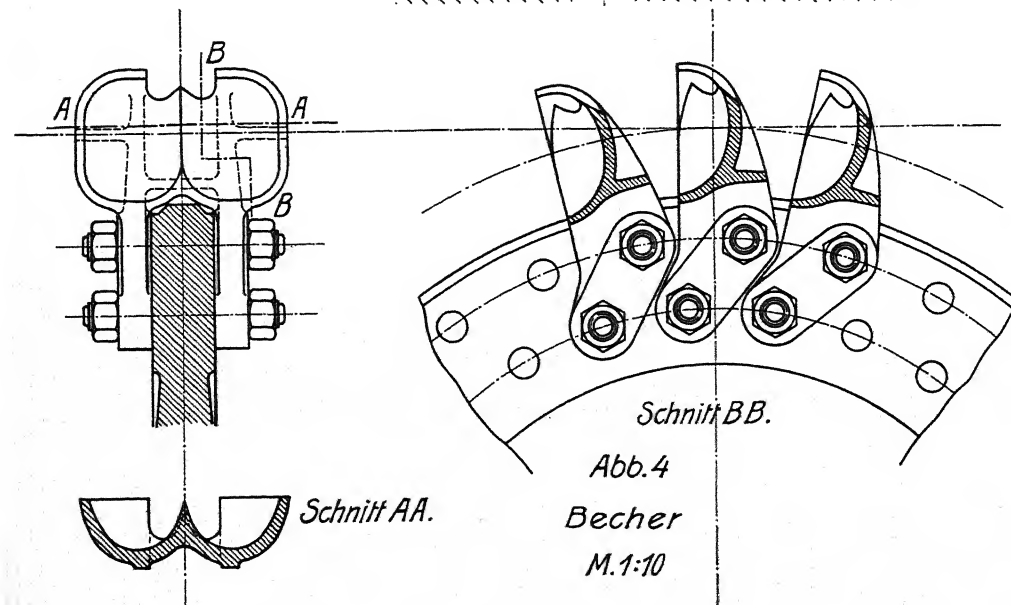
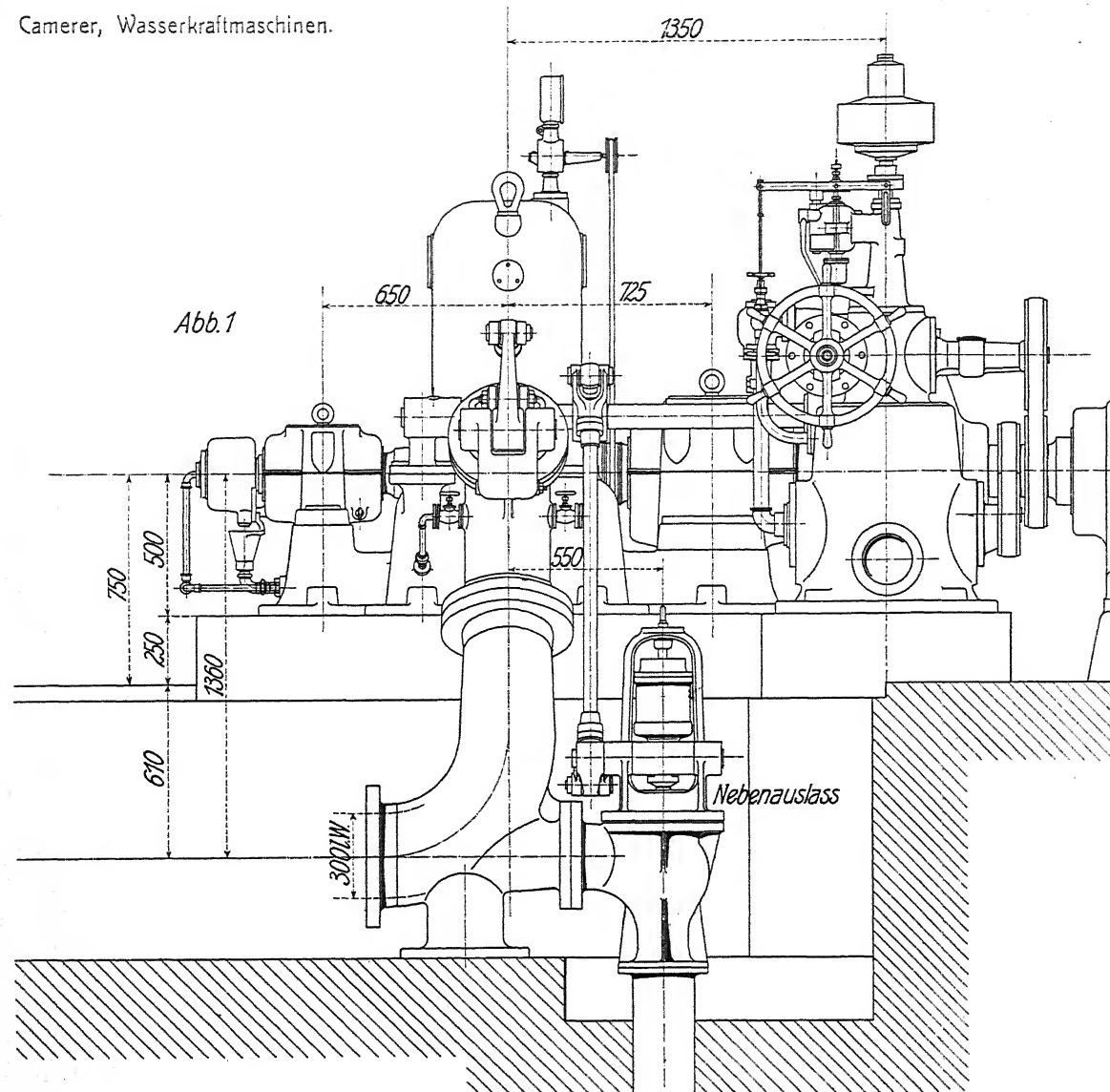
*Ringschmierlager  
für 60 bzw. 50 mm  
Bohrung mit nach-  
giebiger Stopfbüchse  
und Kugelspur.*

*(Hansenwerk.)*

M. 1:4

## Wasserkühlung eines Kammzapfens (Hansenwerk)

M. 1:5



*Tangential-Teilturbine  
mit Nadelregelung und  
Nebenauslass  
Anlage „Besshi Mine“  
(Voith.)  
M. 1:25 u. 1:10  
 $H=590\text{ m}$ ,  $Q=0,335\text{ m}^3/\text{sek.}$ ,  
 $N=2150\text{ PS}$ ,  $n=600$ ,  $n_s=9,6$ .*

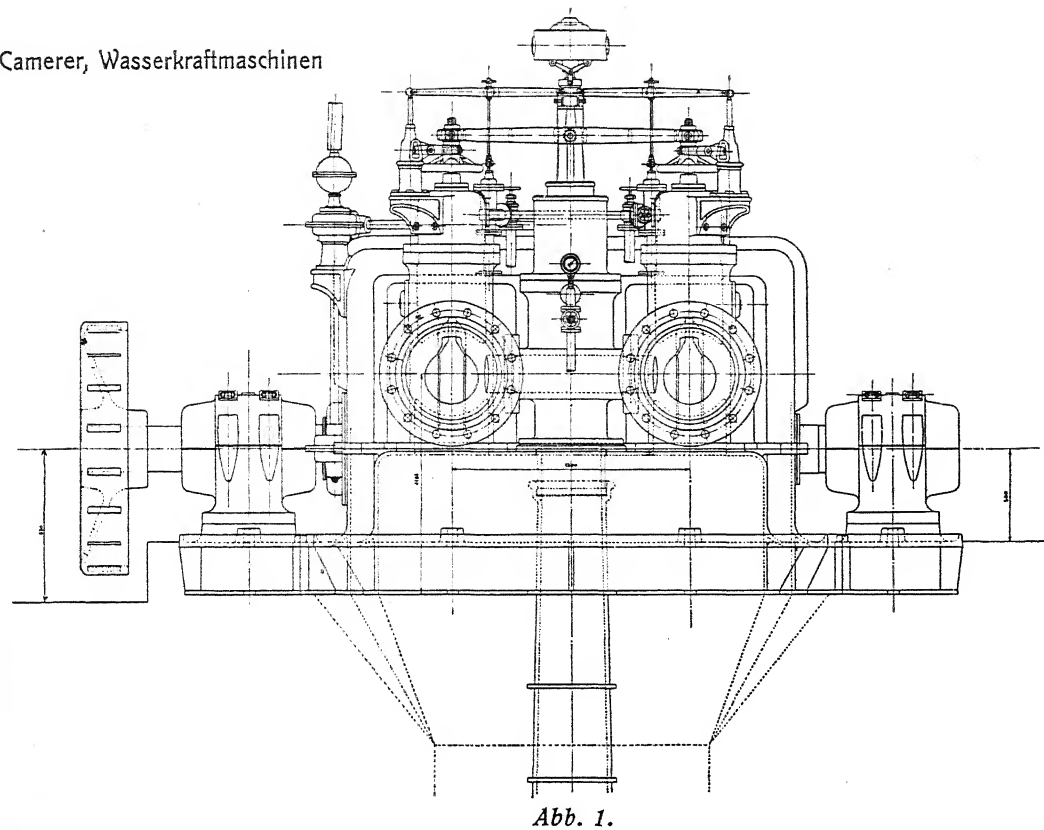


Abb. 1.

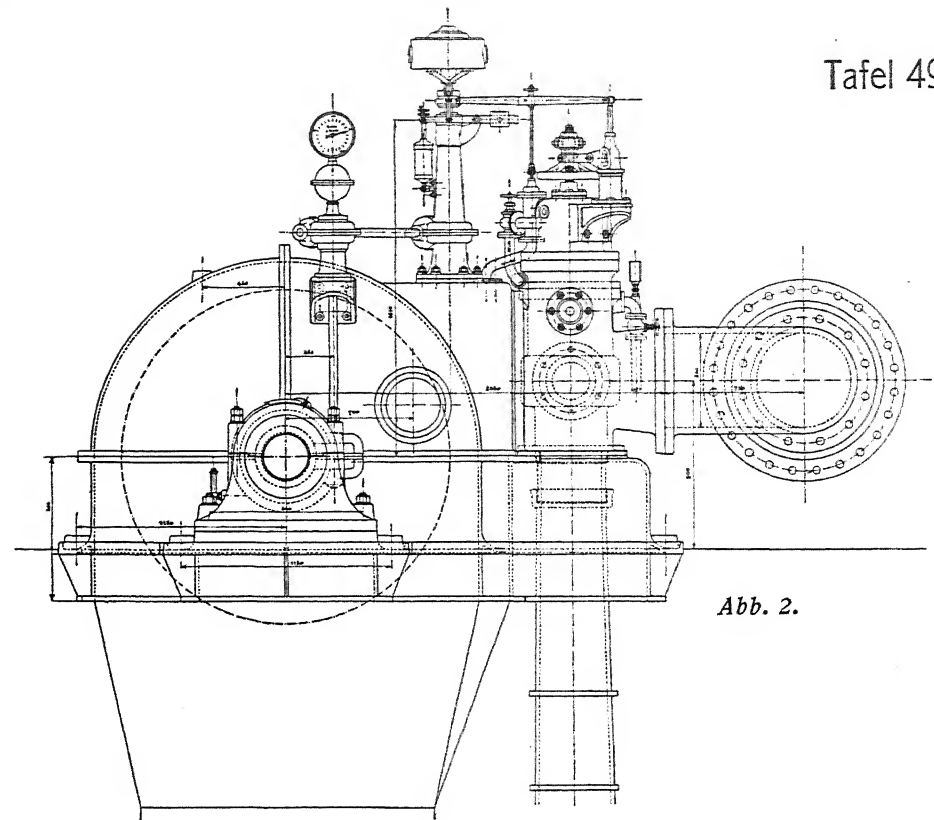


Abb. 2.

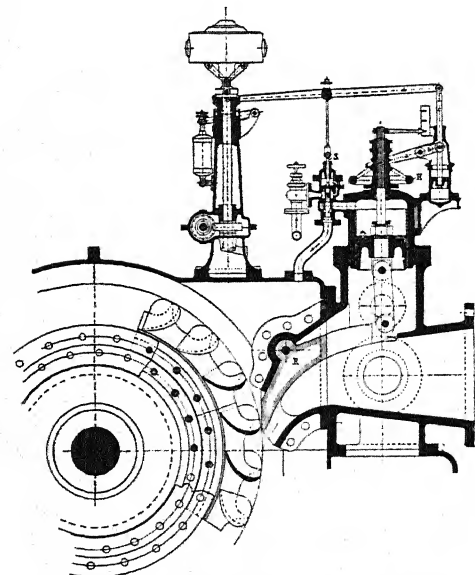


Abb. 4. Zungenregulierung.

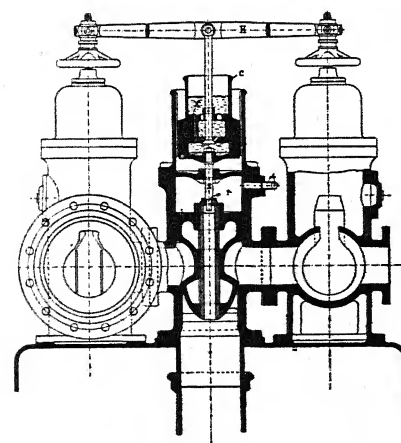


Abb. 5. Nebenauslaß.

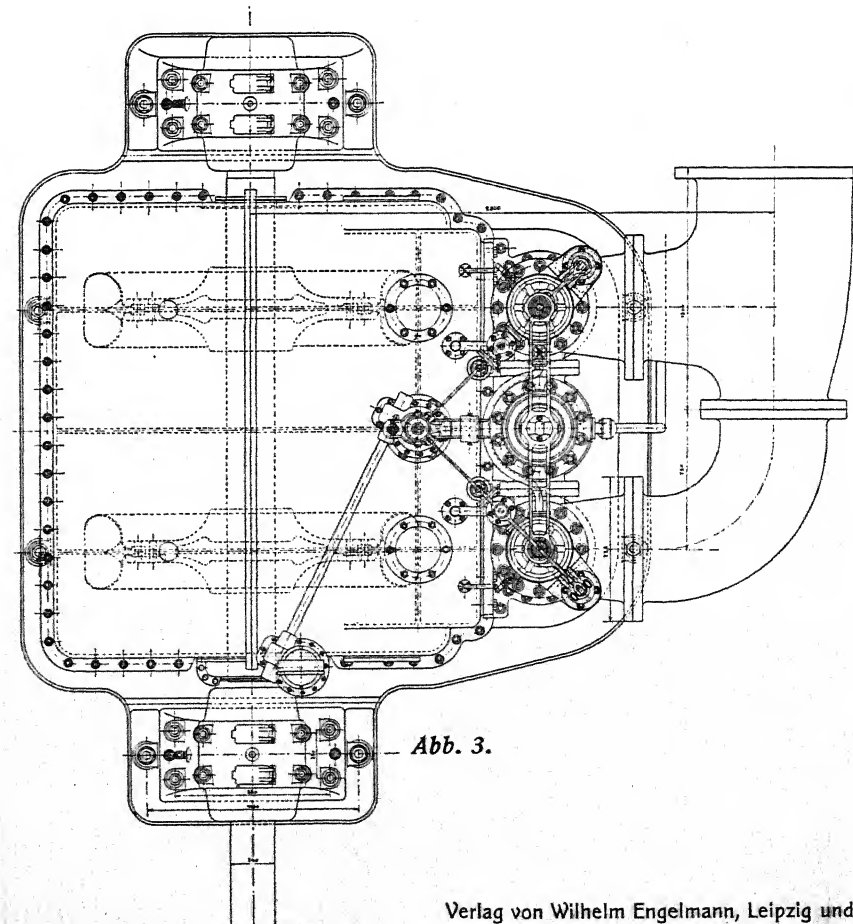


Abb. 3.

# **Zwillings-Tangential-Teilturbine mit Zungenregulierung „Sillwerke“.**

(Prager Maschinenbau-Aktiengesellschaft.)

$H = 182 \text{ m}$ ;  $Q = 1,285 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 2500 \text{ PS}$ ;  $n = 315$ ;  $n_s = 16,7$ .

(Aus Z. ö. I. V. 1905, S. 112 f.)

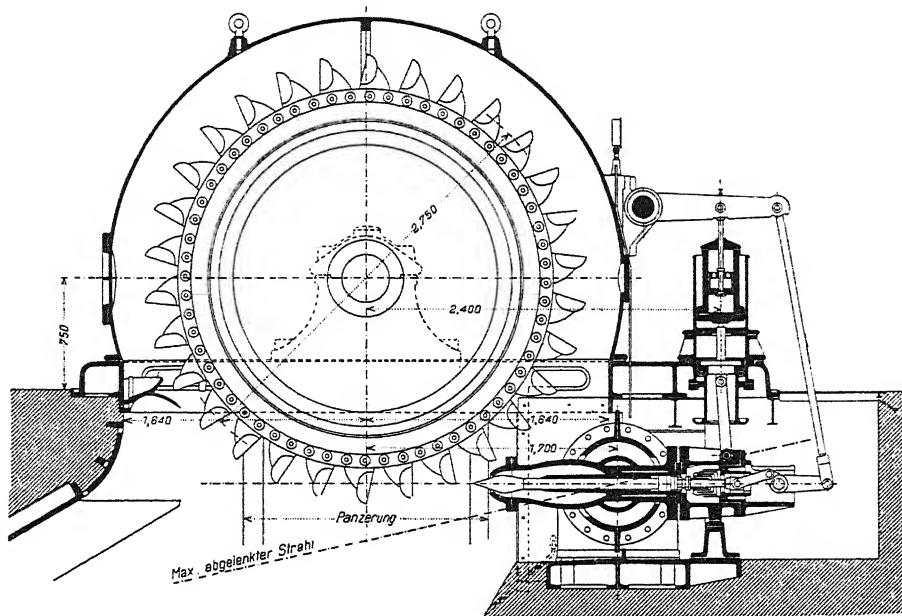


Abb. 1.

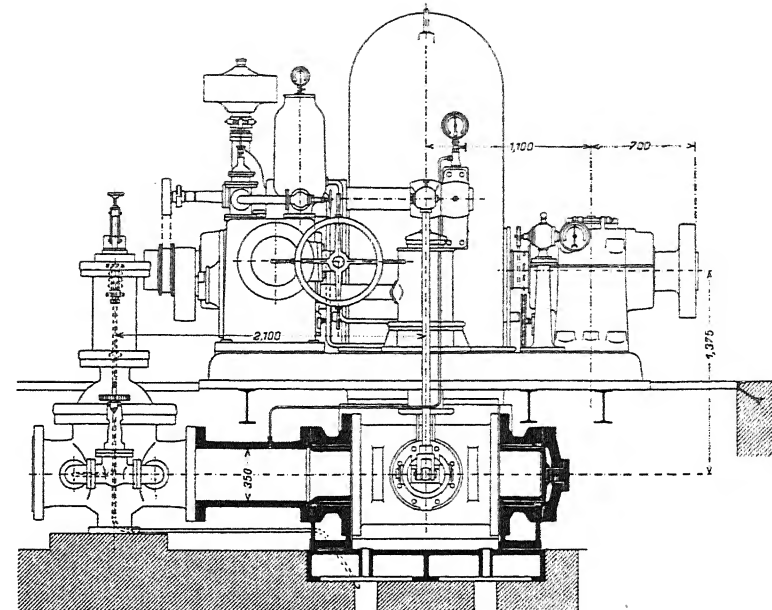


Abb. 2.

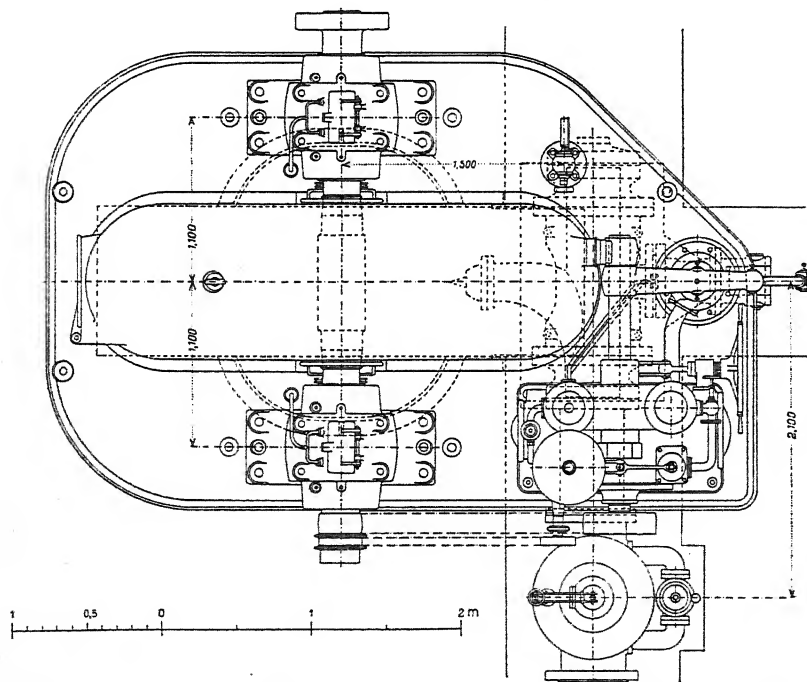


Abb. 3.

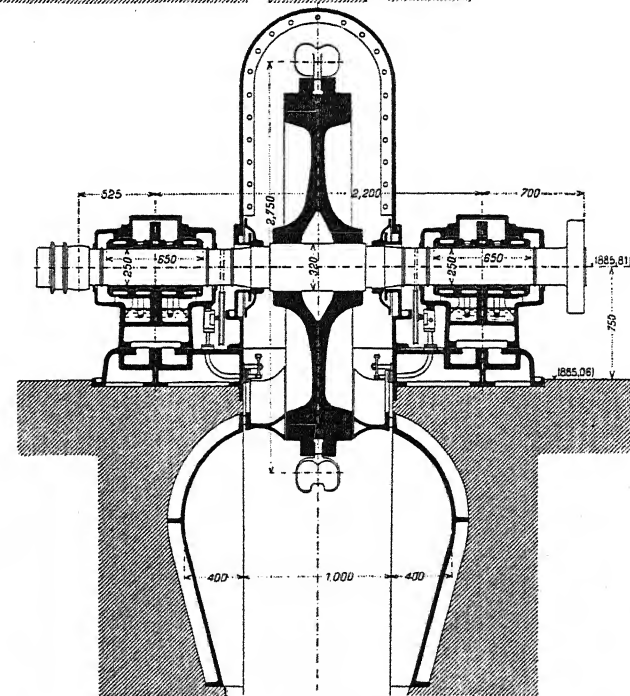


Abb. 4.

## Tangential-Teilturbine mit Schwenkdüse „Adamello“.

(E. W. C.)

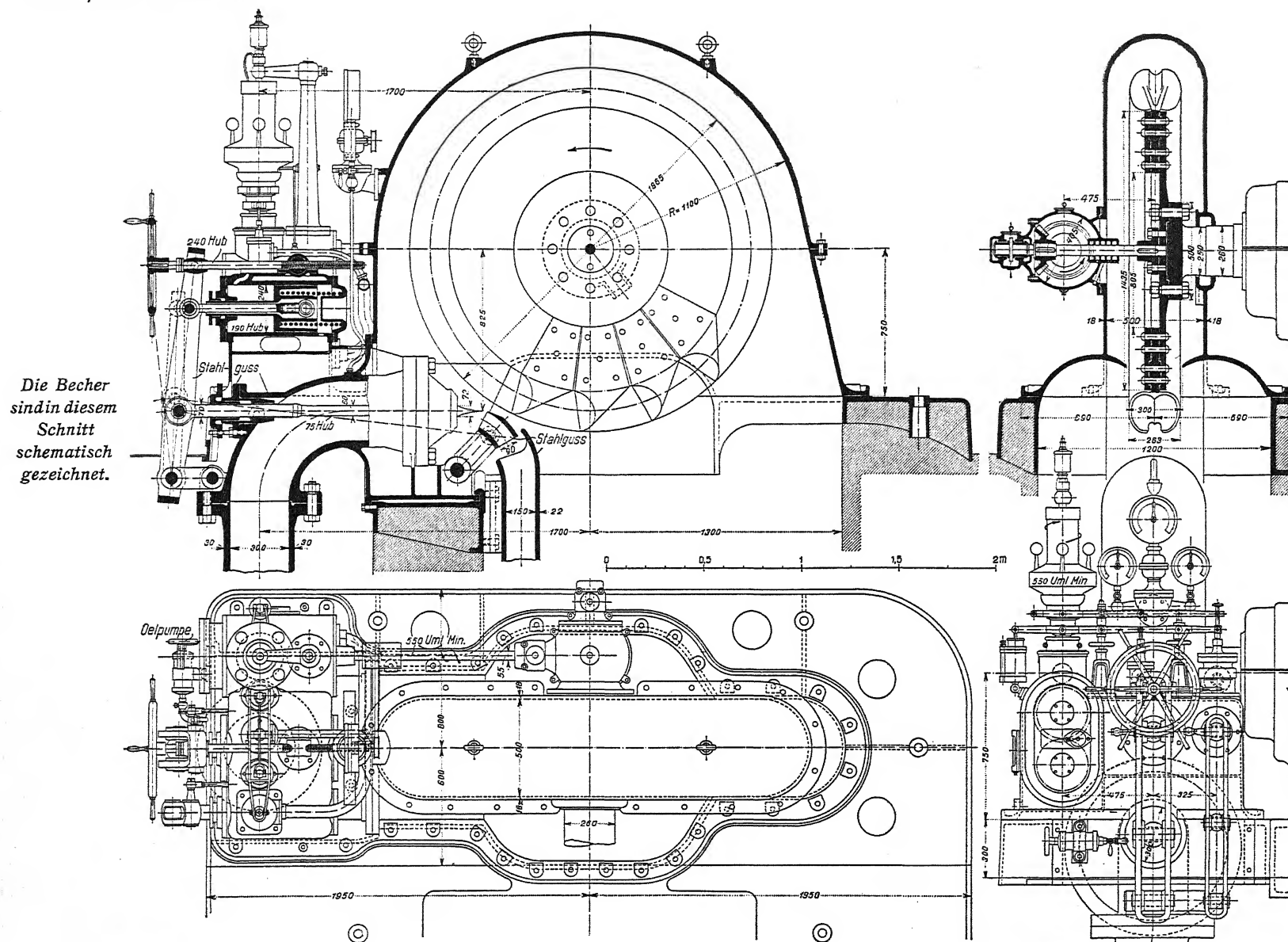
$H = 853-920 \text{ m}$ ;  $Q = 0,740 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 6000-6600 \text{ PS}$ ;  $n = 420 \text{ p. Min.}$ ;  $n_s = 7,4$ .

Laufgrad als Schwungrad ausgebildet.

(Aus Schw. Bztg. Bd. LVII, S. 32, 33.)

Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig und Berlin



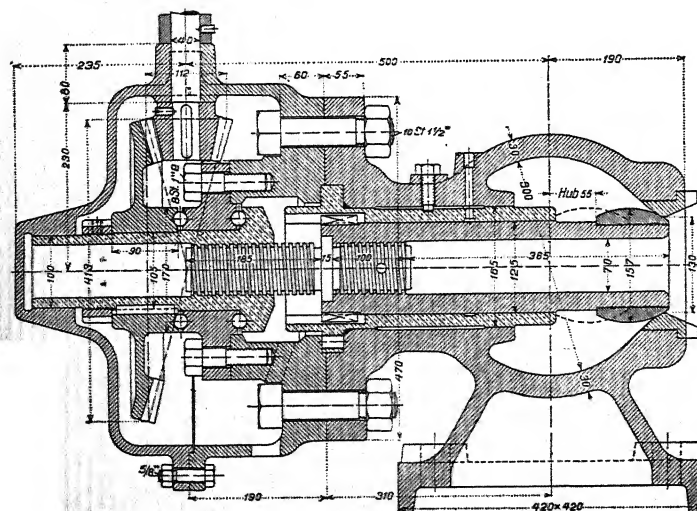


# Tangential- Teilturbine „Arniberg“. (Bell.)

Doppelte Regelung:  
Nadelverstellung und  
Strahlableitung.

M. 1 : 30.

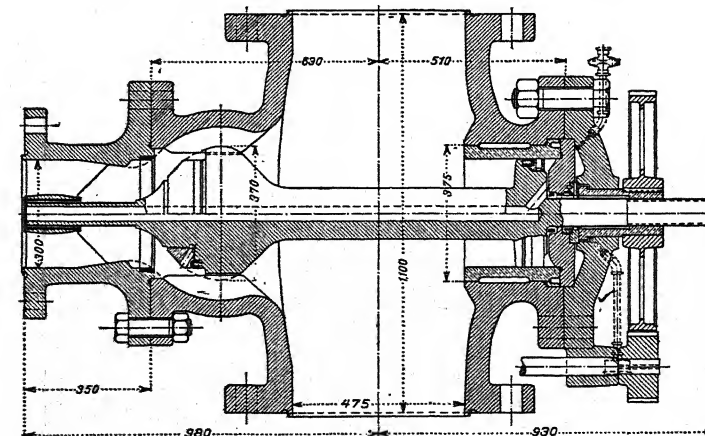
$H = 800 \text{ m}; \quad n = 630;$   
 $N = 3000 \text{ PS}; \quad n_s = 8,1.$



Düsenventil  
eines Leerlaufs.

M. 1 : 10.

(Aus Schw. Bztg. Bd. LX, S. 199 u. 208.)



Turbinenhaupt-  
abschließung  
für 85 atm.

M. 1 : 10.

Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig und Berlin

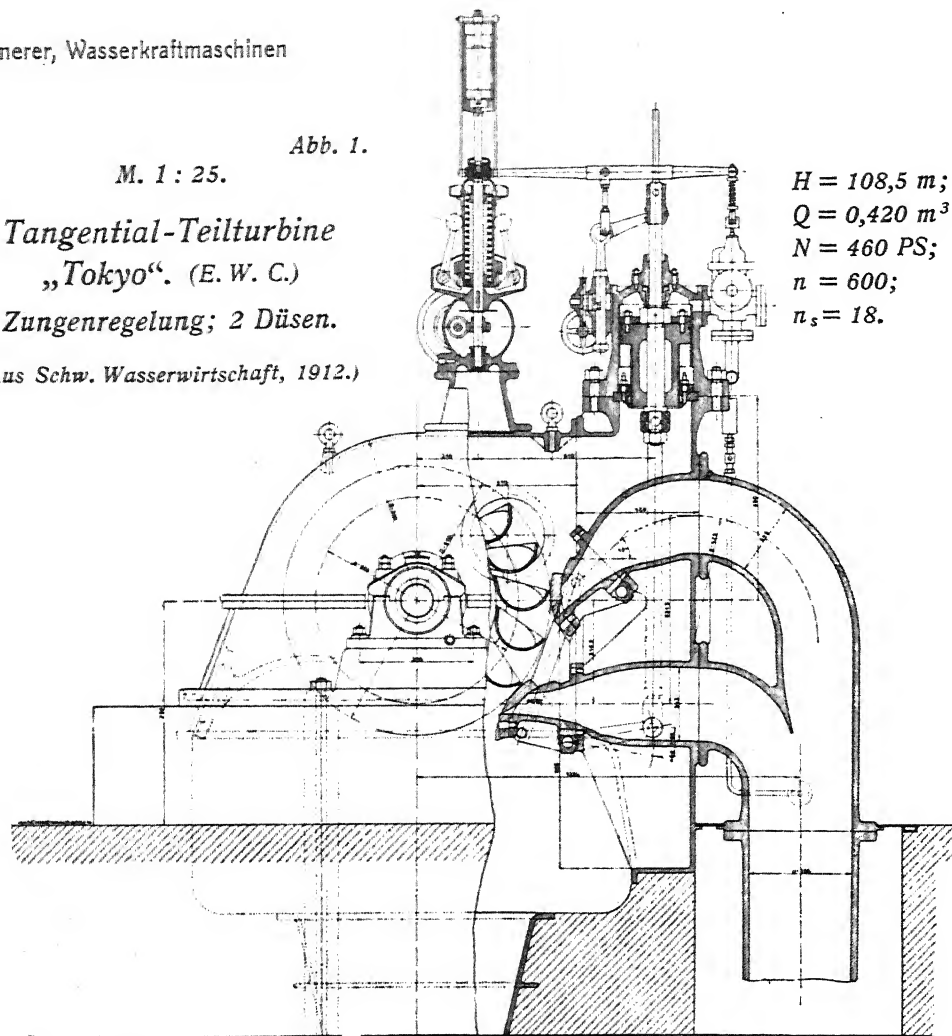
Abb. 1.

M. 1 : 25.

Tangential-Teilturbine  
„Tokyo“. (E. W. C.)

Zungenregelung; 2 Düsen.

(Aus Schw. Wasserwirtschaft, 1912.)



$H = 108,5 \text{ m};$   
 $Q = 0,420 \text{ m}^3 / \text{sek};$   
 $N = 460 \text{ PS};$   
 $n = 600;$   
 $n_s = 18.$

Abb. 2.

Tangential-Teilturbine  
„Brusio“. (Campocologno)  
(E. W. C.)

$H = 430 \text{ m};$   
 $Q = 0,947 \text{ m}^3 / \text{sek};$   
 $N = 3500 \text{ PS};$   
 $n = 375;$   
 $n_s = 11,3.$

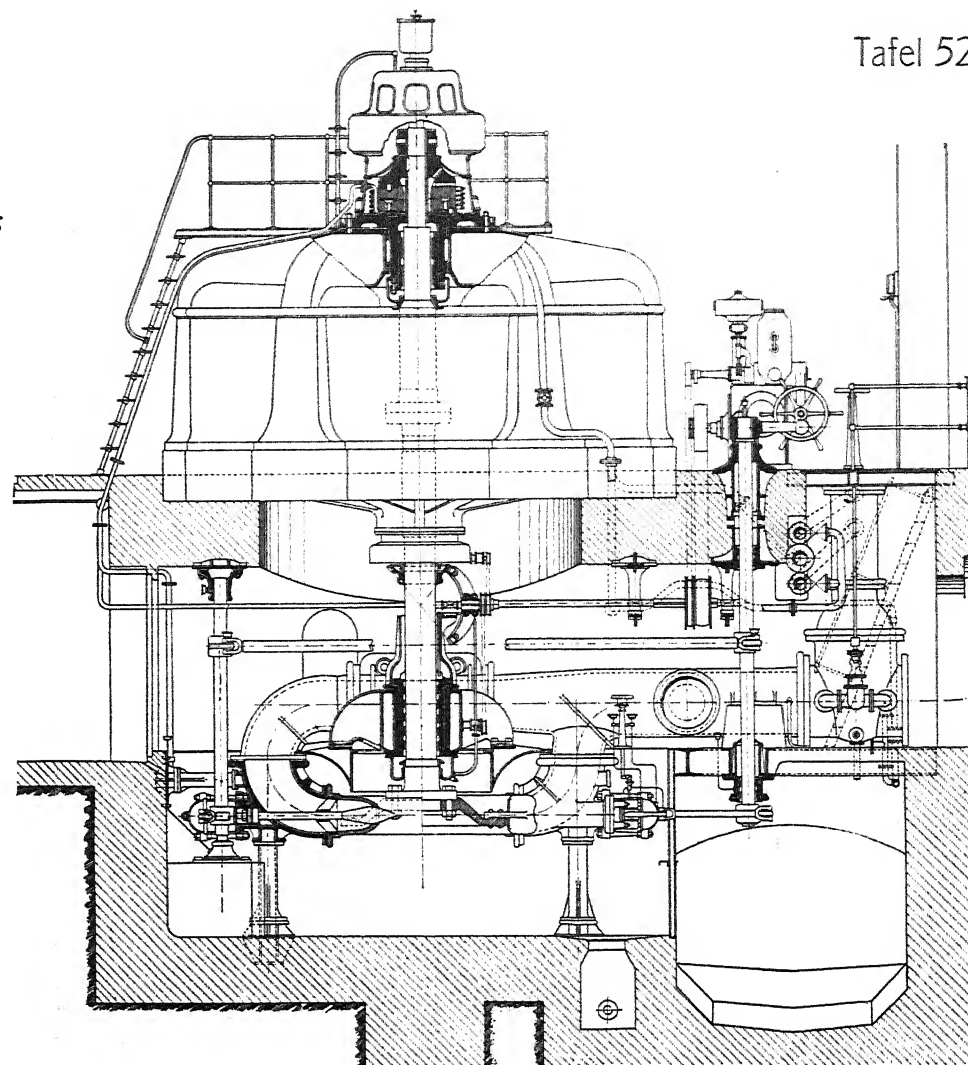
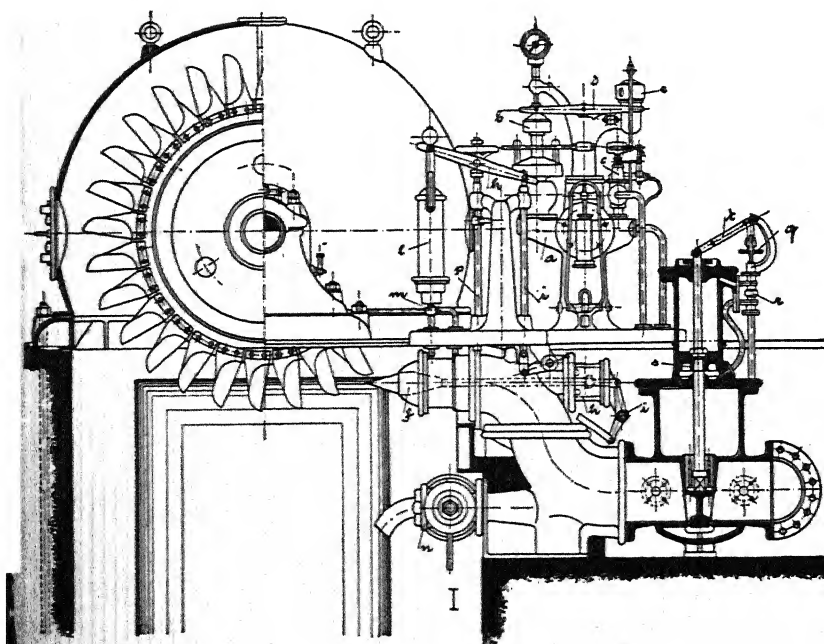


Abb. 3.

Vertikale Tangential-Teilturbine mit 4 Düsen  
Anlage Biaschina. (E. W. C.)

$H = 260 \text{ m};$   $Q \approx 3,75 \text{ m}^3 / \text{sek};$   $N = 10000;$   
 $n = 300;$   $n_s = 14,5.$

Belastung des Drucklagers 46 000 kg.

(Aus Z. g. T. 1913, S. 36.)

**Tangential-Teilturbinen.**



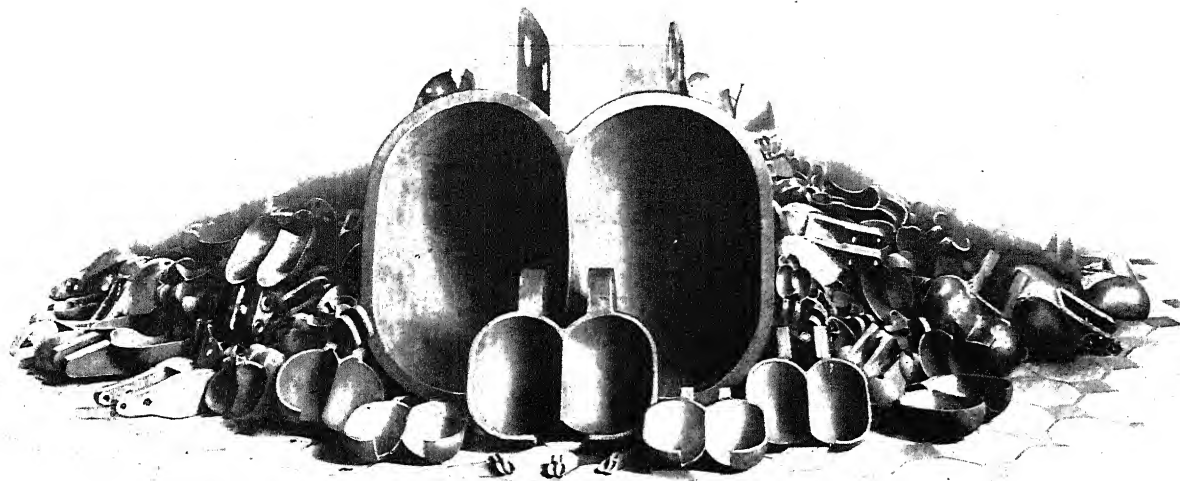


Abb. 1. Becher verschiedener Konstruktion und Größe für Tangential-Teilturbinen. (Voith.)

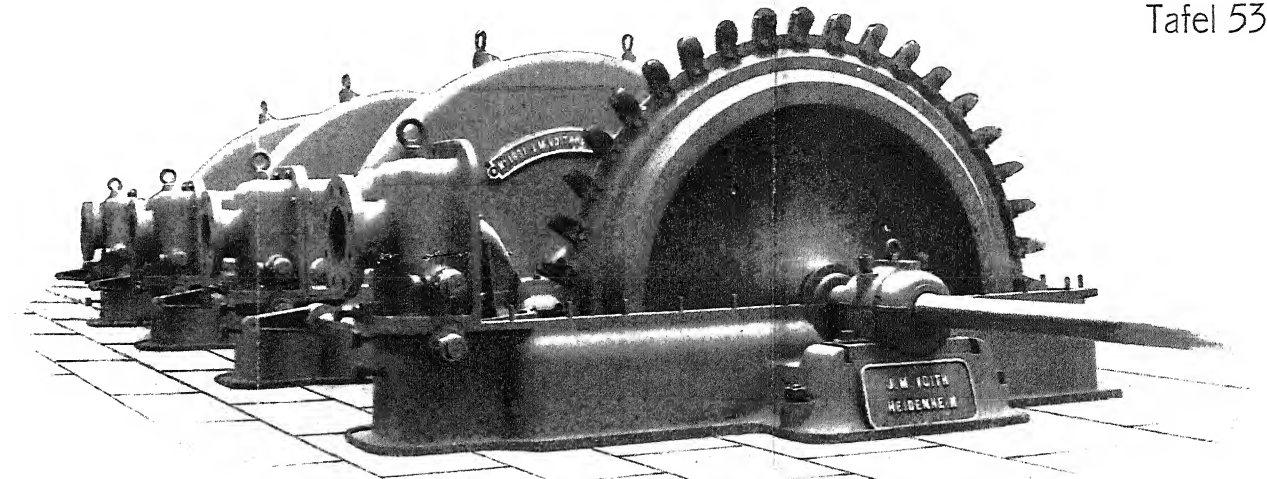


Abb. 2. Tangential-Teilturbinen „Turati“. (Voith.)  
 $H = 393 \text{ m}$ ;  $Q = 0,081 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 330 \text{ PS}$ ;  $n = 400$ ;  $n_s \sim 4,2$ .

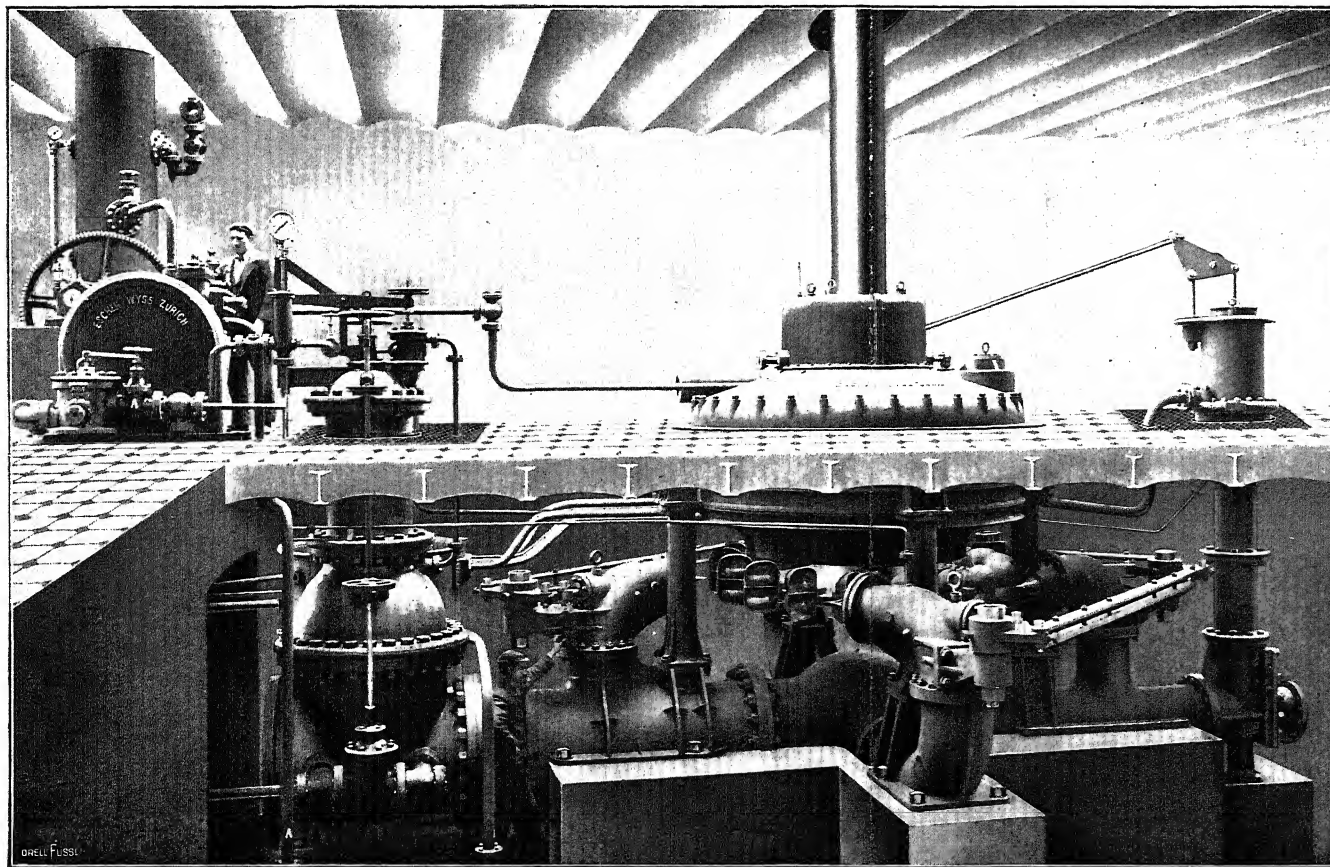


Abb. 5. Vierdüsig vertikale Tangential-Teilturbine „Pirahy“. (E. W. C.)  
 $H = 275 \text{ m}$ ;  $Q = 3,16 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 9000 \text{ PS}$ ;  $n = 300$ ;  $n_s = 12,7$ .

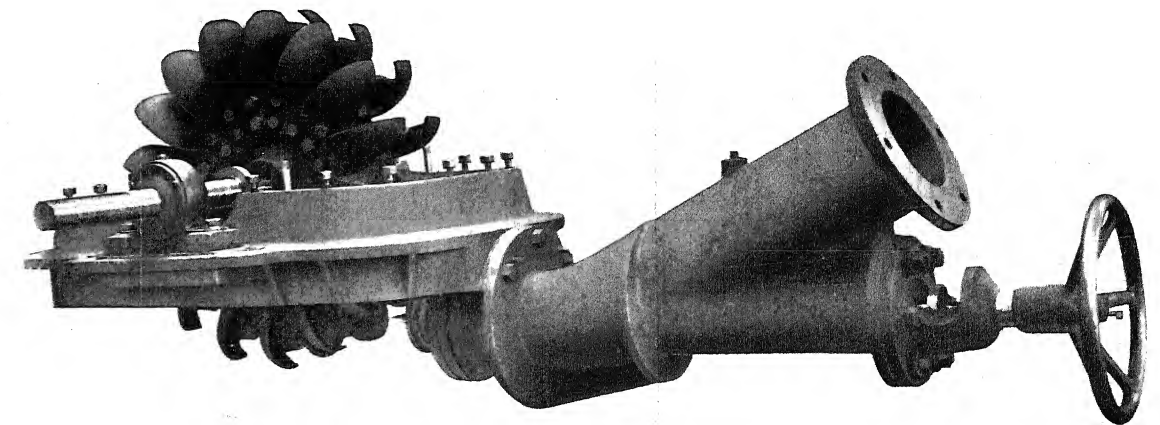


Abb. 3. Eindüsige Tangential-Teilturbine mit Handregelung. (Hansenwerk.)

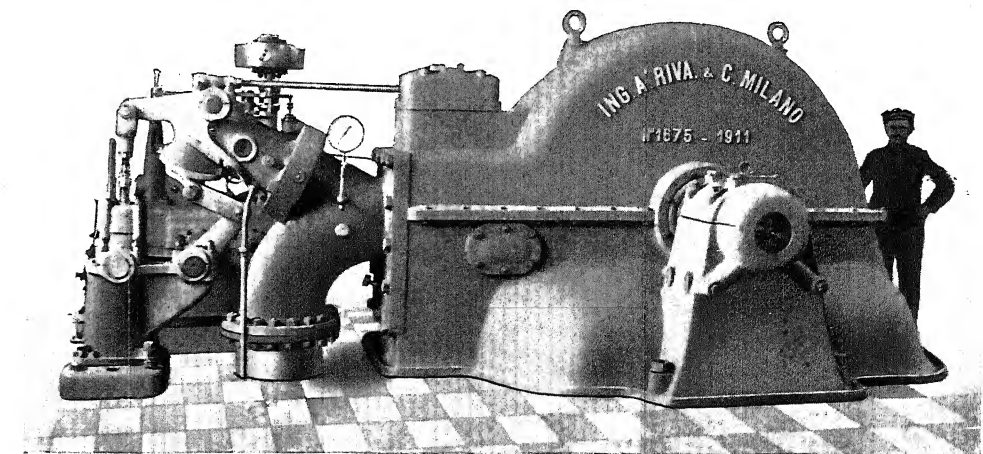


Abb. 4. Tangential-Teilturbine „Mallero“. (Riva.)  
 $H = 470 \text{ m}$ ;  $Q = 1,25 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 6600 \text{ PS}$ ;  $n = 500$ ;  $n_s = 18,5$ .

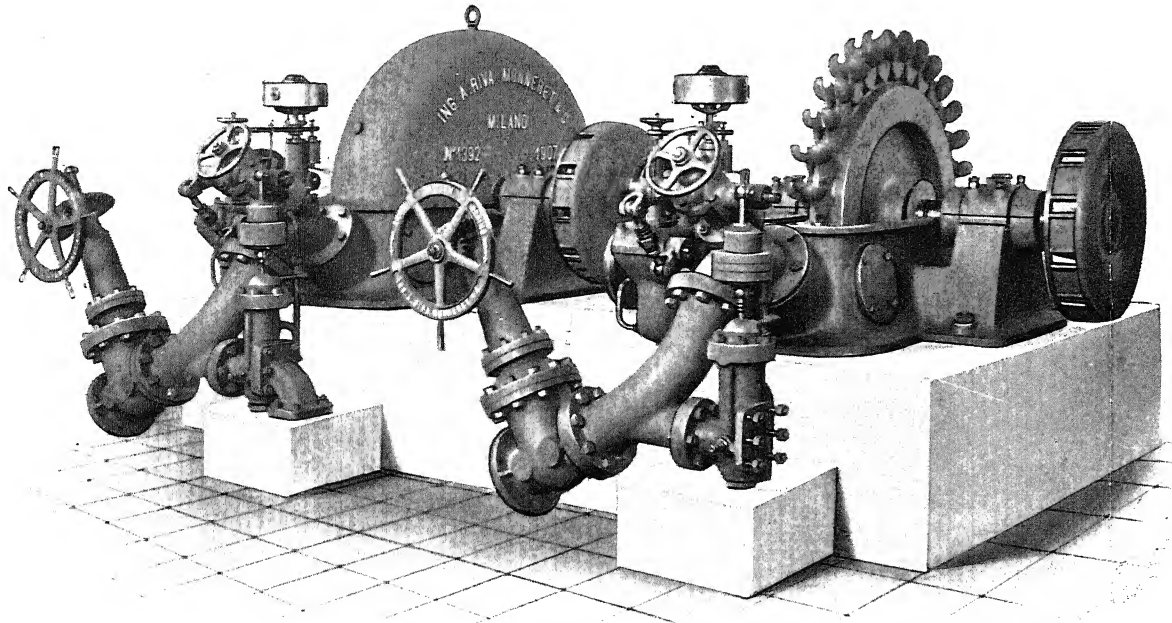


Abb. 1. Zweifache Tangential-Teilturbine „Niardo“. (Riva.)  
 $H = 525 \text{ m}$ ;  $Q = 0,1 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 560 \text{ PS}$ ;  $n = 630$ ;  $n_s = 4,2$ .

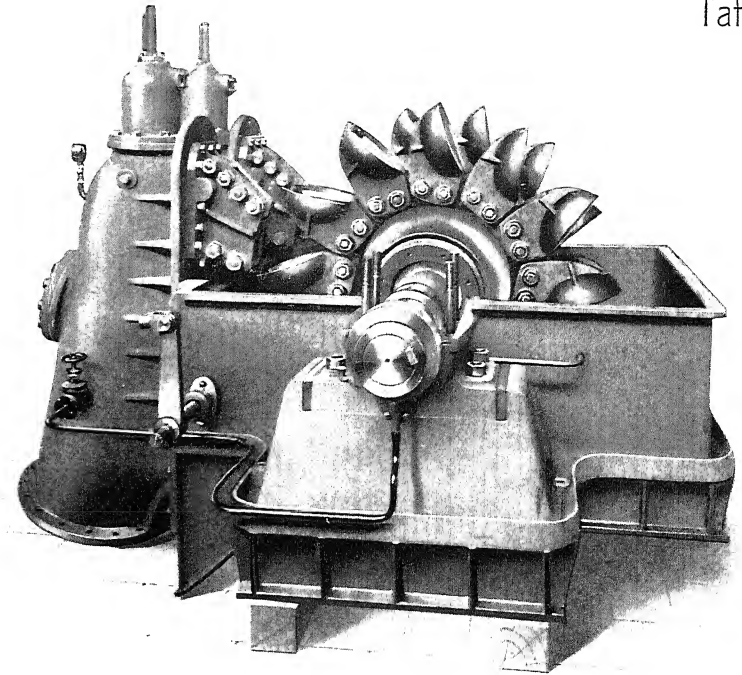


Abb. 2. Zwillings-Tangential-Teilturbine mit 4 Düsen  
 und Zungenregelung. (Breuer.)  
 $H = 125 \text{ m}$ ;  $N = 2700 \text{ PS}$ ;  $n = 300$ ;  $n_s = 18,7$ .

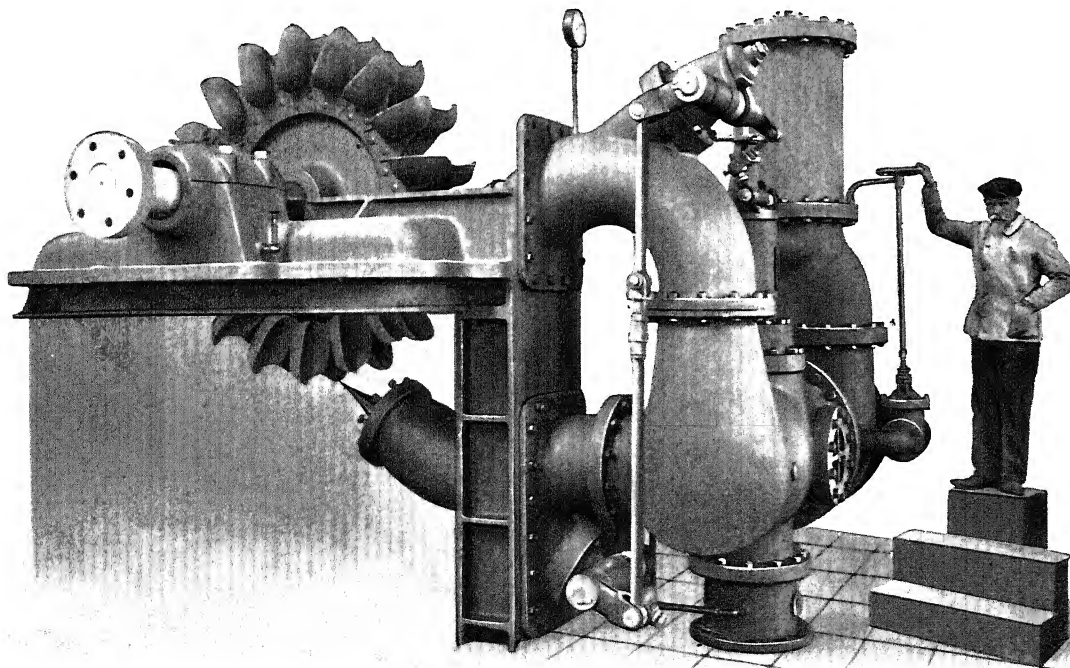


Abb. 3. Tangential-Teilturbine „Mazzunno“. (Riva.)  
 $H = 132 \text{ m}$ ;  $Q = 1,3 \text{ m}^3 / \text{sek}$ ;  $N = 1800 \text{ PS}$ ;  $n = 315$ ;  $n_s = 21$ .

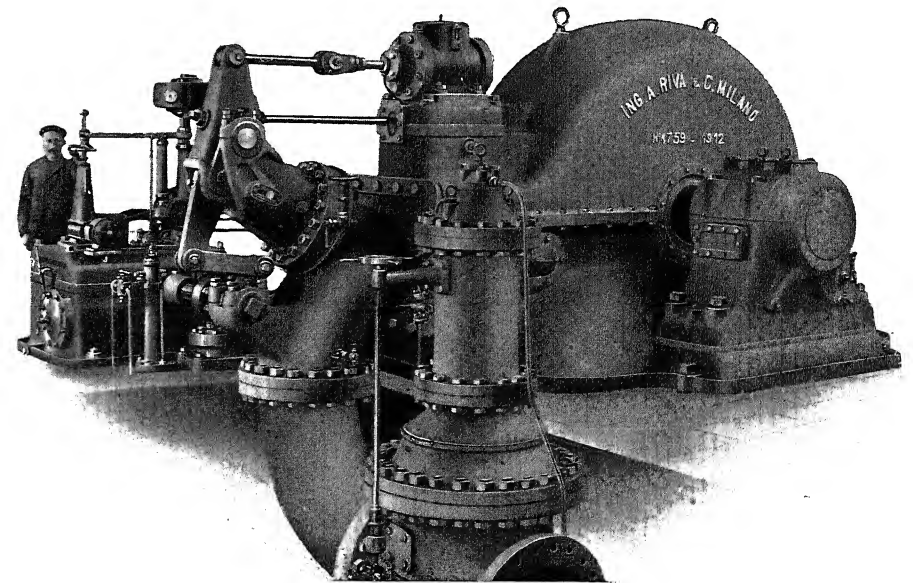


Abb. 4. Tangential-Teilturbine „San Dalmazzo“  
 mit Doppelregelung. (Riva.)  
 $H = 700 \text{ m}$ ;  $N = 14000 \text{ PS}$ ;  $n = 500$ ;  $n_s = 16,4$ .



*Abb.1"*

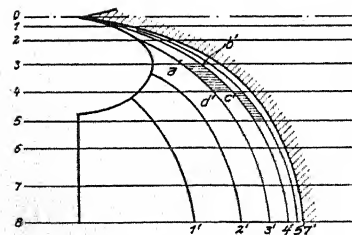


Abb. 1'

Abb. 2''

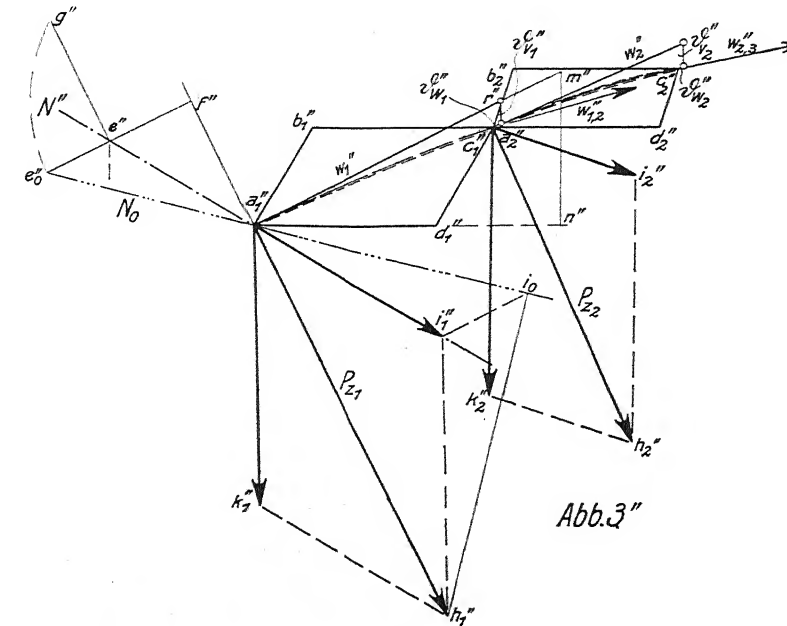


Abb. 3''

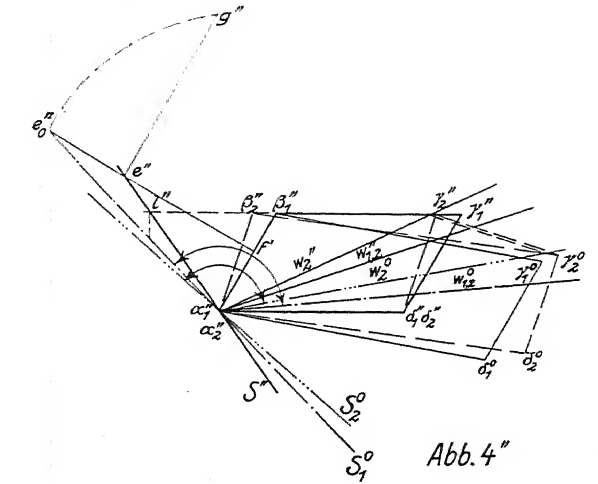


Abb. 4''

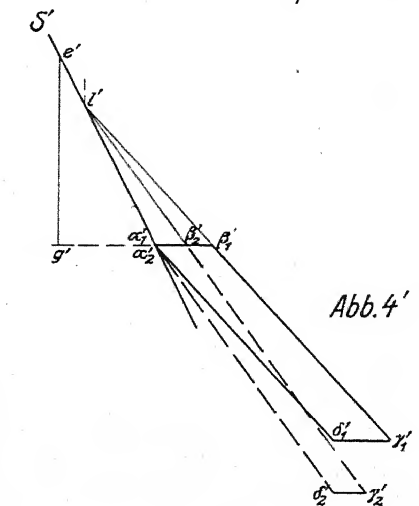


Abb. 4'

Abb. 2'

Das Diagramm zeigt die Zerlegung einer Zusatzkraft in zwei Komponenten. Es enthält Punkte wie  $a_1', b_1', c_1', d_1', e_1', f_1', g_1', h_1', i_1', j_1', k_1', l_1', m_1', n_1', o_1', p_1', q_1', r_1', s_1', t_1', u_1', v_1', w_1', x_1', y_1', z_1'$  und Vektoren wie  $\vec{a}_1', \vec{b}_1', \vec{c}_1', \vec{d}_1', \vec{e}_1', \vec{f}_1', \vec{g}_1', \vec{h}_1', \vec{i}_1', \vec{j}_1', \vec{k}_1', \vec{l}_1', \vec{m}_1', \vec{n}_1', \vec{o}_1', \vec{p}_1', \vec{q}_1', \vec{r}_1', \vec{s}_1', \vec{t}_1', \vec{u}_1', \vec{v}_1', \vec{w}_1', \vec{x}_1', \vec{y}_1', \vec{z}_1'$ . Die Zerlegung erfolgt über die Projektion auf die Achsen  $h_1'$  und  $i_1'$ . Die resultierende Kraft ist als  $\vec{w}_1'$  bezeichnet.

Abb. 3

Längenmasstab 1:1  
Kräftemasstab 1g = 10mm.

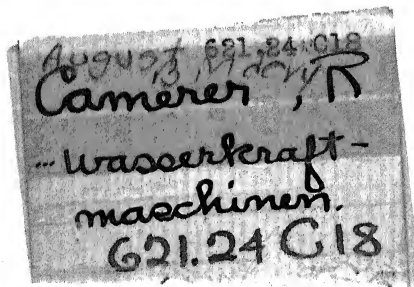




DEC. 23 1986



3 8482 00449 4775



621.24 C18 c.1  
Camerer, Rudolf,  
Vorlesungen über  
Wasserkraftmaschinen,

**University Libraries**  
**Carnegie-Mellon University**  
**Pittsburgh, Pennsylvania 15213**

UNIVERSAL  
LIBRARY



138 159

UNIVERSAL  
LIBRARY